

**ACADEMIA DE ȘTIINȚE A REPUBLICII MOLDOVA
INSTITUTUL DE FIZICĂ APLICATĂ**

Cu titlu de manuscris
C.Z.U.: [535.14+530.145](043.2)

ȚURCAN MARINA

**ASPECTUL COOPERATIV CUANTIC ÎNTRE FOTONI LA EMISIILE
RAMAN ȘI HYPER-RAMAN**

Specialitatea 131.03 - Fizică statistică și cinetică

Teză de doctor în științe fizice

Conducător științific:



Nicolae ENACHE,
doctor habilitat în științe fizico-
matematice, profesor universitar

Consultant științific:

Ashok Vaseashta

Ashok VASEASHTA,
doctor în științe fizice,
profesor universitar

Autorul:



Chișinău 2015

© **ȚURCAN MARINA, 2015**

CUPRINS

ADNOTARE	5
LISTA ABREVIERILOR	8
INTRODUCERE	9
1. ABORDAREA CUANTICĂ A PROCESELOR RAMAN ȘI HYPER-RAMAN	16
1.1. Studiul științific realizat în cazul proceselor Raman și hyper-Raman	17
1.2. Fotonii Stokes și anti-Stokes în procesele de împrăștiere	19
1.3. Împrăștierea Raman cooperativă pentru molecula de hidrogen	21
1.4. Împrăștierea luminii superradiante din condensatul Bose Einstein captat	26
1.5. Modelul Gauthier de descriere a laserului bifonic	33
1.6. Concluzii la capitolul 1	38
2. PROCESE COLECTIVE DINTRE MODURILE STOKES ȘI ANTI-STOKES ÎN EMISIA RAMAN	39
2.1. Hamiltonianul efectiv de interacțiune în cazul procesului Raman	40
2.2. Generarea coerentă a luminii bimodale și simetria distribuirii fotonilor în modurile de cavitate	44
2.3. Metoda semiclassicală de cercetare a emisiei anti-Stokes și determinarea punctelor critice de lucru ale laserului bimodal de tip Raman	52
2.4. Soluția cuantică a emisiei coerente bimodale și studiul statisticii fotonilor în procesele neliniare de coerentizare de tip Raman	60
2.5. Funcțiile de corelare pentru procesele neliniare de împrăștiere a luminii și a ratei de conversie	65
2.6. Concluzii la capitolul 2	71
3. STĂRI COERENTE DE BIFOTONI ÎN EMISIA LASERULUI HYPER-RAMAN	72
3.1. Hamiltonianul de interacțiune pentru atomul de potasiu folosit în experimentul lui Gauthier	73
3.2. Metoda de eliminare a operatorului nivelului virtual pentru obținerea Hamiltonianului efectiv de interacțiune în procesul hyper-Raman	77
3.3. Ecuația generalizată pentru câmpul bimodal de cavitate obținută în procesul hyper-Raman prin eliminarea operatorilor subsistemului de radiatori	83
3.4. Metoda semiclassicală de generare a perechilor de fotoni în procesul hyper-Raman și	87

obținerea punctelor critice de trecere la stările coerente de emisie cooperativă dintre modurile Stokes și anti-Stokes	
3.5. Metoda cuantică de cercetare a emisie anti-Stokes și Stokes în procesul de mixare a patru unde	93
3.6. Concluzii la capitolul 3	98
4. ELIMINAREA DIVERGENȚELOR DIN ECUAȚIA MASTER PENTRU UN NUMĂR MARE DE FOTONI. DETECTAREA STĂRILOR BICUANTICE	99
4.1 Interacțiunea sistemului cu două niveluri cu modurile de cavitate Stokes și anti-Stokes în procesele Raman și hyper-Raman	100
4.2 Eliminarea operatorilor fluxului de radiatori pregătiți în stare coerentă	106
4.3 Trecerea la laserul bicuantic tradițional considerând câmpul de pompaj clasic	109
4.4 Ecuația generalizată și Fokker-Plank pentru generarea bifotonică în microcavități	112
4.5 Detectarea stărilor bicuantice dintr-o cavitate surdă prin metoda ionizării stărilor atomice, utilizată în micromaser	118
4.6 Utilizarea stărilor coerente bicuantice în transmiterea și prelucrarea informației	122
4.7. Concluzii la capitolul 4	124
CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI	125
BIBLIOGRAFIE	127
DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII	137
CURRICULUM VITAE	138

ADNOTARE

la teza de doctorat: "Aspectul cooperativ cuantic între fotoni la emisiile Raman și hyper-Raman", specialitatea 131.03 - Fizică statistică și cinetică, prezentată de Marina ȚURCAN, Universitatea de Stat din Moldova, Chișinău, 2015, pentru a obține titlul de doctor în științe fizice. Teza este alcătuită din introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografia care conține 125 titluri bibliografice, cu volum total de 143 pagini, conține 40 figuri.

Rezultatele prezentate în teză sunt publicate în 31 lucrări științifice.

Numărul de lucrări științifice publicate: Rezultatele științifice sunt publicate în 3 articole în reviste recenzate, 9 articole în culegeri și în 19 teze la conferințe.

Cuvinte-cheie: laser Raman, tranziții bicuantice, fotoni Stokes și anti-Stokes, efecte cuantice.

Domeniul de cercetare: fizica statistică, optică neliniară și optică cuantică.

Scopul și obiectivele tezei. Scopul tezei este de a prezenta rezultatele cercetării aspectului cooperativ cuantic între fotoni la emisia Raman și hyper-Raman, precum și aplicarea proceselor cooperative ce apar la interacțiunea neliniară a subsistemului atomic și a câmpului electromagnetic de cavitate. Printre obiectivele tezei se înscrie și stabilirea corelației cuantice dintre fotonii modurilor Stokes și anti-Stokes în procesul de emisie Raman și hyper-Raman. Această corelație conține aspect de grupare și coerentizare dintre fotonii modurilor Stokes și anti-Stokes în ambele procese de emisie de împrăștiere.

Noutatea științifică și originalitatea rezultatelor obținute. Pentru prima dată este propusă cuantificarea simultană a câmpului de pompaj și a câmpului de împrăștiere și formarea stărilor coerente bimodale în procesul cooperativ de încrucișare. În investigațiile realizate până în prezent doar unul din aceste câmpuri de pompaj (sau de împrăștiere) era considerat cuantificat, pe când celălalt-clasic.

Problema științifică importantă soluționată constă în faptul că proprietățile statistice ale fotonilor Stokes și anti-Stokes au fost descrise cu ajutorul funcțiilor de corelare dintre fotoni. Funcțiile de corelare ne oferă posibilitatea de a descrie funcția de distribuție cuantică a fotonilor generați în câmpul de împrăștiere ca funcție de conversie a fotonilor din modul Stokes în anti-Stokes. Deoarece durata de viață a atomilor în cavitate este considerată cu mult mai mică decât timpul de împrăștiere cooperativă între câmpurile Stokes și anti-Stokes, am eliminat variabilele atomice și am obținut trecerea câmpului bimodal Stokes și anti-Stokes în stare coerentă.

Valoarea practică a tezei. Este determinată de posibilitatea aplicării rezultatelor cercetărilor descrise în teză la elaborarea dispozitivelor de transmitere a informației prin intermediul fotonilor colectivi. S-a stabilit o corelație cuantică între fotonii modurilor Stokes și anti-Stokes cu ajutorul căreia poate fi dirijată informația. Fluctuațiile cuantice relative ale intensității fotonilor din ambele moduri tind spre un minim, fapt ce demonstrează realizarea stărilor coerente. Aceste stări coerente corespund unui minimum al potențialului de stabilizare la ER și EHR, care este descris de existența unui punct critic pentru care laserul începe să funcționeze ca un generator de intensitate stabilă. Fenomenul coerenței între perechile de fotoni poate fi utilizat atât în litografie, cât și la perfecționarea laserilor și maserilor cu doi fotoni.

Implementarea rezultatelor: Rezultatele obținute sunt utilizate în cadrul proiectului instituțional de cercetări științifice fundamentale 15.817.02.07F, direcția strategică „Efecte ale opticii și cineticii cuantice în nanostructuri pentru informatică și biofotonica avansată”.

SUMMARY

of the doctoral thesis "Quantum cooperative aspect between photons in Raman and hyper-Raman emissions" in the specialty 131.03-Statistical physics and kinetics, presented by Marina ȚURCAN, Moldova State University, Chisinau, 2015, to obtain title of doctor in Physical Sciences. The thesis consists of introduction, three chapters, general conclusions and recommendations, and bibliography of 125 references. This work contains 40 figures, is carried on 143 pages.

The results are published in 31 research papers.

Number of publications: Scientific results are published in 3 scientific journals, 9 conference proceedings and 19 conference abstracts.

Key words: Raman laser, two-quantum transitions, Stokes and anti-Stokes photons, quantum effects.

Field of research: statistical physics, nonlinear optics and quantum optics.

The aim and objectives of the work: The aim of the work was to present the results of the researchers of quantum cooperative aspect between photons in the Raman and hyper-Raman emission, as well as the application of cooperative processes which appear at the nonlinear interactions of atomic subsystem and electromagnetic field of the cavity. Through the objectives of the thesis can be mentioned the quantum correlations between Stokes and anti-Stokes photon modes in the Raman and hyper-Raman emission. This correlation contains the grouping and coherent between photons Stokes and anti-Stokes modes in both emission of scattering processes.

Scientific novelty and originality of the results. For the first time was proposed quantified simultaneously pumping field and scattering field and forming bimodal coherent states in the cooperatively entanglement process. In the achievements so far only one of these fields was considered quantified while other classic.

The scientific problem solved in the field is that in fact the statistical properties of Stokes and anti-Stokes photon have been described by using the photons correlation functions. Coherence functions offer possibility to describe the quantum distribution function of photons generated in the scattering field as a function of photons conversion from Stokes to anti-Stokes mode. Since the lifetime of the atom in the cavity is considered smaller than cooperative scattering time between the Stokes and anti-Stokes fields, it was eliminated the atomic variables and was obtained the transformation of the Stokes bimodal field and anti-Stokes in coherent state.

The practical significance of the work. Is determined by the possibility of applying research results described in this thesis in elaboration of the devices transmitting information via photons collective. Quantum correlation between Stokes and anti-Stokes photon modes has been established by which it can be directed information. Quantum fluctuations relative of the intensity of photons from both modes tend to a minimum which demonstrates achievement of coherent states. These coherent states correspond to a minimum of the stabilization potential in RE and HRE, which is described by the existence of a critical point for the laser which begins to operate as a generator of stable intensity. The coherent phenomena between pair of the photons can be using both lithography and to work out two photons laser and maser.

Results implementation: the results are used within the institutional project of fundamental scientific research 15.817.02.07F, strategic direction „Effects of optics and quantum kinetics in nanostructures for computing and advanced biophotonics”.

АННОТАЦИЯ

к диссертации "Квантовый кооперативный аспект между фотонами в процессе излучения Раман и гипер-Раман", специальность 131.03-Статистическая физика и кинетика, представленной Маринной Цуркан на соискание учёной степени доктора физических наук. Диссертация выполнена в Институте Прикладной Физики (Кишинев) в 2015 и состоит из введения, трех глав, общие выводы и библиография из 125 наименований. Работа содержит 143 страницы и 40 рисунков.

Количество публикаций по теме: полученные результаты опубликованы 31 работе: 3 научные статьи в рецензируемых журналах, 9 в сборниках статей и 19 тезисов, представленных на конференциях. **Ключевые слова:** Раман лазер, двухквантовые переходы, фотоны Стокса (С) и анти-Стокса (анти-С), квантовые эффекты. **Область исследования:** статистическая физика, квантовая и нелинейная оптика. **Цель и задачи работы:** Целью настоящей работы является предствление результатов исследования кооперативных процессов, выявление квантовой корреляции фотонов стоксовой и антистоксовой моды при излучении Раман и гипер-Раман. Эта корреляция содержит группировку и когерентность между фотонами мод С и анти-С в обоих процессах излучения и рассеяния. Было доказано, что эти коллективные эффекты рассеяния между резонансными модами С и анти-С происходят за счет передачи энергии между данными полями. **Научная новизна и оригинальность результатов.** Впервые была предложена модель квантовых полей накачки и рассеяния, происходящих одновременно, и формирование когерентных состояний в совместной бимодальной квантовой запутанности. В последних научных работах в данной области только одно из этих полей считалось квантовым, другие же считались классическими. **Решенная научная проблема** состоит в том что статистические свойства фотонов С и анти-С и связь со статистикой приложенного поля были описаны с помощью корреляционных функций фотонов. Когерентность функций даёт возможность описания квантовой функции распределения фотонов, генерируемых в поле рассеяния как функции преобразования фотонов из моды С в анти-С. Так как время жизни атома в резонаторе считается меньше, чем кооперативные времена рассеяния между полями С и анти-С, были исключены атомные переменные и получены преобразования бимодального поля С и анти-С в когерентное состояние. **Практическая значимость работы.** Определена возможностью применения результатов исследования, описанных в этой работе, при разработке устройств, передающих информацию через коллективные фотоны. Была установлена квантовая корреляция между фотонами С и анти-С, с помощью которых может быть направлена информация. Квантовые флуктуации интенсивности фотонов в обоих модах стремятся к минимуму, что, таким образом, демонстрирует преимущество когерентных состояний. Эти когерентные состояния соответствуют минимуму потенциала стабилизации в излучении Раман и гипер-Раман, которое описывается существованием критической точки для лазера, начинающего работать в качестве генератора постоянной интенсивности. Генерация спонтанного излучения различными типами двухквантовых мазеров и лазеров в настоящее время используется в различных областях, связанных с использованием запутанности пар фотонов. **Реализация результатов:** полученные результаты были использованы в проекте фундаментальных исследований 15.817.02.07F, стратегическое направление „ Оптические и квантовые кинетические эффекты в наноструктурах для информатике и развитой биофотонике”.

LISTA ABREVIERILOR:

ABM	Aproximația Born-Marcoff
AS	anti-Stokes
B	Bifotoni
CEM	Câmp electromagnetic
EFP	Ecuția Fokker-Plank
EG	Ecuția generalizată
ER	Emisia Raman
EHR	Emisia hyper-Raman
ECB	Efecte cooperative bicuantice
R	Raman
H	Hamiltonian
HBT	Hanbury-Brown-Twiss
HC	Hermit conjugat
HR	hyper-Raman
EM	Ecuție master
PO	Parametru de ordine
S	Stokes

INTRODUCERE

Scopul principal al lucrării rezidă în cercetarea efectelor care apar în rezultatul interacțiunilor neliniare dintre subsistemul atomic și subsistemul CEM de cavitare. În particular, a fost cercetat aspectul cooperativ cuantic al interacțiunilor neliniare dintre aceste subsisteme. Emisia spontană generată de diferite dispozitive maser și laser bicuantice este utilizată în prezent de un cerc tot mai larg de cercetători în diferite domenii, fiind asociată drept o sursă de fotoni inseparabili. Astfel, doar datorită utilizării acestor perechi de fotoni astăzi cu ușurință pot fi examinate bazele mecanicii cuantice, pot fi proiectate, dar și realizate proiectele computerelor cuantice și, desigur, ale informației cuantice. Tocmai de aceea principalul scop a fost de a cerceta aspectul cuantic între fotoni la ER și EHR, prin stabilirea unei corelații cuantice între fotonii modurilor S și AS, precum și prezentarea unei statistici noi a fotonilor ce poate fi aplicată la prelucrarea informației cuantice.

În acest context, **obiectivele majore ale tezei** sunt următoarele:

1. Cercetarea câmpului de pompaj și celui de împrăștiere (de tip „scattering”), din punct de vedere al fizicii cuantice.
2. Obținerea Hamiltonianului efectiv de interacțiune, care ar descrie generarea simultană a perechilor de fotoni, ținând cont de factorul de calitate înalt a cavității în procesul de generare a bifotonilor.
3. Dezvoltarea unei tehnici de eliminare a operatorilor subsistemului atomic la ER (a nivelului virtual la EHR).
4. Obținerea ecuației pentru operatorul matricii de densitate pentru câmpurile S și AS pentru laserul R cât și laserul HR, precum și soluționarea EM.
5. Transformarea cooperativ-dinamică a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS și invers, în funcție de pregătirea inversiei atomice și a câmpului de cavitare, a fost obiectul de investigare a lucrării de față.

Noutatea științifică a rezultatelor obținute

1. Pentru prima dată s-a propus studiul câmpului de pompaj și al câmpului de împrăștiere, ambele fiind cuantificate. În investigațiile realizate până în prezent doar unul din aceste câmpuri era considerat cuantificat, pe când celălalt-clasic.

2. Se propune un model de laser R în care numărul de fotoni din modurile S și AS sunt puternic corelați și pot trece într-o stare coerentă descrisă de o simetrie nouă bimodală. S-a demonstrat că rata de conversie a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS devine cooperativă și are multe asemănări cu efectul Dicke de emisie cooperativă a fotonilor de către sistemul de radiatori inverși.

3. Este dezvoltată o tehnică nouă de eliminare a operatorilor subsistemului atomic și obținută EM pentru câmpul S și AS în cazul ER și EHR. A fost găsită soluția pentru EM, exprimată prin parametrii de cavitate. În cazul staționar a fost găsită soluția exactă, acest rezultat fiind grafic prezentat. Pe când în cazul nestaționar a fost obținut un sistem de ecuații, care reprezintă grafic comportamentul unui astfel de sistem.

4. Pentru prima dată în teoria laserului bifonic a fost folosit grupul SU(2) pentru a descrie legătura dintre fotonii de pompaj și fotonii generați. Precum și obținerea Hamiltonianului efectiv de interacțiune, care descrie generarea simultană a perechilor de fotoni.

5. Pentru prima dată, în baza realizării experimentale este propus un model de laser care să țină cont de pierderile de bifotoni din sistem. În cazul EHR a fost determinată ecuația Fokker-Plank. A fost găsită soluția acestei ecuații, care este exprimată cu ajutorul funcțiilor speciale pentru cazul degenerat și cel nedegenerat.

Importanța teoretică și valoarea aplicativă a lucrării este determinată de posibilitatea aplicării rezultatelor cercetărilor descrise în teză la elaborarea dispozitivelor de transmitere a informației prin intermediul fotonilor colectivi. S-a stabilit o corelație cuantică între fotonii modurilor S și AS cu ajutorul căreia poate fi dirijată informația. Fenomenul coerenței între perechile de fotoni poate fi utilizat atât în litografie, cât și la perfecționarea laserilor și maserilor cu doi fotoni.

De asemenea, rezultatele obținute sunt intens utilizate în cadrul proiectului instituțional de cercetări științifice fundamentale 15.817.02.07F, direcția strategică „Efecte ale opticii și cineticii cuantice în nanostructuri pentru informatică și biofotonica avansată”.

Rezultatele științifice principale înaintate spre susținere :

1. A fost cercetat câmpul de pompaj și cel de împrăștiere, ambele fiind cuantificate. A fost studiată emisia de tip împrăștiat a fotonilor preparați într-o stare de tip Fock la interacțiunea cu un flux de atomi ce traversează cavitatea.

2. S-a obținut analitic H efectiv de interacțiune, care descrie generarea simultană a perechilor de fotoni. Prin dezvoltarea unei tehnici de eliminare a nivelului virtual; ca rezultat, se obține H efectiv care descrie tranziții reale ale bifotonilor dintr-o stare în alta.
3. S-a demonstrat comportamentul netaționar al transformării câmpului S în câmp AS, și viceversa, relaxarea sistemului bicuantic în limbajul elementelor matricei de densitate.
4. S-a demonstrat că aceste efecte netaționare colective dintre fotonii de tip S și cei AS au multe particularități similare cu efectul de superradianță între atomii sistemelor în spațiu liber.
5. Ca importanță se prezintă obținerea funcțiilor de corelare pentru aceste procese colective de generare a luminii coerente dintre modurile S și AS.

Aprobarea rezultatelor științifice

Publicații. Rezultatele de bază ale tezei au fost prezentate în 12 lucrări științifice publicate în reviste internaționale, cum ar fi Physica Scripta, Optics Communications, Journal Physics, JOAM, SPIE, NATO Book.

Rezultatele cercetărilor, expuse în teza de doctorat, au fost prezentate și discutate la conferințe științifice naționale și internaționale: Conferința Internațională ROMOPTO-2015 (București, România); Conferința Internațională ONNA-2015 "Optical Nanofiber Applications" (Okinawa, Japonia); The 19th Central European Workshop on Quantum Optics CEWQO-2012, (Sinaia, Romania); Conferința Internațională MSCMP 2012 (Chișinău, Moldova); Conferința Internațională MESO-2011 (Constanta, Romania); The 5th International Conference ATOM N-2010 "Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies" (2010, Constanta, Romania); NATO ASI "Technological Innovations in Detection and Sensing of Chemical Biological Radiological Nuclear (CBRN) threats and ecological Terrorism" (2010, Chișinău, Moldova); Conferința fizicienilor din Moldova CFM-2009 (Chișinău, Moldova); The 10th International Balkan Workshop on Applied Physics (2009, Constanța, România); The International Conference Micro- to Nano-Photonics II - ROMOPTO 2009" (Sibiu, Romania); The 4th International Conference ATOM N-2008 "Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies" (2008, Constanta, Romania); The 2th INDLAS International Conference "Modern Laser Applications" (2008, Bran, Romania); The 6th International Conference of Young Researchers (2008, Chișinău,

Moldova); NATO ASI “Nanostructured Materials for Advanced Technological Applications” (2008, Sozopol, Bulgaria); The 4th International Conference on Materials Science and Condensed Matter Physics (2008, Chisinau, Moldova); NATO ASI “Functionalized Nanoscale Materials, Devices, and Systems for chem.-bio Sensors, Photonics, and Energy Generation and Storage” (2007, Sinaia, România); ”The 7th International Balkan Workshop on Applied Physics” (2006, Constanța, România).

Seminare prezentate: Laboratorul de Optică Cuantică și Procese Cinetice (IFA al AȘM); Laboratorul Fizică Statistică și Nucleară (IFA al AȘM); Laboratorul Fizică Teoretică (IFA al AȘM); Laboratorul de Fonică (Institutul Național de Fizică al Academiei de Științe a Ucrainei); Departamentul Fizică Teoretică, Institutul Național de Fizică și Inginerie Nucleară „Horia Hulubei” (IFIN-HH), România.

Participări la școli internaționale de fizică: 1) NATO ASI “Functionalized Nanoscale Materials, Devices, and Systems for chem.-bio Sensors, Photonics, and Energy Generation and Storage” (2007, Sinaia, România); 2) NATO ASI “Nanostructured Materials for Advanced Technological Applications” (2008, Sozopol, Bulgaria); 3) NATO ASI “Technological Innovations in Detection and Sensing of Chemical Biological Radiological Nuclear (CBRN) threats and ecological Terrorism” (2010, Chișinău, Moldova).

Volumul și structura tezei

Teza este structurată în introducere, patru capitole, concluzii generale, bibliografie. În cele ce urmează facem o descriere succintă pe capitolele acestei teze.

În **Introducere** este argumentată actualitatea temei abordate, obiectivele tezei și noutatea științifică a rezultatelor obținute. Este scoasă în evidență importanța atât teoretică, cât și aplicativă a cercetărilor efectuate. În acelaș rând, este dat rezultatul cercetărilor tezei de doctorat pe plan național și internațional.

În **Capitolul I** se face o trecere în revistă a literaturii în domeniu de cercetare al tezei precum și o descriere a modelelor folosite până în prezent.

Capitolul II este dedicat studiului proceselor cooperative de împrăștiere cu absorbția unui foton și emisia altuia din două moduri ale rezonatorului stimulată de un fascicul de atomi excitați ce traversează o cavitate optică. În această parte a lucrării se face o analiză detaliată a modelului Gauthier de descriere a laserului bifotonic precum și a proceselor ce au loc în laser, fiind analizat un caz particular pentru laserul R. Este obținut H efectiv de interacțiune a atomilor de potasiu cu

câmpul laser, folosiți în experimental lui Gauthier [40]. Prin urmare, se demonstrează că acest fenomen colectiv de împrăștiere între modurile de rezonator S și AS are loc datorită transferului de energie între ele. Proprietățile statistice ale fotonilor de tip S și AS sunt descrise cu ajutorul funcțiilor de corelare dintre fotoni. Soluția numerică a acestei ecuații descrie conversia statistică a n_{ph} fotoni ai modului S în n_{ph} fotoni ai modului AS. Se obține statistica fotonilor în procesele neliniare de împrăștiere a luminii cu ajutorul sistemului de ecuații prezentate. Procesele cooperative R prin intermediul fluxului de atomi cu trei nivele de tip Λ , în care sunt emiși (sau absorbiți) fotonii S (sau AS) prin interacțiunea cu un câmp extern de pompaj, au fost analizate în [3]. Studiile recente demonstrează tipurile de cavități care se focalizează pe cinetica cuantică a cuplajelor Raman dintre atomii cu trei nivele și modurile de cavitate care variază ca funcție de proprietățile geometrice ale cavităților [4]. Recent, aplicațiile cavităților cu proprietăți electrodinamice cuantificate (moduri discrete), în interacțiune cu un ansamblu de radiatori de tip Λ , sunt studiate, în mod deosebit, în legătură cu necesitatea prelucrării informației la nivel cuantic. Corelația dintre fotonii S și AS a fost studiată destul de frecvent în literatură [4, 10], însă până în prezent nu s-a stabilit o corelație cuantică între fotonii modurilor S și AS. Corelatorii cuantici sunt decorelați în analogie cu teorema lui Wick și cercetată ER în aproximațiile semiclassical. Totodată, controlăm această decorelare dezvoltând teoria cuantică numeric exactă, deoarece în teoria superradianței lipsește parametrul de ordine. Tocmai de aceea, se propune un model de laser R în care numărul de fotoni din modurile S și AS sunt puternic corelați și pot trece într-o stare coerentă descrisă de o nouă simetrie. S-a demonstrat că rata de conversie a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS devine cooperativă și are multe asemănări cu efectul Dicke de emisie cooperativă a fotonilor de către sistemul de radiatori inversați. Planul de acțiune este următorul.

Capitolul III este dedicat obținerii stărilor coerente bifotonice ale luminii, care în ultimul timp este în centrul atenției în multe cercetări experimentale și teoretice. Proprietatea inseparabilității dintre fotonii emiși simultan în procesele de generare a luminii are actualmente un impact mare în aplicațiile din informatica cuantică. De regulă, această proprietate este strâns legată de procesele de generare care au loc în materia excitată față de trazițiile dipolar interzise. Amplificarea bifonică a luminii este posibilă în atomii cu mai multe niveluri și deschide o nouă perspectivă de aplicare a coerenței și inseparabilității dintre fotoni în comunicarea cuantică. În secțiunea întâi se expune o deducere detaliată a H efectiv de interacțiune și se discută metodele și tehnicile de obținere a acestuia la EHR. Utilizăm algebra $su(2)$, dat fiind că anume această simetrie se folosește pentru a

descrie și analiza EHR. La deducerea H de interacțiune, se ia în considerare procesul cu patru fotoni în câmpul de interacțiune îmbrăcat cu atomi de ^{39}K . Folosind metoda de eliminare a nivelului virtual din H rapid oscilant al unui sistem cu trei niveluri, vom obține un H lent de interacțiune efectivă pentru un sistem cu două nivele, care descrie în același timp absorbția și generarea perechilor de fotoni. H obținut relatează că într-un singur act de tranziție a atomului de potasiu din starea excitată în starea de bază sunt absorbiți doi fotoni din câmpul exterior și alți doi fotoni sunt emanați simultan. Cu toate că problema este mai complicată, H este asemănător cu H propus în teoriile laser dezvoltate în anii precedenți, deosebirea majoră constă în faptul că în acest caz ambele câmpuri sunt cuantificate, pe când până la momentul actual în lucrări de specialitate doar unul din câmpuri era cuantificat. În secțiunea a doua 3.2 se obține EM pentru câmpul laser, luându-se în considerare limitele înalte de cavitate în procesul de generare a doi fotoni. Soluția semiclassicală este cercetată în secțiunea 3.3. Utilizând metoda de decorelare semiclassicală a corelatorilor este cercetată ecuația de mișcare pentru diferența dintre numărul de fotoni din câmpul S și câmpul AS. Este obținut un parametru critic care exprimă conversia fotonilor de tip S în fotoni de tip AS. Sistemul cu două nivele trece într-un regim staționar de generare coerentă descris de stările coerente ale grupului de simetrie $SU(2)$. Pentru a confirma decuplarea lanțului de ecuații pentru corelatorii câmpului, în secțiunea 3.3 se propune soluționarea exactă a EM pentru cazul cuantic. Aici sunt cercetate fluctuațiile cuantice ale corelatorilor decuplați și este cercetată intensitatea câmpului bimodal. Funcția de corelare dintre perechile de fotoni de tip S și fotoni de tip AS este studiată în timp pentru diferiți parametri ai sistemului. Comportamentul coerent al perechilor de fotoni este descris de funcțiile de corelație, a căror fluctuații cuantice dau un răspuns calitativ la posibilitatea coerentizării bicuante a luminii la generarea perechilor de fotoni în modul AS. Comportamentul bimodal al emisiei coerente este reflectat pe deplin în studiul teoretic al acestor funcții de corelare dintre fotoni. Fluctuațiile cuantice ale bioperatorilor de creare și anihilare simultană a fotonilor din modurile S și AS denotă posibilitatea aplicării decorelărilor cvasiclasice când valoarea lor relativă este mult mai mică decât unu.

În **Capitolul IV** este îmbunătățită convergența părților drepte ale EM pentru procesele cooperative R și HR. Așa cum în capitolele precedente operăm cu ajutorul operatorilor care aparțin grupului de simetrie $SU(2)$, în acesta utilizăm operatorii ce fac parte din simetria $SU(1,1)$. Utilizând P-reprezentarea pentru algebra $su(1,1)$ a câmpului bibozonic, ecuația Fokker-Planck pentru laserul bifonic este obținută în două cazuri: mai sus de pragul de lucru și sub pragul de lucru al laserului.

Soluția acestei ecuații ne dă posibilitate de a soluționa problema privind comportamentul cuantic al câmpurilor bifotonice în procesul de generare, totodată descrie rata de generare a fotonilor în cavitate. Modelarea numerică a $P(\alpha, \beta)$ -reprezentării strict depinde de rata constantei de cuplare u_1 , de câmpul extern de cavitate și de pierderile din cavitate k .

Amplificarea cu două cuante este posibilă în atomii cu multe niveluri care deschid o nouă proprietate a laserilor cu doi fotoni-de a opera în diferite stări de polarizare. Se propune un model, în care bifotonii (perechile de fotoni) părăsesc zona activă a rezonatorului în cazul absorbției bifotonice. Aceasta poate fi experimental realizată cu ajutorul introducerii în rezonatorul ideal a fluxului de atomi, care pot absorbi în același timp perechile de fotoni. De asemenea, fixând un detector bifotonic în regiunea activă laser, putem organiza pierderile bifotonice din rezonator ca cvasiparticule. Astfel, originea procesului de amplificare cu doi fotoni poate fi înțeleasă dacă vom utiliza ca bază - starea de pompă pentru atomul cu trei niveluri. Totodată, este propusă o schemă experimentală utilizată anterior în micromaser, care permite determinarea numărului de atomi în starea excitată ori în starea de bază cu ajutorul metodei de ionizare. Prin urmare se propune o metodă de legătură dintre numărul de atomi ce au trecut în starea de bază la procesul induc-cooperativ de transformare a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS în cazul ER (urmând modelul micromaser) sau transformarea perechilor de fotoni în cazul EHR.

Acest număr de atomi poate fi determinat prin metoda ionizării stării de bază și a stării excitate propuse în experiment. Se introduce noțiunea de densitate liniară a atomilor ce părăsesc cavitatea în starea de bază. Cunoscând densitatea liniară din zona de ionizare putem determina rata de conversie din rezonatorul cu factorul de calitate înalt. Se demonstrează că rata de conversie a fotonilor din modul S în modul AS poate fi exprimată prin densitatea liniară a atomilor în starea de bază. Astfel, este posibil de a stabili numărul mediu al fotonilor generați în câmpurile AS și S. Este propusă o expresie de legătură dintre fluctuațiile numărului de atomi din starea de bază detectată la ionizare în timpul T și fluctuațiile bimodale ale câmpurilor, S și AS.

1. ABORDAREA CUANTICĂ A PROCESELOR RAMAN ȘI HYPER-RAMAN

La ora actuală, în optoelectronica modernă un tot mai mare interes prezintă aplicația luminii pentru prelucrarea și transmiterea informației. În această problemă se încadrează pe larg două aspecte de bază ce apar la interacțiunea luminii cu substanța: aspectul neliniar de interacțiune a mediului cu lumina și aspectul corpuscular ondulatoriu de interacțiune a luminii cu materia (atomi, molecule, solizi). În primele fenomene se schimbă neliniar intensitatea luminii ca funcție de intensitatea propriei surse sau a altor surse aplicate probei neliniare. Aici se are în vedere și generația noilor armonici sub acțiunea laserului incident. Astfel că și în electronica clasică are loc prelucrarea informației introduse în fluxul luminos cu ajutorul propriei surse sau a altor surse aplicate. În literatură deseori întâlnim noțiunea de element optic bistabil ori noțiunea de tranzistor optic folosit la prelucrarea informației optice în calculatorul optic, în telecomunicații prin fibra optică etc. O deosebită atenție se acordă generării sau amplificării pulsurilor luminoase la propagarea lor prin fibra optică sau prin ghidurile de unde planare. Aceste efecte au multe în comun cu efectele electronice neliniare folosite la prelucrarea informației electronice în dispozitivele radioelectronice și calculatoarele moderne. Deosebirea de bază constă în faptul că în locul fluxului electronic din diodele și tranzistoarele pe bază de semiconductor la generarea neliniară și interacțiunea neliniară se folosesc fluxurile fotonice.

Studierea mai detaliată a efectului Raman este focusată pe procesele de împrăștiere cooperative cu doi fotoni între două moduri de rezonator stimulată de un fascicul de atomi excitați. A fost demonstrat că aceste fenomene colective de împrăștiere între modurile Stokes (S) și anti-Stokes (AS) de rezonator au loc datorită transferului de energie dintre aceste câmpuri. Pe când efectul de împrăștiere hyper-Raman are loc prin intermediul procesului cu patru cuante.

1.1. Studiul științific realizat în cazul proceselor Raman și hyper-Raman

Împrăștierea Raman sau efectul Raman este un tip de împrăștiere neclasică a fotonilor. A fost descoperită de către Chandrasekhara Venkata Raman și Kariamanickam Srinivasa Krishnan în lichide [1] și de către Grigory Landsberg și Leonid Mandelstam în cristale [2]. În 1928, fizicianul indian C.V. Raman a publicat lucrarea sa “Difracția moleculară a luminii”, prima dintr-o serie de investigații realizate cu colaboratorii săi, care în cele din urmă au condus la descoperirea (la 28 februarie 1928) a efectului radiațiilor care poartă numele său. Efectul Raman a fost raportat pentru prima dată de către savantul C.V. Raman și, independent de Landsberg, tot în același an. Astfel încât savantului Raman, puțin mai târziu, în 1930, îi este conferit Premiul Nobel pentru cercetările sale axate pe lumina de împrăștiere. Pe parcursul evoluției în timp acest efect a atras atenția multor grupuri de savanți ca fiind unul dintre cele mai răspândite și, totodată, totalmente necunoscut efect. Prin urmare, în 1998, efectul Raman a fost desemnat, în semn de recunoaștere a importanței sale, drept instrument pentru analizarea compoziției de lichide, gaze și solide.

Proprietățile statistice ale fotonilor S și AS au fost descrise cu ajutorul funcțiilor de corelare dintre fotoni. Soluția numerică a acestei ecuații descrie transformarea statistică de n-fotoni de tip S în n-fotoni de tip AS. Procesele cooperative Raman în atomii cu trei niveluri de tip Λ , în care sunt emiși (sau absorbiți) fotonii de tip Stokes (sau anti-Stokes) prin interacțiunea cu un câmp extern de pompaj, au fost analizate în [3]. Studiile recente demonstrează tipurile de cavități cuantice electrodinamice focalizate pe dinamica cuantică a cuplajelor Raman variate în cavități ideale [4]. Actualmente, aplicațiile cavităților cuantice electrodinamice, cu un ansamblu de atomi de tip Λ , prezintă un interes considerabil. Combinarea interacțiunilor R sau duble R [5] în interiorul rezonatoarelor optice ne oferă mai multe posibilități de a genera lumina comprimată [6], stări inseparabile [7] și stări cu un număr fixat de fotoni de tip Fock [8], precum și pentru a realiza legătura dintre excitațiile atomice colective și unifotonice [9]. În [10] este analizată dinamica cuantică colectivă a fotonilor și atomilor conduse de tranzițiile R într-o cavitate cu factorul de calitate Q mic. Prezintă interes din punctul de vedere al fizicii examinarea efectelor cooperative dintre modurile S și AS în interiorul cavităților optice cu un factor de calitate al cavității Q destul de înalt [11, 12], în care timpul de viață al fotonilor predomină asupra timpului de viață al atomilor excitați în rezonanță bicuantică de tip R.

Odată cu dezvoltarea detectoarelor moderne de fotoni s-a ajuns la noțiunea de zgomot cuantic al luminii detectate [13-15]. Acest zgomot cuantic este legat de natura corpusculară a luminii și s-a observat că în dependență de natura sursei luminoase statistica fotonilor se schimbă la detector substanțial. Astfel, o lumină laser obișnuită se supune statisticii Poisson la detector. Această statistică este strâns legată cu starea coerentă a luminii laser. Sursele termale au o statistică binominală și la detector se comportă ca un flux de fotoni cu o statistică super-Poisson.

Problema privind fluctuațiile cuantice și generarea câmpurilor electromagnetice neclasice în procesele multifotonice a devenit în ultimii ani obiectul unui număr impunător de studii teoretice și experimentale. Tocmai de aceea se observă un mare interes față de aplicarea luminii cu o statistică specifică a fotonilor care este folosită în procesarea și comunicarea cuantică. De regulă, această proprietate este legată de procesele de generare care au loc în materia stimulată. Laserul cu doi fotoni este un nou oscilator cuantic cu multe proprietăți: comportament nelinier de frecvență înaltă, instabilitate de polarizare complexă, descompunere cuantică în lanț multiplu-degenerată începând din aceeași stare inițială, sursă posibilă de stări inseparabile. Astfel, odată cu dezvoltarea laserilor a apărut necesitatea obținerii surselor de lumină, care se deosebesc nu după frecvența emisă, ci și după statistica fotonilor emiși în procesul de relaxare a sistemului. Laserul de tip R este o sursă de lumină similară cu a unui laser obișnuit, dar cu un mediu bazat pe amplificator cu câștig R (de tip împrăștiere R stimulată). Principalul punct de atracție al acestui tip de dispozitiv este că, în esență, orice lungime de undă în laserul R poate fi realizată odată cu alegerea adecvată a pompajului de lungime de undă corespunzător, cu condiția că ambele lungimi de undă sunt în regiunea de transparență a materialului și cu o neliniaritate suficient de ridicată sau intensitate optică înaltă.

Astfel, laserul obișnuit emite fotoni coerenți conform statisticii Poisson. Apare o întrebare după ce statistică pot fi generați fotonii în laserul bifonic. Un asemenea generator de perechi de fotoni coerenți ar putea fi realizat față de o tranziție dipol-interzisă a atomilor, în care la emisia spontană deja sunt generate perechi de cuante. Acest model de laser a fost propus teoretic de Prokhorov, Sorokin și Braslau [16, 17]. Puțin mai târziu, în 1987, de către Brune a fost construit micromaserul cu doi fotoni [18, 19]. Gauthier a obținut experimental emisia laser [20] cu doi fotoni pe atomii de potasiu, în care starea de bază este despicată în câmpul magnetic, realizându-se astfel inversia dipol-interzisă. În [21] a fost studiat pe larg procesul R cu un foton în laserul cu vaporii atomilor de potasiu, iar în [22] și, puțin mai târziu, în [23] a fost observată împrăștierea R

multifotonică în atomii răciți de Rb în grupele de potențial 3D. În [24] și [25] de asemenea a fost studiat procesul parametric mixat multifotonic în laserul atomilor de potasiu.

În lucrarea de față, pentru a descrie și analiza ER și EHR se utilizează operatorii ce se supun grupurilor de simetrie $SU(1,1)$ și $SU(2)$. Pentru a introduce acești operatori mai întâi a fost selectat ca obiect de studiu și cercetare un domeniu destul de atractiv din punctul de vedere al fizicii, anume: generatorul cuantic la conversia fotonilor de energie mică în fotoni de energie mai înaltă în procesul R și HR de cavitate.

1.2. Fotonii Stokes și anti-Stokes în procesele de împrăștiere

Să presupunem că lumina laser vizibilă pătrunde printr-un cristal. Astfel, o parte a radiației va fi împrăștiată neelasic însă, cea mai mare parte a radiației împrăștiate va fi difuzată elastic (împrăștierea Rayleigh). Aceasta înseamnă că frecvența de lumina difuzată rămâne neschimbată (fără pierderi de energie în procesul de împrăștiere). O mică parte din radiație va fi împrăștiată neelasic, ce înseamnă că va exista o schimbare în frecvența fotonului împrăștiat față de cel incident. În acest caz, radiația interacționează cu energia de schimb a cristalului sau moleculei. Energia care se pierde de foton apare ca energie vibrațională a moleculei de hidrogen de exemplu. Spunem că un vibron (o particulă care reprezintă un mod de vibrație cuantificat a moleculei) a fost creat sau absorbit în acest proces. Dacă temperatura mediului este suficient de mare, vibronii excitați termic sunt deja prezenți și pot fi absorbiți. Conservarea energiei impune restricția, ca energia vibronului creat plus energia fotonului de împrăștiere să fie egală cu energia fotonului incident.

Când fotonul împrăștiat are o energie mai mică decât cea inițială, spunem că a avut loc procesul de împrăștiere Stokes. În cazul în care, energia fotonului împrăștiat este mai mare decât energia celui inițial spunem că a avut loc procesul de împrăștiere anti-Stokes. O diagramă arătând ambele procese, împreună cu împrăștierea Rayleigh este prezentată în Figura 1.1. Procesul de împrăștiere a fost cercetat încă din 1928 de către profesorul C.V. Raman. La mijlocul anilor 1990, a început să se dezvolte următoarea generație de instrumente mici. Astfel, folosind lasere și detectoare mai noi a început revoluția micro-Raman. Când radiațiile monocromatice sunt incidente pe o probă, atunci această lumină va interacționa cu proba într-un anumit mod.

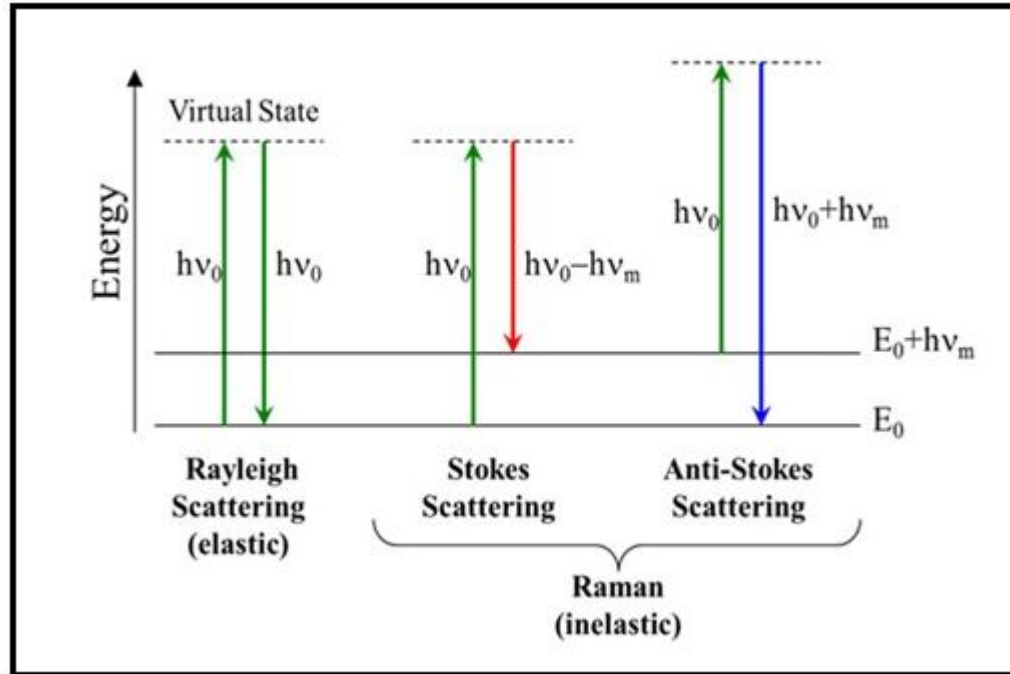


Fig.1.1. Diagrama de împrăștiere Rayleigh (elastică) și împrăștierea Raman neelastică.

Lumina poate fi reflectată, absorbită sau dispersată. Din radiația ce rezultă în urma împrăștierii au fost observate schimbări structurale și proprietăți magnetice cu modificarea conținutului. Spectroscopia Raman a devenit un important instrument de analiză și de cercetare în acest sens. Acesta poate fi folosită pentru aplicații pe o largă varietate de domenii, cum ar fi produse farmaceutice, laboratoare criminalistice, polimeri, filme subțiri, semiconductori și chiar de analiză a structurilor fullerenei și a nano-materialelor de carbon. Spectroscopia Raman este o tehnică a difuziei luminii, și poate fi gândită în forma ei cea mai simplă, ca pe un proces în care un foton de lumină interacționează cu o probă pentru a produce radiații împrăștiate cu lungimi de undă diferite. Spectroscopia Raman este o tehnică puternică care oferă informații utile despre tranzițiile de vibrație și de rotație ale moleculelor care pot fi utilizate pentru caracterizarea unor structuri moleculare, efecte cooperative, analiza chimică detaliată a solidelor, analiza lichidelor și gazelor. Această tehnică de măsurare rapidă și nedistructivă poate fi aplicată la o gamă largă de aplicații, inclusiv cercetarea fundamentală, controlul procesului de rutină și identificarea materialelor. Spectrometrele Raman care deja există sunt utilizate pe scară largă pentru măsurătorile Raman în laboratoarele de cercetare și parcurile industriale din întreaga lume.

Unele dintre metodele care au fost dezvoltate pentru producerea luminii lente în solide la temperatura camerei includ folosirea împrăștierii Raman stimulate în fibre optice, utilizarea

cristalelor fotonice, și rezonanța excitonilor. În acest sens [26], au apărut trei metode care implică substanțele solide la temperatura camerei, care sunt deosebit de bine adaptate pentru a fi utilizate în aplicațiile luminei lente [26].

Efectul HR este similar cu ER, dar implică un proces cu trei fotoni sau patru fotoni (proces bifotonic). Ea apare când doi fotoni incidenți sunt simultan absorbiți și un al treilea foton este emis cu frecvența celorlalți doi inițiali. În analogie cu ER, numim procesul hyper-Rayleigh împrăștierea în care energia fotonului emis este exact de două ori mai mare comparativ cu cele două energii originale. Aceasta corespunde cazului elastic. De asemenea, acest proces poate să apară, când cei doi fotoni interacționează cu o rețea cristalină creând un fonon (atunci o parte din energie aparține fononului) și al treilea foton are o energie un pic mai joasă decât cele două energii incidente. În așa fel, se numește procesul Stokes în cazul EHR. Pe de altă parte, atunci când fononul (sau poate fi fotonul) existent este absorbit, fotonul împrăștiat are o energie un pic mai ridicată decât cele două energii a radiației incidente se spune despre procesul AS la împrăștierea HR. O diagramă care prezintă aceste procese este dat în Figura 1.1. Pe când în spectroscopia HR de obicei, este folosit lumina laser ca sursă de excitație în regiunea infraroșie (IR, 1064 nm) și privim la (care este diapazonul stabilit al spectrometrului ținem cont de a fi în jurul valorii) frecvențelor apropiate de a doua armonică (semnalul hyper-Rayleigh este la 532 nm), care se dovedește a fi verde vizibil. Probabilitatea că doi fotoni sunt simultan absorbiți, este foarte scăzută, și aceasta se referă la semnale HR relativ slabe. În trecut acest lucru era deficiența majoră a tehnicii, atunci detectoarele cu canale multiple nu erau disponibile, deoarece timpul achizițiilor a trebuit să fie îndelungat, în prezent obținerea unui semnal bun la zgomot se realizează cu succes. Acum, acest lucru se dovedește a fi o caracteristică interesantă a spectroscopiei HR. Amplificarea bifotonică are loc în sistem prin intermediul procesului cu patru cuante ale efectului de împrăștiere HR așa că vom explica în secțiunea 1.5.

1.3. Împrăștierea Raman cooperativă pentru molecula de hidrogen

Problemele importante ale sistemelor cuantice deschise în multe cazuri, se reduc la cercetarea modelelor ce se soluționează exact sau se indică parametrul mic după care se descompune soluția. Astfel de sisteme joacă rolul important în înțelegerea fenomenelor cooperative din fizica cuantică și a sistemelor deschise, care duc la elaborarea unor metode noi de aproximare utilizate în

cercetare. În procesele cuantice se cunoaște că există interacțiuni mono- și multiquantice dintre diferite subsisteme de atomi, fotoni, etc. Pentru cazul interacțiunilor cu un singur foton o parte de probleme au fost soluționate cu succes în secolul trecut. Aici poate fi menționat: emisia maser, superradianța Dicke, emisia laser, etc. Scopul acestei teze este cercetarea fenomenelor neliniare când în sistemul de particule apar efecte de cooperare prin intermediul schimbului cu mai mulți fotoni cum ar fi împrăștierea Raman [5, 10] a sistemului de atomi, emisia bicuantică, împrăștierea HR [20]. În această ordine de idei prezintă interes deosebit cum se schimbă în special, dinamica sistemului fonic în cazul unor procese bicuantice sau de împrăștiere Raman. Deci, se propune studiul efectelor cooperative ce apar în sistemul de fotoni la interacțiunea de schimb bifotonică și de împrăștiere R dintre radiatori cu CEM de cavitate. Astfel de procese sunt posibile în cazul când emisia monofotonică a atomilor este dipol-interzisă și ca exemplu pot fi realizate experimental cu atomii de tip Rydberg, [18], sau la împrăștierea R pe stările vibraționale ale moleculelor (H_2 , O_2 , etc). Superradianța, la împrăștierea R are loc pentru un număr mare de molecule de H_2 ce interacționează prin intermediul efectului Raman sau a doi fotoni cu CEM de cavitate [27].

Pe când autorii [28], au raport observarea emisiei coerente de undă continuă AS în laserul Raman cu H_2 . Emisia AS este coliniară cu pompajul S și cu profilul gaussian spațial. Este prezentată o teorie la starea de echilibru care descrie cu exactitate comportamentul AS în funcție de puterea de ieșire S și abaterea de la rezonanță R. [28].

Spre exemplu în lucrarea [27] a fost observată împrăștierea Raman cooperativă a tranziției $Q_{01}(1)$ pentru molecula de hidrogen H_2 . Sa constatat că, în cazul excitării coerente a existat o întârziere între un puls de împrăștiere superradiante de tip Raman și maximumul pulsului de pompaj. Durata timpului de întârziere a fost invers proporțională cu presiunea gazului H_2 și densitatea de putere a radiației laser. Într-o mulțime de experimente, au fost observate pulsuri superadiante în radiația împrăștiată, ca funcție de densitatea moleculelor, temperatură, etc. O analiză a fost efectuată la influența interacțiunii parametrice cu patru unde pe parcursul procesului de împrăștiere cooperativă. Rezultatele experimentale au dovedit a fi într-un acord calitativ cu teoria [29]. Numeroase studii experimentale au fost efectuate, pe fenomenul de emisie cooperativă, precise încă de Dicke [29]. Sa demonstrat în fenomenul de tip similar ar trebui să apară, de asemenea, în împrăștierea luminii. Când lumina este împrăștiată, o corelare ar trebui să apară între molecule și acest lucru ar trebui să modifice drastic caracteristicile radiației împrăștiate de către moleculele de H_2 . În special, un puls de lumină difuzat de către moleculele corelate ar trebui să prezinte o

întârziere (t_0) în raport cu pulsul precedent excitat și structura formată dintr-o serie de penetrări scurte de durată $\tau_0 < t_0$. Primele observații a acestei împrăștieri Raman cooperative a fost raportată în [1]. Prezentăm rezultatele unui studiu experimental al acestui efect. Împrăștieria cooperativă are un număr de proprietăți speciale datorită prezenței câmpurilor de frecvență diferită care participă în procesul de difuzie. Spre exemplu, în experimentele descrise împrăștieria este simultană în două componente speciale: S și AS. Interacțiunea a patru unde dintre componentele de împrăștierie și a câmpului excitat au o influență considerabilă în procesul de difuzie. O analiză teoretică a acestei interacțiuni este dat în lucrarea [27, 28]. Împrăștieria cooperativă poate fi observată doar în cazul excitației coerente rapide a mediului: durata pulsului excitat t ar trebui să fie mai mică decât timpurile de relaxare T_2 și T_2^* , unde T_2 este timpul de relaxare datorită coliziunilor și T_2^* este datorită mișcării termice a moleculelor. Timpul de coerență a pulsului trebuie să fie suficient de lung. În aceste condiții polarizarea mediului la frecvența radiației de împrăștierie crește mai încet decât câmpul pulsului excitat și timpul necesar pentru a stabili o corelație dintre moleculele împrăștiate.

Avalanșa de fotoni a pulsului superradiant inițiază corelația dintre molecule, care se dezvoltă dacă creșterea oricărui mod în această avalanșă depășește suficient factorul de pierdere la frecvența radiației împrăștiate în acest mod pentru o stare superradiantă ca să apară într-un timp mai scurt decât timpul de relaxare, T , a nivelului de populare. Într-un mediu extins efectele de propagare sunt importante și procesul de împrăștierie este neomogen spațial. Radiația împrăștiată constă în acest caz dintr-o serie de pulsuri scurte separate de intervale comparabile cu durata lor. Condiția experimentală pentru observația împrăștierii Raman cooperative ar trebui să fie astfel încât durata caracteristică în cazul unui puls al radiației împrăștiate τ_0 este mai mic sau comparabil cu timpul polarizării de relaxare T_2 .

O componentă convinabilă pentru investigațiile împrăștierii Raman cooperative pot fi moleculele de H_2 cu timpurile de relaxare T_1 și T_2 destul de mari. În cazul împrăștierii Raman cooperative timpul T_1 este dirijat de relaxarea vibrațională și de valoarea sa care este 10^{-3} s*atm (toate timpurile de relaxare sunt date pentru temperatura camerei). Pe când valoarea timpului de relaxare T_2 pentru tranziția vibrațională-rotativă $Q_{01}(1)$ în molecula de hidrogen H_2 reprezintă 7.5×10^{-9} s*atm. Timpul de relaxare la translație al polarizării pentru aceeași tranziție în hidrogen la o presiune scăzută este $T_2^* = 2(|k - k_s| \bar{v})^{-1} = 5 \times 10^{-10}$ s, unde $k = 2\pi / \lambda$, $k_s = 2\pi / \lambda_s$; λ și λ_s sunt lungimile de undă a radiației excitate și împrăștiate. Când densitatea gazului este mărită, traectoria

medie a moleculelor devine mai joasă decât $(|k - k_s|)^{-1}$, în așa fel lățimea liniei de împrăștiere R spontană descrește (are loc efectul Dicke). Pe când lățimea liniei de împrăștiere R la presiunea de $p=2$ atm corespunde unui timp de relaxare de 2×10^{-9} s. De asemenea sunt estimate timpurile $\tau_0 \approx 1.5 \text{ ns} < T_2$, T_2^* și $t_0 \approx 7.5 \text{ ns} < T_1$, precum și densitatea de putere necesară pentru a observa împrăștierea R cooperativă în laserul de rubin, datorită tranziției $Q_{01}(1)$ în molecula de hidrogen H_2 . Când radiația difuzată este înregistrată în direcția de propagare a câmpului excitat, în acest caz spectrul constă doar dintr-o singură componentă S. Împrăștierea Raman cooperativă în molecula de H_2 poate fi observată dacă pulsurile excitate au timpul de întârziere $t_1 \approx 10^{-9}$ s, cu durata $10^{-8} - 10^{-7}$ s, și densitatea de putere $10^9 - 10^{10} \text{ W/cm}^2$.

Relația dintre aspectele pulsurilor excitate și cele împrăștiate a fost determinată prin măsurători simultane în două canale. Un canal (osciloscopul) a primit un puls de radiație împrăștiată la o frecvență S sau AS ($\lambda_a = 538.8 \text{ nm}$), iar celălalt canal a primit un puls a radiației laser incidente sau transmise (prin celula cu H_2). Radiația laser a fost liniar polarizată. Spectrul radiației împrăștiate era compus din componentele S și AS, pentru tranziția $Q_{01}(1)$. De menționat că în acest experiment, lumina împrăștiată S și AS a avut aceeași polarizare liniară ca și câmpul excitat.

Împrăștierea coerentă AS este un proces bine cunoscut de împrăștiere R care apare atunci când câmpurile S, AS și de pompaj sunt în aceeași fază [30]. Folosind abordarea teoriei cuantice a câmpului în care se consideră drept sursă de zgomot Langevin, se poate calcula dependența zgomotului la conversia fotonilor S în fotoni AS în procesul de împrăștiere a coerenței AS ca funcție de diferența de fază dintre câmpuri. Valoarea minimă a zgomotului obținută din condițiile diferenței de fază necesare pentru împrăștierea coerenței AS, este de aproximativ 3 dB, cu o mică corecție care depinde de frecvența câmpului de pompaj, deplasarea S, indicele de refracție și susceptibilitatea neliniară. S-a determinat statistica fotonilor în procesul de împrăștiere a coerenței AS și s-a arătat că distribuția numărului de fotoni nu este de tip Gaussian [30]. Aceste observații ar putea fi semnificative pentru aplicațiile urmărite în prezent de împrăștierea coerenței AS, inclusiv în conversia fotonilor utilizați pentru transmiterea datelor, detectarea spectroscopică și de specii biochimice diluate.

Împrăștierea R coerentă AS este un proces neliniar optic în care energia este transferată parametric între câmpurile S și AS cu aceeași fază prin interacțiunea cu modurile vibraționale ale materialului în prezența unui câmp puternic de pompaj. De la descoperirea din primele zile ale

cercetării optice neliniare, s-au găsit numeroase aplicații în spectroscopie și identificarea substanțelor și continuă ca un domeniu activ de cercetare aplicată [31]. A fost arătată prezența împrăștierii R coerentă AS în siliciu și s-a propus ca mijloc de conversie a lungimilor de undă de importanță tehnologică cuprinse între lungimele de undă 1300 nm și 1550 nm. Un subiect important care a fost discutat este zgomotul fundamental în procesul de împrăștire R coerentă de tip AS. Prima anchetă de abordare a problemei zgomotului în împrăștirea R coerentă AS a fost realizată de Perina și alții [32], inclusiv și alte cercetări realizate de Voss și colaboratorii săi [33]. Scully [34] a abordat, de asemenea, această problemă, în contextul unei tehnici spectroscopice ultra-rapide pe care a propus-o pentru detectarea sporilor bacterieni rarefiți. În referințele [32-35], au fost arătate statisticile fotonilor în procesul de împrăștire R coerentă AS, dar acestea sunt calculate în o abordare temporală. Voss a utilizat ecuațiile de propagare spațială pentru câmpurile optice și a calculat valoarea zgomotului pentru amplificarea R și împrăștirea R coerentă de tip AS [35], dar nu a studiat statistica fotonilor. În această lucrare, s-a formulat problema folosind ecuațiile de propagare spațială și s-a obținut atât factorul de zgomot cât și, pentru prima dată, statisticile fotonilor folosind o astfel de abordare. Chiar dacă abordarea temporală este necesară pentru studierea dinamicii cavităților, modelul spațial este mai potrivit pentru tratarea propagării undelor în care efectele ghidului de undă și dispersie de la material, precum și deplasarea de fază sunt incluse în mod explicit. S-au obținut ecuațiile de propagare pentru modurile S și AS altfel decât în modul folosit în [32-35]. S-a demonstrat că factorul de zgomot minim obținut pentru un defazaj perfect, este aproape de 3 dB, dar deviază de la această valoare cu un factor care depinde de contribuția atât a dispersiei liniare și neliniare, precum și frecvența câmpului de pompaj și deplasarea S.

Abordarea împrăștierii R coerentă de tip AS este făcută cu ajutorul ecuațiilor clasice de mișcare și convertirea lor în ecuații de propagare pentru operatorii cuantici de câmp în cazul modurilor S și AS. Folosind aceste ecuații, se obțin sursele de zgomot pentru câmpurile S și AS prin impunerea cerinței ca comutatorii operatorilor de câmp să fie conservați. Pe parcursul lucrării se consideră că este un mediu ideal care nu are pierderi optice sau care ar permite alte procese optice neliniare. Pierderile optice (liniare sau neliniare) pot fi incluse numeric cu ușurință, dar nu sunt discutate aici, deoarece acestea nu sunt importante pentru procesul de împrăștire R coerentă de tip AS. A fost calculată, de asemenea, distribuția numărului de fotoni S (AS) la ieșire atunci când câmpul de intrare S (AS) este o stare coerentă. Propagarea operatorilor câmpului S și AS notați prin $\hat{a}_s, \hat{a}_{as}^+$ și care conțin inclusiv efectul de zgomot în exces (folosind operatorii de zgomot

$\hat{N}(x)$, $\hat{N}^+(x)$ Langevin) sunt descrise de ecuațiile care urmează în continuare. Pentru a efectua calculul presupunem relațiile de intrare-ieșire luate "împreună":

$$\hat{a}_s(x) = A\hat{a}_s(0) + B\hat{a}_{as}^+(0) + N_s\hat{N}^+$$

$$\hat{a}_{as}^+(x) = D\hat{a}_s(0) + C\hat{a}_{as}^+(0) + N_{AS}\hat{N}^+,$$

Cu comutatorul $[\hat{N}, \hat{N}^+] = 1$. Mărimea $|N_s|^2$ este egală cu mărimea totală $N_{s,TOT}$ analizată în lucrare și $|N_{AS}|^2$ este egală cu mărimea totală $N_{AS,TOT}$, [30]. Mărimile A, B, C, D sunt aceleași mărimi care sunt date pe parcursul lucrării [30]. Soluțiile generale a ambelor ecuații sunt:

$$\hat{a}_s(x) = A(x)\hat{a}_s(0) + B(x)\hat{a}_{as}^+(0) + \int_0^x dx' N_s(x-x')\hat{N}^+(x')$$

$$\hat{a}_{as}^+(x) = C(x)\hat{a}_{as}^+(0) + D\hat{a}_s(0) + \int_0^x dx' N_{AS}(x-x')\hat{N}^+(x').$$

Există două contribuții distincte la zgomotul din semnalul de ieșire: (1) zgomotul provenit din fluctuațiile punctului zero a intrărilor și (2) zgomotul provenit de la cuplarea modurilor S și AS cu vibrațiile amortizate ale materialului. S-a calculat, de asemenea, distribuția completă a probabilității fotonilor ca funcție de lungimea de undă la ieșire, și s-a arătat că cozile sale se abat semnificativ față de cele ale distribuției Gauss. Aceste constatări pot fi importante pentru determinarea ratei minime de eroare în biți la transferul de date de tip împrăștiere R coerentă AS, precum și limita spectroscopiei pentru împrăștierea R coerentă AS.

În acest experiment se observă un consum a intensității de pompaj în procesul R. Deci numărul de fotoni din modul S depinde de numărul de fotoni din câmpul de pompaj. Ar fi destul de atractiv din punct de vedere al opticii cuantice să fie stabilită o corelație dintre fotonii câmpului de pompaj și fotonii împrăștiați. În regim laser când inversia atomilor rămâne constantă, teza actuală propune astfel de corelații superradiante la conversia fotonilor din modul de pompaj în modul S.

1.4. Împrăștierea luminii superradiante din condensatul Bose Einstein captat

Ozgun și You propun o formulare alternativă pentru dinamica atomică din partea dispersiei luminii superradiante a atomilor captați [36]. O analiză detaliată a fost prezentată a împrăștierii luminii superradiante pentru gazul Bose captat [37]. Expunerea unui condensat alungit la un singur fascicul laser a dus la observarea împrăștierii foarte direcționate de lumină și atomi. Această difuzie a luminii colectivă este cauzată de coerentizarea mișcării centrului de masă al atomilor din condensat

[37]. A fost găsit că intensitatea luminii împrăștiată poate prezenta atât comportamentul oscilatoriu cât și creșterea exponențială în funcție de densitatea, caracteristicile pulsului de pompaj, temperatura, și forma geometrică a probei gazului captat [36]. Rata totală de împrăștiere a fotonilor, precum și amplificarea undei de însoțire depinde în mod explicit de fluctuațiile numărului de atomi în condensat. În Figura 1.2 este prezentată geometria de împrăștiere a atomilor captați. Câmpul incident de pompaj începe de-a lungul axei scurte a capturii, în timp ce geometria favorizează emisiile de-a lungul axei lungi a capturii. Conservarea momentului de absorbție și emisie ulterioare a fotonilor rezultată în reculul atomilor captați într-un pachet de undă parametrizat q .

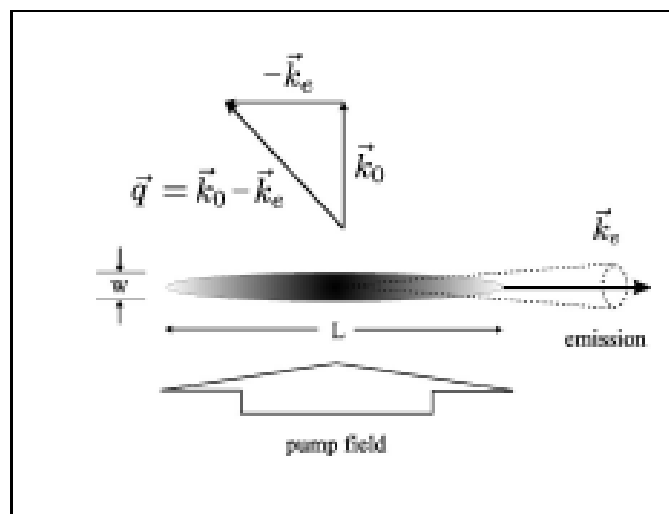


Fig. 1.2. Geometria de împrăștiere a atomilor captați. Elipsoidul reprezintă norul atomică cu dimensiunile L și W .

În lucrarea [38], sau discutat mai multe aspecte ale împrăștierii superradiante secvențiale a condensatului Bose-Einstein atomic. Cercetarea a fost bazată pe descrierea semiclassicală a procesului în ceea ce privește ecuațiile cuplate Maxwell-Schrödinger pentru undă și câmpurile optice. Mai întâi, a fost investigată împrăștierea secvențială în regimul Bragg. Au fost identificate mecanismele esențiale pentru înțelegerea comportamentului acestui sistem în acest regim. Primul element este dat de barierele tunelării efective între părțile atomice din modurile câmpului. Pe de altă parte, există "autoadaptarea" împrăștierii Bragg prin care sistemul poate fi adaptat la spectrul de frecvență a radiației împrăștiată, astfel încât tranzițiile dintre părțile atomice a modurilor rămân în rezonanță [38]. Formularea [38], permite interpretarea naturală și transparentă a caracteristicilor rafinate în

datele experimentale, și oferă simulări numerice într-o concordanță bună cu majoritatea aspectelor importante din observările experimentale.

Această lucrare propune o identificare alternativă de captare a părților secundare atomice captate pentru împrăștierea luminii dintr-o excitare a unei plane, tot aici este dată o interpretare detaliată a împrăștierei luminii superradiante, care nu este în rezonanță. Aceasta constituie un exemplu de utilizare a luminii împrăștiată ca instrument pentru a sonda proprietățile spectroscopice a unui gaz captat cuantic degenerat. Investigațiile autorilor arată că statisticile cuantice ale condensatului poate avea un efect drastic asupra proprietăților fotonilor împrăștiați. Acest formalism favorizează succesul obținut în cazul stărilor multimodale ale atomilor, pentru a oferi o interpretare clară a celor mai importante aspecte din experimentele observate. O abordare similară poate fi de asemenea utilizată pentru a clarifica imaginea fizică a experimentelor efectuate în spectroscopia Bragg a condensatului Bose Einstein captat [38].

Hamiltonianul sistemului care descrie procesul de interacțiune constă din patru părți

$$\hat{H}_T = \hat{H}_0 + \hat{H}_R + \hat{H}_S + \hat{H}_{AS}. \quad (1.1)$$

Partea liberă a H este

$$\hat{H}_0 = \sum_n E_n c_n^+ c_n + \int d\vec{k} \omega_k \hat{b}_k^+ \hat{b}_k, \quad (1.2)$$

descrișă de operatorii atomici de creare și de anihilare c_n^+ și c_n , și se supun algebrei bosonice $[c_n, c_m^+] = \delta_{nm}$ și $[c_n, c_m] = 0$. Operatorul \hat{b}_k^+ (\hat{b}_k) de creare (de anihilare) a unui foton cu vectorul de undă \vec{k} și energia $\omega_k = ck - \omega_0$, (la rotație cu frecvența ω_0). Pe când celelate părți din H sunt partea care descrie ER și desigur de procesele S și AS

$$\begin{aligned} \hat{H}_R &= \sum_n \int d\vec{k} g^*(\vec{k}, t) \eta_{n,n}(\vec{k} - \vec{k}_0) c_n^+ b_k^+ c_n + H.c., \\ \hat{H}_{AS} &= \sum_n \sum_{m \in (E_m > E_n)} \int d\vec{k} g^*(\vec{k}, t) \eta_{n,m}(\vec{k} - \vec{k}_0) c_n^+ b_k^+ c_m + H.c., \\ \hat{H}_S &= \sum_n \sum_{m \in (E_m < E_n)} \int d\vec{k} g^*(\vec{k}, t) \eta_{n,m}(\vec{k} - \vec{k}_0) c_n^+ b_k^+ c_m + H.c. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Figura 1.3 este o ilustrație demonstrativă a caracteristicilor efectelor de absorbție și de emisie pentru procesele Rayleigh, Raman Stokes, și anti-Stokes. Energia atomică este $E_n = E_0 + \omega_n$, formată din părțile energiei stării de bază electronice $E_0=0$ și energia de mișcare a centrului de masă $\omega_n = \vec{\omega}_t \cdot \vec{n}$ cu frecvența $\vec{\omega}_t = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ pentru o captare trei-dimensională a atomului. Factorul

$\eta_{n,m}(\vec{K}) = \langle n | \exp(-i \vec{K} \vec{r}) | m \rangle$ reprezintă starea de mișcare a momentului dipolului de tranziție a centrului de masă, și este analogic cu factorului Franck-Gordon într-o tranziție moleculară diatomică. Este pur și simplu elementul de matrice al operatorului de deplasare $D(\vec{r}) = \exp(-i \vec{K} \vec{r})$ în baza numărului și depinde de momentul total de recul din ciclul de împrăștiere care implică absorbția unui foton de pompaj, urmată de emisie. În cadrul mișcării stărilor de bază, acționează ca o matrice de difracție, deoarece schimbul câmpurilor atomice are loc în spațiul momentului.

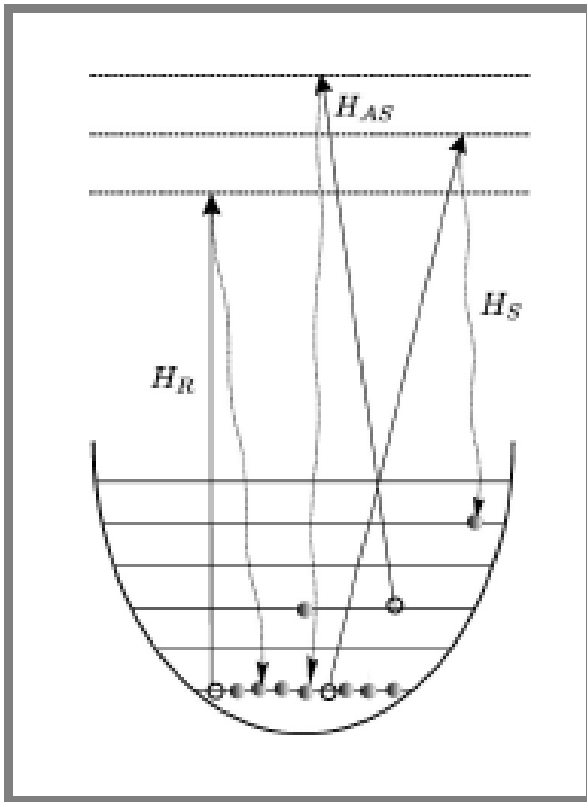


Fig. 1.3. Diagrama Rayleigh, de împrăștiere Raman dintre stările dinamice Stokes și anti-Stokes captate în atomi. Liniile solide denotă fotonii de pompaj în timp ce liniile punctate sunt curbe pentru fotonii de împrăștiere. Puncte solide denotă prezența atomului, și puncte tubulare denotă lipsa atomilor din cauza difuziei anumitor stări dinamice.

Acest lucru duce la trei tipuri de împrăștiere cum este prezentat în Figura 1.3: (1) împrăștierea Rayleigh elastică descrisă de corespunde cazului în cadrul aceleiași stări dinamice a atomului; (2) împrăștierea Stokes și (3) împrăștierea Raman anti-Stokes ce corespunde împrăștierii stărilor dinamice de energie mai înaltă (sau mai joasă). De accentuat că termenii Stokes și anti-Stokes aici corespund la aceeași stare electronică finală dar cu starea dinamică finală cu energia mai mare sau mai mică. Putem de asemenea, să o numim împrăștierea Rayleigh neelastică.

Pentru a examina diverse procese dinamice concurente în dispersia luminii, descrise de ecuațiile 1.1-1.3 am separat termenul de cuplare, în funcție de energiile celor două stări dinamice (inițială și finală). Atunci când gazul este la o temperatură suficient de scăzută, doar stările dinamice atomice

cele mai joase sunt dens ocupate și prin urmare câmpurile atomice a lor pot fi aproximate cu variabilele clasice, în timp ce stările dinamice superioare sunt slab populate și este necesar să fie tratate din punct de vedere al mecanicii cuantice. Într-o perioadă scurtă de timp, poate fi făcut o aproximare implicând continuarea populării în stările dinamice mai joase, asemănătoare cu aproximarea pompajului parametric în cuplarea multimodă a opticii neliniare. Putem considera apoi o singură stare (m) de mișcare și o singură undă a câmpului de împrăștiere rezonant cu vectorul de undă $\vec{k} = \vec{k}_1$ ($|\vec{k}_1| = k_0$), ca să preia toți atomii N_0 care au fost inițial condensați în starea $n=(0,0,0)$.

Apoi putem aproxima operatorii atomici cu numărul de atomi, astfel încât (1.1-1.3) vor fi simplificate

$$\begin{aligned}
\hat{H}_T &= \hat{H}_0 + \hat{H}_R + \hat{H}_S + \hat{H}_{AS}, \\
\hat{H}_0 &= E_m c_m^+ c_m + \omega_1 \hat{b}_{k_1}^+ \hat{b}_{k_1}, \\
\hat{H}_R &= g^*(\vec{k}_1, t) \eta_{0,0} (\vec{k}_1 - \vec{k}_0) N_0 + O(c_m^+ c_m b_{k_1}) + H.c., \\
\hat{H}_{AS} &= g^*(\vec{k}_1, t) \eta_{0,m} (\vec{k}_1 - \vec{k}_0) \sqrt{N_0} b_{k_1}^+ c_m + H.c., \\
\hat{H}_S &= g^*(\vec{k}_1, t) \eta_{m,0} (\vec{k}_1 - \vec{k}_0) \sqrt{N_0} c_m^+ b_{k_1} + H.c.
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Deoarece (1.4) conține operatori bibozonici apare ideea de a introduce operatorii grupului SU(1,1) și SU(2) pentru a descrie mult mai explicit generarea de perechi de particule sub acțiunea câmpului de pompaj. În acest caz este vorba de generarea unui atom în afara condensatului și a unui foton S. De asemenea pot avea loc procese de anihilare a unui atom din afara condensatului și crearea altui atom în condensat cu generarea fotonului AS.

Ecuțiile Heisenberg pentru acești operatori pot fi derivate. Dinamica acestora este exprimată mai transparent în ceea ce privește operatorii de populație $I_{\pm} = B_{\pm}^+ B_{\pm}$, $N_{\varepsilon} = a_{\varepsilon}^+ a_{\varepsilon}$, și operatorii coerenți $R_{\varepsilon\varepsilon} = a_{\varepsilon}^+ a_{\varepsilon}$. Relațiile pentru acești operatori sunt

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} I_{\pm} &= igR_{0\pm} B_{\pm} + igR_{\pm 2} B_{\pm} + H.c., \\
\frac{d}{dt} N_0 &= -igR_{0-} B_{+} - igR_{0+} B_{-} + H.c., \\
\frac{d}{dt} N_{\pm} &= igR_{0\pm} B_{\mp} - igR_{\pm 2} B_{\pm} + H.c., \\
\frac{d}{dt} N_2 &= igR_{+2} B_{+} + igR_{-2} B_{-} + H.c.
\end{aligned} \tag{1.5}$$

În obținerea acestora și a ecuațiilor care urmează autorii s-au folosit consecvent de ordonarea unui operator cu operatorii atomici întotdeauna în partea stângă și a tuturor operatorilor fotonici [38]. O analiză detaliată a ecuațiilor (1.5) arată că următoarele două legi de conservare sunt evidente:

$$N_0(t) + N_-(t) + N_+(t) + N_2(t) = C_1,$$

$$N_0(t) - N_2(t) + I_+(t) + I_-(t) = C_2,$$

constantele C_j sunt determinate din condițiile inițiale. De fapt, a doua lege de conservare imediat presupune posibilitatea de superradianță secvențială. La începutul procesului de pompaj aplicat atunci când epuizarea condensatului este mică, intensitatea luminii împrăștiată rămâne scăzută, deși treptat este în creștere. În cele din urmă, descreșterea rapidă a populării condensatului ($N_0 \rightarrow N_{\pm}$) stabilește că intensitatea totală a luminii începe să crească brusc. Pierderile de împrăștiere și absorbția provocă ca intensitatea luminii apoi să descrească și în final să dispară (când N_0 devine zero) în același timp N_2 rămâne mic. Dinamica până la acest moment este într-adevăr echivalentă cu cea a unui sistem fără prezența termenului N_2 , și este pur și simplu un proces de amplificare parametric. Pe de altă parte, pentru pulsuri lungi cu o intensitate suficientă, de acum popularea N_{\pm} nodurilor începe cu o populare dinamică a nodului N_2 , în așa fel permite o revigorare a intensității luminii împrăștiate. În cele ce urmează, va fi prezentată dinamica de populare. Însă în loc de a rezolva setul complet (1.5) de ecuații, se presupune distribuția egală a populării între nodurile simetrice [38], adică nodurile rețelei vor fi tratate ca fiind echivalente. Apoi ținem cont de următoarele notații $I = I_+ + I_-$ și $N_1 = N_+ + N_-$. Aceste notații permit luarea în considerare a unui set eficient de ecuații cu operatorul B care acum denotă oricare dintre B_{\pm} .

$$\frac{d}{dt} I = igR_{01}B + igR_{12}B + H.c.,$$

$$\frac{d}{dt} N_0 = -igR_{01}B + H.c.,$$

$$\frac{d}{dt} N_1 = igR_{01}B - igR_{12}B + H.c.,$$

$$\frac{d}{dt} N_2 = igR_{12}B + H.c.$$

(1.6)

Se aplică aceleași legi de conservare $N_0 + N_1 + N_2 = C_1$, și $N_0 - N_2 + I = C_2$. Se poate de eliminat operatorul câmpului de împrăștiere B din dinamica de populare a ecuațiilor (1.6) prin utilizarea tehnicii standarte de substituie în soluția formală pentru $\hat{b}_k(t)$. În așa fel poate fi obținut un set de

ecuații închise de tip Markovian, ceea ce-ar permite simularea numerică directă în ceea ce privește variabilele medii.

În această ordine de idei, operatorii bibozonici care sunt prezenți în (1.4) îi aproximăm $\hat{J} \approx b_{k_1}^+ c_m$ pentru simetria SU(1,1) și $\hat{I}^+ \approx b_{k_1}^+ c_m^+$ pentru simetria SU(2). Această idee a putut fi realizată doar în cavitate deoarece în spațiu liber dispersia după energie a atomilor și fotonilor este destul de mare. După cum rezultă din descrierea de mai sus autorii caută anumite legi de conservare care ar simplifica drastic sistemul de ecuații propus pentru descrierea superradianței la împrăștiere. După părerea noastră aceste legi de conservare pot apărea în urma studiului simetriei interioare a sistemului de ecuații utilizând algebra Lie și în particular utilizând simetria operatorilor bibozonici, SU(2) și SU(1,1), în teza de față au fost stabilite două legi de conservare pentru vectorul Casimir și pentru numărul total de fotoni din câmpul de pompaj și cel împrăștiat. Această tehnică simplifică sistemele de ecuații cinetice și analiza rezultatelor.

Condensatul Bose Einstein de ^{87}Rb se produce la evaporarea atomilor răciți într-o capcană magnetică a configurației cuadripolare specifice. Atomii sunt încărcăți în captarea magnetică dintr-o captare magneto-optică într-o regiune cu vid ultra-înaltă [39]. Pentru a încărcă acestă, se generează un fascicul rece de atomi, folosind o altă formă de captare magneto-optică în partea a doua a camerei vidate; pentru a asigura un fascicul intens de atomi, această parte a camerei este deținută prin pompă diferențială la o presiune a vaporilor mai mare decât cea a ^{87}Rb . În teza efectuată de Hilliard se descrie construcția unei mașini pentru a genera condensatul Bose Einstein în ^{87}Rb și experimentele efectuate cu acest aparat pe superradianța de împrăștiere Rayleigh [39].

Tot aici se accentuează că pe termen lung, ca obiectiv de a demonstra o durată lungă a memorie cuantice pentru lumină într-un condensat Bose Einstein. Alte experimente, într-un mod similar, se referă la demonstrarea de comprimarea în condensatul Bose Einstein. În plus, ar fi interesant de a combina interacțiunile care utilizează gradele de libertate atât interne cât și externe; de exemplu superradianța R unde se extinde comprimarea a două moduri pentru a utiliza diferite niveluri interne [39]. În cele din urmă, ar putea fi, de asemenea, interesant pentru a studia dinamica superradiantă cu atomii stocați într-o rețea optică compactă, astfel are loc stoparea gradelor externe de libertate.

Problema micșorării numărului de grade de libertate este propusă și în teza data introducând în loc de operatorii bimodali operatorii grupurilor SU(2) și SU(1,1). Astfel obținem o corelație mai evidentă dintre fotonii Stokes și anti-Stokes sau cei de pompaj și Stokes.

1.5. Modelul Gauthier de descriere a laserului bifotonic

În teoria modernă a laserului cu doi fotoni se propun mai multe scheme de tranziție între nivelurile energetice de aceeași paritate. După structura de aranjare a stărilor energetice putem distinge două tipuri de tranziții bicuantice. Prima corespunde sistemului Lambda, în care nivelurile energetice virtuale sunt aranjate mai sus decât nivelurile de lucru ale laserului. Bineînțeles, ar fi bine ca aceste niveluri energetice să fie de paritate opusă față de nivelurile de lucru. În al doilea tip de tranziții bicuantice nivelurile energetice sunt aranjate mai jos decât nivelurile de lucru ale laserului. Gauthier a obținut experimental emisia laser cu doi fotoni pe atomii de potasiu, în care starea de bază este despicată în câmpul magnetic, realizându-se astfel inversia dipol-interzisă [40]. Din exterior se acționează cu o sursă asupra atomilor excitați aflați în sistemul dat; s-a obținut că din starea excitată în starea de bază trec fotonii, dar la această trecere deja se vor reflecta doi fotoni Figura 1.4(A).

Realizarea experimentală a laserului bifotonic a fost propusă pentru prima dată în [40], fiind format din atomi de ^{39}K de spin-polarizați și atomii care se deplasează în laser, plasați într-un rezonator optic și care produc un fascicul cu o putere de ~ 0.2 Watt la o lungime de undă de 770 nm. Schema de lucru a acestui laser R este prezentată în Figura 1.4(A), unde doi fotoni de frecvență din laserul de pompaj sunt absorbiți și alții doi de frecvență sunt emiși. Au fost observate instabilități complexe dinamice ale stării de polarizare a laserului bifotonic, care au făcut posibile degenerarea niveluri Zeeman atomice. În [41] a fost demonstrată amplificarea bifotonică în laserul atomilor de potasiu utilizând geometria ortogonală indicată în [20] Figura 1.4(A). În acest caz, amplificarea laser în vaporii atomilor de potasiu are loc când frecvența laser este tunelată în vecinătatea tranziției $4S_{1/2} \rightarrow 4P_{1/2}$. Este demonstrat că amplificarea bifotonică are loc în sistem prin intermediul procesului cu patru cuante ale efectului de împrăștiere HR. În acest proces câmpul intens de pompare și câmpul de probă stimulează atomul pentru efectuarea tranziției din starea inițială $|g\rangle$ în starea finală $|e\rangle$ absorbind doi fotoni din câmpul de pompare (ω_d) și emanând doi fotoni noi în câmpul de probă cu frecvența ω , prin intermediul stărilor virtuale. Legea conservării energiilor impune restricția $\omega = \omega_d + \Delta_{gi} / 2$, unde Δ_{gi} este diferența de energie dintre stările de bază $|g\rangle$ și cea excitată $|e\rangle$. În experiment stările $|g\rangle$ și $|e\rangle$ corespund următoarelor stări hiperfine $4S_{1/2}(F=1)$ și

$4S_{1/2}(F=2)$ ale atomului de ^{39}K , unde respective, $\Delta_{gi}/2\pi = 462\text{MHz}$. Pentru a descrie aceste procese, vom prezenta schema laserului cu doi fotoni în Figura 1.4(A).

Interacțiunile sunt mult mai complicate, deoarece subnivelurile magnetice ale stărilor hiperfine de potasiu sunt luate în considerare pentru astfel de geometrie în ordinul cel mai de jos al teoriei perturbațiilor. Amplificarea câmpului laser are loc atunci când doi fotoni circular polarizați ai câmpului polarizat sunt anihilați și doi fotoni liniar polarizați ai câmpului de probă sunt creați la tranziția din starea $|g22\rangle$ în $|g20\rangle$ a subnivelurilor Zeeman. Stările atomice sunt notate astfel: $\alpha F_{\alpha} M_{\alpha}$, unde $\alpha = g$ pentru $4^2S_{1/2}$ $\alpha = e$ și pentru $4^2P_{1/2}$; F și M sunt numerele cuantice pentru momentul unghiular total și, respective, proiecția sa de-a lungul axei z . Inversia necesară dintre stările $|g22\rangle$ și $|g20\rangle$ este menținută utilizând auxiliar câmpurile de pompaj ce transferă continuu numărul de populare de pe toate stările hiperfine în starea $|g22\rangle$ Figura 1.4(A). În caz general avem două stări -- de bază și excitată. Oglinzile ce sunt situate lateral Figura 1.4(B) vor acționa la reflexie. Generarea bifonică de undă continuă în laserul pe bază de atomi de potasiu a fost pentru prima dată observată de către Gauthier care au combinat aparatul experimental din măsurările amplificării cu rezonatorul optic cel mai de jos [45]. Ei au utilizat cavitatea liniară care conține două oglinzi cu

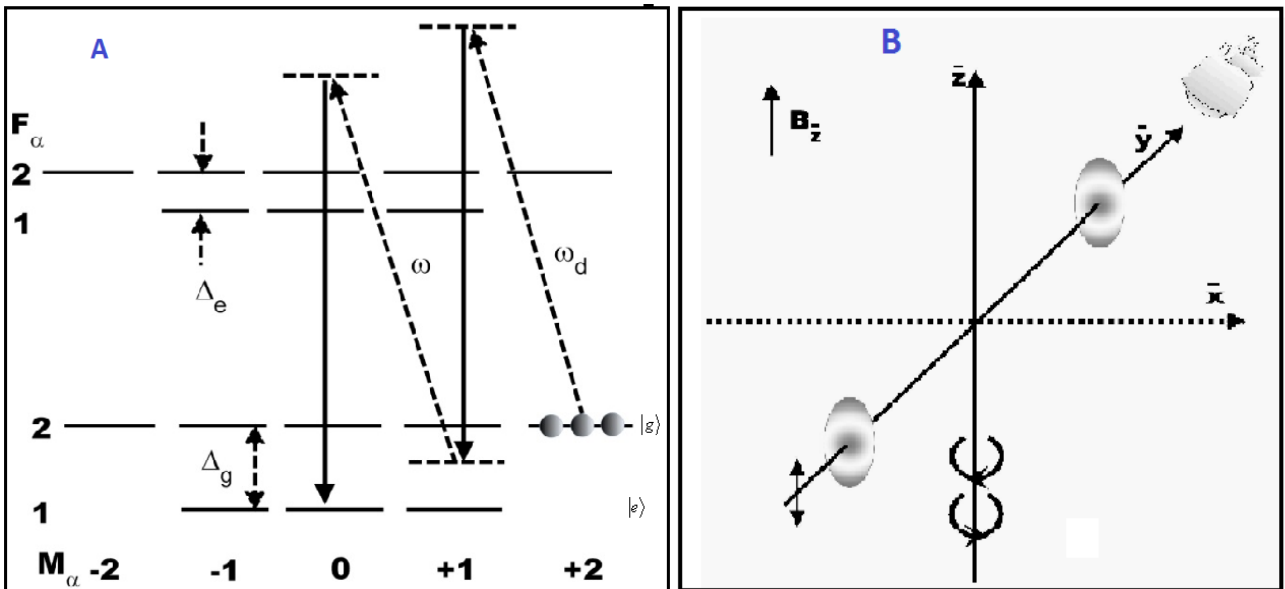


Fig.1.4(A, B). Diagrama ce reprezintă procesul de împrăștiere HR cu patru fotoni. (A), [20].

Diagrama HR în care oglinzile situate lateral vor acționa la reflexie. (B), [45].

reflexie înaltă și cu raza de curbură de 5 cm. În volumul modurilor de cavitate a fost estimată valoarea numărului de atomi ai câmpului polarizat cu lungimea de undă 770 nm racordată, după

cum s-a specificat, la o intensitate 25 w/cm^2 , a cărui frecvență este racordată la spectrul albastru al tranziției cu frecvența 512 MHz. Aceste experimente demonstrează că structura în atomii cu multe niveluri în mediul amplificării bifotonice duce la apariția unor comportări noi ale câmpului.

În spațiu liber a fost cercetat sistemul inversat al radiatorilor ce corespunde tranziției dipol-interzise, care trece în starea bifotonică iluminată din fluctuațiile vidului CEM [46]. Această posibilitate de corelare a atomilor polarizați are loc în procesele bicuantice de schimb dintre atomi prin vidul CEM. Cum este prezentat în lucrare, sistemul inversat poate genera un impuls bifotonic coerent într-un spectru larg de emisie. De asemenea, este demonstrat că pentru a iniția emisia bifotonică nu este necesară o sursă de energie exterioară, spre deosebire de laserul bifotonic propus în lucrările teoretice [47, 48].

În plus, G.S. Agarwal și R.R. Puri în experimentul lor folosesc emisia și absorbția ca urmare a împrăștierei abundente a potasiului natural K41 [49]. Raza laser exterioară a fost liniar polarizată, cu un diametru de 150 μm , deoarece a trecut prin celulă, a avut o putere de 850 mW la intrarea în celulă și a fost tunelată la aproximativ 2,4 GHz la partea de frecvență joasă a tranziției $D1 \ 4S_{1/2}(F=2) \rightarrow 4P_{1/2}(F=1)$ în apropierea lungimii de undă $\lambda = 769.9 \text{ nm}$. Câmpul de probă a fost racordat la un diametru de 65 μm și a avut o polarizare ortogonală, care a dus în maximum un câștig bifotonic. De exemplu, în [50] s-a considerat amplificarea laser în vaporii termali ai atomilor de potasiu, unde frecvența de pompare este racordată în vecinătatea tranziției $4S_{1/2} \rightarrow 4P_{1/2}$. Este demonstrat că amplificarea bifotonică apare în sistem ca proces care a fost numit laserul R cu doi fotoni sau împrăștierea HR cu patru fotoni, Figura 1.4(B), [50]. În această lucrare este cercetat cazul când coeficientul de calitate al rezonatorului este mare, când timpul de viață al atomilor este mult mai mic decât timpul de viață al fotonilor în rezonator. Pentru a studia emisia bifotonică în microcavități, în [51] analizăm un caz particular pentru laserul bifotonic în particular, precum și procesele ce au loc în laser. Drept punct de reper se face o analiză detaliată a modelului Gauthier de descriere a laserului bifotonic [40], precum și se analizează acest model pentru a studia emisia bifotonică. Se obține H efectiv de interacțiune al atomilor de potasiu, folosiți în experimentul lui Gauthier, cu câmpul laser Figura 1.4(B), în capitolul următor. Apoi se expune o deducere detaliată a H efectiv de interacțiune și se discută metodele și tehnicile de obținere a acestuia. Cu ajutorul acestui Hamiltonian efectiv de interacțiune se obține ecuația Fokker-Plank și soluția acestei ecuații. Sunt prezentate grafic soluțiile ecuației Fokker-Plank pentru diferite valori ale parametrilor săi. În

[5] autorii și-au propus ca scop principal de a studia fizica funcției de corelare, însă atât câmpul de pompaj, cât și cel de împrăștiere sunt considerate clasice.

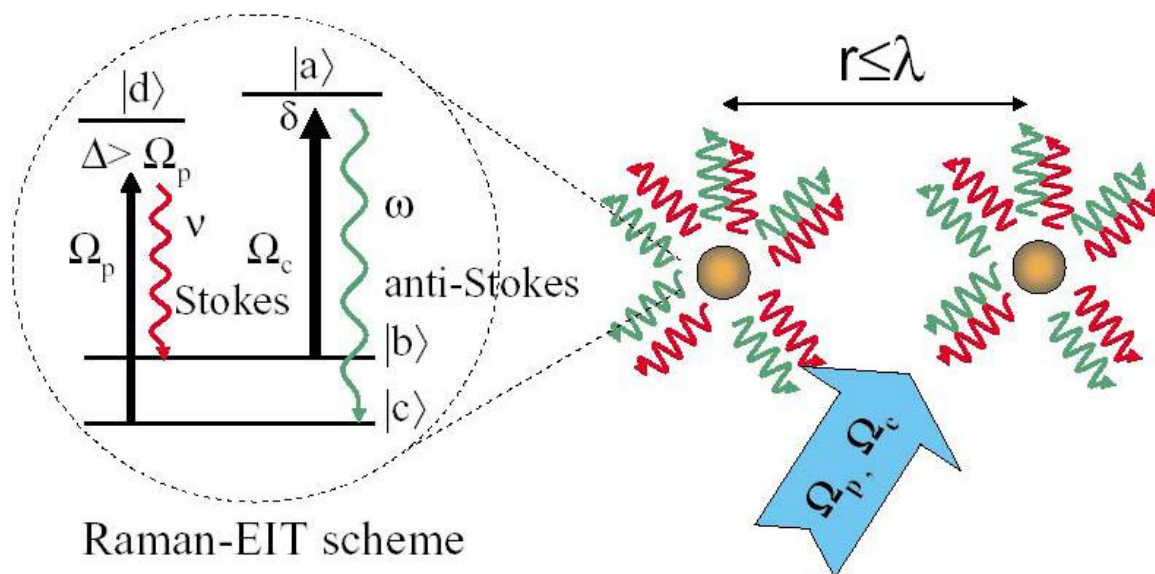


Fig.1.5. Diagrama de transparență indusă electromagnetică Raman a doi atomi și frecvențele Rabi Ω_p, Ω_c . [5].

Prin urmare, ei consideră pompajul destul de slab fiind suficient, astfel încât stările cu doi și mai mulți fotoni de tip S se neglijează. Perechile de fotoni corelați emiși mai sunt numiți dublet de ER [5]. Dinamica a doi atomi care se deplasează datorită unui laser de pompaj și a altuia de control cu frecvențele Rabi Ω_p, Ω_c este prezentată în Figura 1.5. Combinarea interacțiunilor R [5] sau HR [41, 45] în interiorul rezonatoarelor optice ne oferă mai multe posibilități de a genera lumină de tip diferit, tocmai de aceea vom analiza mai amănunțit câteva cazuri care prezintă un interes major la multe măsurări optice dificile.

Din cele expuse în *Capitolul 1*, scopul tezei este de a dezvolta o teorie nouă de conversie cooperativă a fotonilor din modul de pompaj în modul S și AS. În baza realizării experimentale de a se propune un model de laser care să țină cont de pierderile de bifotoni din sistem și de a elucidă avantajele acestui model. În experimentul analizat în secțiunea precedentă se observă un consum a intensității de pompaj în procesul R și HR. Deci numărul de fotoni din modul S depinde de numărul de fotoni din câmpul de pompaj. Ar fi destul de atractiv din punct de vedere al opticii cuantice să fie stabilită o corelație dintre fotonii câmpului de pompaj și fotonii împrăștiați. În regim laser când inversia atomilor rămâne constantă, propunem astfel de corelații superradiante la conversia fotonilor

din modul de pompaj în modul S. Lucrările analizate în acest capitol nu au luat în considerație aspectul cuantic al câmpului de pompaj, adică procesele sunt tratate din punct de vedere a fizicii clasice. Există unele lucrări teoretice în care sunt creați sau anihilați doi bozoni unul este fotonul iar altul atomul din afara condensatului la împrăștierea R. Ar fi util pentru viitor de obținut un Hamiltonian care ar conține operatori bibozonici.

În acest context, *obiectivele* majore ale tezei sunt următoarele:

1. Cercetarea câmpului de pompaj și celui de împrăștiere (de tip „scattering”), din punct de vedere al teoriei cuantice.
2. Obținerea Hamiltonianului efectiv de interacțiune, care ar descrie generarea simultană a perechilor de fotoni, ținând cont de factorul de calitate înalt a cavității în procesul de generare a bifotonilor.
3. Dezvoltarea unei tehnici de eliminare a operatorilor subsistemului atomic la ER (a nivelului virtual la EHR).
4. Obținerea ecuației pentru operatorul matricii de densitate pentru câmpurile S și AS pentru laserul R cât și laserul HR.
5. Soluționarea ecuației master, soluția ei fiind exprimată prin parametri de cavitate
6. Transformarea cooperativ-dinamică a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS și invers, în funcție de pregătirea inversiei atomice și a câmpului de cavitate, a fost obiectul de investigare a lucrării de față.

Ca obiectiv al acestei teze din materialul expus rezultă că ar fi cazul de dezvoltat o teorie de conversie cooperativă a fotonilor din modul de pompaj în modul S și AS. Această teorie a fost dezvoltată pe parcursul anilor în cadrul laboratorului de Optică Cuantică și Procese Cinetice din cadrul IFA al AȘM, și este expusă în următoarele trei compartimente din această teză.

1.6. Concluzii la capitolul 1

1. Au fost expuse rezultatele experimentale și teoretice de generare coerentă a fotonilor în modurile S și AS în procesele R și HR.
2. Atât teoretic cât și experimental lucrările pot fi clasificate după modul de obținere a acestor stări coerente. În unele experimente se propune un studiu în caviate ca și în laserul obișnuit. În altele se cercetează emisia cooperativă R de tip superradianță.
3. Lucrările analizate nu au luat în considerație aspectul cuantic al câmpului de pompaj, adică procesele sunt tratate din punct de vedere al fizicii clasice.
4. Au fost expuse tehnicile pentru spectroscopia Raman și cea hyper-Raman, care oferă informații utile și pot fi aplicate la o gamă largă de experimente.
5. Deoarece o serie de funcții Hamilton propuse pentru procesul Raman și hyper-Raman conțin operatorii bibozonici apare ideea de a introduce operatorii grupului $SU(1,1)$ și $SU(2)$ pentru a descrie în mod explicit generarea perechilor de particule sub acțiunea câmpului de pompaj.
6. A fost expusă cercetarea asupra împrăștierii Raman cooperativă pentru molecula de hidrogen și condensatul Bose Einstein.
7. A fost analizat modelul Gauthier de descriere a laserului bifotonic. Acest model a fost generalizat în cazul cuantificării simultane a câmpului de pompaj și a câmpului de împrăștiere, pentru a studia emisia bifotonică.

2 PROCESE COLECTIVE DINTRE MODURILE STOKES ȘI ANTI-STOKES ÎN EMISIA RAMAN

Acest capitol este dedicat studiului proceselor de împrăștiere cooperative cu absorbția unui foton și emisia altuia din două moduri ale rezonatorului stimulată de un fascicul de atomi excitați, ce traversează o cavitate optică. Se demonstrează faptul că acest fenomen colectiv de împrăștiere între modurile de rezonator S și AS are loc datorită transferului de energie dintre ele. Procesele cooperative R prin intermediul fluxului de atomi cu trei nivele de tip Λ , în care sunt emiși (sau absorbiți) fotonii de tip S (sau de tip AS) prin interacțiunea cu un câmp extern de pompaj, au fost analizate până în prezent. Corelația clasică dintre fotonii de tip S și de tip AS a fost stabilită, însă până în prezent nu s-a stabilit o corelație cuantică dintre fotonii modurilor S și AS. În lucrarea de față, pentru a descrie și analiza ER se utilizează operatorii ce se supun grupului de simetrie $SU(2)$. Apoi se expune o deducere detaliată a H folosit pentru studiul emisiei bifotonice în micro cavitate și se discută metodele și tehnicile de obținere a acestuia în secțiunea 2.2. Cu ajutorul H este dedusă EG, ce descrie procesele de emisie sub pragul de lucru al laserului, în secțiunea 2.3. EM ce descrie procesul R se obține în secțiunea 2.4. Aceasta ne oferă posibilitatea de evidențiere a comportamentului fluctuațiilor cuantice în procesul nestaționar de tranfer a fotonilor din modul S în fotoni de tip AS. Soluțiile staționare și nestaționare ale acestei EM dezvăluie o corelație puternică între modurile S și AS cuantificate de lumina rezonatorului respectiv. Tot aici în 2.4 decorelăm corelatorii cuantici în analogie cu teorema lui Wick și cercetăm emisia R în aproximațiile semiclassical. Deoarece lipsește parametrul de ordine în teoria superradianței, în secțiunea 2.5 controlăm această decorelare dezvoltând teoria cuantică numeric exactă. Proprietățile statistice ale fotonilor de tip S și de tip AS sunt descrise cu ajutorul funcțiilor de corelare dintre fotoni. Soluția numerică a acestei ecuații descrie conversia statistică a n_{ph} fotoni din modul S în n_{ph} fotoni al modului AS. Această funcție de corelație ne oferă posibilitatea de a manipula cu statistica cuantică a fotonilor generați în câmpul de împrăștiere ca funcție de conversia subsistemului de radiatori și parametrii de cavitate. În secțiunea finală se obțin și se prezintă grafic fluctuațiile relative și absolute în cazul ER.

2.1. Hamiltonianul efectiv de interacțiune în cazul procesului Raman

Această secțiune este axată pe studiul interacțiunii unui flux de atomi pregătit în starea excitată (sau cea de bază) (a se vedea Figura 2.1), în interacțiune cu două moduri de cavitate în regim de împrăștiere Raman, așa cum este prezentat în Figura 2.2(stânga). Deoarece durata de viață a atomului în cavitate este considerată cu mult mai mică decât timpul de împrăștiere între câmpurile S și AS, am eliminat variabilele atomice [52] și ne-am concentrat atenția asupra transformării câmpului S în câmp AS și invers [53], ca funcție de inversia atomică și stările câmpului. Acest proces neliniar are loc datorită polarizării atomice, care servește ca o sursă de aprindere și de generare a proceselor de așa tip de transformare de câmp nestaționar. Luând în considerare acest proces, care are loc cu absorbția (și emisia) de noi cuante, am introdus operatorii bibosonici descriși de o astfel de transformare cuantică între fotonii de împrăștiere în două moduri de cavitate. EM ce descrie acest proces ne oferă posibilitatea de a evidenția comportament fluctuațiilor cuantice în procesul nestaționar de tranfer al fotonilor din modul S în fotoni de tip AS. Soluțiile staționare și nestaționare ale acestei EM dezvăluie o corelație puternică între modurile S și AS cuantificate de lumina rezonatorului respectiv. Această funcție de corelație ne oferă posibilitatea de a manipula cu statistica cuantică a fotonilor generați în câmpul de împrăștiere ca funcție de inversia subsistemului de radiatori și parametrii de cavitate. Aici putem enumera abaterea de la rezonanță (“detuning”, în engleză), pierderile de cavitate, timpul de zbor al atomului prin cavitate (sau timpul între două ciocniri în cazul staționar al atomilor), factorul de calitate a cavității etc. Hamiltonianul model al unei astfel de interacțiuni este $\hat{H}_I = G|g\rangle\langle e|\hat{a}\hat{b}^\dagger + H.c.$. Deducerea acestui H și rezultatul sunt prezentate în expresia (2.7).

În continuare ne vom axa pe descrierea succintă a unui model matematic, care descrie un astfel de efect de interacțiune a unui flux de atomi pregătit în starea excitată (sau de bază) Figura 2.1., cu două moduri de cavitate aflate într-un regim de împrăștiere. Să considerăm Hamiltonianul sistemului atomic, descris mai sus, în interacțiune cu CEM extern

$$\hat{H}_T = \hat{H}_0 + \hat{H}_I, \quad (2.1)$$

unde partea liberă este

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_v|v\rangle\langle v| + \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| + \hbar\omega_g|g\rangle\langle g| + \hbar\omega_a\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_b\hat{b}^\dagger\hat{b}. \quad (2.2)$$

Aici $\hbar\omega_v$, $\hbar\omega_e$ și $\hbar\omega_g$ sunt energiile stărilor intermediară, excitată și, respective, cea de bază, pe când $\hbar\omega_a$ și $\hbar\omega_b$ sunt energiile pentru fotonii de tip S și de tip AS; $a(t)$ și $a^+(t)$ sunt operatorii fotonici ai câmpului S de creare și de anihilare în cavitate; $b(t)$ și $b^+(t)$ sunt operatorii fotonici ai câmpului AS de creare și de anihilare în cavitate.

Însă, partea de interacțiune este după cum urmează:

$$\begin{aligned}
H_I = & -\{[(d_{ev}, g_b)\hat{b}^+(t)e^{-ik_b x} + (d_{ev}, g_a)\hat{a}^+(t)e^{-ik_a x}]|e\rangle\langle v| \\
& + [(d_{gv}, g_a)\hat{a}^+(t)e^{-ik_a x} + (d_{gv}, g_b)\hat{b}^+(t)e^{-ik_b x}]|g\rangle\langle v|\} \\
& - \{[(d_{ve}, g_b)\hat{b}(t)e^{ik_b x} + (d_{ve}, g_a)\hat{a}(t)e^{ik_a x}]|v\rangle\langle e| \\
& + [(d_{vg}, g_a)\hat{a}(t)e^{ik_a x} + (d_{vg}, g_b)\hat{b}(t)e^{ik_b x}]|v\rangle\langle g|\}.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Eliminăm starea virtuală a atomului cu trei niveluri considerând că $\omega_s \neq \omega_v - \omega_g$; $\omega_s \neq \omega_v - \omega_e$ și $\omega_a \neq \omega_v - \omega_g$; $\omega_a \neq \omega_v - \omega_e$. De aceea, considerăm doar rezonanța în ordinul doi al teoriei perturbațiilor $\omega_s - \omega_a = \omega_e - \omega_g$. Deoarece timpul de viață pe nivelul $|v(t)\rangle$ este destul de scurt din cauza abaterii de la rezonanță, putem elimina adiabatic acest nivel, transformându-l în unul virtual $|v(t)\rangle$. Utilizând pentru el ecuația Schrödinger $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|v(t)\rangle = H|v(t)\rangle$, îl putem exprima prin celelalte

două niveluri:

$$\begin{aligned}
\frac{d|v(t)\rangle}{dt} = & i\omega_v|v(t)\rangle - \frac{i}{\hbar} \{[(d_{ve}, g_a)\hat{a}^+(t)e^{-ik_a x} + h.c.]|e(t)\rangle\langle v(t)||v(t)\rangle \\
& + [(d_{vg}, g_a)\hat{a}^+(t)e^{-ik_a x} + h.c.]|g(t)\rangle\langle v(t)||v(t)\rangle \\
& + [(d_{ve}, g_b)\hat{b}^+(t)e^{-ik_b x} + h.c.]|e(t)\rangle\langle v(t)||v(t)\rangle \\
& + [(d_{vg}, g_b)\hat{b}^+(t)e^{-ik_b x} + h.c.]|g(t)\rangle\langle v(t)||v(t)\rangle\}.
\end{aligned}$$

Prin urmare, integrând această ecuație, putem exprima soluția prin starea excitată și cea de bază:

$$\begin{aligned}
|v(t)\rangle = & C(0)e^{i\omega_v t} - \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \{[(d_{ev}, g_b)\hat{b}^+(\tau)e^{-ik_b x} + (d_{ev}, g_a)\hat{a}^+(\tau)e^{-ik_a x}]|e(\tau)\rangle \\
& - [(d_{gv}, g_a)\hat{a}^+(\tau)e^{-ik_a x} + (d_{gv}, g_b)\hat{b}^+(\tau)e^{-ik_b x}]|g(\tau)\rangle\}.
\end{aligned}$$

În așa fel, după ce înlocuim, soluția în H (2.3) obținem relația pentru H în ordinul doi al teoriei perturbației după constanta $G(k_a, k_b)$ de interacțiune. Din acest H selectăm doar termenii care exprimă tranzițiile din stare excitată în cea de bază $|g\rangle\langle e|$ și din starea de bază în cea excitată, care

nu sunt rapid oscilanți:

$$\begin{aligned}
\Delta H_I = & -\frac{i}{\hbar} \left\{ [(d_{ve}, g_b) \hat{b}(t) e^{ik_b x} + (d_{ve}, g_a) \hat{a}(t) e^{ik_a x}] \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \left\{ [(d_{ev}, g_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_b x} \right. \right. \\
& \left. \left. + (d_{ev}, g_a) \hat{a}^+(\tau) e^{-ik_a x}] |e(\tau)\rangle \right. \right. \\
& \left. \left. - [(d_{gv}, g_a) \hat{a}^+(\tau) e^{-ik_a x} + (d_{gv}, g_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_b x}] |g(\tau)\rangle \right\} \langle e(t) | \right. \\
& \left. + [(d_{vg}, g_a) \hat{a}(t) e^{ik_a x} + (d_{vg}, g_b) \hat{b}(t) e^{ik_b x}] \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \left\{ [(d_{ev}, g_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_b x} \right. \right. \\
& \left. \left. + (d_{ev}, g_a) \hat{a}^+(\tau) e^{-ik_a x}] |e(\tau)\rangle \right. \right. \\
& \left. \left. - [(d_{gv}, g_a) \hat{a}^+(\tau) e^{-ik_a x} + (d_{gv}, g_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_b x}] |g(\tau)\rangle \right\} \langle g(t) | \right\}.
\end{aligned}$$

Respectiv, partea de interacțiune a Hamiltonianului poate fi reprezentată sub următoarea formă:

$$\begin{aligned}
\Delta H_I = & \frac{1}{\hbar} \int_0^t d\tau |g(\tau)\rangle \langle e(t) | e^{i\omega_v(t-\tau)} e^{-ik_b x} \hat{b}^+(\tau) (\vec{d}_{gv}, \vec{g}_b) e^{ik_a x} \hat{a}(t) (\vec{d}_{ve}, \vec{g}_a) \\
& + \frac{1}{\hbar} \int_0^t d\tau |e(\tau)\rangle \langle g(t) | e^{i\omega_v(t-\tau)} e^{-ik_a x} \hat{a}^+(\tau) (\vec{d}_{ev}, \vec{g}_a) e^{ik_b x} \hat{b}(t) (\vec{d}_{vg}, \vec{g}_b)
\end{aligned} \tag{2.4}$$

unde $|g\rangle\langle e|$ și $|e\rangle\langle g|$ sunt operatorii de tranziție dintre nivelul excitat $|e\rangle$ și cel de bază $|g\rangle$ (respectiv, tranziția din cel de bază $|g\rangle$ în cel excitat $|e\rangle$) cu generare de noi cuante în câmpul S sau AS; k_a și k_b sunt vectorii de undă ai fotonilor generați în câmpul S sau AS, respectiv. Vectorii de undă al câmpului S sau AS sunt direcționați de-a lungul axei x; respectiv, $\vec{d}_{gv}, \vec{d}_{ve}, \vec{d}_{ev}, \vec{d}_{vg}$ sunt dipolii de tranziție dintre stările sus-numite Figura 1.4(B). În caz general avem starea de bază, excitată, precum și starea intermediară. Când sistemul se află în stare excitată, câmpul S poate fi considerat drept câmp de pompaj, iar câmpul de împrăștiere este AS. În cazul opus, sistemul de atomi este pregătit în starea de bază, iar pompajul poate fi considerat modul AS; însă, drept câmp de împrăștiere poate fi considerat modul S.

Deducem H de interacțiune lent utilizând aproximația unei rotative. Integrăm consecutiv integralele din expresia (2.4):

$$I_1 = \int_0^t d\tau \exp[i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)\tau] = \frac{\exp[i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)\tau]}{i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)} \Big|_0^t = \frac{\exp[i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)t] - 1}{i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)}$$

o altă integrală ar fi

$$I_2 = \int_0^t d\tau \exp[i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)\tau] = \frac{\exp[i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)\tau]}{i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)} \Big|_0^t = \frac{\exp[i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)t] - 1}{i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)}.$$

Substituim aceste două integrale în Hamiltonianul (2.4):

$$\begin{aligned} \Delta H_I = & \frac{1}{\hbar} (\vec{d}_{gv}, \vec{g}_b) (\vec{d}_{ve}, \vec{g}_a) e^{i(k_a - k_b)x} e^{i(\omega_v - \omega_e - \omega_a)t} \hat{a} \hat{b}^+ \frac{\exp[i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)t] - 1}{i(\omega_g - \omega_v + \omega_b)} |g\rangle \langle e| \\ & + (\vec{d}_{ev}, \vec{g}_a) (\vec{d}_{vg}, \vec{g}_b) e^{i(k_b - k_a)x} e^{i(\omega_v - \omega_b - \omega_g)t} \hat{b} \hat{a}^+ \frac{\exp[i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)t] - 1}{i(\omega_e - \omega_v - \omega_a)} |e\rangle \langle g| \end{aligned} \quad (2.5)$$

Aproximația unei rotative cere evidențierea doar a termenilor de rezonanță:

$$\begin{aligned} \exp[i(\omega_v - \omega_e - \omega_a + \omega_g - \omega_v + \omega_b)t] &= \exp[i(\omega_b - \omega_a - \omega_{eg})t] \\ \exp[i(\omega_v - \omega_b - \omega_g + \omega_e - \omega_v + \omega_a)t] &= \exp[i(\omega_a - \omega_b + \omega_{eg})t], \end{aligned}$$

considerând ceilalți termeni rapid oscilanți, adică fără aport în medierea luminii emise. Astfel, vom obține Hamiltonianul lent la rezonanță $\omega_b - \omega_a - \omega_{eg} \approx 0$:

$$\begin{aligned} H_I = & \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{(\vec{d}_{gv}, \vec{g}_b) (\vec{d}_{ve}, \vec{g}_a)}{\hbar(\omega_g - \omega_v + \omega_b)} e^{i(k_a - k_b)x} e^{i(\omega_v - \omega_e - \omega_a)t} \hat{a} \hat{b}^+ |g\rangle_j \langle e|_j \right. \\ & \left. + \frac{(\vec{d}_{ev}, \vec{g}_a) (\vec{d}_{vg}, \vec{g}_b)}{\hbar(\omega_e - \omega_v + \omega_a)} e^{i(k_b - k_a)x} e^{i(\omega_v - \omega_b - \omega_g)t} \hat{b} \hat{a}^+ |e\rangle_j \langle g|_j \right\} + H.c., \end{aligned} \quad (2.6)$$

unde j este numărul de atomi; $|g\rangle_j \langle e|_j$ sunt operatorii de tranziție din starea excitată în cea de bază pentru atomul j și viceversa din starea de bază în cea excitată. În H (2.6) vom face următoarea notație ținând cont că la numitor valoarea frecvenței ω_b este mai mare decât frecvența ω_{vg} :

$$G(k_a, k_b) = \left\{ \frac{(\vec{d}_{gv}, \vec{g}_b) (\vec{d}_{ve}, \vec{g}_a)}{\hbar(\omega_b - \omega_{vg})} + \frac{(\vec{d}_{ev}, \vec{g}_a) (\vec{d}_{vg}, \vec{g}_b)}{\hbar(\omega_a - \omega_{ve})} \right\},$$

unde $G(k_a, k_b)$ reprezintă constanta de interacțiune [54], la împrăștierea R. Prin urmare, obținem deja expresia pentru Hamiltonianul de interacțiune R propus în acest compartiment:

$$H_I = \sum_{j=1}^N G(k_a, k_b) \left\{ \hat{a} \hat{b}^+ |g\rangle_j \langle e|_j e^{i(k_a - k_b)x_j} + \hat{b} \hat{a}^+ |e\rangle_j \langle g|_j e^{i(k_b - k_a)x_j} \right\}$$

Utilizând următoarea notație $\hat{R}_j^+ = i|e\rangle_j \langle g|_j e^{-i(k_b - k_a)x_j}$, $\hat{R}_j^- = -i|g\rangle_j \langle e|_j e^{i(k_a - k_b)x_j}$, putem introduce

operatori cvasi-spin [55] ce satisfac regula de comutare $[\hat{R}_j^+, \hat{R}_j^-] = 2\delta_{l,j} \hat{R}_j$. De unde reiese că

inversia atomului j este $\hat{R}_j = (|e\rangle_j \langle e|_j - |g\rangle_j \langle g|_j) / 2$. Această procedură permite reprezentarea atât

a câmpului, cât și a sistemului atomic în interacțiunea R prin operatorii grupului SU(2):

$$H_I = i \sum_{j=1}^N G_j(k_a, k_b) \{ \hat{R}_j^- \hat{a} \hat{b}^+ - \hat{b} \hat{a}^+ \hat{R}_j^+ \}. \quad (2.7)$$

Acest Hamiltonian de interacțiune ia în considerare procesul bifotonic la interacțiunea câmpului extern cu cel al cavității. În următoarea secțiune folosesc Hamiltonianul (2.7) pentru studiul emisiei bifotonice în microcavitate. Este dedusă EG ce descrie procesele de emisie sub pragul de lucru al laserului. Fizica interacțiunilor la împrăștierea R poate fi preluată începând cu secțiunea imediat următoarea.

2.2. Generarea coerentă a luminii bimodale și simetria distribuiirii fotonilor în modurile de cavitate

Să considerăm un flux de atomi cu două niveluri, care traversează o cavitate, așa cum este reprezentat în Figura 2.1. Să cercetăm cazul când starea virtuală $|i\rangle$ a atomului este situată mai sus de nivelul excitat $|e\rangle$ sau între nivelul de bază $|g\rangle$ și cel excitat, așa cum se propune experimental în modelul micromaserului bifotonic [19]. Vom lua în considerare faptul că cele două moduri în cavitate sunt abătute de la rezonanță cu tranzițiile de trecere de pe nivelul intermediar $|i\rangle$ pe nivelurile excitat $|e\rangle$ și cel de bază $|g\rangle$. Astfel, sunt posibile doar procese bifotonice între stările $|e\rangle$ și $|g\rangle$ cu absorbția unui foton din modul S și emisia altui foton în modul AS al cavității. Acest proces poate fi descris de ecuația („Master” în engleză) generalizată:

$$\frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}(t), H] + A_a \hat{\rho} + A_b \hat{\rho}. \quad (2.8)$$

În această ecuație (2.8) H ce descrie interacțiunea dintre radiatori și modurile S și AS ale CEM de cavitate poate fi reprezentat prin intermediul operatorilor atomici și ai celor de câmp:

$$H = H_0 + H_I, \quad (2.9)$$

unde $H_0 = \hbar(\omega_a + \omega_b) \frac{n_{ph}}{2} + \hbar(\omega_b - \omega_a) \hat{J}_z + \sum_{j=1}^N \hbar \omega_0 \hat{R}_z^j$ este H liber al atomilor și al câmpului de

cavitate, $H_I = i \sum_{j=1}^N G_j(k_a, k_b) \{ \hat{R}_j^- \hat{J}^+ - \hat{J}^- \hat{R}_j^+ \}$ este partea de interacțiune dintre modurile de cavitate și

subsystemul de radiatori, $\hat{R}_j(t)$ este operatorul ce descrie inversia de populație pentru atomul j , $\hat{R}_j^+(t)$ și $\hat{R}_j^-(t)$ sunt operatorii de creare și anihilare a stării excitate $|e\rangle$ a atomului j . Respectiv, în conformitate cu Figura 2.2(stânga), operatorii a și a^+ sunt operatorii de anihilare și creare a fotonilor din modul S; b și b^+ sunt operatorii de anihilare și creare în cazul câmpului AS. Constanta de interacțiune $G(k_a, k_b) \approx 2d_{ei}d_{gi}g_ag_s/(\hbar\delta)$ descrie cuplarea neliniară efectivă a atomului cu modurile de cavitate k_a și k_b cu energiile $\hbar\omega_a$ și $\hbar\omega_b$ și polarizările e_{λ_s} e_{λ_a} (a se vedea

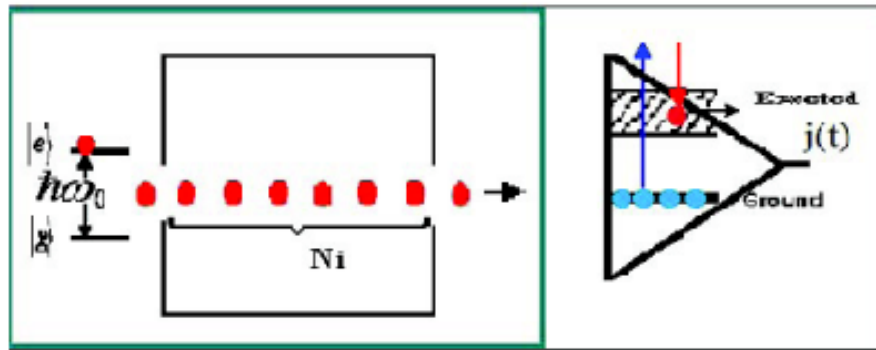


Fig. 2.1. Pompajul atomic al proceselor de împrăștiere cu transformarea a n_{ph} fotoni S în n_{ph} fotoni AS și posibilitățile de detectare.

respectiv, [56]); d_{ei} și d_{gi} sunt dipolii de tranziție dintre stările intermediară $|i\rangle$, excitată $|e\rangle$ și, respectiv, cea de bază $|g\rangle$; $g_i = \sqrt{2\pi\hbar\omega_i/V}(e_{\lambda_i}, n_d)$ este constanta de cuplare cu i -moduri de cavitate $i = s, a$; V este volumul cavității [55]. Operatorul $\hat{J}^+ = \hat{a}\hat{b}^+$ descrie procesul simultan de creare a fotonului AS și de anihilare a fotonului S. Procesul invers de creare a fotonului S și de anihilare a fotonului AS este descris de operatorul $\hat{J}^- = \hat{b}\hat{a}^+$. Așa cum în timpul interacțiunii, un timp destul de scurt, numărul total de fotoni din cavitate se conservă [57], putem introduce operatorul de conversie al fotonilor, dintre fotonii S și AS: $\hat{J}_z = (\hat{b}^+\hat{b} - \hat{a}^+\hat{a})/2$ cu diferența de energii ale modurilor $\hbar\tilde{\omega} = \hbar\omega_b - \hbar\omega_a$. Dacă ar fi reprezentat numărul mediu de fotoni din modul AS prin operatorul de conversie al fotonilor, \hat{J}_z , atunci se obține $\langle \hat{b}^+\hat{b} \rangle = (2\langle \hat{J}_z \rangle + n_{ph})/2$ sau

numărul mediu de fotoni din modul S $\langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle = (n_{ph} - 2 \langle \hat{J}_z \rangle) / 2$. Introducând aceste relații pentru operatorii numărului de fotoni S- $\hat{a}^+ \hat{a}$ și AS- $\hat{b}^+ \hat{b}$ în Hamiltonianul H_0 , obținem un H ce se supune integral simetriei SU(2), reprezentată în Figura 2.2(dreapta). Astfel, în expresia (2.9) atât operatorii atomici $\hat{R}_j^+(t)$ și $\hat{R}_j^-(t)$, cât și operatorii bimodali ai câmpului, $\hat{J}^+ = \hat{a} \hat{b}^+$ și $\hat{J}^- = \hat{b} \hat{a}^+$ satisfac relațiilor de comutare pentru grupul SU(2):

$$\begin{aligned} [J^+, J^-] &= 2J_z, \quad [J_z, J^\pm] = \pm J^\pm; \\ [R_l^+, R_j^-] &= 2R_{zj} \delta_{j,l}, \quad [R_{zl}, R_l^\pm] = \pm R^\pm \delta_{j,l}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Pierderile fotonice din cavitate sunt descrise de termenul al doilea al ecuației (2.8):

$$\Lambda_a \hat{\rho} = \frac{k_b}{2} [\hat{b} \hat{\rho}(t), \hat{b}^+] + \frac{k_a}{2} [\hat{a} \hat{\rho}(t), \hat{a}^+] + h.c. \quad (2.11)$$

Aici k_a și k_b sunt ratele de pierderi fotonice din cavitate. Deoarece în flux o parte de atomi intră în cavitate în stare excitată, iar altă parte părăsește cavitatea, putem presupune că în rezonator se află un număr constant de radiatori N. Defazajul polarizării atomice și pompajul stării excitate a atomilor este descris în [58, 59], fiind reprezentat prin al treilea termen al ecuației (2.8):

$$\Lambda_b \hat{\rho} = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\gamma_{\parallel}}{2} ([\hat{R}_j^+, \hat{\rho} \hat{R}_j^-] + [\hat{R}_j^+ \hat{\rho}, \hat{R}_j^-]) + \left(\gamma_{\perp} - \frac{\gamma_{\parallel}}{2} \right) ([\hat{R}_{jz}, \hat{\rho} \hat{R}_{jz}] + [\hat{R}_{jz} \hat{\rho}, \hat{R}_{jz}]) \right\}. \quad (2.12)$$

În această ecuație amortizarea polarizării atomice γ_{\perp} , în conformitate cu [40], poate fi reprezentată prin suma a două mecanisme de defazare a polarizării $\gamma_{\perp} = \gamma_{\perp f} + \gamma_{\perp d}$, în care $\gamma_{\perp d}$ și $\gamma_{\perp f}$ corespund mecanismului de defazare care depinde de procesele de împrăștiere și rata de pierdere $\gamma_{\perp f} = v/l$ a atomului din cavitate, precum este relatat în [60]. Aici v este viteza medie a atomului prin cavitate, iar l lungimea cavității. Timpul de relaxare longitudinală efectivă este, $T_{\parallel} = \gamma_{\parallel}^{-1}$. El depinde de mecanismul de pompaj al inversiei atomice în excitarea multifotonică [44, 60].

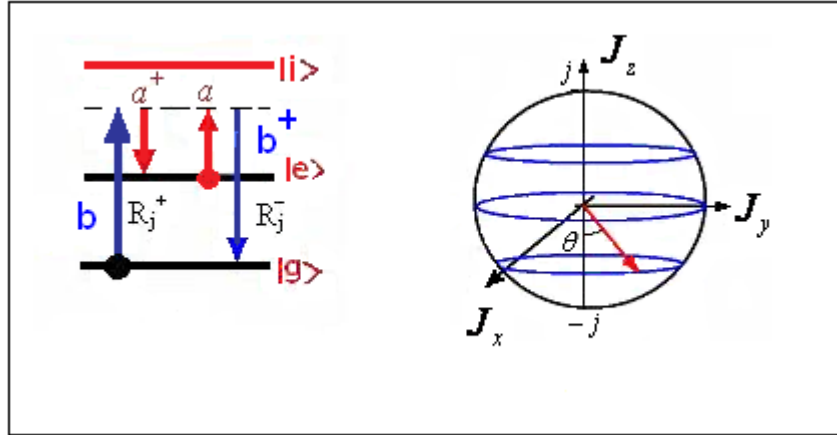


Fig. 2.2. Diagrama de excitare colectivă a atomilor cu absorbția fotonilor Stokes și generarea de cuante anti-Stokes (stânga). Sfera reprezintă algebra su(2) (dreapta) [12].

În lucrarea noastră considerăm două subsisteme. Primul subsistem este al CEM și are o durată de viață destul de mare datorită fineții cavităților moderne. El este descris de operatorii \hat{J}_j , $\hat{J}^+ = \hat{a}\hat{b}^+$ și $\hat{J}^- = \hat{b}\hat{a}^+$ și de momentele statistice superioare ale lor. Al doilea subsistem este cel atomic cu un timp de viață scurt în cavitate și de excitare $\tau \approx l/v_{\perp f}$. Acest subsistem rapid este descris de operatorii $\hat{R}_z(t)$, $\hat{R}_j^+(t)$ și $\hat{R}_j^-(t)$, care trebuie să fie adiabatic eliminați, considerat drept subsistem mare cu multe grade de libertate, în care energia cedată la emisie cu greu poate fi reabsorbită de atomi. Subsistemul de atomi este reprezentat în Figura 2.1 de un flux de atomi care permanent intră și părăsesc cavitatea. Metoda matematică de eliminare adiabatică a subsistemului mare (cu multe grade de libertate sau timp scurt de viață), utilizând operatorul de proiectare, este dezvoltată în literatura de specialitate [51]. Această tehnică în anumite cazuri cere o descriere specială dezvoltată în [61-63], unde la fiecare pas al teoriei perturbației se elimină operatorii subsistemului mare, utilizând ecuația de mișcare pentru un operator $\hat{O}(t)$ al subsistemului mic. În cazul de față drept subsistem mic este cavitatea cu două moduri populate cu fotoni. Deci, operatorul $\hat{O}(t)$ este un operator al câmpului acestei cavități ce are doar două moduri [51] cuantice și poate fi reprezentat printr-o sumă sau produs de operatori $\hat{O}(t) \sim (\hat{J}^+)^n (\hat{J}^-)^m (\hat{J}_z)^k$. Timpul de viață al fotonilor în cavitate $\tau_{ph} = l/c(1-r)$ îl considerăm destul de mare, unde c este viteza luminii, iar r este coeficientul de reflexie a oglinzilor din cavitate. Ecuația pentru acest operator al subsistemului

mic poate fi obținută din (2.8):

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle=\frac{i}{\hbar}\langle[H(t),\hat{O}(t)]\rangle+\langle\Lambda^{-1}\hat{O}(t)\rangle. \quad (2.13)$$

Aici Λ^{-1} este obținut în urma permutării ciclice de trecere de la reprezentarea Heisenberg la reprezentarea Schrödinger în ecuația (2.8). Să eliminăm din EM (2.13) operatorii subsistemului atomic, care, după cum am menționat mai sus, au un timp scurt de viață $\tau \sim \gamma_{\perp}^{-1}$ numit timp de retardare $\gamma_{\perp}^{-1} \sim l/v$, unde $l \approx 10^{-3} \text{ cm}$ este lungimea (dimensiunea) cavității. Timpul de retardare este proporțional cu timpul de zbor al atomului prin cavitate $\tau \approx l/v_A$, $v_A \approx 280 \text{ m/s}$; $\tau = 35 \mu\text{s}$ [41], unde v_A este viteza medie a atomului prin cavitate. Având în vedere că acest timp de viață ne dă o atenuare substanțială a polarizării fiecărui atom ce traversează cavitatea și timpul de excitare a stării atomice este de asemenea foarte scurt γ_{\parallel}^{-1} , putem elimina operatorii fluxului de atomi. Deci, coeficienții inverși ai acestor timpuri γ_{\parallel} , γ_{\perp} sunt mai mari decât rata de generare a fotonilor AS din cavitate, astfel că putem elimina adiabatic variabilele atomice din ecuația (2.13):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle &= \frac{i}{\hbar}\langle[\sum_{j=1}^N \hbar\omega_0 \hat{R}_z^j(t) + \hbar(\omega_b - \omega_a) \hat{J}_z(t), \hat{O}(t)]\rangle \\ &+ \frac{i^2}{\hbar} \sum_{j=1}^N G_j(k_a, k_b) \langle[\hat{R}_j^-(t) \hat{J}^+(t) - \hat{J}_j^-(t) \hat{R}_j^+(t), \hat{O}(t)]\rangle. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Observăm că în primul comutator operatorul atomic $\hat{R}_z^j(t)$, comută cu $\hat{O}(t)$, astfel încât primul termen se reduce la $i(\omega_b - \omega_a) \langle[\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)]\rangle$, din al doilea termen operatorii atomici de asemenea pot fi scoși de sub comutator $i \langle[\hat{R}_j^-(t) \hat{J}^+(t), \hat{O}(t)] - [\hat{J}_j^-(t), \hat{O}(t)] \hat{R}_j^+(t)\rangle$. Luând comutatorul de la fiecare termen în parte cu operatorul câmpului $\hat{O}(t)$, obținem:

$$\frac{d}{dt}\hat{O}(t) = i(\omega_b - \omega_a) \langle[\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)]\rangle + \frac{i^2}{\hbar} \sum_{j=1}^N G_j(k_a, k_b) \left\{ \langle[\hat{R}_j^-(t) \hat{J}^+(t), \hat{O}(t)] - [\hat{J}_j^-(t), \hat{O}(t)] \hat{R}_j^+(t)\rangle \right\} \quad (2.15)$$

Luând în considerare faptul că sistemul atomic intră în rezonator în stare excitată (a se vedea Figura 2.1), putem elimina operatorii atomici \hat{R}_l^+ și \hat{R}_l^- din ecuația Heisenberg pentru valoarea medie a operatorului de câmp arbitrar ales $\hat{O}(t)$. Conform EM (2.8), ecuațiile Heisenberg pentru operatorii \hat{R}_l^+ , \hat{R}_l^- și \hat{R}_z pot fi prezentați în următoarea formă:

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{R}_j^\pm(t)}{dt} &= (\pm i\omega_0 - \gamma_\perp)\hat{R}_j^\pm(t) \pm \frac{2}{\hbar}G(k_a, k_b)\hat{R}_z^j(t)\hat{J}^\pm(t); \\ \frac{d\hat{R}_{z_j}(t)}{dt} &= -\gamma_\parallel(\hat{R}_{z_j}(t) - \frac{1}{2}) - \frac{2G(k_a, k_b)}{\hbar}\{\hat{R}_l^-(t)\hat{J}^+(t) + \hat{J}^-(t)\hat{R}_l^+(t)\}.\end{aligned}$$

Soluția ecuației formate poate fi obținută și respectiv poate fi exprimată prin partea liberă $\hat{R}_{j,f}^\pm(t)$ și partea sursă $\hat{R}_{j,s}^\pm(t)$ ale operatorilor atomici: $\hat{R}_j^\pm(t) = \hat{R}_{j,f}^\pm(t) + \hat{R}_{j,s}^\pm(t)$, unde partea liberă depinde de pregătirea inițială a fluxului de atomi:

$$\hat{R}_{j,f}^\pm(t) = \hat{R}_j^\pm(0)\exp[\pm i\omega_0 t - \gamma_\perp t]; \quad (2.16)$$

Pe când partea sursă se exprimă prin operatorii câmpului și conversie:

$$\hat{R}_{j,s}^\pm(t) = \pm \frac{2}{\hbar}G(k_a, k_b)\int_0^t d\tau \exp[\pm i\omega_0 \tau - \gamma_\perp \tau]\hat{R}_z^j(t-\tau)\hat{J}^\pm(t-\tau). \quad (2.17)$$

În Figura sunt 2.2 arătate tranzițiile atomice cu absorbția fotonilor S și generarea cuantelor AS și viceversa. Simetria acestor tranziții, în funcție de reprezentarea bimodală a câmpului de generare, poate fi redusă la algebra su(2) [65] reprezentată în Figura 2.2 (dreapta) și menționată în [12]. Pentru a obține o ecuație a câmpului de cavitate, este necesar să fie eliminate părțile libere ale operatorilor atomici. Este lesne de înțeles că acțiunea părții libere a acestor operatori la starea excitată este egală cu zero atunci când sunt aranjați în corelator într-o ordine antinormală. Când atomii sunt într-o stare excitată, este necesar de a permuta operatorii $\hat{R}_l^+(t)$ și $\hat{R}_l^-(t)$ în conformitate cu definiția produsului de corelatori antinormali din EG (2.8), astfel încât partea liberă a acestor operatori dă valoarea zero după acțiunea la starea inițială a atomilor: $\hat{R}_{j,f}^+(t)|e\rangle = \hat{R}_l^+(0)|e\rangle \exp[-i\omega_0 t] = 0$; $\langle e|\hat{R}_{l,f}^-(t) = \langle e|\hat{R}_{l,f}^-(0)\exp[i\omega_0 t] = 0$. Deoarece $\hat{O}(t)$ este operator al CEM, valorile medii pot fi scrise fără partea liberă $\langle \hat{O}(t)\hat{R}^\pm(t) \rangle = \langle \hat{O}(t)\hat{R}_s^\pm(t) \rangle$. În continuare, trebuie exprimat operatorul sursă $\hat{R}_{j,s}^\pm(t)$ prin operatorii câmpului. Pentru aceasta vom reprezenta operatorul Heisenberg al CEM, $\hat{J}^\pm(t-\tau)$, prin partea lentă $\tilde{J}^\pm(t-\tau)$ și partea rapid oscilantă $e^{\pm 2i\omega_0(t-\tau)}$, respectiv, $\hat{J}^\pm(t-\tau) = \tilde{J}^\pm(t-\tau)\exp[\pm 2i\omega_0(t-\tau)]$. Partea lentă a acestui operator este reprezentă prin seria Taylor în timpul de retardare, $\tau \sim \gamma_\perp^{-1}$, care este proporțional cu timpul de zbor al atomului prin cavitate $\tau \approx l/v_A$.

Acest timp poate fi estimat din datele experimentale prezentate în [41]; de exemplu, când viteza atomului este $v_A \approx 280 \text{ m/s}$ și lungimea cavității de ordinul unui centimetru $l = 9,8 \text{ mm}$, obținem timpul de zbor al atomilor Rydberg care este de ordinul $\tau = 35 \mu\text{s}$. Astfel putem estima ABM $\tilde{J}^\pm(t - \tau) \approx \tilde{J}^\pm(t) - \tau \partial \tilde{J}^\pm / \partial t$, în expresia integrală (2.17) [57, 61]. Având în vedere că rata de derivare în partea a doua este proporțională cu rata de emisie proporțional cu frecvența Rabi G/\hbar a procesului Raman $\partial J^\pm(t)/\partial t = i(G/\hbar)J^\pm(t)$, atunci drept parametru mic poate fi considerată mărimea $G/\gamma\hbar$. Deci, termenul proporțional cu τ poate fi neglijat (al doilea termen în descompunere). Această aproximație ne permite să neglijăm retardarea în partea lentă a operatorului (2.16) și reprezintă soluția (2.17), în ABM [57, 61]:

$$\hat{R}_j^+(t) \approx \hat{R}_j^+(0) \exp(i\tilde{\omega}t) + \frac{2G(k_a, k_b)R_{zj}\hat{J}^+}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]\hbar}, \quad \hat{R}_j^-(t) = [\hat{R}_j^+(t)]^+. \quad (2.18)$$

După prima eliminare a părților libere ale acestor operatori, EG pentru $\hat{O}(t)$ a câmpului de cavitatea în reprezentarea sistemului pentru coordonatele de rotație cu frecvența ω_0 poate fi reprezentată sub următoarea formă:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= i(\tilde{\omega} - \omega_0) \langle [\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)] \rangle \\ &+ 2 \sum_{l=1}^n |G(k_a, k_b)|^2 \left\{ \frac{\langle \hat{R}_z^l(t) \hat{J}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)] \rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]\hbar} + \frac{\langle [\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{J}^+(t) \hat{R}_z^l(t) \rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]\hbar} \right\}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Așa cum s-a menționat în [58, 81], termenii de ordinul doi relativ mici și constanta de interacțiune G ar trebui să fie luați în considerare la stabilizarea emisiei laser și a punctului de lucru al acestuia în spațiul fazic al stărilor coerente. Pentru stabilizarea acestui proces, este necesar să eliminăm operatorul de inversie $\hat{R}_z^l(t)$ din EG (2.19), luând în considerare ordinul doi după parametrul mic

$\varepsilon = \left(\frac{G}{\gamma_\perp \hbar} \right)^2$, unde γ este de același ordin cu $\gamma_\parallel, \gamma_\perp$. Reprezentarea soluției staționare pentru inversia atomului l din ecuația (2.17) în aproximația ABM:

$$\hat{R}_z^l(t) = \frac{1}{2} - \frac{G(k_a, k_b)}{\hbar \gamma_\parallel} \left\{ \hat{R}_l^-(t) \hat{J}^+(t) + \hat{J}^-(t) \hat{R}_l^+(t) \right\}. \quad (2.20)$$

În primul ordin al teoriei perturbațiilor aproximăm expresia (2.20) cu $R_j \approx 1/2$ și o introducem în ecuația (2.19). Obținem primul ordin

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle = i(\tilde{\omega} - \omega_0)\langle[\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)]\rangle + \sum_{l=1}^n |G(k_a, k_b)|^2 \left\{ \frac{\langle\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]\hbar} + \frac{\langle[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]\hbar} \right\}.$$

Stabilizarea laserului bimodal poate fi realizată în ordinul doi al parametrului mic ε^2 obținut din expresiile (2.20) și (2.19). Substituind consecutiv mai întâi expresia (2.20) în (2.19), obținem:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle = & i(\tilde{\omega} - \omega_0)\langle[\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)]\rangle + N\gamma_\perp^2 \varepsilon \left\{ \frac{\langle\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \frac{\langle[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\} \\ & - \gamma_\perp^2 \frac{2G(k_a, k_b)}{\gamma_\parallel \hbar} \varepsilon \sum_{l=1}^N \left\{ \frac{\langle\hat{R}_l^-(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \frac{\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\hat{R}_l^+(t)\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\} \\ & - \gamma_\perp^2 \frac{2G(k_a, k_b)}{\gamma_\parallel \hbar} \varepsilon \sum_{l=1}^N \left\{ \frac{\langle\hat{R}_l^-(t)[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t)\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \frac{\langle\hat{J}^-(t)[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\hat{R}_l^+(t)\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

După această procedură continuăm eliminarea operatorilor atomici \hat{R}_l^+ și \hat{R}_l^- din ecuația (2.21), înlocuind soluțiile Marcov (2.18). Efectuăm procedura similară cu metoda propusă în ecuația (2.11) și, eliminând părțile libere ale operatorilor atomici, putem introduce soluțiile (2.18) în ecuația (2.21).

Obținem următoarea ecuație generalizată, în al doilea ordin al parametrului mic ε^2 :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle = & i(\tilde{\omega} - \omega_0)\langle[\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)]\rangle + N\gamma_\perp^2 \varepsilon \left\{ \frac{\langle\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \frac{\langle[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\} \\ & - \frac{\gamma_\perp^4}{\gamma_\parallel} 2^2 \varepsilon^2 \sum_{l=1}^N \left\{ \frac{\langle\hat{R}_l^-(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \frac{\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)]\hat{R}_j^+\hat{J}^+\rangle}{[-i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp][i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\} \\ & - \frac{2G^3(k_a, k_b)}{\gamma_\parallel \hbar^3} \sum_{l=1}^N \left\{ \frac{\langle\hat{R}_l^-(t)[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t)\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \frac{\langle\hat{J}^-(t)[\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\hat{R}_j^+\hat{J}^+\rangle}{[i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp][i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\} \hbar. \end{aligned}$$

În această ecuație constantele noi sunt reprezentate prin pătratul constantei de interacțiune a atomilor cu câmpul bimodal, $\varepsilon \sim G^2$, abaterea de la rezonanță $\tilde{\omega} - \omega_0$, numărul de atomi N, rata pierderilor atomilor din cavitate γ_\perp , care duce la amortizarea polarizării atomice la ER. Expresia analitică a ratei de emisie a fotonilor AS, este $\tilde{\alpha}_1 = NG^2 / [\hbar^2 \gamma_\perp (\chi^2 + 1)]$ (ori $N\gamma_\perp \varepsilon / (\chi^2 + 1)$). Coeficientul de

difuzie în procesul de generare a fotonilor AS este descris de $\tilde{\alpha}_2 = 2G^4 N / [\hbar^4 \gamma_{\parallel} \gamma_{\perp}^2]$. Aici parametrul $\chi = (\tilde{\omega} - \omega_0) \gamma_{\perp}^{-1}$ depinde de abaterea de la rezonanță între frecvențele de tranziție ω_0 și $\tilde{\omega} = \omega_a - \omega_s$. Primul termen în ecuația (2.22) (proporțional cu ε) descrie rata de transformare colectivă a fotonilor AS în fotoni S și poate fi exprimată prin g_s -câștigul R $\tilde{\alpha}_1 = g_s c$. Termenii proporționali cu coeficientul de difuzie în procesul de generare a fotonilor AS $\tilde{\alpha}_2$ corespund

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle = & i \chi \gamma_{\perp} \left\langle \left[\hat{J}_z(t), \hat{O}(t) \right] \right\rangle + \tilde{\alpha}_1 \left\{ \left\langle 2 \hat{J}^-(t) \hat{O}(t) \hat{J}^+(t) - \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \hat{O}(t) - \hat{O}(t) \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \right\rangle \right. \\ & - \tilde{\alpha}_2 \left\{ \frac{(1-\chi^2)}{(1+\chi^2)^2} \left[\left\langle \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \hat{J}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)] \right\rangle + \left\langle [\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{J}^+(t) \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \right\rangle \right] \right. \\ & \left. + \frac{1}{1+\chi^2} \left[\left\langle \hat{J}^-(t) \hat{J}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{J}^+(t) \hat{J}^+(t)] \right\rangle + \left\langle \hat{J}^-(t) [\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{J}^+(t) \hat{J}^+(t) \right\rangle \right] \right. \\ & \left. \left. + i \frac{2\chi}{(1+\chi^2)^2} \left[\left\langle \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \hat{J}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{J}^+(t)] \right\rangle - \left\langle [\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{J}^+(t) \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \right\rangle \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

proceselor de atenuare neliniare de generare, care, împreună cu primul termen în ecuația (2.22), au tendința de a stabiliza a procesul de împrăștiere.

2.3. Metoda semiclassicală de cercetare a emisiei anti-Stokes și determinarea punctelor critice de lucru ale laserului bimodal de tip Raman

În cele ce urmează va fi studiată dinamica valorii medii a operatorului de conversie $\hat{J}_z(t)$ dintre fotonii S și AS. Sunt obținute două valori critice pentru această conversie, pentru care se stabilește starea coerentă a câmpului bimodal, sau are loc conversia completă a fotonilor din modul S în modul AS. Prima valoare critică a conversiei corespunde formării stărilor coerente după operatorii de anihilare $\hat{J}^+(t)$ și creare $\hat{J}^-(t)$ a fotonilor AS ca și în laserul obișnuit, care de asemenea pot fi obținute în conformitate cu EG (2.22).

În aproximația semiclassicală se consideră că fluctuațiile acestor operatori pot fi neglijate, astfel încât ecuațiile pentru valorile medii ale acestor operatori sunt reduse la o ecuație simplă, la rezonanță- $\tilde{\omega} = \omega_0$. Utilizând în loc de $\hat{O}(t)$ operatorul $\hat{J}_z(t)$, obținem următoarea expresie din EG (2.22):

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{J}_z(t)\rangle=2\tilde{\alpha}_1\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle-\tilde{\alpha}_2\left\{2\frac{(1-\chi^2)}{(1+\chi^2)^2}\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle+2\frac{1}{1+\chi^2}\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t)\rangle\right\}. \quad (2.23)$$

Corect ar fi dacă am scrie mai departe și ecuațiile pentru corelatorii $\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle$ și $\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t)\rangle$. Astfel, am obținut un lanț de ecuații. Lanțul acesta de ecuații poate fi continuat la infinit, adică doi corelatori se vor exprima prin patru și, respectiv, opt operatori. Parametrul mic lipsește. Considerând operatorul $\hat{J}_z(t)$ ca o componentă a operatorului colectiv Casimir, $j(j+1)=\hat{J}_z^2+\hat{J}_x^2+\hat{J}_y^2$, care se conservă în procesul dinamic și descrie transformarea fotonilor S în fotoni AS, putem exprima unele proiecții ale acestui operator prin altele. Prin urmare, utilizând relația dintre operatorii \hat{J}_x, \hat{J}_y și \hat{J}^+, \hat{J}^- sub forma $\hat{J}_x=[\hat{J}^++\hat{J}^-]/2$, $\hat{J}_y=[\hat{J}^++\hat{J}^-]/2i$, reprezentăm vectorul colectiv Casimir sub o altă formă:

$$j(j+1)=\hat{J}_z^2+\hat{J}_z+\hat{J}^-\hat{J}^+, \quad (2.24)$$

unde $j=n_{ph}/2$, n_{ph} este numărul de fotoni în modul S în momentul de timp $t=0$. Utilizând relația dintre conversie și operatorul intensității în câmpul bimodal $\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle$, decorelăm corelatorii părții drepte din expresia (2.23) în aproximația semiclassicală:

$$\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle\approx\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle, \quad (2.25)$$

$$\langle\hat{J}^-\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^+\rangle\approx\langle\hat{J}^-(\hat{J}^+\hat{J}^- - 2\hat{J}_z)\hat{J}^+\rangle=\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle\langle\hat{J}^-\hat{J}_z\rangle - 2\langle\hat{J}_z\rangle\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle. \quad (2.26)$$

Controlul acestei decorelări va fi făcută în secțiunea 2.5, și anume: se va lua diferența dintre corelatorul cel nedecorelat și cel corelat $\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle-\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle\langle\hat{J}^-\hat{J}^+\rangle$, și se va calcula numeric cu ajutorul EG. Ținând cont de relațiile de decorelare, ecuația pentru conversie (2.23) primește următoarea formă neliniară:

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{J}_z(t)\rangle=2\tilde{\alpha}_1\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle-4\tilde{\alpha}_2\left\{\frac{1}{(1+\chi^2)^2}\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle-\frac{1}{1+\chi^2}\langle\hat{J}_z(t)\rangle\langle\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\rangle\right\}. \quad (2.27)$$

Utilizăm relația $\langle \hat{J}^- \hat{J}^+ \rangle = j(j+1) - \langle \hat{J}_z^2 \rangle - \langle \hat{J}_z \rangle$ (care de asemenea poate fi controlată în secțiunea următoare) în aproximația semiclassicală $\langle \hat{J}_z^2 \rangle \approx \langle \hat{J}_z \rangle^2$ și din expresia (2.27) obținem următoarea ecuație pentru conversie:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = [j(j+1) - \langle \hat{J}_z(t)^2 \rangle - \langle \hat{J}_z(t) \rangle] \left\{ 2\tilde{\alpha}_1 - \frac{4\tilde{\alpha}_2}{1+\chi^2} \left[\frac{1}{1+\chi^2} [j(j-1) - \langle \hat{J}_z(t)^2 \rangle - \langle \hat{J}_z(t) \rangle] - \langle \hat{J}_z(t) \rangle \right] \right\}. \quad (2.28)$$

Ecuția (2.27) se reduce la teoria superradianței dacă neglijăm coeficientul de difuzie $\tilde{\alpha}_2$ în procesul de generare a fotonilor AS în ER. În caz general, putem găsi punctele staționare ale ecuației (2.28) ce corespunde situației $\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = 0$; în acest caz, din expresia (2.28) obținem următoarea ecuație algebrică:

$$0 = [j(j+1) - \langle \hat{J}_z(t) \rangle^2 - \langle \hat{J}_z(t) \rangle] \left\{ 2\tilde{\alpha}_1 - \frac{4\tilde{\alpha}_2}{1+\chi^2} \left[\frac{1}{1+\chi^2} [j(j+1) - \langle \hat{J}_z(t) \rangle^2 - \langle \hat{J}_z(t) \rangle - \langle \hat{J}_z(t) \rangle] \right] \right\}. \quad (2.29)$$

Din această ecuație obținem două soluții. Din primul termen al relației (2.29) obținem că conversia se oprește în punctul $\langle J_z \rangle = n_{ph}/2$, sau $j = n_{ph}/2$ ce corespunde stării de transformare totală a n_{ph} fotoni S în n_{ph} fotoni de tip AS. A doua soluție poate fi obținută din termenul al doilea al ecuației (2.29). Pentru $j \gg 1$, obținem ecuația ce corespunde formării unei stări coerente

$$2\tilde{\alpha}_1 - \frac{4\tilde{\alpha}_2}{(1+\chi^2)^2} \{j^2 - \hat{J}_z(t)\} = 0$$

bimodale dintre fotonii de tip S și AS. Această soluție mai poate fi reprezentată sub forma:

$$\hat{J}_z = -\sqrt{j^2 - \frac{\tilde{\alpha}_1}{2\tilde{\alpha}_2}(1+\chi^2)^2} \quad (2.30)$$

Găsim condiția de existență a rădăcinii exprimată prin numere reale. Ea există doar pentru $j^2 > j_{critic}^2$,

unde $j_{critic}^2 = \frac{\tilde{\alpha}_1}{2\tilde{\alpha}_2}(1+\chi^2)$, aici parametrul $\chi = (\tilde{\omega} - \omega_0)\gamma_{\perp}^{-1}$. Pentru simplitatea calculelor matematice

considerăm cazul de rezonanță $\chi = 0$. Deci, numărul de fotoni $n_{ph}^2 > 2\tilde{\alpha}_1/2\tilde{\alpha}_2$. După cum am menționat mai sus, această soluție corespunde unei stabilități laser reprezentate în Figura 2.3(dreapta) pentru semnul negativ al expresiei (2.30). În cazul când coeficientul de difuzie $\tilde{\alpha}_2$ tinde la zero, expresia (2.29) se reduce la cazul unei conversii superradiante studiată detaliat în

superradianța Dicke [29]. Aproximația de mai sus nu afectează substanțial procesul colectiv de transformare a fotonilor S în fotoni AS, deoarece fluctuațiile cuantice de inițiere a procesului cooperativ sunt păstrate în primul termen proporțional cu $\tilde{\alpha}_1$.

În această aproximație soluția ecuației (2.28) poate fi reprezentată în felul următor:

$$\int dz \frac{1}{[j(j+1)-z^2-z]\{1-2b[j(j+1)-z^2-z]\}} = \int dz \frac{1}{j(j+1)-z^2-z} + \int dz \frac{2b}{1-2b[j(j+1)-z^2-z]} = \frac{1}{\tau_0}(t-t_0), \quad (2.31)$$

unde $z = \langle \hat{J}_z(t) \rangle$, $2\tilde{\alpha}_1 = 1/\tau_0$ este rata de generare la transformarea fotonilor S în fotoni AS,

$b = 2\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1$ reprezintă parametrul care este considerat invers celui critic, t_0 este constanta de integrare. Să cercetăm mai întâi cinetica transformării cooperative a n_{ph} fotoni S în n_{ph} fotoni AS când regimul de stabilizare este nelijat $\tilde{\alpha}_2 = 0$.

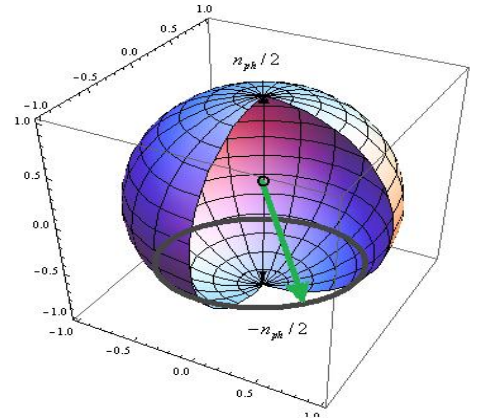
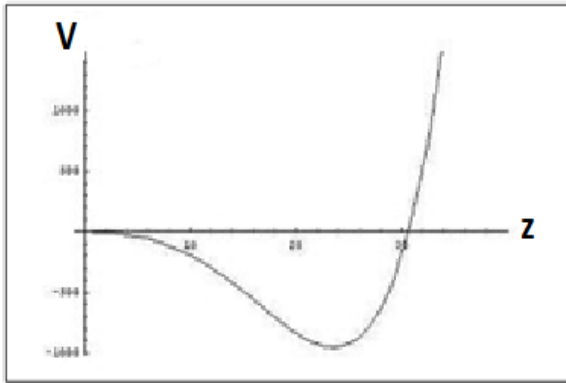


Fig. 2.3. Dependența potențialului $V(z)$ pentru $\alpha_1/\kappa = 2.6$, $N\sigma_0 = 30$ (stânga). Punctul de lucru al laserului când vectorul Bloch se oprește mai jos de ecuator; acest punct coincide cu minimumul potențialului (dreapta).

Observăm că în acest caz $b=0$, iar partea stângă a expresiei (2.31) nu poate fi integrată. Soluția ei este determinată de bine cunoscuta ecuație Dicke [29]:

$$I_1 = \int dz \frac{1}{j(j+1)-z^2-z} = \frac{1}{N+1} \ln \left| \frac{z+N/2+1}{z-N/2} \right|. \quad (2.32)$$

La împrăștierea R n_{ph} fotoni S se transformă în n_{ph} fotoni AS și corespunde condiției inițiale $\langle J_z \rangle|_{t=0} = -n_{ph}/2$. Cu ajutorul relației (2.32) și ținând cont că expresia (2.30) nu există în numere reale, (condiția $j^2 < j_{critic}^2$), obținem expresia pentru conversia fotonilor:

$$z = \langle \hat{J}_z \rangle = -\frac{1}{1 + e^{\frac{N+1}{\tau_0}(t-t_0)}} + j \tanh \left[\frac{N+1}{2\tau_0}(t-t_0) \right], \quad (2.33)$$

unde din condițiile inițiale $\langle J_z(t=0) \rangle = -n_{ph}/2$, iar expresia $t_0 = \tau_0 \ln n_{ph}/n_{ph} + 1$ exprimă timpul de reținere a pulsului superradiant și corespunde constantei de integrare în ecuația (2.31). În continuare, din relația (2.33) vom găsi intensitatea de emisie a fotonilor AS în dependență de timp:

$$I(t) = \hbar\omega_0 \langle \hat{J}_z \rangle = I_0 \left(\frac{n_{ph} + 1}{2} \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{n_{ph} + 1}{2\tau_0}(t-t_0) \right]. \quad (2.34)$$

Relația (2.34) descrie impulsul de superradianță, a cărui putere de iradire atinge maximum în momentul de timp $t = t_0$. Valoarea acestui maxim este proporțional cu n_{ph}^2 ($n_{ph} \gg 1$, și unitatea peste tot poate fi neglijată în comparație cu n_{ph}). Timpul t_0 este timpul de reținere a impulsului superradiant, egal cu $t_0 = \tau_c \ln n_{ph}$, unde $1/\tau_c = (n_{ph} + 1)/2\tau_0$ este rata de emisie cooperativă de conversie. Deoarece $n_{ph} \gg 1$, atunci obținem inegalitatea $t_0 = \tau_c \ln n_{ph} > \tau_c$. În condiții reale $\ln n_{ph} \sim 20$, de aceea t_0 determină durata timpului, la care are loc transformarea fotonilor S în fotoni AS. Dependența de timp a intensității $I(t)$ de emisie a fotonilor AS conform expresiei (2.34) este reprezentată în Figura 2.4(stânga). Să luăm în considerare stabilizarea procesului cooperativ datorită termenului proporțional cu $\tilde{\alpha}_2 \neq 0$.

În acest caz putem ușor calcula integralul al doilea în expresia (2.31), $\hat{J}_z = -\sqrt{j^2 - b^{-1}}$. Pentru $b > 1/j^2$ obținem integralul

$$\tilde{I}_2 = \int dz \frac{1}{1 - b \left[\frac{n_{ph}}{2} \left(\frac{n_{ph} + 1}{2} \right) - z^2 - z \right]} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}(n_{ph} + 1)^2 - \frac{1}{b}}} \ln \frac{\left| z + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(n_{ph} + 1)^2 - \frac{1}{b}} \right|}{\left| z + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(n_{ph} + 1)^2 - \frac{1}{b}} \right|}. \quad (2.35)$$

Pentru cazul invers, când $b < 1/j^2$ obținem o altă expresie pentru acest integral:

$$I_2 = \int dx \frac{1}{x^2 + \frac{1}{b} - \left[\frac{1}{2}(n_{ph} + 1)\right]^2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{b} - \left[\frac{1}{2}(n_{ph} + 1)\right]^2}} \operatorname{arctg} \frac{z + \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{b} - \left[\frac{1}{2}(n_{ph} + 1)\right]^2}}. \quad (2.36)$$

Astfel că pentru $b > 1/j^2$ soluția ecuației obținute cu termeni de atenuare a emisiei cooperative poate fi scrisă sub forma:

$$I_1 + I_2 = \frac{1}{n_{ph} + 1} \ln \left| \frac{z + \frac{n_{ph}}{2} + 1}{z - \frac{n_{ph}}{2}} \right| + \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}(n_{ph} + 1)^2 - \frac{1}{b}}} \ln \left| \frac{z + \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(n_{ph} + 1)^2 - \frac{1}{b}}}{z + \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(n_{ph} + 1)^2 - \frac{1}{b}}} \right| = \frac{1}{\tau_0} (t - t_0). \quad (2.37)$$

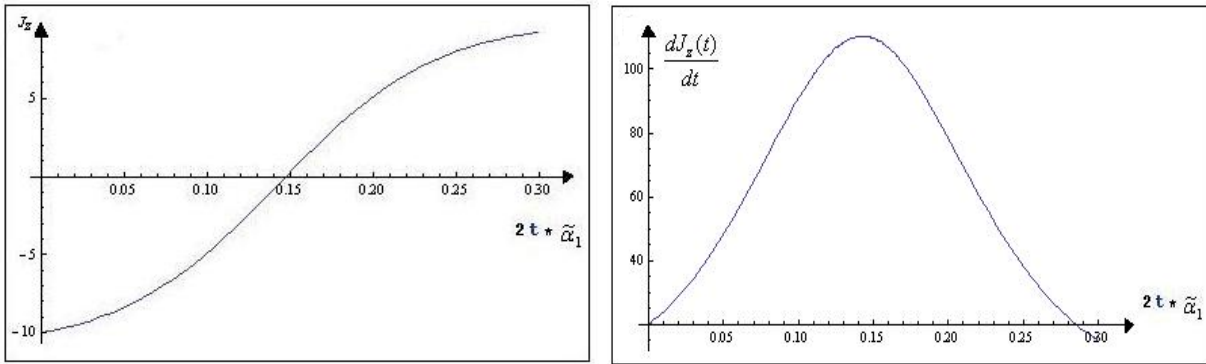


Fig. 2.4. Dependența de timpul relativ $2t\tilde{\alpha}_1$ a conversiei J_z (stânga) și a derivatei conversiei $d\hat{J}_z(t)/dt$ (dreapta) ambele pentru valoarea coeficientului $b=0$ și $j=10$. Similar cazului Dicke [29].

Variabila b nu poate tinde la zero $b \rightarrow 0$, deoarece este mărginită de jos și expresia (2.37) nu tinde către ecuația Dicke, deoarece $b > 4/n_{ph}^2$. Astfel, trebuie să recalculăm integralul (2.35) pentru $b < 4/n_{ph}^2$. În acest caz $b < 1/j^2$, soluția este reprezentată în (2.38)

$$\frac{1}{n_{ph} + 1} \ln \left| \frac{z + \frac{n_{ph}}{2} + 1}{z - \frac{n_{ph}}{2}} \right| + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{b} - \left[\frac{1}{2}(n_{ph} + 1)\right]^2}} \operatorname{arctg} \frac{z + \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{b} - \left[\frac{1}{2}(n_{ph} + 1)\right]^2}} = \frac{1}{\tau_0} (t - t_0). \quad (2.38)$$

Considerând evoluția valorilor medii ale operatorilor câmpului rezonatorului ca fiind adiabatică:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{J}^+(t) &= -2\tilde{\alpha}_1 J_z(t) \hat{J}^+(t) + 4\tilde{\alpha}_2 J_z(t) \hat{J}^+(t) \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t), \\ \frac{d}{dt} \hat{J}^-(t) &= \left[\frac{d}{dt} \hat{J}^+(t) \right]^+. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Noile variabile $J^\pm(t) = \langle \hat{J}^\pm(t) \rangle$, $J_z(t) = \langle \hat{J}_z(t) \rangle$ ale acestor ecuații sunt obținute ca rezultat al procedurii de factorizare a funcției de corelare $\langle \hat{J}_z(t) \hat{J}^+(t) \hat{J}^-(t) \hat{J}^+(t) \rangle \approx \langle \hat{J}_z(t) \rangle \langle \hat{J}^+(t) \rangle \langle \hat{J}^-(t) \rangle \langle \hat{J}^+(t) \rangle$, care corespunde reprezentării clasice a procesului de generare în sistem. Având în vedere faptul că la pornirea conversiei media acestui operator $J_z \approx -j$ și ținând cont de ideile propuse în [37, 67], ecuațiile (2.39) pot fi reprezentate cu ajutorul funcției potențialului generalizat

$$V(z) = -2\tilde{\alpha}_1 j |z|^2 + 2\tilde{\alpha}_2 j |z|^4; \quad |z| = |J^+| = |J^-|; \quad \frac{dJ^+(t)}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial J^-}. \quad (2.40)$$

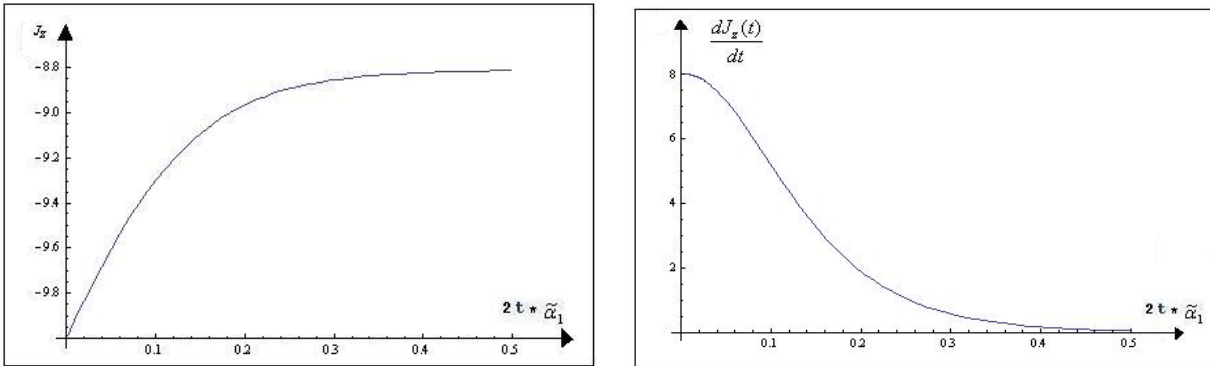


Fig. 2.5. Dependența de timpul relativ $2t\tilde{\alpha}_1$ a conversiei J_z (stânga) pentru alte valori ale parametrilor $b=0,01$ și $j=10$, și (dreapta) a derivatei conversiei $d\hat{J}_z(t)/dt$, respectiv, pentru valorile parametrilor $b=0,02$ și $j=10$. Corespunde cazului pentru $b > 1/j^2$.

Conform acestei definiții, pentru potențialul din care rezultă ecuația (2.40) obținem valoarea minimă a acestui potențial $|z_{\min}| = \tilde{\alpha}_1 / (2\tilde{\alpha}_2)$. Ea corespunde cu punctul de lucru a emisiei laser

$d\hat{J}^+(t)/(dt)=0$ (a se vedea Figura 2.3 dreapta). Astfel, din expresia (2.40) rezultă că cu creșterea 3ratei de emisie $\tilde{\alpha}_1$ a fotonilor AS amplitudinea câmpurilor coerente de bifotoni $|z|$ de asemenea crește. Valoarea minimă a potențialului $|z_{\min}|$ descrește cu creșterea coeficientului de difuzie $\tilde{\alpha}_2$ în procesul de generare a fotonilor AS. Astfel de stări coerente pot fi utilizate în comunicare, în care amplitudinea unui bloc simplu de fotoni S coerenți și de fotoni AS coerenți, obținuți în emisia $\Pi(t) = g_S g_A \langle \hat{J}^+ \rangle \exp[i(\tilde{\omega}t - (k_a - k_s)z + \varphi_0)]$, are amplitudinea $g_S g_A \langle \hat{J}^+ \rangle$ și faza $\phi = i[\tilde{\omega}t - (k_a - k_s)z + \varphi_0]$, în cazul în care fluctuațiile cuantice relative au atins valoarea de dimensiuni mici. În acest caz, modularea amplitudinii bifotonilor și a fazei poate fi posibilă în transmiterea informației cu astfel de stări coerente.

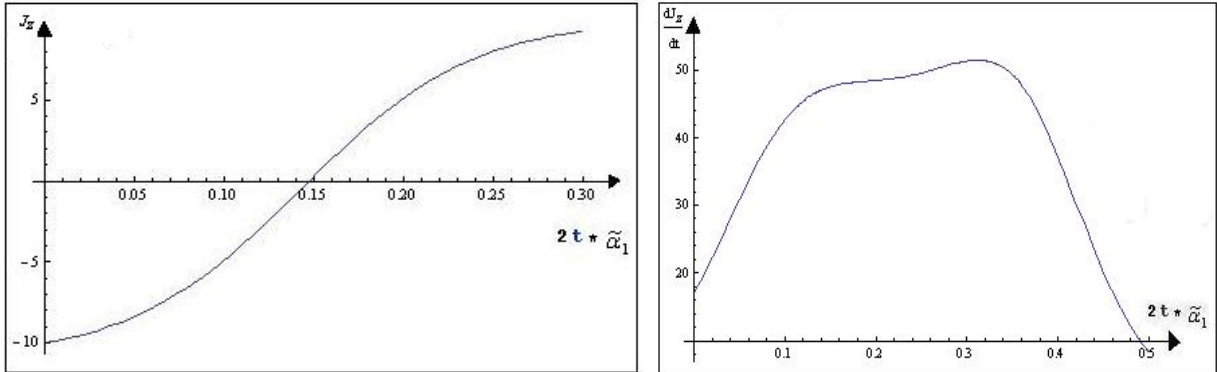


Fig. 2.6. Dependenta conversiei J_z (stânga) și a derivatei conversiei $d\hat{J}_z(t)/dt$ (dreapta) ca funcție de timpul relativ $2t * \tilde{\alpha}_1$ pentru parametrul $b=0.005$ și $j=10$. Corespunde cazului $b < 1/j^2$.

2.4. Soluția cuantică a emisiei coerente bimodale și studiul statisticii fotonilor în procesele neliniare de coerentizare de tip Raman

În această secțiune a tezei vom cerceta numeric fenomenul cooperativ de conversie a fotonilor S în fotoni AS fără a decupla lanțul de ecuații propus în secțiunea anterioară. Astfel, putem estima corectitudinea decuplării lanțului de ecuații cinetice propusă în secțiunea 2.4. Pentru aceasta trecem de la tabloul Heisenberg pentru operatorul câmpului $\hat{O}(t)$ la reprezentarea Schrödinger a matricii de densitate $Sp\{W(t), O(0)\} = Sp\{W(0), O(t)\}$. Astfel, în cazul termenilor de pe lângă $\tilde{\alpha}_1$ obținem următoarea relație de trecere de la un tablou la altul

$$\begin{aligned}
 & Sp\left(W(t)2\hat{J}^-\hat{O}\hat{J}^+ - W(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} - W(t)\hat{O}\hat{J}^-\hat{J}^+\right) \\
 &= Sp\left(2\hat{J}^+W(t)\hat{J}^-\hat{O} - W(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} - \hat{J}^-\hat{J}^+W(t)\hat{O}\right) \\
 &= Sp\left\{\left(2\hat{J}^+W(t)\hat{J}^- - W(t)\hat{J}^-\hat{J}^+ - \hat{J}^-\hat{J}^+W(t)\right)\hat{O}\right\};
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Această modalitate de permutare a operatorului \hat{O} în partea $Sp\left\{\left([\hat{J}^+, W(t)\hat{J}^-] + H.c.\right)\hat{O}(0)\right\}$ dreaptă poate fi continuată și în corelatorii de ordin mai superior. Spre exemplu, pentru coeficientul $\frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2}$ de pe lângă $\tilde{\alpha}_2$ obținem:

$$\begin{aligned}
 & Sp\left(\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{O}\hat{J}^+ - \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} + \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{O}\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+ - \hat{W}(t)\hat{O}\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\right) \\
 &= Sp\left(\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{O} - \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} + \hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{O}\hat{J}^+\hat{J}^- - \hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{O}\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\right) \\
 &= Sp\left(\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{O} - \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} + \hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{O}\hat{J}^+ - \hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{O}\hat{J}^-\hat{J}^+\right) \\
 &= Sp\left(\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{O} - \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} + \hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{O} - \hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{O}\hat{J}^-\right) \\
 &= Sp\left(\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{O} - \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{O} + \hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{O} - \hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{O}\right) \\
 &= Sp\left\{\left(\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^- - \hat{W}(t)\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+ + \hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\hat{J}^- - \hat{J}^+\hat{J}^-\hat{J}^+\hat{W}(t)\right)\hat{O}\right\}.
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Astfel, operatorul \hat{O} al câmpului bimodal de cavitate a fost scos de sub comutator și a fost deplasat maximal în dreapta sub spur (Sp). Observăm același lucru: comutările trec asupra matricii de densitate. La fel am obținut și pentru ceilalți termeni ai EM. Relații similare obținem și pentru termenii de pe lângă $\tilde{\alpha}_2$ proporționali cu $1/1+\chi^2$. Toate aceste relații au fost respectiv înlocuite în ecuația pentru operatorul matricii de densitate. Dacă vom ignora pierderile din cavitate, soluția

staționară a acestei ecuații este valabilă (aplicabilă) pentru intervalul de timp $\gamma^{-1} < t < k^{-1}$, unde $\gamma^{-1} \sim \gamma_{\perp}^{-1}$; γ_{\parallel}^{-1}

$$\begin{aligned}
& Sp\left(\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{+}\hat{J}^{+} - \hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{O}\hat{J}^{+} + \hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{+}\hat{J}^{+} - \hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\right) \\
&= Sp\left(\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{+} - \hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{O} + \hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{+} - \hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\right) \\
&= Sp\left(\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O} - \hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{O} + \hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O} - \hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{O}\hat{J}^{-}\right) \quad (2.43) \\
&= Sp\left(\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O} - \hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{O} + \hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{O} - \hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{O}\right) \\
&= Sp\left\{\left(\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-} - \hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+} + \hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-} - \hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}\hat{W}(t)\hat{J}^{-}\right)\hat{O}\right\}.
\end{aligned}$$

Astfel, continuând această procedură de transfer al lui \hat{O} la matricea de densitate, obținem ecuația

$$Sp\left\{\left(\frac{d\hat{W}(t)}{dt} - \hat{L}\hat{W}(t)\right)\hat{O}(0)\right\} = 0, \quad (2.44)$$

unde L este procedura de comutare aplicată matricii de densitate obținută din partea dreaptă a ecuației pentru operatorul generalizat (2.22). Deoarece în ecuația (2.44) $\hat{O}(0)$ este un operator arbitrar, rezultă că ecuația (2.44) este satisfăcută dacă $d\hat{W}(t)/dt - \hat{L}\hat{W}(t) = 0$. Utilizând permutările de mai sus, din EG (2.22) pentru operatorul $\hat{O}(t)$ al câmpului bimodal de cavitate obținem următoarea EM pentru operatorul de densitate:

$$\begin{aligned}
\frac{dW(t)}{dt} &= -i\chi\gamma_{\perp}[J_z, W(t)] + \tilde{\alpha}_1\left\{2\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-} - W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{+} - \hat{J}^{-}\hat{J}^{+}W(t)\right\} \\
&\quad - \tilde{\alpha}_2\left\{\frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2}\left[\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{-} - W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+} + \hat{J}^{+}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-} - \hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}W(t)\right]\right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{1+\chi^2}\left[\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-} - \hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+} + \hat{J}^{+}\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{-} - \hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-}\right]\right. \\
&\quad \left. + i\frac{2\chi}{(1+\chi^2)^2}\left[\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{-} - W(t)\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+} - \hat{J}^{+}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}W(t)\hat{J}^{-} + \hat{J}^{-}\hat{J}^{+}\hat{J}^{-}\hat{J}^{+}W(t)\right]\right\}. \quad (2.45)
\end{aligned}$$

Această ecuație descrie transformarea colectivă a fotonilor S în câmp AS și este similară EM în superradianță care tradițional este descrisă în [48, 60], când $\tilde{\alpha}_2 = 0$. Pentru estimare putem aduce condițiile experimentale observate în [36, 68] care, într-adevăr corespund situațiilor când rata emisiei $\tilde{\alpha}_1 \approx 10^5 - 10^7 1/s$ este mult mai mare decât pierderile de cavitate $k=c(1-r)/l \approx 10^5 1/s$. Aici $r \approx 0.99979$ este puterea de reflexie a oglinzilor cavității la o anumită frecvență, $l \approx 10^{-3} cm$ este

lungimea cavității [43]. Timpurile de relaxare a polarizării atomice γ_{\perp}^{-1} trebuie să realizeze o magnitudine de $10^{-6} - 10^{-8}$ în funcție de pregătirea unui flux atomic [36, 68]. Timpul de retardare $\tau \sim \gamma_{\perp}^{-1}$ este proporțional cu timpul de zbor al atomului prin cavitate $\gamma_{\perp}^{-1} \sim l/v$; prin urmare, $\tau \approx l/v_A$, $v_A \approx 280 \text{ m/s}$ [69], unde v_A este viteza medie a atomului prin cavitate. Valorile relative ale parametrilor $\tilde{\alpha}_2$ și $\tilde{\alpha}_1$ au magnitudinea de ordinul $\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1^2 \sim 1/(N\gamma_{\parallel})$ și scade substanțial cu creșterea numărului de atomi N . Cercetările numerice și analitice ale proceselor cinetice sunt descrise în continuare, folosind aceste valori relative ale parametrilor din sistem.

În continuare, sunt prezentate soluțiile dinamice ale stării staționare pentru CEM ale ecuațiilor (2.22) și (2.45). Să considerăm în primul rând că, la momentul inițial de timp, avem 0 fotoni în modul AS și $n_{ph} = 2j$ fotoni în câmpul S, astfel încât câmpurile bimodale de cavitate sunt descrise de către starea inițială $|\psi(0)\rangle = |0\rangle_a |n_{ph}\rangle_s$. În conformitate cu definiția operatorilor noi \hat{J}^+ , \hat{J}^- și \hat{J}_z , în H (2.3) putem defini această stare $|-j, j\rangle$ folosind reprezentarea vectorială a simetriei SU(2).

Să găsim soluția cuantică pentru EM (2.45). Așa cum se propune în [60, 70], putem exprima matricea de densitate prin stările coerente generalizate ale stărilor momentului unghiular, deoarece momentul unghiular se păstrează. Așa cum rezultă din Q- și P- reprezentare diagonală a matricii de densitate, în cazul în care partea dreaptă a EM are o formă bicuadratică față de operatorii $\hat{J}^+(t)$ și $\hat{J}^-(t)$, soluția EM poate fi reprezentată prin operatorii diagonali bra și ket ai stărilor momentului unghiular

$$W(t) = \sum_{m=-j}^{+j} P_m(t) |m, j\rangle \langle m, j|. \quad (2.46)$$

Aici, $P_m(t)$ este probabilitatea stărilor $|m, j\rangle$, vectorii lui Hilbert $|m, j\rangle$ ce fac parte din setul de stări ale momentului cinetic și se supune la simetria SU(2) definită de către următoarea acțiune asupra vectorilor Hilbert $\hat{J}_z |m, j\rangle = m |m, j\rangle$:

$$\begin{aligned}
\hat{J}^+|m\rangle &= \sqrt{(j-m)(j+m+1)}|m+1, j\rangle; \\
\langle m|\hat{J}^- &= \sqrt{(j-m)(j+m+1)}\langle m+1, j|; \\
\hat{J}^-|m\rangle &= \sqrt{(j+m)(j-m+1)}|m-1, j\rangle; \\
\langle m|\hat{J}^+ &= \sqrt{(j+m)(j-m+1)}\langle m-1, j|; \\
\hat{J}^-|m+1, j\rangle &= \sqrt{(j-m)(j+m+1)}|m\rangle; \\
\langle m+1, j|\hat{J}^+ &= \sqrt{(j-m)(j+m+1)}\langle m|; \\
\hat{J}^+|m+1, j\rangle &= \sqrt{(j-m-1)(j+m+2)}|m+2, j\rangle; \\
\langle m+1, j|\hat{J}^- &= \sqrt{(j-m-1)(j+m+2)}\langle m+2, j|.
\end{aligned}$$

Prin introducerea reprezentării (2.46) în ecuația (2.45) este ușor a obține următorul sistem de ecuații pentru setul de probabilități $\{P_m\}$ de populare a stărilor $\{|m, j\rangle\}$, $m=-j, \dots, +j$:

$$\begin{aligned}
\frac{dP_m(t)}{dt} &= 2\tilde{\alpha}_1 \{P_{m-1}(t)(j-m+1)(j+m) - P_m(t)(j-m)(j+m+1)\} \\
&\quad - 2\tilde{\alpha}_2 \left\{ \frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2} [P_{m-1}(t)(j-m+1)^2(j+m)^2 - P_m(t)(j-m)^2(j+m+1)^2] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{1+\chi^2} (j-m+1)(j+m)[P_{m-2}(t)(j-m+2)(j+m-1) \right. \\
&\quad \left. - P_{m-1}(t)(j+m+1)(j-m)] \right\}; \quad -j \leq m \leq j,
\end{aligned} \tag{2.47}$$

unde sunt introduse notațiile: $\chi = (\tilde{\omega} - \omega_0) / \gamma_{\perp}$; $\tilde{\alpha}_1 = G^2(k_a, k_b)N / \hbar^2$; $(\tilde{\alpha}_1)^2 = \tilde{\alpha}_2$; $\tau_{\perp} = \gamma_{\perp}^{-1} / (\chi^2 + 1)$; și prin $\tau_{\parallel} = \gamma_{\parallel}^{-1} / (\chi^2 + 1)$. Setul de funcții $\{P_m(t)\}$ descrie probabilitatea simultană de existență a $(2j+1)$ de stări Dicke [29], în procesul de împrăștiere. Dependența de timp a probabilităților $P_m(t)$ este reprezentată grafic în Figura 2.7 [12] pentru următoarele valori ale parametrilor relativi $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și numărul de fotoni $2j = 10$ și $2j = 12$. Condiția inițială pentru sistemul de ecuații (2.47) este $P_{-j} = 1$, $P_{-j+1} = P_{-j+2} = \dots = P_j = 0$.

Ca urmare a parametrilor experimentali propuși în laserele R de H_2 și CS_2 [68, 71, 84]: rata de emisie $\alpha_1 = 10^5 - 10^7 1/s$, $k = c(1-r)/l \approx 10^5 1/s$, $r \approx 0.99979$, $l \approx 10^{-3} cm$, [69] $v_A \approx 280 m/s$, unde v_A este viteza medie a atomului prin cavitate, am prezentat grafic comportamentul timpului pentru sistemul de ecuații (2.47) pentru diferite valori ale numărului m de repartiție (a se vedea Figura 2.7).

Aici, valoarea relativă a parametrului $\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1=0.005$ este aleasă în conformitate cu definiția câștigului R $g_s = \tilde{\alpha}_1/c \sim 1/\delta^2$ [84].

Dacă alegem diferite valori ale abaterii de la rezonanță δ , atunci este posibil de a modifica valoarea parametrului relativ $\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1$ într-un interval destul de larg - de la 10^{-5} - 10^{-2} pentru $j \sim 10$. S-a observat că fluctuațiile cuantice joacă un rol important în procesul de generare a fotonilor S sau AS. Astfel, cum rezultă din Figura 2.8, transformarea fotonilor S $2j = 25$ în 25 de fotoni AS apare într-un mod foarte special. De exemplu, distribuția probabilităților P_m ca funcție de numărul de fotoni, m fiind indicele într-o etapă anterioară de evoluție a radiației (de exemplu $t = 0.1/(2\tilde{\alpha}_1)$), este descrisă în [12] și în Figura 2.8(A,B). Această distribuție este reprezentată la un moment ulterior

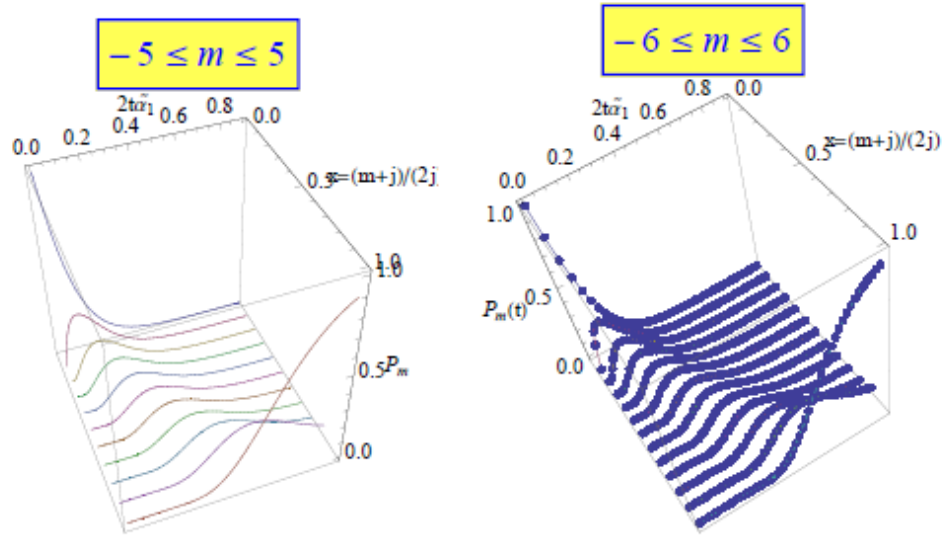


Fig. 2.7. Dependența de timp a probabilităților $P_m(t)$ pentru următoarele valori ale parametrilor relativi $\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și numărul de fotoni $2j = 10$ și $2j = 12$. [12]

de timp $t = 0.2/(2\tilde{\alpha}_1)$. Distribuția dată poate fi considerată ca o repartiție probabilistică între fotonii S și AS: (0,25), (1,24), (2, 23); (3,22), (4,21), ..., (21, 4); (22, 3); (23, 2); (24, 1); (25, 0), care sunt

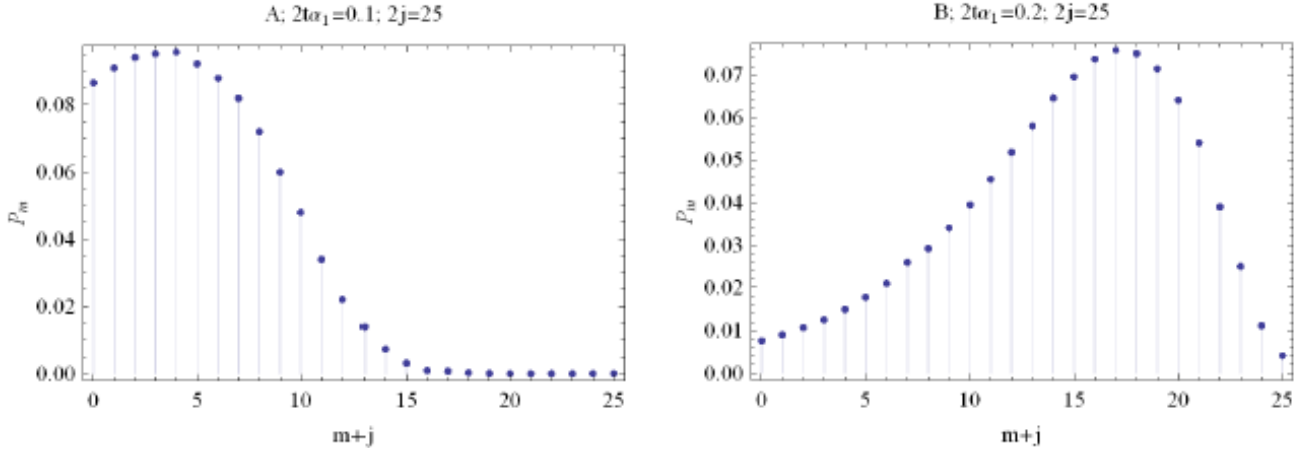


Fig. 2.8(A, B). Distribuția pe stările energetice colective a fotonilor S și AS la o etapă timpurie $t = 0.1/(2\tilde{\alpha}_1)$, (A) și la o altă etapă mai târzie (B). Această dependență corespunde situației pentru care numărul inițial de fotoni S $2j=25$ și parametrul neliniar relativ este $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 = 0.005$. [12]

descrise de existența simultană a repartițiilor cu astfel de probabilități: $P_{12}(t), P_{11}(t), \dots, P_0(t), \dots, P_{-11}(t), P_{-12}$. În paranteze, primul număr (n, m) reprezintă fotonii S și al doilea număr - fotonii AS. Suma acestor probabilități este egală cu unitatea: $\sum_{m=-j}^{+j} P_m(t) = 1$.

2.5. Funcțiile de corelare pentru procesele neliniare de împrăștiere a luminii și a ratei de conversie

Să cercetăm acum comportamentul funcțiilor de corelație $G_1(t)$ și $G_2(t)$, care descriu intensitatea și pătratul intensității unui câmp bibosonic și care constau din câmpurile S și AS, pentru a determina corectitudinea decuplării semiclassical a ecuației neliniare pentru conversie (2.25) și (2.26):

$$G_2(t) = \langle \hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t) \rangle = \sum_{m=-j}^{+j} [(j+m)(j-m+1)][(j+m-1)(j-m+2)]P_m(t);$$

$$G_1(t) = \langle \hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t) \rangle = \sum_{m=-j}^{+j} (j+m)(j-m+1)P_m(t)$$

Funcția $G_1(t)$ poate descrie experimental intensitatea câmpului bimodal. După cum se vede din Figura 2.9, ambele funcții $G_1(t)$ și $G_2(t)$ ating valori maxime ca și derivata conversiei studiată aproximativ în secțiunea 2.5. Aceste mărimi ar putea fi detectate experimental prin metoda HBT [73, 75]. După cum reiese din Figura 2.9, funcțiile de corelare $G_1(t)$ și $G_2(t)$ ating valori maxime

în timpul evoluției. Acest maximum corespunde valorii zero a conversiei. După acest maximum fluctuațiile tind la o stabilizare în timp legată de echilibrul dintre rata de conversie și de împrăștiere. Un interes deosebit prezintă comportamentul fluctuațiilor cuantice ale intensității bimodale a câmpului $\hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t)$ în procesul de evoluție. Utilizând lanțul de ecuații cinetice pentru P_m , putem cerceta atât comportamentul fluctuațiilor absolute, cât și al celor relative $\delta^2 = G_2(t)/G_1^2(t) - 1$. Analizând comportamentul fluctuațiilor relative reprezentate în Figura 2.10, constatăm că odată cu creșterea numărului de fotoni $2j$ ele descresc. Această descreștere a fluctuațiilor relative, cu creșterea numărului de fotoni, ne permite utilizarea metodei semiclassical de decuplare a lanțului de ecuații cinetice propus în secțiunea 2.4.

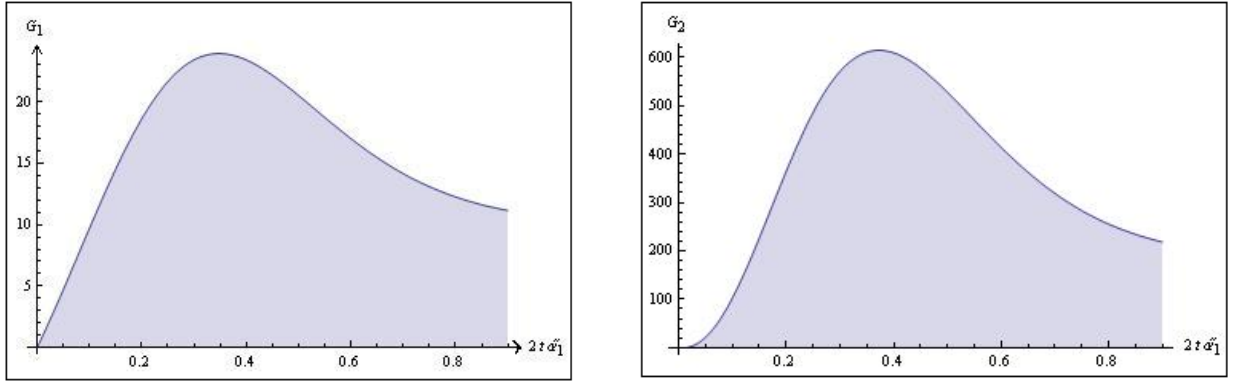


Fig. 2.9. Dependența de timp relativ $2t * \tilde{\alpha}_1$ a funcției de corelare $G_1(t)$ (stânga) și a funcției de corelare $G_2(t)$ (dreapta) pentru parametrii $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și $2j = 10$.

În Figura 2.10 este reprezentat grafic comportamentul fluctuațiilor valorii Δ^2 absolute și ale valorii δ^2 relative a pătratului fluctuațiilor în dependență de timp. Astfel, obținem o relație de recurență algebrică între probabilitățile P_m

$$P_m = P_{m-1} \frac{[(j-m+1)(j+m)]\{\tilde{\alpha}_1 - \beta_2[(j-m+1)(j+m)] + \beta_3[(j-m)(j+m+1)]\}}{\tilde{\alpha}_1[(j-m)(j+m+1)] - \beta_2[(j-m)(j+m+1)]^2} - P_{m-2} \frac{\beta_3[(j-m+2)(j+m-1)][(j-m+1)(j+m)]}{\tilde{\alpha}_1[(j-m)(j+m+1)] - \beta_2[(j-m)(j+m+1)]^2} \quad (2.48)$$

Din graficul prezentat în Figura 2.10 reiese că în procesul de stabilizare a generării fluctuațiile pătratic trec de la o valoare negativă la o valoare pozitivă. Aceste efecte au multe analogii cu tranziția de la procesul de anti-grupare la procesul de grupare a fotonilor în emisia unifonică [74]. În acest caz, tranziția corespunde fluctuațiilor normale ale operatorilor câmpurilor S și AS descrise de operatorii bimodali ai câmpului \hat{J}^+ și \hat{J}^- ce se supun unei noi algebre su(2). Putem de asemenea găsi soluția staționară pentru sistemul de ecuații (2.46). Menționăm că probabilitățile P_m , P_{m-1} și P_{m-2} sunt legate prin relația de recurență (2.48). Coeficienții noi $\beta_2 = \tilde{\alpha}_2(1 - \chi^2)/(1 + \chi^2)^2$ și $\beta_3 = \tilde{\alpha}_2/(1 + \chi^2)$ în sistemul de ecuații (2.48) sunt introduși în conformitate cu sistemul de ecuații (2.46) care reprezintă setul de probabilități.

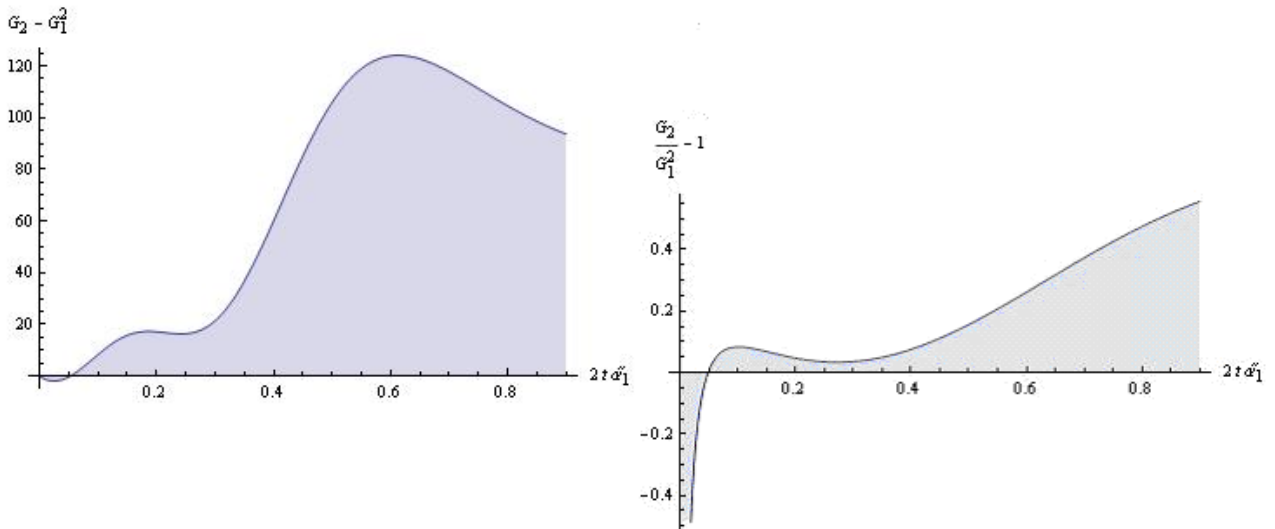


Fig. 2.10. Dependența de timpul relativ $2t\alpha_1$ a fluctuațiilor pătratic $\Delta^2 = G_2(t) - G_1^2(t)$ (stânga) și a fluctuațiilor relative $\delta^2 = G_2(t)/G_1^2(t) - 1$ (dreapta) pentru aceiași parametrii $\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și $2j = 10$.

Funcția de distribuție este descrisă de către acești coeficienți. Această soluție staționară specifică procesul de stabilizare în rezonator. Nu este dificil de observat că la starea de echilibru a sistemului de ecuații (2.48) corespunde stabilizarea soluțiilor numerice. Ultimii doi termeni din partea dreaptă a ecuației (2.48) corespund procesului de stabilizare a fluctuațiilor cuantice reprezentate în Figura 2.9 și 2.10. Să cercetăm comportamentul converșiei $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ și ale derivatei ei descrise de ecuația (2.23)

fără a decorela părțile drepte ale lanțului de ecuații (2.25) și (2.26). Utilizând sistemul de ecuații (2.26), putem scrie următoarea expresie pentru partea dreaptă a ecuației (2.23):

$$\langle J_z(t) \rangle = - \sum_{j=-m}^m m P_m(t) \quad (2.49)$$

$$\frac{d\langle J_z \rangle}{d\tau} = \sum_{j=-m}^m P_m(t)(j-m)(j+m+1) \times \{1 - b[(j-m)(j+m+1) + (j-m-1)(j+m+2)]\},$$

unde $\tau = 2\alpha_1 t$. În Figura 2.11 este reprezentat grafic comportamentul conversiei $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ și ale ratei de conversie $d\langle \hat{J}_z(t) \rangle / dt$ pentru următoarele valori ale parametrilor $b=0.0042$ și $j=10$. Acest grafic denotă că în procesul de stabilizare a generării, conversia trece de la o valoare negativă la o valoare pozitivă. Dependența valorii medii $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ și a parametrului b_{critic} pentru diferite valori ale lui $b < b_{\text{critic}}$ este $b < 1/(j+1)^2$ (a se vedea Figura 2.11), unde j este numărul de fotoni din modul S pregătiți pentru conversie în fotoni de tip AS.

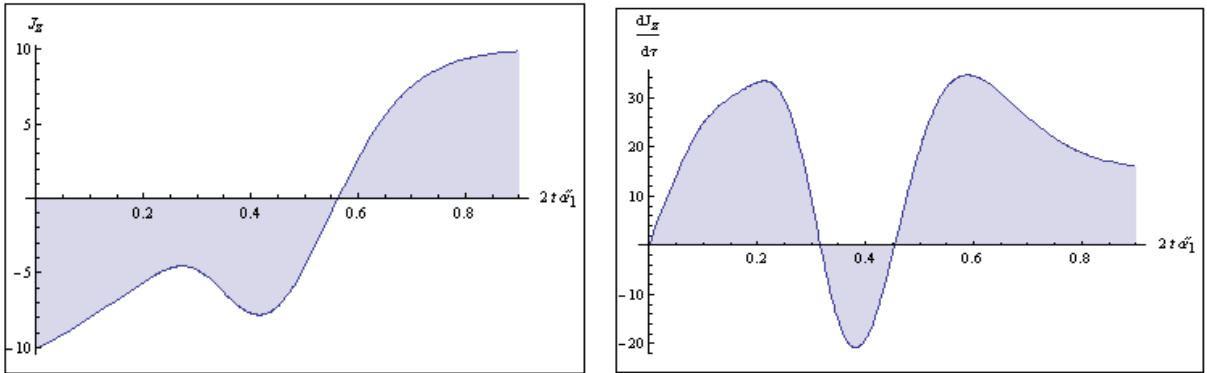


Fig. 2.11. Conversia fotonilor $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ și a derivatei ei $d\langle \hat{J}_z(t) \rangle / dt$ ca funcție de timpul relativ $2t\alpha_1$ pentru următoarele valori ale parametrilor $b=0.0042$ și $j=10$.

În Figura 2.12 este reprezentat grafic comportamentul conversiei și al derivatei ei în dependență de timp, precum și dependențele de pătratul fluctuației (linia întreruptă) $\Delta^2 = G_2(t) - G_1^2(t)$ și fluctuațiile relative (linia continuă) $\delta^2 = G_2(t) / G_1^2(t) - 1$, ca funcție de parametrul $2t\alpha_1$. Observăm o stabilizare a procesului de excitare doar pe o anumită porțiune de timp.

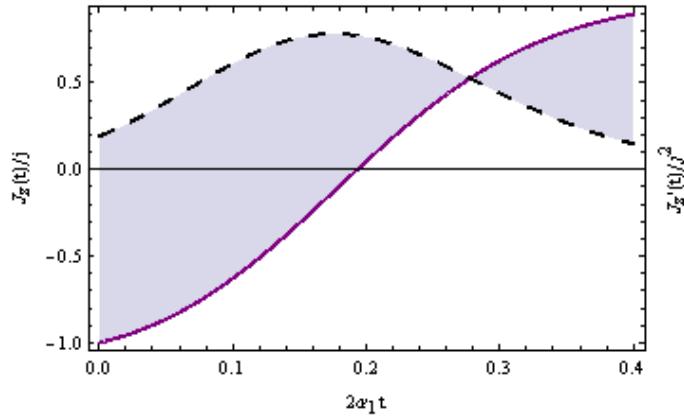


Fig.2.12. Transformarea cooperativă a fotonilor S în fotoni de tip AS. Conversia fotonilor (linia continuă) $\langle \hat{J}_z(t) \rangle / j$ și derivata ei (linia întreruptă) $\langle \hat{J}'_z(t) \rangle / j^2$, pentru valoarea parametrilor $b = 0.002 < b_c$ și numărul cooperativ $j=10$, ca funcție de parametrul $2t\alpha_1$. [41]

Tot aici în Figura 2.12 observăm o conversie superradiantă față de cele două stări ale câmpului de rezonator. Cunoscând comportamentul în timp al conversiei, putem calcula numărul mediu de fotoni de tip S sau AS. Într-adevăr, dacă considerăm că numărul total de fotoni este egal cu $n_{ph}=N_s+N_a$, iar conversia se reprezintă prin aceste numere în felul următor $2 \langle J_z \rangle = N_s - N_a$, atunci numerele medii de fotoni de tip S și AS pot fi ușor reprezentate astfel: $N_s = (n_{ph} + 2 \langle J_z \rangle) / 2$, $N_a = (n_{ph} - 2 \langle J_z \rangle) / 2$. Deci, cunoscând conversia, putem calcula numărul de fotoni S și AS în orice moment de timp. Detectarea proprietăților cuantice ale unui câmp de cavitate bimodal cu două detectoare de fotoni face posibilă măsurarea funcției de corelare $G_1(t)$ și a fluctuațiilor cuantice δ . Într-adevăr, fotocurentul electronilor $j(t)$ în excitarea a doi fotoni [75] este proporțională cu $G_1(t)$. În acest caz, corelațiile curentului în experimentul HBT [73], cu două detectoare de fotoni reprezentate schematic în Figura 2.1, ne permit să detectăm această corelare $\langle \hat{j}(t) \hat{j}(t-\tau) \rangle \sim \langle \hat{j}^+(t) \hat{j}^+(t-\tau) \hat{j}^-(t-\tau) \hat{j}^-(t) \rangle$; ca urmare, corelațiile relative ale fotonilor între modurile S și AS sunt $\delta^2 = \langle \hat{j}^2(t) \rangle / (\langle \hat{j}(t) \rangle)^2 - 1$.

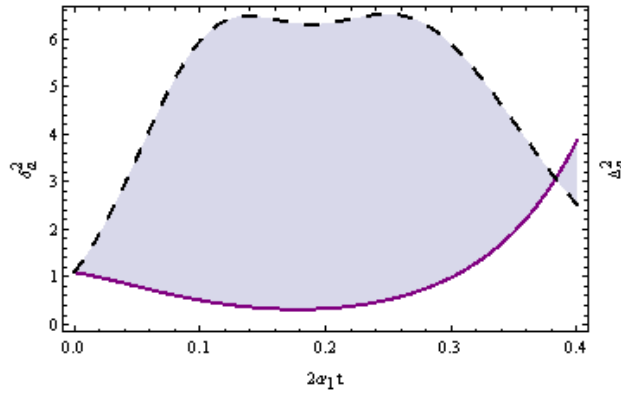


Fig. 2.13. Dependențele de pătratul fluctuației (linia întreruptă) $\Delta^2 = G_2(t) - G_1^2(t)$ și fluctuațiile relative (linia continuă) $\delta^2 = G_2(t)/G_1^2(t) - 1$, ca funcție de timpul relativ $2t\alpha_1$, pentru aceleași valori ale parametrilor $b = 0.012 > b_c$ și numărul cooperativ $j=10$. [51]

Așa tip de detectoare pot fi introduse în cavitate sau în locul unui detector bifotonic poate fi utilizat un alt flux atomic pregătit în starea fundamentală într-o rezonanță cu două cuante ale stării excitate cu ambele moduri de cavitate S și AS așa cum sunt prezentate în Figura 2.1. Folosind metoda de ionizare pentru modelele micromaser propusă în următoarea referință [76], este posibil să se calculeze numărul de atomi excitați din fluxul atomic. Această informație ne permite să găsim numărul de fotoni AS în cavitate și funcția de corelare $G_1(t)$.

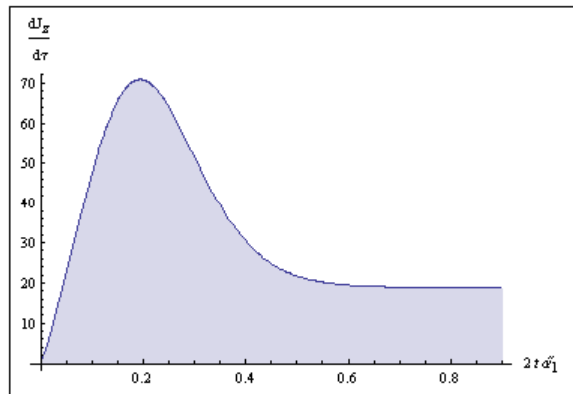


Fig. 2.14. Derivata conversiei $d\hat{J}_z/dt$ ca funcție de timpul relativ $2t\alpha_1$ pentru valorile parametrilor $b=0.001$ și $j=10$.

2.6. Concluzii la capitolul 2

1. A fost cercetată cinetica cuantică de conversie a n_{ph} fotoni AS în n_{ph} fotoni S, în cazul ER. Efectele de împrăștiere dovedesc o tendință de stabilizare a procesului de generare și formare a stărilor coerente bimodale. A fost obținută EM pentru câmpurile S și AS.
2. A fost construită dependența distribuției de probabilitate în funcție de timp. Soluția EG descrie procesele de amplificare a efectelor de generare bifotonică în cavități stimulate de câmpul de microrezonator.
3. S-a demonstrat că cu creșterea numărului de fotoni fluctuațiile descresc, ceea ce ne permite aplicarea calitativă a teoriei cvasiclasice. Transformarea dinamică a fotonilor S în fotoni AS și invers, în funcție de pregătirea conversiei atomice și a câmpului de cavitate, a fost obiectul de investigație în acest compartiment.
4. A fost demonstrat că aceste efecte nestaționare colective dintre fotonii S și AS au numeroase particularități similare cu efectul de superradianță între atomii sistemelor în spațiu liber. În cazul dat, rolul numărului de atomi excitați este preluat de numărul de fotoni S împrăștiați în fotoni AS în procesul de interacțiune.
5. Prin analogie cu stările Dicke, bioperatorii colectivi sunt introduși cu scopul de a descrie procesul de generare (sau anihilare) a fotonilor S (sau AS), însoțit de absorbția fotonilor AS (S), respectiv. În locul vidului câmpului electromagnetic ce cooperează atomii în efectul Dicke, aici este utilizat fluxul de atomi în stare excitată ce traversează cavitatea.
6. Fenomenul de tip superradianță este echivalent cu efectul de coerențizare bimodală dintre fotonii S și fotonii AS prin intermediul inversiei atomice ce traversează cavitatea.
7. Prin rezolvarea numerică a EM au fost studiate caracteristicile cuantice ale câmpului și comportamentul conversiei de fotoni de tip S și AS.

3. STĂRI COERENTE DE BIFOTONI ÎN EMISIA LASERULUI HYPER-RAMAN

În acest capitol spre deosebire de conceptul laserului bifotonic propus anterior, se propune inițierea stărilor coerente din stările Fock ale câmpului S de cavitate. În literatură totuși se dezvoltă conceptul necesității inițierii din exterior a amplitudinii coerente a câmpului bimodal. Pentru a iniția generarea bifotonică prin pierderea în oglinzile din resonator, o atenție deosebită se atrage interacțiunii a patru unde în atomul de potasiu utilizate în experimentul lui Gauthier din S.U.A. În acest experiment are loc tranziția atomului de potasiu între două niveluri dipol interzise cu absorbția a doi fotoni dintr-o sursă externă și generarea unor noi două cuante în laserul HR. Laserul bifotonic a fost propus de Prohorov în și relatat de Sorokin și Braslau. Puțin mai târziu, în 1987, de către Brune a fost construit micromaserul cu doi fotoni. Gauthier a obținut experimental emisia laser cu doi fotoni pe atomii de potasiu, în care starea de bază este despicată în câmpul magnetic, realizându-se astfel inversia dipol-interzisă. În urma acestei realizări experimentale se propune un model care ia în considerare aspectul cooperativ între absorbția a doi fotoni și procesul de generare a perechilor de fotoni din câmpul de pompaj și câmpul de radiație în procesul de generare HR. A fost obținut H de interacțiune, care ia în considerare interacțiunea procesului cu patru fotoni. Se obține o nouă EM, care descrie corelația între perechile de fotoni pompați și cei de generare în cavitate, pentru EHR.

3.1. Hamiltonianul de interacțiune pentru atomul de potasiu folosit în experimentul lui Gauthier

Posibilitatea generării a doi fotoni într-o tranziție a atomului din starea excitată în cea de bază a fost propusă de Prohorov [17], însă experimental a fost realizată după câteva decenii. Realizarea experimentulă a tranziției bifotonice stimulată de perechea de fotoni, în care trecerea radiatorului din starea excitată în starea de bază produce perechi noi de fotoni inseparabili (“entangled”) a fost descrisă în [78]. Primele experimente au demonstrat imposibilitatea generării coerente a luminii formate din bifotoni în sistemele laser obișnuite fără un proces stimulat din exterior [40, 79]. Din conceptul fizic al laserului monocuantic este cunoscut că pentru aprinderea lui nu este nevoie de o sursă coerentă exterioară și că procesul de emisie se naște din fluctuațiile vidului câmpului electromagnetic. Deci, în cazul coerenței de ordin întâi nu este necesară o sursă suplimentară pentru generarea laser obișnuită. Apare o întrebare firească: este posibil așa ceva în interacțiunea neliniară de tip HR? Efectele bicuantice și de împrăștiere R au arătat că este posibilă generarea unor stări coerente ale luminii fără efectul indus de laserul din exterior [18].

De asemenea, în [50] autorii au considerat amplificarea laser în vaporii termali ai atomilor de potasiu, unde frecvența de pompare este racordată în vecinătatea tranziției $4S_{1/2} \rightarrow 4P_{1/2}$. Este demonstrat că amplificarea bifonică apare în sistem ca proces care a fost numit laserul HR cu patru fotoni (Figura 3.1), sau împrăștierea HR cu patru fotoni [50]. Realizarea experimentală a laserului bifonic a fost propusă pentru prima dată de Gauthier [20]. Investigațiile generării bifotonice în experimente sunt formate din atomi de ^{39}K spin-polarizați și atomii care se deplasează în laser, plasați într-un rezonator optic degenerat de moduri transversale și care produc un fascicul cu o putere de ~ 0.2 Watt la o lungime de undă de 770 nm. În aceste lucrări experimentale s-au observat instabilitățile complexe dinamice de stare ale polarizării laserului bifonic, care sunt posibile la degenerarea atomică Zeeman. În acest caz, s-a considerat amplificarea laser în vaporii atomilor de potasiu, care are loc când frecvența laser este tunelată în vecinătatea tranziției $4S_{1/2} \rightarrow 4P_{1/2}$ [41]. Este demonstrat că amplificarea bifonică apare în sistem prin intermediul procesului de împrăștiere a patru cuante, a efectului de împrăștiere numit HR (a se vedea Figura 3.2). Schema de lucru a laserului HR este prezentată în Figura 3.1, unde doi fotoni de frecvență ω_d din laserul de pompaj sunt absorbiți și alții doi de frecvența ω sunt emanați. Pfister și Gauthier de asemenea au demonstrat amplificarea bifonică în laserul atomilor de potasiu utilizând geometria ortogonală indicată în Figura 3.1 [41]. Legea conservării energiilor impune

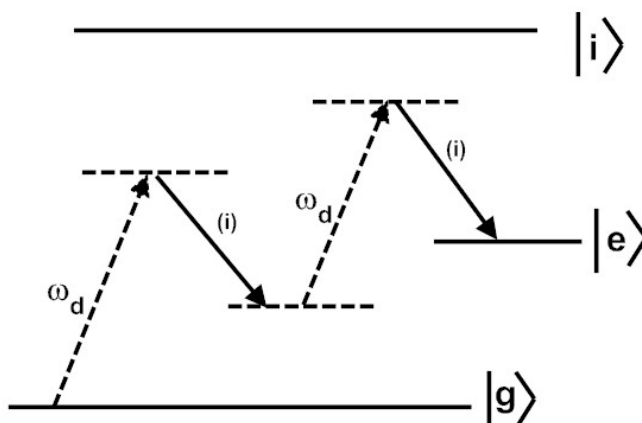


Fig.3.1. Diagrama ce indică împrăștierea în procesul hyper-Raman cu patru fotoni. [50]

restricția $\omega = \omega_d - \Delta_{gi} / 2$, în cazul în care Δ_{gi} este diferența de energie dintre stările $|g\rangle$ și $|e\rangle$. În experiment stările $|g\rangle$ și $|e\rangle$ corespund următoarelor stări hyper-fine $4S_{1/2}(F=1)$ și $4S_{1/2}(F=2)$ ale atomului de ^{39}K , unde abaterea de la rezonanță este $\Delta_{gi} / 2\pi = 462\text{MHz}$. Pentru a descrie aceste procese, vom prezenta schema laserului cu doi fotoni (a se vedea Figura 3.2). Pentru a obține amplificarea a doi fotoni, bazată pe procesul emisiei stimulate, este nevoie de condiția pentru care numărul de atomi N_g în starea de bază este mai mare decât numărul de atomi N_e în starea excitată. Autorii lucrărilor [50, 21, 25] au menționat faptul că n-fotoni în procesele de împrăștiere HR apar în acest sistem, în care frecvențele de probă și de radiație satisfac condiția $\omega = \omega_d - \Delta_{eg} / n$ pentru $n=1, 2, 3\dots$

La ora actuală, utilizând condiția de mai sus, autorii lucrărilor [22, 23] au observat împrăștierea multifotonică HR în atomii răciți de Rb captați în gropile de potențial ale unei celule 3D optice tridimensionale. Modelul arată că corelația cuantică între fotonii S și cei de pompaj conține noi particularități care până în prezent nu sunt studiate. În urma acestei realizări experimentale se propune un model care ia în considerare aspectul cooperativ între absorbția a doi fotoni și procesul de generare a perechilor de fotoni din câmpul de pompaj și câmpul de radiație în procesul de generare HR. Se obține o nouă EM, care descrie corelația între perechile de fotoni pompați și cei de generare în cavitate, ecuația fiind rezolvată numeric. Posibilitatea generării a bifotonilor de lumină încrucișată în procesul HR multifotonic este descrisă în Figura 3.2 și este stabilită legătura cu proprietățile cuantice ale câmpului de pompaj. A fost demonstrat că amplificarea bifotonică apare în efectul de împrăștiere cu patru-cuante HR, prezentat în Figura 3.2, și conține corelațiile amplitudinii

și a fazei cu pompajul. În acest proces cu patru fotoni din câmpul intens de pompare și câmpul de probă stimulează atomul pentru efectuarea tranziției din starea inițială $|g\rangle$ în starea finală $|e\rangle$ absorbind doi fotoni din câmpul de pompare (ω_d) și emanând doi fotoni noi în câmpul de probă cu frecvența ω , prin intermediul stărilor virtuale Figura 3.1. Se propune un aspect nou al interacțiunilor în procesul HR în care două cuante din câmpul de pompare sunt absorbite și alte două cuante sunt generate. Urmând descrierea experimentală modernă a generării bifotonice de lumină observată în [40], am obținut Hamiltonianul de interacțiune efectiv pentru acest proces.

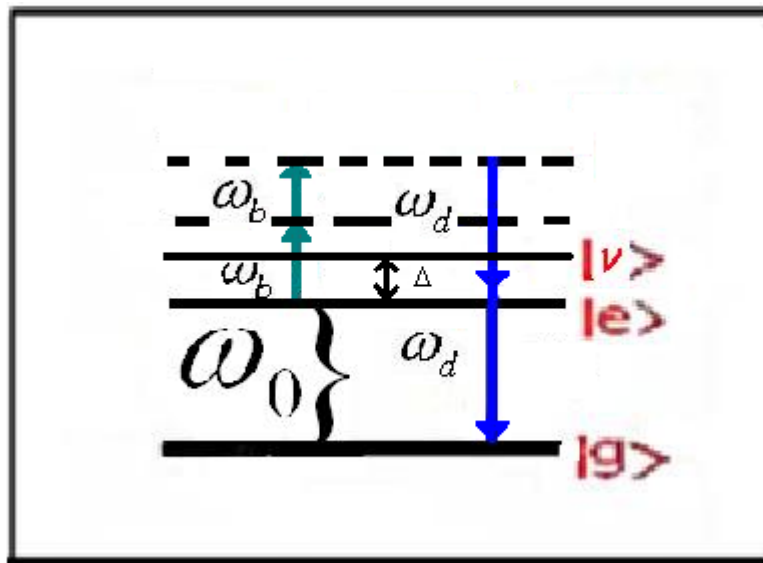


Fig. 3.2. Schema de tranziție cu patru fotoni în tranzițiile HR observate în experimentul lui Gauthier pentru atomul de potasiu. [20]

Rezultatele experimentale obținute de către autorii lucrărilor [20, 41, 50], prezentate în Figura 2.1 și Figura 2.2 ne conduc la o nouă idee a unui model de H de interacțiune, care ia în considerare interacțiunea procesului cu patru fotoni.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I, \quad (3.1)$$

unde partea liberă este \hat{H}_0

$$H_0 = \hbar\omega_v |v\rangle\langle v| + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| + \hbar\omega_g |g\rangle\langle g| + \hbar\omega_b \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hbar\omega_d \hat{d}^\dagger \hat{d} \quad (3.2)$$

și \hat{H}_I partea de interacțiune

$$\begin{aligned}
H_I = & -\{[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^+(t)e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(t)e^{-ik_d x}]|e\rangle\langle v| \\
& + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(t)e^{-ik_d x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b)b^+e^{-ik_b x}]|g\rangle\langle v|\} \\
& - \{[(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)be^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_d)de^{ik_d x}]|v\rangle\langle e| \\
& + [(\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d)(de^{ik_d x} + (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_b)be^{ik_b x})|v\rangle\langle g|\}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Aici $\hbar\omega_v$, $\hbar\omega_e$ și $\hbar\omega_g$ sunt energiile stărilor intermediară, excitată și, respective, cea de bază; $|e\rangle\langle v|$ și $|g\rangle\langle v|$ sunt operatorii de tranziție dintre nivelul intermediar $|v\rangle$, excitat $|e\rangle$ și cel de bază $|g\rangle$ cu generarea de noi cuante în câmpul extern sau de împrăștiere; \hat{d}^+ (\hat{d}) și \hat{b}^+ (\hat{b}), este operatorul de creare (anihilare) pentru câmpul AS și, respective, S. Condiția de rezonanță $2\omega_d - 2\omega_b = \omega_0$ nu se respectă în nici un termen al H de interacțiune prezentat mai sus. Prin urmare, această parte a Hamiltonianului este rapid oscilantă. Operatorii $|e\rangle\langle v|$ și $|g\rangle\langle v|$ exprimă tranzițiile dintre starea virtuală $|v\rangle$ a atomilor, cea excitată $|e\rangle$ și cea de bază $|g\rangle$, respectiv. Aceste tranziții sunt însoțite de absorbția și emisia de fotoni cu vectorii de undă k_d și k_b ai modurilor AS și S.

Să presupunem că vectorii de undă ai câmpului extern sau de împrăștiere sunt direcționați de-a lungul axei x, respectiv, μ_{ve} și μ_{vg} sunt elementele de matrice dintre stările intermediară, excitată și cea de bază. Probabil, partea lentă a acestui Hamiltonian poate fi obținută într-un ordin mai înalt al teoriei perturbațiilor.

Pentru a obține H efectiv de interacțiune, în care vor fi prezente tranzițiile din starea de bază în cea excitată prin intermediul a doi fotoni într-un ordin mai înalt al teoriei perturbațiilor, în secțiunea următoare este prezentată metoda de eliminare a operatorului nivelului virtual. În primul ordin al teoriei perturbațiilor H de interacțiune (3.1) este rapid oscilant. Cauza este că niciuna din frecvențe nu intră în rezonanță cu tranzițiile din starea de bază în starea virtuală și din starea virtuală în starea excitată. Tranziția din starea excitată în cea de bază este de tip dipol interzisă. Pentru a analiza tranzițiile în astfel de system, ar fi bine de obținut un H lent în care termenii nu sunt rapid oscilanți. După cum este demonstrat în secțiunea ce urmează, eliminând nivelul virtual se va obține un nou H lent dintre atomi și câmp în ordinul patru după constanta de interacțiune.

3.2. Metoda de eliminare a operatorului nivelului virtual pentru obținerea Hamiltonianului efectiv de interacțiune în procesul hyper-Raman

Să eliminăm termenii rapid oscilanți din Hamiltonianul (3.3). Această procedură de eliminare poate fi realizată prin dezvoltarea procedurii de omitere a părților oscilante din Hamiltonianul (3.3) până la ordinul patru al teoriei perturbațiilor. Ecuația pentru nivelul virtual este asemănătoare cu cea din secțiunea precedent:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}|v(t)\rangle &= i\omega_v|v(t)\rangle - \frac{i}{\hbar}[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^\dagger(t)e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(t)e^{-ik_d x}]|e(t)\rangle \\ &- \frac{i}{\hbar}[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^\dagger(t)e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{d}^\dagger(t)e^{-ik_d x}]|g(t)\rangle. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Observăm că termenii de tipul $\hat{b}^\dagger(t)|e(t)\rangle\langle v(t)|$ sunt funcții oscilante de timp $\exp[i(\omega_d - \omega_v + \omega_e)t]$, unde $\omega_d - \omega_v + \omega_e \neq 0$ în lipsa rezonanței este diferită de zero. Pentru a obține un H model, ce descrie procesul HR $2\omega_d - 2\omega_b = \omega_0$ în care doi fotoni din câmpul S sunt absorbiți și alții doi fotoni noi sunt generați, se va elimina în cele ce urmează operatorul pentru starea atomică virtuală $|v\rangle$ din expresia (3.4). Această procedură de eliminare poate fi continuată până când se obține situația în care termenii de interacțiune din H primesc forma $\hat{b}^2(t)\hat{d}^{\dagger 2}(t)|g(t)\rangle\langle e(t)|$, în care rezonanța dintre cei patru fotoni și atom are loc ca și în Figura 3.1.

Să trecem la obținerea unor astfel de diagrame. Soluționând ecuația Schrödinger pentru starea virtuală, obținem:

$$\begin{aligned} |v(t)\rangle &= e^{i\omega_v t}|v(0)\rangle - \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \{[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^\dagger(\tau)e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(\tau)e^{-ik_d x}]|e(\tau)\rangle \\ &+ [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^\dagger(\tau)e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(\tau)e^{-ik_d x}]|g(\tau)\rangle\} e^{i\omega_v(t-\tau)}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Introducem în această soluție [51, 82] expresiile exacte ale vectorilor stării de bază $|g(t)\rangle$ și ai celei excitate $|e(t)\rangle$ reprezentați în felul următor

$$\begin{aligned}
|e(t)\rangle &= \exp[i\omega_e t]|e(0)\rangle - \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \exp[i\omega_e(t-\tau)] [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau) e^{ik_b x} \\
&\quad + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau) e^{-ik_d x}] |v(\tau)\rangle; \\
|g(t)\rangle &= \exp[i\omega_g t]|g(0)\rangle - \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \exp[i\omega_g(t-\tau)] [(\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau) e^{ik_d x} \\
&\quad + (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau) e^{ik_b x}] |v(\tau)\rangle,
\end{aligned} \tag{3.6}$$

După ce introducem expresiile analitice ale vectorilor respectivi din (3.6) în soluția (3.5), observăm că în aceste soluții a apărut din nou starea virtuală $|v(\tau)\rangle$. În aceste expresii (3.6) introducem din nou soluția pentru $|v(\tau)\rangle$ din (3.5); vom obține doi vectori $|e(t)\rangle$ și $|g(t)\rangle$ în ordinul doi al

$$\begin{aligned}
|\Delta\rangle &= \frac{i}{\hbar^3} \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \int_0^\tau \exp[i\omega_e(\tau-\tau_1)] d\tau_1 \int_0^{\tau_1} e^{i\omega_v(\tau_1-\tau_2)} d\tau_2 \\
&\quad \times [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau) e^{-ik_d x}] \\
&\quad \times [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau_1) e^{ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau_1) e^{ik_d x}] \\
&\quad \times \{ [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau_2) e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau_2) e^{-ik_d x}] \} \\
&\quad + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau_2) e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau_2) e^{-ik_d x}] \} \\
&\quad + \frac{i}{\hbar^3} \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \int_0^\tau \exp[i\omega_g(\tau-\tau_1)] d\tau_1 \int_0^{\tau_1} e^{i\omega_v(\tau_1-\tau_2)} d\tau_2 \\
&\quad \times [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau) e^{-ik_d x}] \\
&\quad \times [(\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau_1) e^{ik_d x} + (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau_1) e^{ik_b x}] \\
&\quad \times \{ [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau_2) e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau_2) e^{-ik_d x}] \} \\
&\quad + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau_2) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau_2) e^{-ik_d x}] \},
\end{aligned} \tag{3.7}$$

constantei de interacțiune g_k . La rândul lor, aceste reprezentări fiind introduse în soluția pentru $|v(t)\rangle$ a expresiei (3.6), obținem următorul aport în ordinul trei al constantei de interacțiune g_k , pentru operatorul nivelului virtual $|v(\tau)\rangle$.

Hamiltonianul lent de interacțiune în procesul HR poate fi obținut introducând vectorul $|v(t)\rangle$ (3.7) în primul ordin, iar vectorii $|e(t)\rangle$ și $|g(t)\rangle$ în ordinul doi al constantei de interacțiune (3.8). Astfel, se va obține H în ordinul patru al constantei de interacțiune exprimat prin acești vectori.

$$\begin{aligned}
\langle e(t) | &= \exp[-i\omega_e t] \langle e(0) | + \frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \exp[-i\omega_e(t-\tau)] [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_b x} \\
&+ (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau) e^{-ik_d x}] \langle v(0) | \exp[-\omega_v \tau] \\
&+ \frac{i^2}{\hbar^2} \int_0^t d\tau \int_0^\tau d\tau_1 e^{-i\omega_v(t-\tau_1)} \exp[-i\omega_e(t-\tau)] [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^+(\tau) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^+(\tau) e^{-ik_d x}] \\
&\{ [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau_1) e^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau_1) e^{ik_d x}] \langle e(\tau_1) | \\
&+ [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau_1) e^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau_1) e^{ik_d x}] \langle g(\tau_1) | \}.
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Nu este greu de observat că partea lentă se obține introducând în vectorul $|v(t)\rangle$ din (3.7) vectorii $|e(t)\rangle$ și $|g(t)\rangle$ din (3.6) (care de asemenea conține din nou vectorul $|v(t)\rangle$). Reintroducând același vector în expresia pentru $|v(t)\rangle$, obținem expresia (3.7). După această procedură putem cerceta pe părți Hamiltonianul lent ce se conține pentru aceste expresii în ordinul patru al constantei de interacțiune.

1. O parte de diagrame ΔH_{I1} se obțin introducând (3.7) și primii termeni (în ordinul zero după constanta de interacțiune), astfel se obține (3.9). Hamiltonianul lent de interacțiune se obține la generarea a doi fotoni cu frecvența ω_d și absorbția a altor doi fotoni cu frecvența ω_b cu tranziția atomului din starea de bază în starea excitată. În partea H.c. a Hamiltonianului (3.9) are loc procesul invers de trecere din starea excitată în cea de bază cu emanarea și absorbția inversă a fotonilor S și AS. Observăm că aport dau următorii termeni $\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d) (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) b(t) e^{ik_b x} d^\dagger(\tau) e^{-ik_d x} e^{i\omega_v(t-\tau)} |g(\tau)\rangle \langle e(t)|$ și $\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d) (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) d(t) e^{-ik_d x} b^\dagger(\tau) e^{ik_b x} e^{i\omega_v(t-\tau)} |e(\tau)\rangle \langle g(t)|$, care mediați după perioada de oscilație a tranzițiilor optice, dau aportul substanțial în procesul de împrăștiere HR.

$$\begin{aligned}
\Delta H_{I1} = & -\frac{i}{\hbar^3} \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \int_0^\tau \exp[i\omega_e(\tau - \tau_1)] d\tau_1 \int_0^{\tau_1} e^{i\omega_v(\tau_1-\tau_2)} d\tau_2 \\
& \times [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^\dagger(\tau) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^\dagger(\tau) e^{-ik_d x}] \\
& \times [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau_1) e^{ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}(\tau_1) e^{ik_d x}] \\
& \times \{[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_d x}] |e(\tau_2)\rangle \\
& + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_d x}] |g(\tau_2)\rangle\} \\
& + \frac{i}{\hbar^3} \int_0^t d\tau e^{i\omega_v(t-\tau)} \int_0^\tau \exp[i\omega_g(\tau - \tau_1)] d\tau_1 \int_0^{\tau_1} e^{i\omega_v(\tau_1-\tau_2)} d\tau_2 \\
& \times [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^\dagger(\tau) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^\dagger(\tau) e^{-ik_d x}] \\
& \times [(\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d) (\hat{d}(\tau_1) e^{ik_d x} + (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_b) \hat{b}(\tau_1) e^{ik_b x})] \\
& \times \{[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_d x}] |e(\tau_2)\rangle \\
& + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b) \hat{b}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \hat{d}^\dagger(\tau_2) e^{-ik_d x}] |g(\tau_2)\rangle\} \\
& \{[(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b) b e^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_d) d e^{ik_d x}] \langle e(t) | \\
& + [(\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_d) (d e^{ik_d x} + (\boldsymbol{\mu}_{vg}, \mathbf{g}_b) b e^{ik_b x}) \langle g(t) | \}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Observăm că în partea H.c. a Hamiltonianului (3.9) sunt generați încă doi termeni. Combinând partea H.c. cu partea exprimată în (3.9), obținem următorul H lent de interacțiune:

$$\begin{aligned}
\Delta H_{I1} = & \tilde{b}^2(t) \tilde{d}^{\dagger 2}(t) | \tilde{g}(t) \rangle \langle \tilde{e}(t) | \left\{ \frac{(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3 (\omega_d - \omega_{eg})(\omega_d - \omega_b - \omega_{eg})(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} \right. \\
& \left. + \frac{(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3 (\omega_d - \omega_{vg})(\omega_d - \omega_b)(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} \right\} \exp[2ix(k_b - k_d)] + H.c.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

2. O altă parte de diagrame se obțin introducând termenii doi din expresiile (3.6) în ordinul întâi al acestei constante. Menționăm că expresia (3.5) trebuie introdusă atât în H, cât și în soluțiile formale (3.6):

$$\begin{aligned}
\Delta H_{I2} &= -\{[(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)be^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_d)de^{ik_d x}]\tilde{g}(0)\langle e(\tau_1)| \\
&= \frac{i^3}{\hbar^3} \int_0^t d\tau' e^{i\omega_v(t-\tau')} \int_0^{\tau'} d\tau e^{[-i\omega_e(t-\tau)]} \int_0^{\tau} d\tau_1 e^{-i\omega_v(\tau-\tau_1)} \times [(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)b(t)e^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_d)de^{ik_d x}] \\
&\quad \{[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^\dagger(\tau')e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(\tau')e^{-ik_d x}] \exp[i\omega_e(\tau')]|e(0)\rangle \\
&\quad + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^\dagger(\tau')e^{-ik_a x} + (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^\dagger(\tau')e^{-ik_d x}] \exp[i\omega_g(\tau')]|g(0)\rangle\} \\
&\quad [(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}^+(\tau)e^{-ik_b x} - (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)\hat{d}^+(\tau)e^{-ik_d x}] \\
&\quad \{[(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)\hat{b}(\tau_1)e^{ik_b x} + (\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)\hat{d}(\tau_1)e^{ik_d x}]\langle e(\tau_1)| \\
&\quad + [(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_b)\hat{b}(\tau_1)e^{ik_b x} - (\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)\hat{d}(\tau_1)e^{ik_d x}]\langle g(\tau_1)|\}.
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Prin urmare, o altă diagramă primește forma

$$\begin{aligned}
H_{I2.1} &= -\frac{(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3} \times \tilde{b}(t)\tilde{d}^+(t)\tilde{b}(t)\tilde{d}^+(t)|\tilde{g}(t)\rangle\langle\tilde{e}(t)| \\
&\quad \times e^{-i\omega_b t} e^{-i\omega_d t} e^{i\omega_e t} (-i)^3 \frac{\exp[i(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)t]}{i(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} \times \frac{1}{i(\omega_d - \omega_b - \omega_{eg})} \times \frac{1}{i(\omega_d - \omega_{eg})} + H.c. \\
&= \frac{(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_d)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3 (\omega_d - \omega_{eg})(\omega_d - \omega_b - \omega_{eg})(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} \tilde{b}(t)\tilde{d}^+(t)\tilde{b}(t)\tilde{d}^+(t)|\tilde{g}(t)\rangle\langle\tilde{e}(t)| + H.c.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

O altă diagramă obținută din expresia (3.11) poate fi obținută la tranziția inversă din starea de bază în starea excitată. Aici trebuie să alegem doi operatori de anihilare din câmpul AS și doi operatori de creare din câmpul S.

$$\begin{aligned}
H_{I2.2} &= \frac{i^3}{\hbar^3} (\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_d)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d) \int_0^t d\tau' e^{i\omega_v(t-\tau')} \int_0^{\tau'} d\tau \exp[-i\omega_e(t-\tau)] \int_0^{\tau} d\tau_1 e^{-i\omega_v(\tau-\tau_1)} \\
&\quad |e(0)\rangle\langle g(\tau_1)| \hat{b}^\dagger(\tau') \hat{d}(\tau_1) \hat{d}(t) \hat{b}^\dagger(\tau) + H.c.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Calculând integralele când limita tinde la infinit $t \rightarrow \infty$, obținem o formă și mai simplă a acestui

Hamiltonian lent:

$$\begin{aligned}
H_{I2.2} &= \frac{(\boldsymbol{\mu}_{ve}, \mathbf{g}_d)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{ev}, \mathbf{g}_b)(\boldsymbol{\mu}_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3} \hat{b}^{+2}(t) \hat{d}^2(t) \\
&\quad \left\{ \frac{1}{2(\omega_e - \omega_v + \omega_b)(\omega_{eg} + \omega_b - \omega_d)(\omega_v - \omega_d - \omega_g)} \right\} |e(t)\rangle\langle g(t)| + H.c.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Combinând partea de H (3.12) cu (3.14) $H_{I2} = H_{I21} + H_{I22}$ obținem aportul sumar al diagramelor din punctul doi

$$\Delta H_{I2} = (\mu_{ve}, \mathbf{g}_d)(\mu_{ve}, \mathbf{g}_b)(\mu_{ev}, \mathbf{g}_b)(\mu_{gv}, \mathbf{g}_d) \left\{ \frac{1}{2\hbar^3(\omega_e - \omega_v + \omega_b)(\omega_{eg} + \omega_b - \omega_d)(\omega_v - \omega_d - \omega_g)} \right. \\ \left. + \frac{1}{\hbar^3(\omega_d - \omega_{eg})(\omega_d - \omega_b - \omega_{eg})(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} \right\} \hat{b}^{+2}(t) \hat{d}^2(t) |e(t)\rangle \langle g(t)| + H.c. \quad (3.15)$$

Astfel, combinând diagramele (3.11) cu diagramele de mai sus, obținem H final de interacțiune $H^{eff}_I = H_{I1} + H_{I2}$:

$$H_I^{eff} = \sum_{j=1}^N \left\{ q(d^+(t))^2 (b(t))^2 e^{2ik_b r - 2ik_d r} |e(t)\rangle_j \langle g(t)|_j \right. \\ \left. + q^* (d(t))^2 (b^+(t))^2 e^{-2ik_b r + 2ik_d r} |g(t)\rangle_j \langle e(t)|_j \right\}. \quad (3.16)$$

unde $\hat{b}(t)$ și $\hat{b}^+(t)$ sunt operatorii fotonici de creare și de anihilare în cavitate; $|e(t)\rangle \langle g(t)|$ și $|g(t)\rangle \langle e(t)|$ sunt operatorii de excitare și dezexcitare pentru radiatori, care descriu tranzițiile unui atom din starea de bază în cea excitată, și viceversa; q reprezintă constanta de interacțiune obținută în expresiile (3.11) și (3.15)

$$q = \left\{ \frac{(\mu_{ve}, \mathbf{g}_b)(\mu_{ev}, \mathbf{g}_d)(\mu_{ev}, \mathbf{g}_b)(\mu_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3(\omega_d - \omega_{eg})(\omega_d - \omega_b - \omega_{eg})(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} + \frac{(\mu_{ve}, \mathbf{g}_b)(\mu_{gv}, \mathbf{g}_d)(\mu_{gv}, \mathbf{g}_b)(\mu_{gv}, \mathbf{g}_d)}{\hbar^3(\omega_d - \omega_{vg})(\omega_d - \omega_b)(2\omega_d - \omega_{vg} - \omega_b)} \right\} \\ + \left\{ \frac{(\mu_{ve}, \mathbf{g}_d)(\mu_{ev}, \mathbf{g}_b)(\mu_{ev}, \mathbf{g}_b)(\mu_{gv}, \mathbf{g}_d)}{2\hbar^3(\omega_e - \omega_v + \omega_b)(\omega_{eg} + \omega_b - \omega_d)(\omega_v - \omega_d - \omega_g)} + \frac{(\vec{\mu}_{ve}, \vec{\mathbf{g}}_b)(\vec{\mu}_{ve}, \vec{\mathbf{g}}_b)(\vec{\mu}_{ev}, \vec{\mathbf{g}}_d)(\vec{\mu}_{gv}, \vec{\mathbf{g}}_d)}{\hbar^3(\omega_d - \omega_{vg})(\omega_{ve} - \omega_b)(\omega_d - \omega_b)} \right\} \quad (3.17)$$

Dacă cercetăm un sistem de atomi ce traversează cavitatea, atunci x_j va fi poziția fiecărui atom. Ca și în împrăștierea R, putem introduce operatori exprimați prin fazele spațiale ale atomilor. H total pentru cele două moduri de rezonator în interacțiune cu N atomi ce traversează cavitatea poate fi ușor reprezentat prin operatorii de tranziție dintre stări

$$H_I = \sum_{j=1}^N \hbar \omega R_{zj} + \hbar \omega J_z + \sum_{j=1}^N \left\{ q(J^-)^2 e^{2i(k_s, r_j) - 2i(k_d, r_j)} R_j^+ + q^* (J^+)^2 e^{-2i(k_s, r_j) - 2i(k_d, r_j)} R_j^- \right\}. \quad (3.18)$$

Aici de asemenea sunt introduși operatorii bibozonici ai câmpului CEM: $\hat{J}^- = \hat{d}^+ \hat{b}$; $\hat{J}^+ = \hat{d} \hat{b}^+$;

$J_z = (\hat{d}^+ \hat{d} - \hat{b}^+ \hat{b}) / 2$ și operatorii atomici: $\hat{R}^+ = |e\rangle \langle g|$; $\hat{R}^- = |g\rangle \langle e|$; $\hat{R}_z = (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) / 2$.

Acești noi operatori satisfac următoarele relații de comutare:

$$[J^+, J^-] = 2J_z, [J_z, J^\pm] = \pm J^\pm;$$

$$[R_l^+, R_j^-] = 2R_{zj}\delta_{j,l}, [R_{zl}, R_l^\pm] = \pm R^\pm \delta_{j,l}.$$

Observăm că atât operatorii atomici, cât și operatorii câmpului se supun algebrei $su(2)$. Deci, Hamiltonianul total poate fi reprezentat prin simetria sus-numită. H efectiv de interacțiune obținut deja exprimă tranziții reale ale fotonilor dintr-o stare în alta. Totodată, acest H este nelinier față de operatorii \hat{J}^+ și \hat{J}^- . În următoarea secțiune acest Hamiltonian se folosește pentru studiul emisiei bifotonice în microcavitate și pentru obținerea EG care descrie procesele de emisie în laserul HR.

3.3. Ecuația generalizată pentru câmpul bimodal de cavitate obținută în procesul hyper-Raman prin eliminarea operatorilor subsistemului de radiatori

În deducerea ecuației generalizate pentru câmpul bimodal al unei cavități optice se folosește Hamiltonianul de interacțiune efectiv (3.16) obținut în secțiunea (3.2). EG care descrie procesele de emisie a laserului se obține prin metoda eliminării operatorilor atomici ca și în secțiunea precedentă. Deci, să trecem la operatorii colectivi ai câmpului bimodal. De fapt studiem două subsisteme în interacțiune HR. Primul subsistem este reprezentat de câmpul bimodal al rezonatorului descris de operatorii colectivi $\hat{J}^- = \hat{d}^+\hat{b}$; $\hat{J}^+ = \hat{d}\hat{b}^+$; $J_z = (\hat{d}^+\hat{d} - \hat{b}^+\hat{b})/2$. Al doilea subsistem este reprezentat de radiatorii excitați ce intră în cavitate și sunt descriși de următorii operatori: $R_j^+ = |e\rangle\langle g|$; $R_j^- = |g\rangle\langle e|$; $R_{zj} = (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)/2$.

Vom folosi modelul ce ia în considerare caracterul bicuantic de emisie și absorbție al tranzițiilor neliniare. Acest model se aseamănă cu efectul Dicke [29] pentru tranzițiile cuadripolare propuse în [83]. Modelul dat este aplicabil în special pentru cazul când starea de bază este determinată de starea momentului unghiular. Pentru a elimina operatorii subsistemului atomic, vom cerceta ecuația de mișcare a operatorului arbitrar $\hat{O}(t)$ ce se exprimă printr-o combinație a operatorilor CEM: $\hat{J}^- = \hat{d}^+\hat{b}$; $\hat{J}^+ = \hat{d}\hat{b}^+$; $J_z = (\hat{d}^+\hat{d} - \hat{b}^+\hat{b})/2$

$$\frac{d}{dt}\hat{O}(t) = \frac{i}{\hbar}[H, \hat{O}(t)]$$

Observăm că Hamiltonianul sistemului (3.18) conține atât operatori ai CEM, cât și operatori ai subsistemului de radiatori. Partea liberă a Hamiltonianului legată de subsistemul atomic dispare prin definiție, deoarece comută cu operatorul

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle=i\tilde{\omega}\langle[\hat{J}_z(t),\hat{O}(t)]\rangle-\frac{1}{\hbar}\sum_{l=1}^N\{q\langle\hat{R}_l^-(t)[\hat{J}^{+2}(t),\hat{O}(t)]\rangle e^{-2i(k_d-k_b)x_j}+H.c.\}. \quad (3.19)$$

Pentru a obține ecuația generalizată, în ordinul doi după parametrul $q^2(k_d k_b)$ de interacțiune scriem ecuațiile Heisenberg pentru operatorii atomari \hat{R}_l^+ , \hat{R}_l^- și \hat{R}_z ce pot fi prezentați în forma următoare:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{R}_j^\pm(t)}{dt} &= i(\pm\omega_0 - \gamma_\perp)\hat{R}_j^\pm(t) \pm \frac{2}{\hbar}q(k_d, k_b)\hat{R}_z^j(t)\hat{J}^{\pm 2}(t); \\ \frac{d\hat{R}_{zj}(t)}{dt} &= -\gamma_\parallel(\hat{R}_{zj}(t) - \frac{1}{2}) - \frac{2q(k_d, k_b)}{\hbar}\{\hat{R}_l^-(t)\hat{J}^{+2}(t) + \hat{J}^{-2}(t)\hat{R}_l^+(t)\}. \end{aligned}$$

Soluțiile ecuațiilor de mai sus sunt exprimate prin partea liberă $\hat{R}_{j,f}^\pm(t)$ și partea sursă $\hat{R}_{j,s}^\pm(t)$ a

operatorilor atomici: $\hat{R}_j^\pm(t) = \hat{R}_{j,f}^\pm(t) + \hat{R}_{j,s}^\pm(t)$, unde partea liberă și partea sursă au forma de mai jos

$$\begin{aligned} \hat{R}_{j,f}^\pm(t) &= \hat{R}_j^\pm(0)\exp[\pm i\omega_0 t - \gamma_\perp t]; \\ \hat{R}_{j,s}^\pm(t) &= \pm \frac{2}{\hbar}q(k_d, k_b)\int_0^t d\tau \exp[\pm i\omega_0 \tau - \gamma_\perp \tau]\hat{R}_z^j(t-\tau)\hat{J}^{\pm 2}(t-\tau). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Introducem aceste soluții (3.20) în ecuația (3.19). Eliminarea părții libere a acestor soluții necesită o discuție specială.

Observăm că partea liberă a acestor operatori poate fi eliminată atunci când sistemul atomic este într-o stare excitată, deoarece acțiunea părții libere a acestor operatori la starea excitată dă valoarea zero, $\hat{R}_{l,f}^+(t)|e\rangle = \hat{R}_{l,f}^+(0)|e\rangle \exp[-i\omega_0 t] = 0$; $\langle e|\hat{R}_{l,f}^-(t) = \langle e|\hat{R}_{l,f}^-(0)\exp[i\omega_0 t] = 0$. În caz dacă acești operatori nu sunt aranjați în formă anti-normală, este necesar ca în produsul de operatori de sub valoarea medie să permutăm operatorii $\hat{R}_l^+(t)$ și $\hat{R}_l^-(t)$ până ajungem la forma anti-normală a corelatorilor din ecuația (3.19). În partea dreaptă a acestei ecuații avem valori medii de tipul unui produs anti-normal $\langle\hat{R}_l^-(t)[\hat{J}^{+2}(t),\hat{O}(t)]\rangle$ și $\langle[\hat{O}(t),\hat{J}^{-2}(t)]\hat{R}_l^+(t)\rangle$. Din definiția de mai sus reiese că operatorii atomici pierd partea liberă $\langle\hat{R}_{l,s}^-(t)[\hat{J}^{+2}(t),\hat{O}(t)]\rangle$ și $\langle[\hat{O}(t),\hat{J}^{-2}(t)]\hat{R}_{l,s}^+(t)\rangle$. Introducând expresiile analitice pentru partea sursă a operatorilor atomici (3.20), putem reprezenta operatorul Heisenberg al CEM, $\hat{J}^\pm(t-\tau)$, prin partea lentă $\tilde{J}^\pm(t-\tau)$ și partea oscilantă $e^{\pm 2i\omega_0(t-\tau)}$ sub integralul după variabila τ , respectiv: $\hat{J}^\pm(t-\tau) = \tilde{J}^\pm(t-\tau)\exp[\pm 2i\omega_0(t-\tau)]$. Reprezentând partea lentă a

acestui operator prin seria Taylor în timpul de retardare, $\tau \sim \gamma_{\perp}^{-1}$, $\hat{J}^{\pm}(t-\tau) \approx \tilde{J}^{\pm}(t) - \tau \partial \tilde{J}^{\pm} / \partial t$ și având în vedere că rata de derivare în partea a doua este proporțională cu rata de emisie $\tilde{\alpha}_1$ a fotonilor AS $\partial \tilde{J}^{\pm} / \partial t \sim \tilde{\alpha}_1 \tilde{J}^{\pm}$, putem neglija termenul al doilea în acest operator. Această condiție fizică $\alpha_1 / \gamma_{\perp} < 1$ corespunde unei valori mari a mecanismului transversal al polarizării atomice în comparație cu rata de emisie a fotonilor AS. Aproximația propusă permite să neglijăm retardarea în partea lentă a operatorului (3.20), astfel că în ABM [57, 82] obținem

$$\hat{R}_j^+(t) \approx \hat{R}_j^+(0) \exp[(i\omega_0 - \gamma_{\perp})t] + \frac{2q(k_d, k_b) R_{zj} \hat{J}^{+2}}{[i(2\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_{\perp}] \hbar}, \quad \hat{R}_j^-(t) = [\hat{R}_j^+(t)]^+ \quad (3.21)$$

Dacă $\hat{O}(t)$ reprezintă un oarecare operator arbitrar ales al subsistemului câmpului CEM, valorile medii ale produselor sunt $\langle \hat{O}(t) \hat{R}^+(t) \rangle = \langle \hat{O}(t) \hat{R}_s^+(t) \rangle$.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= i(2\omega - \omega_0) \langle [\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)] \rangle \\ &+ 2 \sum_{l=1}^n |q(k_d, k_b)|^2 \left\{ \frac{\langle \hat{R}_z^l(t) \hat{J}^-(t) [\hat{J}^+(t), \hat{O}(t)] \rangle}{(i(2\omega - \omega_0) - \gamma_{\perp}) \hbar} + \frac{\langle [\hat{J}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{J}^+(t) \hat{R}_z^l(t) \rangle}{(i(\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma_{\perp}) \hbar} \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Observăm că în partea dreaptă a ecuației (3.22) persistă încă operatorul inversiei subsistemului atomic. În acest caz, putem elimina consecutiv și operatorul inversiei $\hat{R}_{zj}^-(t)$ din ecuația de mișcare (3.22). Într-adevăr, reprezentarea soluției staționare pentru inversia atomului l din ecuația (3.20) în ABM [57, 82] primește forma

$$\hat{R}_{zj}^-(t) = \frac{1}{2} - \frac{q(k_d, k_b)}{\hbar \gamma_{\parallel}} \left\{ \hat{R}_l^-(t) \hat{J}^{2+}(t) + \hat{J}^{2-}(t) \hat{R}_l^+(t) \right\}, \quad (3.23)$$

unde este necesar de a continua procedura de eliminare a operatorilor $\hat{R}_l^+(t)$ și $\hat{R}_l^-(t)$ introducând soluția (3.20) în inversie, apoi în ecuația de mișcare (3.22). Astfel, în pasul doi al teoriilor perturbațiilor obținem următoarea ecuație pentru operatorul de câmp $\hat{O}(t)$ în formă generalizată

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle\hat{O}(t)\rangle &= i(2\omega - \omega_0) \langle[\hat{J}_z^2(t), \hat{O}(t)]\rangle \\
&+ \frac{Nq^2(k_d, k_b)}{\hbar^2} \left\{ \frac{\langle(\hat{J}^-)^2(t)[\hat{J}^{+2}(t), \hat{O}(t)]\rangle}{[i(2\omega - \omega_0) - \gamma_\perp]} + \frac{\langle[(\hat{J}^-)^2(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^+(t)\rangle}{[i(2\omega - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\} \\
&- \frac{2q^3(k_d, k_b)}{\gamma_\parallel \hbar^3} \sum_{l=1}^N \left\{ \frac{\langle\hat{R}_l^-(t)\hat{J}^{+2}(t)(\hat{J}^-)^2(t)[\hat{J}^{+2}(t), \hat{O}(t)]\rangle}{[i(2\omega - \omega_0) - \gamma_\perp]} + \right. \\
&\quad \left. \frac{\langle(\hat{J}^-)^2(t)(\hat{J}^-)^2(t)[\hat{J}^{+2}(t), \hat{O}(t)]\hat{R}_l^+(t)\rangle}{[i(2\omega - \omega_0) - \gamma_\perp]} \right\} \\
&- \frac{2q^3(k_d, k_b)}{\gamma_\parallel \hbar^3} \sum_{l=1}^N \left\{ \frac{\langle\hat{R}_l^-(t)[(\hat{J}^-)^2(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\rangle}{[i(2\omega - \omega_0) + \gamma_\perp]} + \right. \\
&\quad \left. \frac{\hat{J}^{-2}\langle(t)[\hat{J}^{-2}(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\hat{R}_l^+(t)\rangle}{[i(2\omega - \omega_0) + \gamma_\perp]} \right\}. \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Simplificând coeficienții acestei ecuații și introducând parametrii cu un anumit sens fizic, reducem ecuația la forma

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle O(t)\rangle &= i\chi\gamma_\perp \langle[\hat{J}_z^2(t), \hat{O}(t)]\rangle + \tilde{\alpha}_1 \left\{ \langle\hat{J}^{-2}(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^{+2}(t)] + [\hat{J}^{-2}(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\rangle \right\} \\
&- \tilde{\alpha}_2 \left\{ \frac{1 - \chi^2}{(1 + \chi^2)^2} \left[\langle\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{-2}(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^{+2}(t)]\rangle + \langle[\hat{J}^{-2}(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\rangle \right] \right. \\
&+ \frac{1}{1 + \chi^2} \left[\langle\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{-2}(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^{+2}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\rangle + \langle\hat{J}^{-2}(t)[\hat{J}^{-2}(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\rangle \right] \\
&\left. + i \frac{2\chi}{(1 + \chi^2)^2} \left[\langle\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{-2}(t)[\hat{O}(t), \hat{J}^{+2}(t)]\rangle - \langle[\hat{J}^{-2}(t), \hat{O}(t)]\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\rangle \right] \right\}. \tag{3.25}
\end{aligned}$$

Aici, constantele noi sunt reprezentate prin parametrul de interacțiune, $q^2(k_d k_b)$, abaterea de la rezonanță $\tilde{\omega} - \omega_0$, numărul de atomi N, defazajul γ_\perp , cum este definit mai jos. Expresia analitică a ratei de emisie a fotonilor AS este $\tilde{\alpha}_1 = Nq^2(k_d k_b)/[\hbar^2 \gamma_\perp (\chi^2 + 1)]$. Coeficientul de difuzie în procesul de generare a fotonilor AS este descris de $\tilde{\alpha}_2 = 2q^4(k_d, k_b)N/[\hbar^4 \gamma_\parallel \gamma_\perp^2]$. Parametrul $\chi = (2\omega - \omega_0)\gamma_\perp^{-1}$ depinde de abaterea de la rezonanță dintre frecvențele de tranziție ω_0 și $2\omega = \omega_d - \omega_b$. În ecuația (3.25), termenul $\tilde{\alpha}_1 = g_s c$, descrie rata de transformare colectivă (rata de emisie) a fotonilor de tip AS în fotoni de tip S și poate fi exprimată prin g_s - câștigul R [84, 85].

3.4. Metoda semiclassicală de generare a perechilor de fotoni în procesul HR și obținerea punctelor critice de trecere la stările coerente de emisie cooperativă dintre modurile Stokes și anti-Stokes

În acest perimetru de cercetare ne-am propus ca scop să determinăm punctele de lucru ale unui astfel de generator cuantic utilizând metoda semiclassicală de decuplare a lanțului de ecuații cinetice. Prin aceasta urmărim să îmbunătățim teoria cuantică a generatorului de perechi de fotoni dezvoltată în secțiunea imediat următoare. Rezultatele obținute poartă un caracter calitativ în descrierea unei astfel de emisii induse și permite dezvoltarea teoriei cuantice a unui astfel de generator. Să cercetăm comportamentul conversiei $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ dintre fotoni introducând în loc de operatorul $\hat{O}(t)$ în ecuația generalizată (3.25) conversia. Luând în considerare comutatorii conversiei fotonice cu operatorii ecuației (3.25), obținem următoarea ecuație pentru derivata conversiei:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = 4\tilde{\alpha}_1 \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle - 4\tilde{\alpha}_2 \left\{ \frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2} \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle + \frac{1}{1+\chi^2} \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle \right\}. \quad (3.26)$$

unde $\hat{J}_z = (\hat{d}^+ \hat{d} - \hat{b}^+ \hat{b}) / 2$. În partea dreaptă a acestei ecuații au apărut corelatori de ordin superior de tipul $\langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle$ și $\langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t)\hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle$. Spre deosebire de corelatorii obținuți în capitolul 1, acești corelatori în procesul HR sunt de ordin mai superior. În locul operatorului $\hat{J}^-(t)$ și $\hat{J}^+(t)$ a apărut pătratul acestor operatori $\hat{J}^{-2}(t)$ și $\hat{J}^{+2}(t)$. Decorelăm partea dreaptă a expresiei (3.26) tot așa cum am procedat în capitolul precedent al acestei lucrări: $\langle \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} \rangle \approx \langle \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} \rangle \langle \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} \rangle$. Obținem următoarea ecuație pentru derivata conversiei dintre fotonii de tip S și AS:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = 4 \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle \left\{ \tilde{\alpha}_1 - \frac{2\tilde{\alpha}_2}{(1+\chi^2)^2} \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle \right\}. \quad (3.27)$$

Punctele staționare în care conversia se oprește, adică procesul de saturare ajunge la saturație și la transformarea fotonilor S în fotoni AS, pot fi obținute egalând cu zero fiecare factor al părții de dreapta a expresiei (3.27):

$$\langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle \left\{ \tilde{\alpha}_1 - \frac{2\tilde{\alpha}_2}{(1+\chi^2)^2} \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle \right\} = 0. \quad (3.28)$$

De unde rezultă două soluții:

$$\langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle = \frac{\tilde{\alpha}_1(1+\chi^2)^2}{2\tilde{\alpha}_2}, \quad \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle = 0. \quad (3.29)$$

Când rata de împrăștiere $\tilde{\alpha}_2$ tinde la zero $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 \ll 1$, putem neglija ultimul termen al ecuației (3.28). Astfel, această ecuație se reduce la expresia cunoscută în teoria superradianței pentru nuclee sau atomi [83], în interacțiuni multipolare

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = 4\alpha_1 \langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle \quad (3.30)$$

Autorii [83] consideră că un foton este generat simultan de două nuclee excitate. Procesul de superradianță este proporțional cu numărul de particule la puterea a patra (n_{ph}^4). Ei propun aceeași metodă semiclassicală de decorelare a lanțului de ecuații ca și în superradianța Dicke [29]. Obținută în teoria superradianței cuadripolare, ecuația (3.30) [83] are același vector Bloch de conservare [86, 87]:

$$j(j+1) = \hat{J}_z^2 + \hat{J}_z + \hat{J}^- \hat{J}^+, \quad (3.31)$$

unde în cazul sistemului conversia fotonilor din modul S în modul AS numărul cuantic principal este $j = n_{ph} / 2$. Aici n_{ph} este numărul de fotoni în modul S în momentul de timp $t=0$. Neglijând fluctuațiile conversiei, decorelăm corelatorii părții de dreapta a expresiilor (3.27)-(3.29) în aproximația

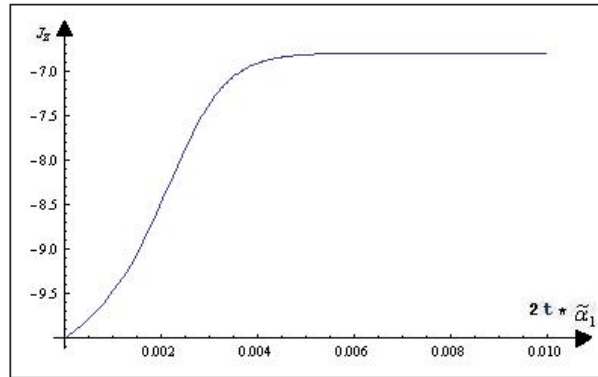


Fig. 3.3. Dependența conversiei J_z pentru valoarea coeficientului $B = 0.0001$ și $j=10$, ca funcție de timpul relativ $2t * \tilde{\alpha}_1$ (cu valoarea 0.01).

semiclassică $\langle \hat{J}^{-2} \hat{J}^{+2} \rangle \approx \langle \hat{J}^{-} \hat{J}^{+} \rangle \langle \hat{J}^{-} \hat{J}^{+} \rangle$. O astfel de decorelare a fost deja utilizată în teoria superradianței nucleelor cu tranziții cuadripolare (3.30). Aplicând această metodă de decorelare pentru partea dreaptă a expresiei (3.27), obținem următoarea ecuație neliniară:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = 4 \left[j(j+1) - \langle \hat{J}_z(t) \rangle^2 - \langle \hat{J}_z(t) \rangle \right]^2 \left\{ \tilde{\alpha}_1 - \frac{2\tilde{\alpha}_2}{(1+\chi^2)^2} \left[j(j-1) - \langle \hat{J}_z(t) \rangle^2 - \langle \hat{J}_z(t) \rangle \right]^2 \right\}. \quad (3.32)$$

Ecuția (3.32) se deosebește de ecuația Dicke [29] și descrie un proces cooperativ proporțional cu numărul cooperativ $(2j)^4$.

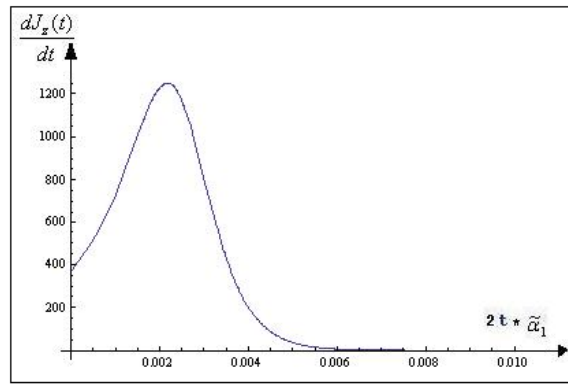


Fig. 3.4. Dependența derivatei conversiei dJ_z/dt , pentru valoarea coeficientului $B = 0.0001$ și $j=10$, ca funcție de timp (cu valoarea 0.01) relativ $2t * \tilde{\alpha}_1$.

După cum observăm din Figura 3.3, pentru conversie se observă efectul laser și vectorul microscopic Bloch se oprește într-un punct mai jos de ecuator. Însă, în Figura 3.5 vectorul Bloch se deplasează de la un pol la altul al sferei Bloch, ce corespunde preparării sistemului inițial în starea S și convertirea integral a fotonilor în modul AS. Această evoluție cooperativ-superradiantă este reprezentată în Figura 3.5, unde, spre deosebire de Figura 3.3, are loc convertirea totală a fotonilor din modul S în modul AS. Aici 20 de fotoni din modul S trec în 20 de fotoni ai modului AS. În Figura 3.3 converisa se oprește în punctul $j=7$, în care numărul mediu de fotoni din modul S este 6.5, iar în modul AS este 13.5.

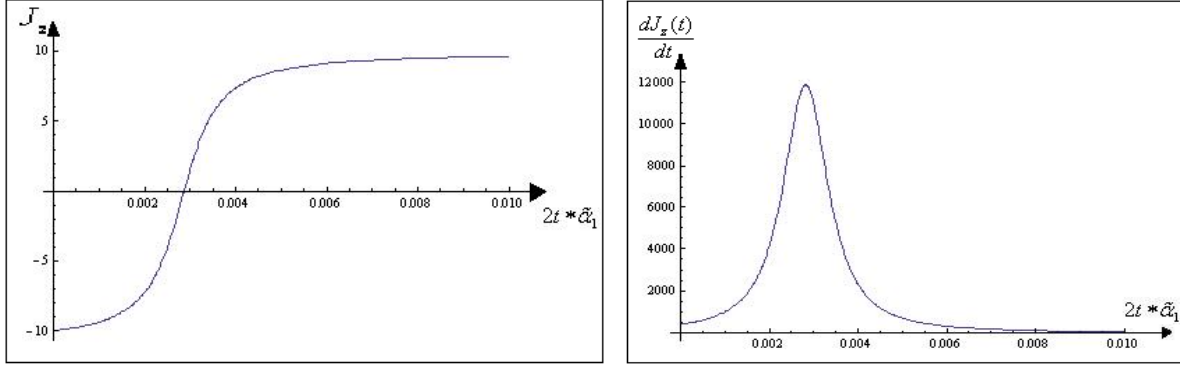


Fig. 3.5. Dependența conversiei J_z și derivata conversiei $d\hat{J}_z(t)/dt$ ca funcție de timpul relativ $2t * \tilde{\alpha}_1$ (cu valoarea 0.01), pentru coeficientul $B = 0.000001$ și $j=10$.

Utilizând legea de conservare a momentului cinetic dintre fotonii S și AS $\langle \hat{J}^- \hat{J}^+ \rangle = j(j+1) - \langle \hat{J}_z^2 \rangle - \langle \hat{J}_z \rangle$, în aproximația semiclassicală $\langle \hat{J}_z^2 \rangle \approx \langle \hat{J}_z \rangle^2$ din ecuația (3.29), obținem punctele critice ce descriu analitic soluțiile staționare (3.29):

$$\langle \hat{J}_z \rangle_1 = -\sqrt{j^2 - \sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1(1+\chi^2)^2}{2\tilde{\alpha}_2}}}, \quad \langle \hat{J}_z \rangle_2 = j. \quad (3.33)$$

Observăm că punctul de lucru al laserului HR există atunci când valoarea lui $j^2 > j_{critic}^2$, unde j_{critic}^2 este valoarea pentru care există rădăcina primei expresii din (3.33)

$$j_{critic}^2 = \sqrt{\frac{\tilde{\alpha}_1(1+\chi^2)^2}{2\tilde{\alpha}_2}}. \quad (3.34)$$

Spre deosebire de laserul R, acest punct critic este mai mic ca valoare, comparativ cu valoarea lui j_{critic} obținută pentru el în secțiunea 3.3. Ca și în această secțiune, aproximațiile de decorelare dau un răspuns cantitativ în descrierea procesului colectiv de transformare a fotonilor S în fotoni AS în cazul procesului HR. În această aproximație soluția ecuației (3.32) poate fi reprezentată în felul următor

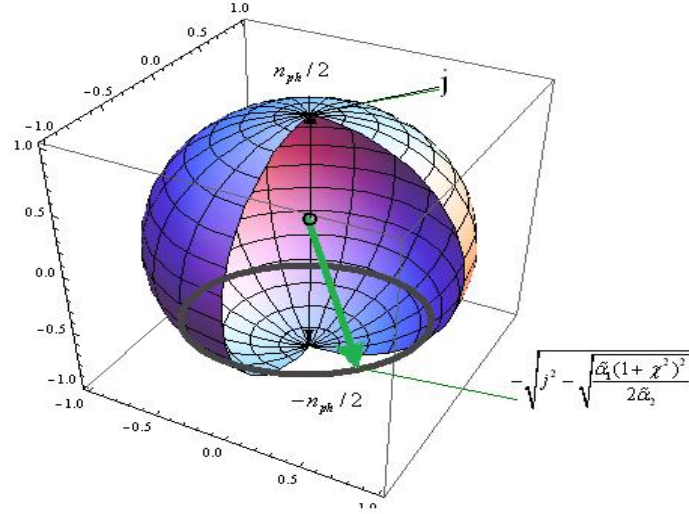


Fig. 3.6. Punctul de lucru al laserului HR când vectorul Bloch se oprește mai jos de ecuator.

$$\int \frac{dz}{[j(j+1)-z^2-z]^2 \{1-2B[j(j+1)-z^2-z]^2\}} = \int \frac{dt}{T} + C, \quad (3.35)$$

unde $z = \langle \hat{J}_z(t) \rangle$, $4\tilde{\alpha}_1 = 1/T$ este rata de generare la transformarea fotonilor S în fotoni AS. Observăm că partea stângă a ecuației (3.13) se reduce la suma a două integrale, simplificând problema cercetată

$$\int \frac{dz}{[j(j+1)-z^2-z]^2} + \int dz \frac{2B}{1-2B[j(j+1)-z^2-z]^2} = \int \frac{dt}{T} + C. \quad (3.36)$$

unde este introdusă următoarea notație $2B = 2\tilde{\alpha}_2 / [\tilde{\alpha}_1(1+\chi^2)^2]$.

Când B tinde la zero, integrala se ia ușor, iar sistemul după teoria superradianței în cazul cuadripolar evoluează în starea +j ce corespunde transformării totale a fotonilor S în fotoni AS în procesul HR, ecuație similară cu ecuația [83]:

$$-\frac{2}{(2j+1)^3} \ln \left| \frac{z-j}{z+j+1} \right| - \frac{1}{(2j+1)(z-j)(z+j+1)} = \frac{t-t_0}{T}, \quad (3.37)$$

Când B nu tinde la zero, integrala sistemului după teoria superradianței în cazul cuadripolar evoluează în starea +j ce corespunde transformării totale a fotonilor S în fotoni AS în procesul HR care lipsește în [83]:

$$\frac{BC}{2\sqrt{2B}} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + \frac{BD}{\sqrt{2B}} \operatorname{arctg} x = \frac{t-t_0}{T}; \quad \frac{B}{\sqrt{2B}} \left[\frac{C}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + D \operatorname{arctg} x \right] = \frac{t-t_0}{T}, \quad (3.38)$$

unde avem următoarele notații

$$c^2 = \sqrt{2B} / \left\{ 1 - \sqrt{2B} \left[\frac{1}{4} + j^2 + j \right] \right\}; \quad x = c(z+1/2); \quad D^2 = \sqrt{2B} / \left\{ 1 + \sqrt{2B} \left[(1/4) + j^2 + j \right] \right\}.$$

Ne întoarcem la ecuația (3.36) și o soluționăm pentru cazul HR în mod analogic cu cazul semiclassical propus în ER.

În mod similar cu cazul R în loc de parametrul $b = 2\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1$ definim un nou parametru în procesul HR $2B = 2\tilde{\alpha}_2 / [\tilde{\alpha}_1(1 + \chi^2)^2]$. În această secțiune am considerat că fluctuațiile corelatorilor decuplați de ordin superior pot fi neglijate.

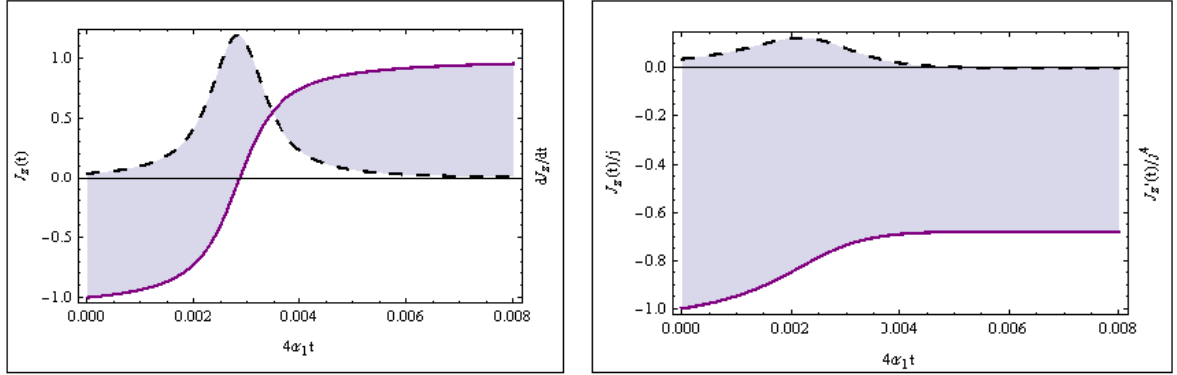


Fig.3.7. Dependența conversiei fotonilor $\langle \hat{J}_z(t) \rangle / j$ (linia continuă) și derivata ei (linia întreruptă) $\langle \hat{J}_z(t) \rangle / j^4$, ca funcție de dimensiunea parametrului $4t\tilde{\alpha}_1$, pentru numărul cooperativ $j = 6$. Curbele sunt date pentru două cazuri: (stânga) $B = 0.000002 < B_c$ (sub valoarea parametrului critic) și (peste valoarea parametrului critic) și (dreapta) $B = 0.0002 > B_c$ [51].

$$\left\{ \frac{B}{\sqrt{2B}} \left[\frac{C}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + D \operatorname{arctg} x \right] + \left[-\frac{2}{(2j+1)^3} \ln \left| \frac{z-j}{z+j+1} \right| - \frac{1}{(2j+1)(z-j)(z+j+1)} \right] \right\} = \frac{t-t_0}{T}, \quad (3.39)$$

Ecuația nedecuplată pentru superradianță bicuantică în procesul HR totuși se scrie în felul următor:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z \rangle = \frac{2}{T} \langle (\hat{J}_k^-)^2 (\hat{J}_k^+)^2 \rangle, \quad 4\tilde{\alpha}_1 = 1/T \quad (3.40)$$

Cercetarea ecuației o vom face în 3.5. În această secțiune a fost dezvoltată teoria cuantică a acestui proces colectiv din patru cuante, în care două cuante se absorb și altele două se emană. Este destul de atractiv faptul că teza dată a reușit să descrie acest proces în limitele simetriei SU(2) spre deosebire de teza expusă în [88], în care procesul de generare a perechilor de fotoni se descria de simetria SU(1,1).

3.5. Metoda cuantică de cercetare a emisiei anti-Stokes și Stokes în procesul de mixare a patru unde

S-a obținut EM pentru procesul de EHR (3.22). Ea descrie un proces colectiv [89, 90] de transformare a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS. Spre deosebire de EM obținută în procesul R [51], această expresie conține pătratul operatorilor colectivi de creare și de anihilare $\hat{J}^+(t)$ și $\hat{J}^-(t)$. Să trecem de la tabloul Heisenberg pentru operatorul câmpului $\hat{O}(t)$ la reprezentarea Schrödinger a matricii de densitate $Sp\{W(t), O(0)\} = Sp\{W(0), O(t)\}$. Pentru a observa asemănările și deosebirile dintre procesul R și HR, a fost propusă metoda semiclassicală de studiu al conversiei dintre numărul de fotoni S și AS [51]. După cum am menționat în secțiunea 3.4, fluctuațiile corelatorilor $\langle \hat{J}^{-2}(t)\hat{J}^{+2}(t) \rangle$ au fost neglijate $\langle \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} \rangle \approx \langle \hat{J}^-\hat{J}^+ \rangle \langle \hat{J}^-\hat{J}^+ \rangle$. Ar fi destul de atractiv să comparăm soluțiile aproximative obținute în 3.4 cu soluțiile exacte pentru conversie și rata ei cel puțin pentru un număr mic de radiatori.

$$\begin{aligned}
\frac{dW(t)}{dt} = & -i\chi\gamma_{\perp}[\hat{J}_{\tau}, W(t)] + \tilde{\alpha}_1 \{ 2\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2} - W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} - \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}W(t) \} \\
& - \tilde{\alpha}_2 \left\{ \frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2} \left[\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2} - W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} + \hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2} - \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}W(t) \right] \right. \\
& + \frac{1}{1+\chi^2} \left[\hat{J}^{+2}\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{-2} - \hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} + \hat{J}^{+2}\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{-2} - \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2} \right] \\
& \left. + i\frac{2\chi}{(1+\chi^2)^2} \left[\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2} - W(t)\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} - \hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}W(t)\hat{J}^{-2} + \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}\hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2}W(t) \right] \right\}. \tag{3.41}
\end{aligned}$$

Pentru aceasta ar fi de dorit să cercetăm această diferență dintre corelatorul exact și expresia lor aproximativă $\langle \hat{J}^{-2}\hat{J}^{+2} \rangle \approx \langle \hat{J}^-\hat{J}^+ \rangle - \langle \hat{J}^-\hat{J}^+ \rangle$. Aceste fluctuații și descriu eroarea decorelărilor propuse

în secțiunea precedentă. Ca și în capitolul 2, în EM (3.41) termenii de pe lângă $\tilde{\alpha}_1$ corespund ratei coerente de conversie a fotonilor S în fotoni AS în procesul colectiv proporțional cu numărul de fotoni la puterea a patra, așa cum este descris în [83] și în [51]. Termenii proporționali cu coeficientul de difuzie $\tilde{\alpha}_2$ corespund proceselor de atenuare neliniară a generării coerente, care, împreună cu primul termen în ecuația (3.31), are tendința de stabilizare a procesului de împrăștiere HR. Să descompunem matricea de densitate pe stările Hilbert ale simetriei SU(2)

$$W(t) = \sum_{m=-j}^{+j} P_m(t) |m, j\rangle \langle m, j|. \quad (3.42)$$

Vectorii Hilbert fac parte din setul de stări ale momentului cinetic și se supun simetriei SU(2) definită în felul următor $(J^+)^2 |m, j\rangle = \sqrt{(j-m-1)(j-m)(j+m+2)(j+m+1)} |m+2, j\rangle$ și $P_m(t)$ este popularea de probabilitate a stărilor $|m, j\rangle$. Introducând reprezentarea (3.42) în ecuația (3.41), putem obține următorul set de ecuații pentru ponderile statistice $\{P_m\}$

$$\begin{aligned} \frac{dP_m(t)}{dt} = & 2\kappa_1 \{P_{m-2}(t)(j-m+2)(j-m+1)(j+m)(j+m-1) - P_m(t)(j-m-1)(j-m)(j+m+2)(j+m+1)\} \\ & - 2\kappa_2 \{[P_{m-2}(t)(j-m+2)^2(j-m+1)^2(j+m)^2(j+m-1)^2 - P_m(t)(j-m-1)^2(j-m)^2(j+m+2)^2 \\ & \times (j+m+1)^2] + (j-m+2)(j-m+1)(j+m-1)(j+m)[P_{m-4}(t)(j-m+4)(j-m+3)(j+m-3) \\ & \times (j+m-2) - P_{m-2}(t)(j-m-1)(j-m)(j+m+2)(j+m+1)]\}; \quad -j \leq m \leq j; \end{aligned} \quad (3.43)$$

Setul de funcții $\{P_m(t)\}$ descrie probabilitatea simultană de existență a $(2j+1)$ de stări Dicke [29] în procesul de împrăștiere HR. Dependența de timp a probabilităților $P_m(t)$ este reprezentată grafic în Figura 3.8 pentru următoarele valori al parametrilor relativi $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și numărul de fotoni $2j = 10$ și $2j = 12$. Condiția inițială pentru sistemul de ecuații (3.43) este considerată pregătirea integrală a fotonilor în modul AS $P_{-j} = 1, P_{-j+1} = P_{-j+2} = \dots = P_j = 0$.

După cum observăm din Figura 3.8 acești fotoni sunt conversați din modul S în modul AS câte doi. Spre deosebire de compartimentul consacrat ER, în cazul EHR această transformare are loc în perechi după o altă legitate. În cazul în care modul S este clasic, problema se reduce la laserul cu doi fotoni, iar operatorul \hat{J}^{+2} se aproximează cu generatorul de creare a perechilor de fotoni în modul AS $\hat{J}^{+2} = \beta^2 \hat{d}^{+2} = \beta^2 / 2 * \hat{I}^+$.

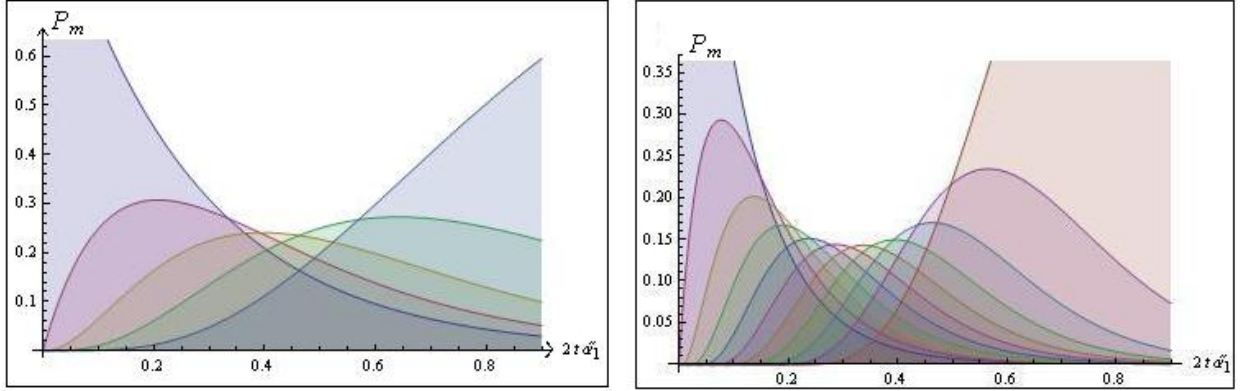


Fig. 3.8. Dependența de timp $2t * \tilde{\alpha}_1$ a probabilităților $P_m(t)$ pentru următoarele valori al parametrilor relativi $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și numărul de fotoni $2j = 10$ (stânga) și $2j = 12$ (dreapta).

Comportamentul generării unor astfel de perechi de fotoni l-am studiat, împreună cu N. Enaki și V. Eremeev [91]. De aceea, acest material este plasat în următorul capitol al acestei teze. Prezintă interes faptul că în acest compartiment este tratată transformarea perechilor de fotoni din modul S în modul AS prin prisma simetriei SU(2).

Să cercetăm comportamentul converisiei $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ și al derivatei ei descrise de ecuația (3.35) fără aproximația de decorelare.

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{J}_z(t) \rangle = 4\tilde{\alpha}_1 \langle \hat{J}^{-2}(t) \hat{J}^{+2}(t) \rangle - 4\tilde{\alpha}_2 \left\{ \frac{1-\chi^2}{(1+\chi^2)^2} \langle \hat{J}^{-2}(t) \hat{J}^{+2}(t) \hat{J}^{-2}(t) \hat{J}^{+2}(t) \rangle + \frac{1}{1+\chi^2} \langle \hat{J}^{-2}(t) \hat{J}^{-2}(t) \hat{J}^{+2}(t) \hat{J}^{+2}(t) \rangle \right\}, \quad (3.44)$$

În acest caz putem introduce următoarele expresii pentru aceste mărimi $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ și, utilizând sistemul de ecuații (3.41), obținem

$$\begin{aligned} \langle J_z(t) \rangle &= \sum_{j=-m}^m P_m(t) [(j-m)(j+m+1)]^2 \\ \frac{d \langle J_z \rangle}{d\tau} &= \sum_{j=-m}^m P_m(t) [(j-m)(j+m+1)]^2 \times \{1 - 2B[(j-m)(j+m+1)(j-m-1)(j+m+2)]^2\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Din Figura 3.9 reiese, că comportamentul cantitativ al conversiei $\langle \hat{J}_z(t) \rangle$ este aproximativ același ca și în cazul semiclassical. O importanță deosebită are semilățimea ratei de conversie. Ea depinde de fluctuațiile absolute și relative ale corelatorilor. Scrierea funcțiilor de corelație în primul și al doilea ordin atât în forma normală, cât și în forma anti-normală poate fi reprezentată prin ponderile

statistice ale sistemului de ecuații (3.43):

A. Forma normală

$$G_2(t) = \langle \hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t) \rangle = \sum_{m=-j}^{+j} [(j+m)(j-m+1)][(j+m-1)(j-m+2)]P_m(t);$$

$$G_1(t) = \langle \hat{J}^+(t)\hat{J}^-(t) \rangle = \sum_{m=-j}^{+j} (j+m)(j-m+1)P_m(t)$$
(3.46)

B. Forma anti-normală

$$G_2^a(t) = \langle \hat{J}^-(t)\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)\hat{J}^+(t) \rangle = \sum_{m=-j}^{+j} (j-m)(j-m+1)(j+m+1)(j+m+2)P_m(t),$$

$$G_1^a(t) = \langle \hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t) \rangle = \sum_{m=-j}^{+j} (j-m)(j+m+1)P_m(t).$$
(3.47)

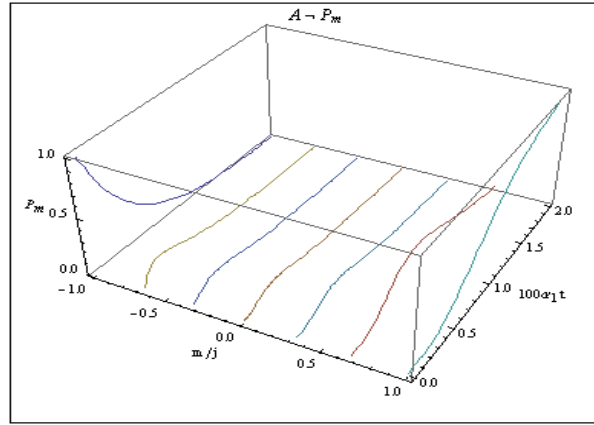


Fig.3.9. Dependența de timp $2t * \tilde{\alpha}_1$ a probabilităților $P_m(t)$ pentru următoarele valori ale parametrilor relativi $\tilde{\alpha}_2 / \tilde{\alpha}_1 = 0.005$ și numărul de fotoni $2j = 12$.

Valoarea medie a conversiei fotonilor $\langle \hat{J}_z(t) \rangle = \sum_{j=-m}^m mP_m(t)$ și rata ei pot fi prezentate cum evoluează în timp prin funcția de corelare de ordinul unu și doi. Putem exprima rata conversiei prin funcțiile de corelare $d\langle J_z(t) \rangle / dt = 2\alpha_1 \{G_1^{(a)}(t) + b[G_2^{(a)}(t) + \langle J_z(t) \rangle]\}$ și o putem compara cu soluția semiclassicală a ecuației (3.31).

O problemă atractivă este conectată cu decuplarea semiclassicală utilizată în secțiunea anterioară. Decuplarea poate fi redusă la comportamentul fluctuațiilor cuantice ale intensității bozonice $\hat{J}^-(t)\hat{J}^+(t)$ în timp. Comportamentul conversiei fotonice din modul S în modul AS a fluctuațiilor absolute $\Delta_a^2 = G_2^{(a)}(t) - [G_1^{(a)}(t)]^2$ și a celor relative $\delta_a^2 = G_2^{(a)}(t) / [G_1^{(a)}(t)]^2 - 1$ sunt prezentate în Figura 2.12 și în Figura 2.13. Metoda de decuplare ia în considerare fluctuațiile cuantice doar la faza

inițială a conversiei cooperative a fotonilor Figura 2.13. De asemenea, s-a observat că valoarea mare a j decorelării propusă anterior dă o contribuție mai mare în procesele cooperative. O metodă mai atractivă de decuplare a lanțului de corelații cuantice a fost propusă în [92]. Astfel, dacă folosim metoda de decuplare, este posibil să găsim legătura dintre aproximația semiclassicală și cea cuantică.

Cunoscând comportamentul în timp al conversiei, putem ușor determina numărul mediu de fotoni de tip S sau cei de tip AS în cazul HR. În procesul HR doi fotoni S sunt absorbiți și alții doi noi fotoni AS sunt emanați. În Figura 3.9 sunt $2j+1=13$ stări bicuantice, în care fotonii sunt distribuiți în felul următor: (12,0); (10,2); (8,4); (6,6); (4,8); (2,10); (0,12). Aceasta corespunde cu existența simultană a repartițiilor cu astfel de probabilități: $P_{-6}(t), P_{-4}(t), P_{-2}(t), P_0(t), P_2(t), P_4(t), P_6(t)$. Pentru detectarea conversiei fotonilor din modul S în modul AS este posibil a determina experimental numărul de atomi ce au luat parte la conversia fotonilor. Atomii trebuie să părăsescă rezonatorul în starea de bază. Considerând cazul când timpul de viață al atomilor în cavitate este mai mic ca rata de emisie, obținem expresia pentru popularea liniară a atomilor de-a lungul axei fluxului de atomi $\langle n(t) \rangle = 1/2\gamma L * d \langle \hat{J}_z(t) \rangle / dt$, unde $\langle n(t) \rangle = \langle N_g(t) \rangle / L$. Dacă se cunoaște numărul mediu de atomi în starea de bază, poate fi găsit numărul mediu de fotoni generați în câmpurile AS și S. În așa fel este soluționată, în ambele cazuri atât în cazul staționar cât și nestaționar EG. Cinetica cuantică de transformare a $n_{ph} = 2j$ fotoni AS în n_{ph} fotoni S, este reprezentată grafic în EHR.

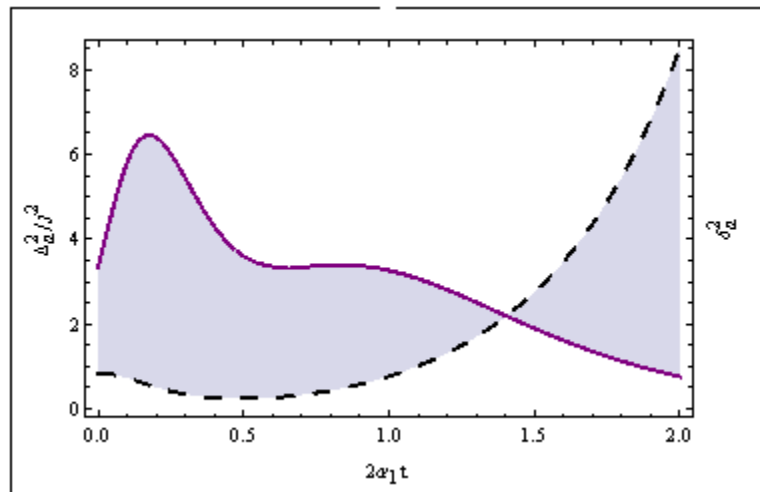


Fig. 3.10. Comportamentul timpului $2t * \tilde{\alpha}_1$ în dependență de fluctuațiile cuantice absolute Δ_a^2 (linia continuă) și fluctuațiile cuantice relative δ_a^2 (linia întreruptă). Pentru valorile parametrilor

$$b = 0.002 < b_c \text{ și numărul cooperativ } j=10.$$

3.6. Concluzii la capitolul 3

1. În baza experimentelor realizate a fost propus Hamiltonianul de interacțiune care descrie tranzițiile de trecere a atomilor din starea excitată în cea de bază prin absorbția a doi fotoni de tip S și emisia a altor doi fotoni de tip AS sau, invers, trecerea din starea de bază în cea excitată prin absorbția a doi fotoni de tip AS și generarea a altor doi fotoni de tip S.
2. Utilizând metoda de eliminare a stărilor virtuale, am obținut H efectiv ce descrie producerea simultană a perechilor de fotoni de tip S (AS). Hamiltonianul de interacțiune fiind rapid oscilant nu exprimă tranziții reale. Astfel, scopul propus în acest capitol a fost de a obține un Hamiltonian efectiv de interacțiune care descrie tranziții reale.
3. Luând în considerare limitele de cavitate înaltă în procesul de generare cu doi fotoni, este obținută EG pentru EHR. Această EG este soluționată în ambele cazuri - atât cazul staționar, cât și în cel nestaționar. Soluțiile staționare și nestaționare ale EG au fost reprezentate grafic.
4. Cinetica cuantică de transformare a $n_{ph} = 2j$ fotoni AS în n_{ph} fotoni S este reprezentată grafic pentru EHR. S-au obținut fluctuațiile cuantice și este studiată statistica fotonilor S și AS.
5. Procesele de generare și anihilare în cavitate au fost descrise cu ajutorul operatorilor pătratici J^{+2} și J^{-2} ai simetriei SU(2). Problema de absorbție și emisie a perechilor de fotoni a fost simplificată doar cu ajutorul acestei simetrii.

4. ELIMINAREA DIVERGENȚELOR DIN ECUAȚIA MASTER PENTRU UN NUMĂR MARE DE FOTONI. DETECTAREA STĂRILOR BICUANTICE

În compartimentele 2 și 3 au fost obținute ecuațiile generalizate descompunând ecuația matricei de densitate după parametrul de interacțiune $\varepsilon=NG^2$, unde N este numărul de atomi, G constanta de interacțiune cu câmpul bimodal în procesul R (HR). Ordinul întâi după constanta de interacțiune este proporțional cu pătratul numărului de fotoni, iar ordinul doi - cu numărul de fotoni la puterea a patra. Deci, cu creșterea numărului de fotoni apar divergențe în partea dreaptă a ecuațiilor master (2.44) și (3.41). În acest compartiment vom găsi o modalitate de eliminare a acestor divergențe descompunând partea dreaptă a ecuației generalizate și introducând parametrul de descompunere la numitorul fracției obținute în urma formulei de recurență. Acest compartiment este consacrat îmbunătățirii teoriei cuantice la timpuri mai lungi, când parametrul mic nu mai poate fi utilizat. În procesul de ER și EHR se obținut EG pentru operatorul CEM, ea descrie un proces colectiv de transformare a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS. Proprietățile cuantice ale CEM de cavitate bimodal au fost analizate folosind P-reprezentarea pentru simetria SU(2). În secțiunea 4.4 propunem o nouă soluție a EG, în care sunt luate în considerare stările coerente ale grupului SU(1,1). Se obțin ecuațiile de mișcare pentru efectul de conversie R și HR al polarizării atomice în secțiunea 4.5 . În secțiunea 4.6 propunem o nouă metodă de identificare a stărilor coerente bimodale dintre modul S și AS. Tot în această secțiune a tezei oferim o schemă nouă pentru comunicarea cuantică, în care, pe de o parte, se utilizează faza și amplitudinea câmpului bimodal, iar, pe de altă parte, dispersia lor după frecvența câmpurilor S și AS. Cercetând statistica de trecere în starea de bază, putem găsi legătura dintre fluctuațiile numărului de atomi $\langle n(t)^2 \rangle - \langle n(t) \rangle^2 = \delta^2$ și fluctuațiile cuantice absolute ale câmpului $\Delta_a^2 = G_2^{(a)}(t) - [G_1^{(a)}(t)]^2$.

4.1. Interacțiunea sistemului cu două niveluri cu modurile de cavitate Stokes și anti-Stokes în procesele Raman și hyper-Raman

Să considerăm un flux de atomi cu două niveluri, care traversează o cavitate, așa cum este reprezentat în Figura 2.1 din compartimentul doi. Să cercetăm cazul când starea virtuală $|i\rangle$ a atomului este situată mai sus de nivelul excitat $|e\rangle$ sau între nivelul de bază $|g\rangle$ și cel excitat, așa cum se propune experimental [19] în modelul micromaserului bifotonic [93-96]. Având în vedere că modurile de cavitate nu sunt în rezonanță cu tranziția prin starea intermediară, H de interacțiune în procesul R și HR, care ia în considerare operatorii pentru modurile S și AS, este

$$\hat{H}_I = i \sum_{j=1}^N G \{ \hat{R}_j^- \hat{V}^+ - \hat{V}^- \hat{R}_j^+ \} \quad (4.1)$$

În această parte a lucrării se vor lua în considerare atât procesul R, cât și procesul HR simultan [97-99]. În loc de operatorii-V putem introduce, în cazul procesului R, (Figura 4.1 A și B), următorii operatorii $\hat{V}^+ = \hat{J}^+ = \hat{b} \hat{d}^+$; $\hat{V}^- = \hat{J}^- = \hat{b}^+ \hat{d}$; $\hat{J}_z = (\hat{d}^+ \hat{d} - \hat{b}^+ \hat{b})/2$. Pe când în cazul procesului HR putem introduce noii operatori-V pentru modurile S și AS $\hat{V}^+ = (\hat{J}^+)^2 = \hat{b}^2 \hat{d}^{+2}$; $\hat{V}^- = (\hat{J}^-)^2 = \hat{b}^{+2} \hat{d}^2$; $\hat{J}_z = (\hat{d}^+ \hat{d} - \hat{b}^+ \hat{b})/2$ [51], a căror tranziție este reprezentată în Figura 4.1 A. $\hat{J}_z = (\hat{d}^+ \hat{d} - \hat{b}^+ \hat{b})/2$ reprezintă conversia dintre fotonii S și AS.

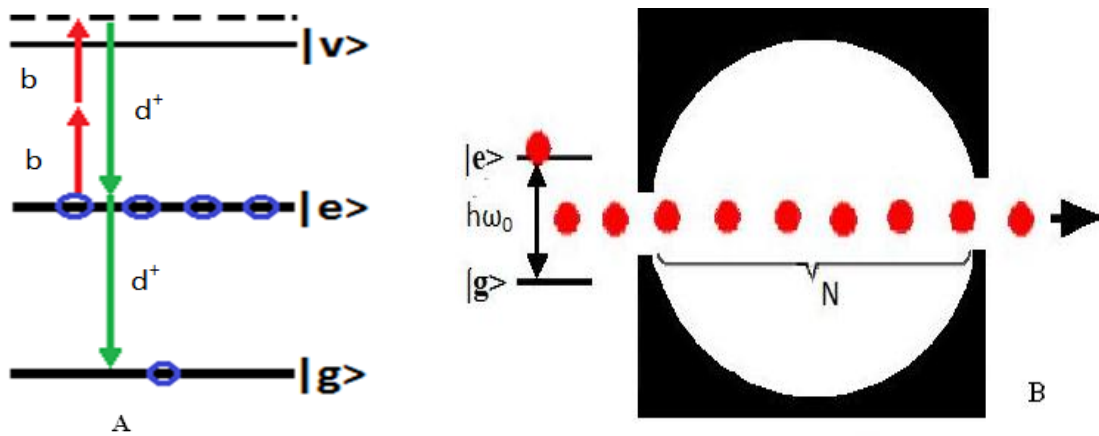


Fig.4.1 A. Procesul hyper-Raman și schema lui energetică; B. Pompajul atomic al procesului de împrăștiere cu transformarea a n_{ph} fotoni Stokes în n_{ph} fotoni anti-Stokes [51].

Aici \hat{b}^2 reprezintă operatorul S, iar \hat{d}^{+2} - operatorul AS, ce descriu, respectiv, absorbția simultană

și emisiile de perechi de fotoni, [100]. H de interacțiune conține operatorii de ridicare $\hat{R}_j^+(t)$ și coborâre $\hat{R}_j^-(t)$ a atomului j conform reprezentării din Figura 2.2 și Figura 4.1(A) [101-102]. Operatorii noi introduși permit a folosi același H liber pentru câmpul de cavitate și fluxul de atomi:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \sum_{j=1}^N \hat{R}_j^z + \hbar\omega \hat{J}_z \quad (4.2)$$

Aici $\omega = \omega_d - \omega_b$; \hat{R}_j^z este operatorul inversiei atomice și \hat{J}_z - operatorul de conversie dintre fotonii S și AS. Simetria câmpului generat de cele două moduri de cavitate în spațiul fazelor noilor operatori este $\hat{J}_x = (\hat{J}^+ + \hat{J}^-)/2$, $\hat{J}_y = (\hat{J}^+ - \hat{J}^-)/2i$ și \hat{J}_z . Legea de conservare a acestor operatori $\hat{J}^2 = \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2$ este similară cu modelul Dicke de superradianță [29, 103]. Diferența dintre stările excitată și cea de bază pentru procesele R și HR este reprezentată prin frecvențele de emisie și de absorbție a fotonilor în felul următor: $\omega_d - \omega_b = \omega_0$ pentru procesul R și $2\omega_d - 2\omega_b = \omega_0$ pentru procesul HR.

În H de interacțiune (4.1) este introdusă constanta de interacțiune (3.17) atât pentru procesul R cât și pentru procesul HR. Condițiile inițiale pentru ambele cazuri sunt: toți atomii sunt pregătiți în starea excitată și câmpul de cavitate este pregătit în starea S (Figura 2.1).

Să dezvoltăm aceeași tehnică de eliminare a operatorilor atomici din ecuația Heisenberg pentru valoarea medie a unui operator arbitrar al câmpului $\hat{O}(t)$ luând în considerare ordine mai mari după parametrul mic de interacțiune ε :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= i\tilde{\omega} \langle [\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)] \rangle \\ &+ \frac{1}{\hbar} \sum_{l=1}^N G_l \left\{ \langle \hat{R}_l^-(t) [\hat{O}(t), \hat{V}^+(t)] + [\hat{V}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{R}_l^+(t) \rangle \right\}. \end{aligned}$$

Ecuația Heisenberg pentru operatorii atomici este următoarea:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{R}^+(t)}{dt} &= (i\omega_0 - \gamma) \hat{R}^+(t) + \frac{2}{\hbar} G \hat{R}_z(t) \hat{V}^+(t), \\ \frac{d\hat{R}^-(t)}{dt} &= (-i\omega_0 - \gamma) \hat{R}^-(t) + \frac{2}{\hbar} G \hat{R}_z(t) \hat{V}^-(t), \\ \frac{d\hat{R}_z(t)}{dt} &= -\gamma \left[\hat{R}_z(t) - \frac{1}{2} \right] - \frac{G}{\hbar} \left\{ \hat{R}_l^-(t) \hat{V}^+(t) + \hat{V}^-(t) \hat{R}_l^+(t) \right\}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Aici $\gamma^{-1} = l/v_A$ este timpul de viață al atomului în cavitate. El poate fi estimat în acord cu unele

lucrări experimentale: $l \approx 10^{-3} \text{ cm}$ este lungimea cavității și $v_A \approx 280 \text{ m/s}$, unde v_A este viteza medie a atomului prin cavitate [104]. Soluțiile primei ecuații a sistemului (4.3) pot fi reprezentate prin partea $\hat{R}_{j,f}^{\pm}(t)$ liberă și prin partea sursă $\hat{R}_{j,s}^{\pm}(t)$ ale operatorului atomic $\hat{R}_j^{\pm}(t) = \hat{R}_{j,f}^{\pm}(t) + \hat{R}_{j,s}^{\pm}(t)$ astfel încât reprezentarea analitică a acestor părți este după cum urmează:

$$\begin{aligned} \hat{R}_f^{\pm}(t) &= \hat{R}^{\pm}(0) \exp[\pm i\omega_0 t - \gamma t]; \\ \hat{R}_s^{\pm}(t) &= \frac{2}{\hbar} G \int_0^t d\tau \exp[\pm i\omega_0 \tau - \gamma \tau] \hat{R}_z^{\pm}(t-\tau) \hat{V}^{\pm}(t-\tau). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Se consideră că timpul de viață al atomilor în cavitate, $\gamma^{-1} \approx 4 \times 10^{-8} \text{ s}$, este mult mai mic decât durata de viață a fotonilor în aceeași cavitate $\tau_{ph} = l/[c(1-r)] = 10^{-6} \text{ s}$ (unde r este coeficientul de reflexie a oglinzilor). Astfel, putem elimina operatorii atomici ca și în compartimentele precedente obținând expresia generalizată pentru operatorul $\hat{O}(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= i\tilde{\omega} \langle [\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)] \rangle \\ &+ 2 \sum_{l=1}^n |G|^2 \left\{ \frac{\langle \hat{R}_z^{\pm}(t) \hat{V}^{\mp}(t) [\hat{O}(t), \hat{V}^{\pm}(t)] \rangle}{(-i(n\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma)\hbar} + \frac{\langle [\hat{V}^{\mp}(t), \hat{O}(t)] \hat{V}^{\pm}(t) \hat{R}_z^{\pm}(t) \rangle}{(i(n\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma)\hbar} \right\}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Aici pentru parametrii $n=1$, $\tilde{\omega} = \omega_d - \omega_b \approx \omega_0$, $\hat{V}^{\pm} = \hat{J}^{\pm}$ avem procesul R și când valoarea parametrilor este $n=2$, $\tilde{\omega} = \omega_d - \omega_b \approx \omega_0/2$, $\hat{V}^{\pm} = (\hat{J}^{\pm})^2$, avem procesul HR. Luând în considerare reprezentarea propusă în compartimentele 2 și 3 pentru inversia atomică [104] în ABM (2.20) și (3.23), putem obține o expresie unificată din (3.3) pentru inversia atomică:

$$\hat{R}_z^{\pm}(t) = \frac{1}{2} - \frac{G}{\hbar\gamma} \left\{ [\hat{R}^{-s}(t) + \hat{R}^{-f}(t)] \hat{V}^+(t) + \hat{V}^-(t) [\hat{R}^{+s}(t) + \hat{R}^{-f}(t)] \right\}. \quad (4.6)$$

Dacă introducem soluția (4.4) în partea dreaptă a expresiei (4.6), obținem o expresie pentru inversia atomică ce conține parametrul mic la numitor:

$$\begin{aligned} \hat{R}_z^l(t) &= \left\{ \frac{1}{2} - \frac{G}{\hbar\gamma} [\hat{R}_l^{-f}(t) \hat{V}^+(t) + \hat{V}^-(t) \hat{R}_l^{+f}(t)] \right\} \\ &\times \left\{ 1 + \frac{2G^2 \hat{V}^-(t) \hat{V}^+(t)}{[i(n\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma]\hbar^2 \gamma} + \frac{2G^2 \hat{V}^+(t) \hat{V}^-(t)}{[-i(n\tilde{\omega} - \omega_0) + \gamma]\hbar^2 \gamma} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Deci, descompunerea are loc după parametrul mic $\delta = \varepsilon(1 + \varepsilon\hat{V}^+\hat{V}^-)$. Observăm că această redefinire permite utilizarea valorilor mai mari ale parametrului mic ε în descompunerea după acest nou parametru δ . Deoarece vom lua în considerare ordine mai înalte după parametrul mic δ , cercetăm un caz mai simplu la rezonanță $(n\tilde{\omega} - \omega_0) = 0$. În acest caz inversia atomică se exprimă prin

$$\hat{R}_z^l(t) = \left\{ \frac{1}{2} - \frac{G}{\hbar\gamma} [\hat{R}_l^{-f}(t)\hat{V}^+(t) + \hat{V}^-(t)\hat{R}_l^{+f}(t)] \right\} \frac{1}{\{1 + 4(G^2\gamma^{-2}\hbar^{-2})\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)\}}.$$

Să introducem acum această soluție în EG pentru operatorul câmpului $\hat{O}(t)$. În al doilea ordin al constantei de interacțiune EG (4.5) primește următoarea formă:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle = & 2\alpha_1 \left\langle \left[\frac{1}{2} - \frac{G}{\hbar\gamma} \hat{V}^-(t)\hat{R}_l^{+f}(t) \right] \frac{1}{1 + 4\alpha_1 / (N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)} \hat{V}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{V}^+(t)] \right\rangle \\ & + 2\alpha_1 \left\langle [\hat{V}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{V}^+(t) \frac{1}{1 + 4\alpha_1 / (N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)} \left[\frac{1}{2} - \frac{G}{\hbar\gamma} \hat{R}_l^{-f}(t)\hat{V}^+(t) \right] \right\rangle. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Coefficienții din ecuația de bază (4.1), în cazul de rezonanță, sunt: $\tilde{\alpha}_1 = G^2 N / (\hbar^2 \gamma)$ - rata de emisie a conversiei din fotonii S în fotoni AS, N - numărul mediu al atomilor în cavitate; $\tilde{\alpha}_2 = 2G^4 N / [\hbar^4 \gamma^3]$ - coeficientul de difuzie. Observăm că divergențele apărute cu creșterea numărului de fotoni în cavitate trec la numitor. Odată cu creșterea numărului de fotoni crește atât expresia de la numerator, cât și de la numitor. Astfel că descompunerea în serie a lui $x / (1 + x)$ când $x = \varepsilon\hat{V}^+\hat{V}^-$ se apropie de unu, devine imposibilă. În primele două compartimente ale tezei; funcția $x / (1 + x)$, a fost de fapt aproximată: $x - x^2$, unde prin x înțelegem rata de conversie proporțională cu α_1 , iar prin x^2 - stoparea generării coerente și stabilizarea ei prin difuzie (proporțional cu α_2).

Eliminarea părții libere a operatorilor din expresia (4.8) este mai dificilă, deoarece $\hat{R}_l^{-f}(t)|e\rangle \neq 0$. Acești operatori pot fi eliminați dacă ne folosim de soluția marcoviană a ecuației

$$\hat{R}_{j,f}^\pm(t) = \hat{R}_j^\pm(t) - \hat{R}_{j,s}^\pm(t), \quad (4.9)$$

unde

$$R_{j,s}^\pm(t) = -\frac{2G}{\hbar} \frac{\hat{R}_z^\pm(t)\hat{V}^\pm(t)}{[\pm i(\omega_0 - n\omega) - \gamma]}. \quad (4.10)$$

Deplasând operatorul total $\hat{R}_j^\pm(t)$ în dreapta în primul termen al ecuației și în stânga în termenul al doilea, putem elimina total operatorii atomici pentru partea liberă. În acest caz ecuația pentru

operatorul generalizat $\hat{O}(t)$ primește forma:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= \alpha_1 \left\langle \frac{1}{1+4\alpha_1/(N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)} \hat{V}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{V}^+(t)] \right\rangle \\
&+ \alpha_2 \left\langle \hat{V}^-(t) [\hat{V}^+(t), \frac{1}{1+4\alpha_1/(N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)} \hat{V}^-(t) [\hat{O}(t), \hat{V}^+(t)]] \right\rangle \\
&+ \alpha_1 \left\langle [\hat{V}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{V}^+(t) \frac{1}{1+4\alpha_1/(N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)} \right\rangle \\
&+ \alpha_2 \left\langle [[\hat{V}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{V}^+(t) \frac{1}{1+4\alpha_1/(N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)}, \hat{V}^-(t)] \hat{V}^+(t) \right\rangle.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Trecem la ecuația pentru matricea de densitate ca și în compartimentele 2 și 3, pentru a putea obține sistemul de ecuații pentru ambele cazuri: atât ER, cât și EHR,

$$\begin{aligned}
\frac{dW(t)}{dt} &= \tilde{\alpha}_1 [\hat{V}^+, \dot{W}(t) \frac{1}{1+4\alpha_1/(N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)} \hat{V}^-] \\
&+ \alpha_2 [\hat{V}^+, [\dot{W}(t) \hat{V}^- \frac{1}{1+4\alpha_1/(N\gamma)\hat{V}^-(t)\hat{V}^+(t)}, \hat{V}^+] \hat{V}^-] + H.c.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Am obținut EG pentru operatorul CEM în procesul de ER și EHR (4.11-4.12). Ea descrie un proces colectiv de transformare a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS. Spre deosebire de celelalte cazuri, această expresie conține atât operatorii colectivi de creare și de anihilare, cât și pătratul operatorilor colectivi de creare și de anihilare $\hat{J}^+(t)$ și $\hat{J}^-(t)$. În următoarea expresie (4.12) am obținut ecuația pentru matricea de densitate în ambele cazuri - atât ER, cât și EHR. Dacă descompunem matricea de densitate (4.12) pe stările Hilbert (3.42) ale simetriei SU(2) pentru ER, în care $V^\pm = J^\pm$, atunci putem obține următorul set de ecuații pentru ponderile statistice $\{P_m\}$. Vectorii Hilbert fac parte din setul de stări ale momentului cinetic și se supun simetriei SU(2). Dependența de timp a probabilităților $P_m(t)$ este reprezentată grafic în Figura 4.2 pentru următoarele valori ale parametrilor relativi $\tilde{\alpha}_2/\tilde{\alpha}_1=0.05$ și numărul de fotoni $2j = 18$. În cazul R obținem următoarea ecuație pentru probabilitățile P_m :

$$\begin{aligned}
\frac{dP_m(t)}{dt} = & 2\tilde{\alpha}_1\{P_{m-1}(t)(j-m+1)(j+m)\{1+b(j-m+1)(j+m)\}^{-1}} \\
& - P_m(t)(j-m)(j+m+1)\{1+b(j-m)(j+m+1)\}^{-1}\} \\
& + 2\tilde{\alpha}_2\{P_{m-1}(t)(j-m+1)^2(j+m)^2\{1+b(j-m+1)(j+m)\}^{-1}} \\
& - P_m(t)(j-m)^2(j+m+1)^2\{1+b(j-m)(j+m+1)\}^{-1}\} \\
& - 2\tilde{\alpha}_2\{P_{m-2}(t)(j-m+1)(j+m)(j-m+2)(j+m-1)\{1+b(j-m+1)(j+m)\}^{-1}} \\
& - P_{m-1}(t)(j-m+1)(j+m)(j+m+1)(j-m)\{1+b(j-m)(j+m+1)\}^{-1}\}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Condiția inițială pentru sistemul de ecuații (4.13) este considerată pregătirea integrală a fotonilor în modul AS $P_{-j} = 1$, $P_{-j+1} = P_{-j+2} = \dots = P_j = 0$. Să comparăm metoda nouă propusă în această secțiune cu rezultatul numeric pentru un număr de fotoni mare $n_{ph}=18$ obținut în compartimentul doi cu ajutorul a două teorii: una dezvoltată în secțiunea 2.4 după parametrul mic δ și alta propusă în această secțiune după parametrul δ , în care s-a demonstrat o modalitate nouă de eliminare a operatorilor atomici (4.9-4.13). Din calculul cifric pentru $b=0.01$ observăm că apar oscilații în teoria veche pentru probabilitățile de repartiție a fotonilor (Figura 4.2, dreapta). Mai mult decât atât, aceste probabilități devin negative și nu au sens fizic. În teoria nouă aceste valori negative lipsesc (Figura 4.2, stânga). Este de la sine înțeles că cu creșterea lui b și a numărului de fotoni ecuația (4.13) își va pierde parametrul mic în partea dreaptă. Calculul cifric arată că pentru b mai mare ca cel critic apar oscilații și probabilitățile de tranziție devin negative, nu au sens. Cum trebuie îmbunătățită teoria pentru astfel de valori? Aici este necesar să ne întoarcem la expresia pentru $\hat{R}_s^+(t)$ din ecuația (3.10). În partea dreaptă a acestui operator a apărut din nou $\hat{R}_z(t)$. El trebuie introdus din nou utilizând ecuația pentru acest operator (4.6) și (4.7). După aceasta, din nou trebuie utilizată Lema prezentată în [56] pentru a elimina operatorii liberi $\hat{R}^+(t)$ și $\hat{R}^-(t)$. Cât poate continua această procedură? Răspunsul este simplu: atât timp cât apar divergențe în rezultatele numerice, iar ordinul superior după constanta de interacție își pierde sensul de mărime mică.

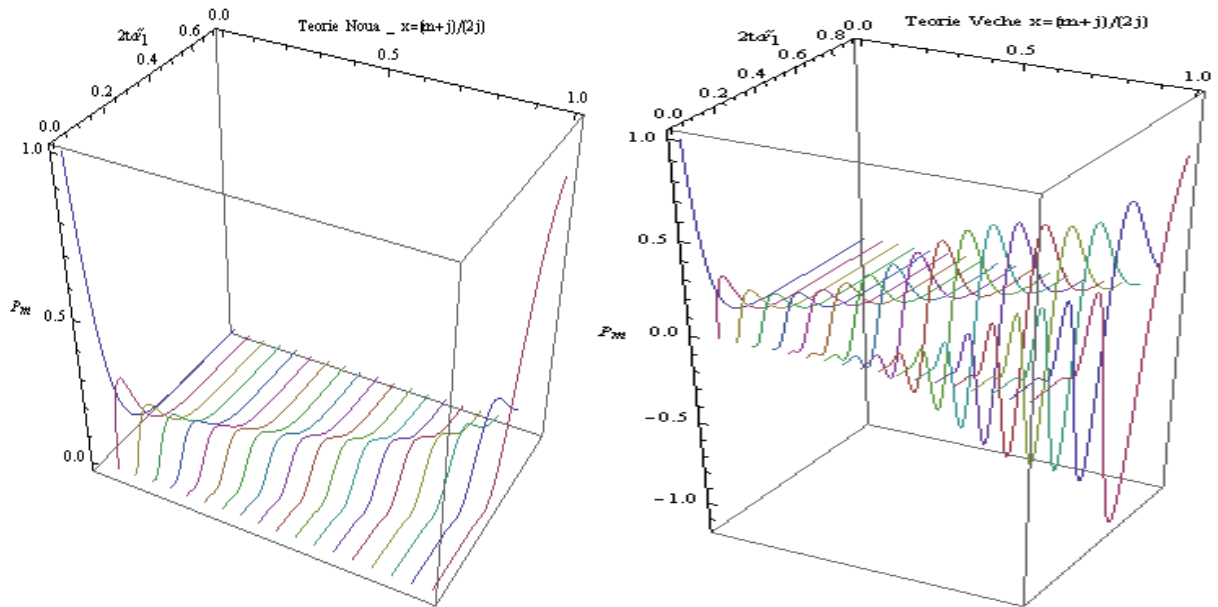


Fig.4.2. Compararea teoriilor:

Teoria nouă (stânga): pentru numărul de fotoni $2j = 18$ și $b=0.01$ aceste valori negative lipsesc (spre deosebire de teoria veche din dreapta). Teoria veche (dreapta): apar oscilații pentru probabilitățile de repartiție $P_m(t)$ a fotonilor $2j = 18$ și $b=0.01$, ele devin negative și nu au sens fizic.

4.2. Eliminarea operatorilor fluxului de radiatori pregătiți în stare coerentă

Problema generării coerente a fotonilor în două moduri de către un ansamblu de atomi cu două niveluri ce traversează o cavitate rămâne actuală [108, 110, 111]. Este determinată dependența ratei de genare a stărilor coerente bimodale ca funcție de stările coerente ale polarizării fluxului de atomi. Considerând că timpul de viață al atomilor ce traversează cavitatea este mult mai mic decât timpul de viață al fotonilor, se propune eliminarea polarizării coerente a atomilor. A fost obținută EG pentru CEM de cavitate bimodal. Soluțiile staționare ale EG s-au redus la ecuații cunoscute în teoria superradianței [29] folosindu-se ecuațiile Fokker-Plank. Proprietățile cuantice ale CEM de cavitate bimodal au fost analizate folosind P-reprezentarea pentru simetria $SU(2)$ [105].

Să cercetăm un flux de atomi pregătiți în stare coerentă față de tranziția dipol interzisă, stările coerente fiind reprezentate cu ajutorul expresiilor:

$$\hat{R}^+ \exp(\mu \hat{R}_-) |j, j\rangle = \left(2j\mu - \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu} \right) \exp(\mu \hat{R}_-) |j, j\rangle,$$

$$\hat{R}^- \exp(\mu \hat{R}_-) |j, j\rangle = \frac{\partial}{\partial \mu} \exp(\mu \hat{R}_-) |j, j\rangle,$$

$$\hat{R}_z \exp(\mu \hat{R}_-) |j, j\rangle = \left(j - \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \right) \exp(\mu \hat{R}_-) |j, j\rangle,$$

unde $\mu = \exp[i\phi] \tan(\theta/2)$ este un parametru exprimat prin unghiul θ și ϕ - reprezentate pe sfera Bloch (a se vedea Figura 2.3).

Se pune problema de a elimina operatorii atomici din ecuația Heisenberg pentru valoarea medie a unui operator arbitrar al câmpului $\hat{O}(t)$.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= i\tilde{\omega} \langle [\hat{J}_z(t), \hat{O}(t)] \rangle \\ &+ \frac{1}{\hbar} \sum_{l=1}^N G_l \left\{ \langle \hat{R}_l^-(t) [\hat{O}(t), \hat{V}^+(t)] + [\hat{V}^-(t), \hat{O}(t)] \hat{R}_l^+(t) \rangle \right\}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Pentru a simplifica procedura de eliminare a operatorilor $\hat{R}^+(t)$ și $\hat{R}^-(t)$ se propune lema prevăzută în [56]. În acest caz, partea liberă a operatorilor $\hat{R}_l^\pm(t) = \hat{R}_{l,f}^\pm(t) + \hat{R}_{l,s}^\pm(t)$ nu poate fi eliminată ca în compartimentul precedent, tocmai de aceea ne folosim de următoarea leamnă.

Lema Enaki&Ciornea [56]. Să considerăm operatorul arbitrar $\mathbf{O}(t)$, care aparține subsistemului atomic. În acest caz, valoarea medie a produsului de operatori $\mathbf{O}(t)\hat{R}^+(t)$ pe stările coerente poate fi reprezentat prin partea sursă în următoarea formă:

$$\begin{aligned} \langle \mu | \mathbf{O}(t) R^+(t) | \mu \rangle &= \langle \mu | R_s^+(t) \mathbf{O}(t) | \mu \rangle + \frac{1}{1-|\mu|^4} \langle \mu | [\mathbf{O}(t), R_s^+(t)] | \mu \rangle \\ &- \frac{\mu^2}{1-|\mu|^4} \langle \mu | [R_s^-(t), \mathbf{O}(t)] | \mu \rangle \exp[+2i\omega t] \\ &+ \frac{2j\mu}{1+|\mu|^2} \langle \mu | \mathbf{O}(t) | \mu \rangle \exp[+i\omega t]; \\ \langle \mu | \hat{R}^-(t) \mathbf{O}(t) | \mu \rangle &= \{ \langle \mu | \mathbf{O}^+(t) \hat{R}^+(t) | \mu \rangle \}^+. \end{aligned}$$

În acord cu lema [56], putem decorela în ABM partea dreaptă a expresiei pentru partea sursă din soluția (4.10), așa încât operatorii atomici de excitare sunt exprimați prin operatorii de creare a câmpului

$$\begin{aligned}
R_s^\pm(t) &= \mp 2 \frac{ig \exp[\pm in\omega t]}{\hbar} \\
&\times \int_0^t d\tau \exp[\pm i(\omega_0 - n\omega)\tau - \gamma_\perp \tau] \tilde{R}_z(t-\tau) \tilde{J}^\pm(t-\tau) \\
&\approx \frac{2g}{\hbar} \langle R_z \rangle J^\pm(t) \left[\frac{\omega_0 - n\omega}{(\omega_0 - n\omega)^2 + \gamma_\perp^2} \mp \frac{i\gamma}{(\omega_0 - n\omega)^2 + \gamma_\perp^2} \right],
\end{aligned}$$

unde $\langle R_z \rangle = j(1 - |\mu|^2)/(1 + |\mu|^2)$. Parametrul n poate fi definit pentru două cazuri: a) $n=1$, $\tilde{\omega} = \omega_d - \omega_b \approx \omega_0$, în cazul procesului R și b) $n=2$, $\tilde{\omega} = \omega_d - \omega_b \approx \omega_0/2$, în cazul procesului HR. Introducem această expresie în lema [56]. Atunci pentru procesul R vom avea următoarea ecuație conform expresiei (4.14):

$$\frac{d}{dt} \langle O(t) \rangle = \frac{i}{\hbar} g \{ \langle [J^-(t), O(t)] R^+(t) \rangle + \langle R^-(t) [O(t), J^+(t)] \rangle \}$$

Astfel, se obține următoarea ecuație master duală pentru operatorii bibozonici $O(t)$ ai CEM de cavitate:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} O(t) &= \frac{i}{\hbar} H_b^{eff} O(t) - \frac{1}{\hbar} \left(i\chi_b - \frac{1}{\tau_b} \right) \frac{\mu^2 \exp[2i\omega_0 t]}{(1 + |\mu|^2)^2} J^-(t) [J^-(t), O(t)] \\
&+ \frac{1}{\tau_b} \left(\frac{1}{(1 + |\mu|^2)^2} [J^-(t), O(t)] J^+(t) \right. \\
&\left. - \frac{|\mu|^4}{(1 + |\mu|^2)^2} J^+(t) [J^-(t), O(t)] \right) + H.c.,
\end{aligned} \tag{4.15}$$

unde $1/\tau_b = \tilde{\alpha}_1$ este rata de conversie a fotonilor. Forma Hamilton și non-Hamilton a acestei ecuații este determinată de partea reală și de partea imaginară a termenilor din partea dreaptă a expresiei (4.15). H efectiv este definit în (4.16) și este descris de expresia pentru ER:

$$\begin{aligned}
H_b^{eff} &= \hbar \left(n\omega + \frac{2\chi_b}{(1 + |\mu|^2)^2} \right) J_z + \hbar \chi_b \frac{1 - |\mu|^2}{1 + |\mu|^2} J^+(t) J^-(t) \\
&+ \frac{2jg}{1 + |\mu|^2} \{ \mu J^+(t) \exp[-i\omega_0 t] + h.c. \}.
\end{aligned} \tag{4.16}$$

În ecuația (4.15) și a H efectiv (4.16) este introdusă rata colectivă, $1/\tau_b = \tilde{\alpha}_1$, care descrie procesele de împrăștiere cooperativă, când fluxul de atomi este pregătit lângă starea excitată cu inversia pozitivă, sau pierderile colective ale bifotonilor, când inversia este negativă [105]. Integrala de schimb dintre bifotoni, $\chi_b(1 - |\mu|^2)/(1 + |\mu|^2)$, exprimată prin inversia atomică este introdusă în

analogie cu starea superradiantă a sistemului atomic.

4.3. Trecerea la laserul bicuantic tradițional considerând câmpul de pompaj clasic

În problema privind laserul cu doi fotoni unul din câmpuri este clasic, ceea ce ar însemna că bioperatorii HR $\hat{V}^+ = (\hat{J}^+)^2 = \hat{b}^2 \hat{d}^{+2}$; $\hat{V}^- = (J^-)^2 = \hat{b}^{*2} \hat{d}^2$; $\hat{J}_z = (\hat{d}^+ \hat{d} - \hat{b}^+ \hat{b})/2$ trebuie să fie reduși la operatorii bibozonici [106-108] utilizați în laserul cu doi fotoni [109, 112]. În acord cu cele prezentate în Figura 4.1, la trecerea din starea excitată în starea de bază modul de rezonator \hat{b} trebuie să fie clasic. Aceasta ar însemna că în loc de operatorul \hat{b} noi trebuie să introducem valoarea lui proprie după acțiunea sa asupra stării coerente $\hat{b}|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle$; similar, în loc de operatorul \hat{b}^+ introducem valoarea lui proprie $\langle\beta|\hat{b} = \langle\beta|\beta^*$. Iar operatorii $\hat{V}^+ = (\hat{J}^+)^2 = \beta^2 \hat{d}^{+2}$; $\hat{V}^- = (J^-)^2 = \beta^{*2} \hat{d}^2$ devin operatori ai grupului SU(1,1) astfel $\hat{I}^+ = \hat{d}^{+2}/2$; $\hat{I}^- = \hat{d}^2/2$ și $\hat{I}_z = (\hat{d}^+ \hat{d} + \hat{d} \hat{d}^+)/4$; acești operatori au fost introduși deja [88]. În teza sa de doctor Eremeev a utilizat descompunerea grupului SU(1,1) în operatori bra și ket. În secțiunea 4.4 propunem o nouă soluție a EG, în care sunt luate în considerare stările coerente ale acestui grup. EG pentru operatorul $O(t)$ în cazul de rezonanță $\chi = 0$ este:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle = & \tilde{\alpha}_1 \left\{ \left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 \hat{O}(t) \beta^2 \hat{d}^{+2} - \beta^{*2} \hat{d}^2 \beta^2 \hat{d}^{+2} \hat{O}(t) \right\rangle + H.c. \right\} \\ & - \tilde{\alpha}_2 \left\{ \left[\left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 \beta^2 \hat{d}^{+2} \beta^{*2} \hat{d}^2 [\hat{O}(t), \beta^2 \hat{d}^{+2}] \right\rangle + H.c. \right] \right. \\ & + \left[\left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 \beta^{*2} \hat{d}^2 [\hat{O}(t), \beta^2 \hat{d}^{+2}] \beta^2 \hat{d}^{+2} \right\rangle + H.c. \right] \\ & \left. + i \left[\left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 \beta^2 \hat{d}^{+2} \beta^{*2} \hat{d}^2 [\hat{O}(t), \beta^2 \hat{d}^{+2}] \right\rangle - H.c. \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

unde $\hat{V}^+ = (\hat{J}^+)^2 = \beta^2 \hat{d}^{+2}$; $\hat{V}^- = (J^-)^2 = \beta^{*2} \hat{d}^2$ și $\hat{J}_z = \hat{d}^+ \hat{d} / 2$.

În limita unei cavități ideale ecuația master pentru câmpul laser poate fi obținută folosind metoda de eliminare a variabilelor atomice propuse în [51], astfel încât matricea de densitate a bifotonilor în cavitate este următoarea:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W(t)}{\partial t} &= k[I^-W(t), I^+] + i\chi[I^+(1 + pI^-I^+)^{-1}W(t), I^-] \\
&+ u_1[I^+(1 + pI^-I^+)^{-1}W(t), I^-] \\
&+ u_2[I^+[I^-, I^+(1 + pI^-I^+)^{-1}W(t)(1 + pI^-I^+)^{-1}], I^-] + H.c.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Aici: k descrie pierderile bifotonice (perechi de fotoni inseparabili) din microrezonator; $\chi = 2/G^2 N\sigma_o (\omega - 2\Omega)/[(\omega - 2\Omega)^2 + \gamma^2]$ este renormarea energiei bifotonice; $u_1 = 2/G^2 N\sigma_o \gamma/[(\omega - 2\Omega)^2 + \gamma^2]$ reprezintă rata de generare a perechilor de fotoni; $u_2 = T/N\sigma_o (u_1^2 + \gamma^2)$ este constanta neliniară de dopaj și, în final, $p = 2Tu_1/N\sigma_o$. Operatorii bifotonici introduși se supun algebrei $su(1,1)$. Renormarea energie bifotonice $u_1 = 4\alpha_1 |\beta|^2$ din expresia (4.18) poate fi reprezentată cu ajutorul valorilor proprii ale operatorilor din relația (4.17), precum și prin rata de generare a perechilor de fotoni $u_2 = 8\alpha_2 |\beta|^4$:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle \hat{O}(t) \rangle &= 4\tilde{\alpha}_1 \left\{ \left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 \hat{O}(t) \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2 - \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2 \hat{O}(t) \right\rangle + H.c. \right\} \\
&- 8\tilde{\alpha}_2 \left\{ \left[\left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2 \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 [\hat{O}(t), \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2] \right\rangle + H.c. \right] \right. \\
&+ \left[\left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 [\hat{O}(t), \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2] \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2 \right\rangle + H.c. \right] \\
&+ \left. i \left[\left\langle \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2 \beta^{*2} \hat{d}^2 / 2 [\hat{O}(t), \beta^2 \hat{d}^{+2} / 2] \right\rangle - H.c. \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

În așa fel, se obține legătura dintre ecuațiile (4.17) și (4.18) exprimată prin operatorul $O(t)$. Relațiile de comutare pentru acești operatori este $[\hat{I}^+, \hat{I}^-] = -\hat{I}_z$, $[\hat{I}_z, \hat{I}^\pm] = \pm \hat{I}^\pm$, unde pentru cazul degenerat operatorii noi sunt $I^+ = b^{+2}/2$, $I^- = b^2/2$, și $I_z = (b^+b + bb^+)/4$; pentru cazul nedegenerat a procesului bifotonic operatorii sunt $I^+ = b^+a^+$, $I^- = ba$ și $I_z = (b^+b + aa^+)/2$, în care doi fotoni diferiți sunt generați, aceasta fiind reprezentarea bosonică a operatorilor sus-numiți. Din EG (4.17) nu este dificil de observat că în procesul de schimb al bifotonilor vectorul Casimir se conservă: $\hat{\Gamma}^2 = j(j-1)$, unde $j=1/4$ pentru cazul degenerat și, respectiv, $j=1/2$ pentru cel nedegenerat. Numărul j reprezintă posibilitățile în care bifotonii pot fi generați în modurile de cavitate și, totodată, depind de structura modurilor din rezonator. Mai jos vom discuta două situații: a) mai jos de pragul de lucru al laserului cu condiția $k > u_1$ și b) când rata de generare a perechilor de fotoni este proporțională cu constanta neliniară de dopaj, adică are loc condiția $u_1 \sim u_2$.

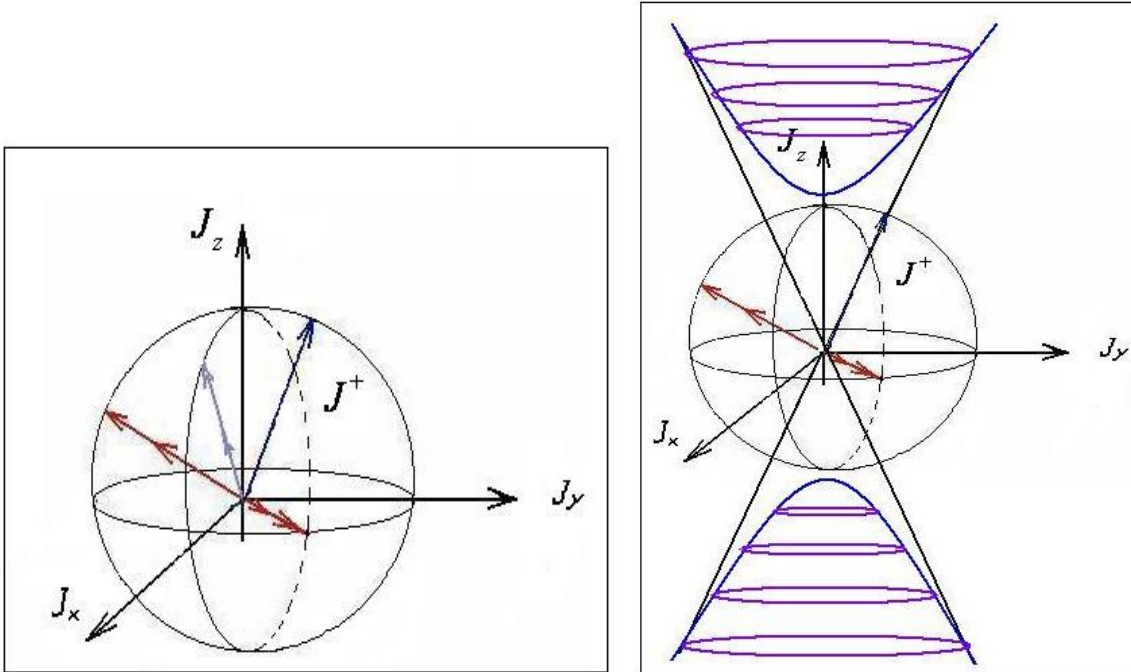


Fig. 4.3 Reprezentarea grafică pentru algebra su(2) și su(1). Sfera reprezintă algebra su(2) dar hiperboloidul descrie algebra su(1).

A. Să discutăm despre prima posibilitate de emisie mai jos de pragul de lucru a laserului, când are loc condiția $k > u_1$, adică valoarea pierderilor bifotonice din microrezonator sunt mai mari ca rata de generare a perechilor de fotoni u_1 . În această situație se pot neglija termenii proporționali cu valoarea la pătrat a coeficientului de amplificare. Ecuația (4.17), considerând $u_1 \gg u_2$, poate fi exprimată în felul următor:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(t)}{\partial t} = & k[I^- W(t), I^+] + i\chi[I^+ W(t), I^-] \\ & + u_1[I^+ W(t), I^-] + H. c. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Vom introduce P-reprezentarea complexă pentru algebra su(1,1); în mod similar această reprezentare a fost introdusă de autorii lucrării [103] pentru oscilatorii cuantici Bose. Reprezentare similară a fost introdusă de către autorii lucrărilor [121, 123] în amplificarea perechilor de fotoni. Folosind această metodă de normare a reprezentării P, pot fi găsite și menționate pentru multe probleme un șir de caracteristici neobișnuite. În acest caz, multe proprietăți ale P funcției și Q funcției rămân specifice și pentru algebra su(1,1). Să introducem P-reprezentarea complexă pentru

algebra $su(1,1)$ cum este descris similar de către autorii lucrărilor [110-113] pentru oscilatorii cuantici Bose:

$$W = \int_D \Lambda(\alpha, \beta) P(\alpha, \beta) d\mu(\alpha, \beta); \quad \Lambda(\alpha, \beta) = \frac{|\alpha\rangle\langle\beta^*|}{\langle\beta^*|\alpha\rangle}. \quad (4.21)$$

Aici, $d\mu(\alpha, \beta)$ este o măsură de integrare și D este domeniul de integrare. Operatorul de proiecție $\Lambda(\alpha, \beta)$ este analitic în (α, β) . În această secțiune suntem interesați de P-reprezentarea complexă în care $d\mu(\alpha, \beta) = d\alpha d\beta$, adică relația (4.21). Dacă introducem reprezentările generalizate P pentru operatorii bibosonici în câmpul de cavitate, obținem produsul scalar a două stări. Valoarea inversă a acestui produs este considerată ca un coeficient de normare pentru operatorul proiectivului $|\alpha\rangle\langle\beta^*|$. Stările corente pentru algebra $su(1,1)$ pot fi definite în următoarea formă:

$$|\alpha\rangle = (1 - |\alpha|^2)^j \exp(\alpha I^+) |0\rangle, \quad \langle\beta^*| = (1 - |\beta|^2)^j \langle 0| \exp(\beta I^-), \quad (4.22)$$

Produsul scalar al acestor două stări fiind

$$\langle\beta^*|\alpha\rangle = \frac{(1 - |\alpha|^2)^{2j} (1 - |\beta|^2)^{2j}}{(1 - \alpha\beta)^{2j}}. \quad (4.23)$$

O reprezentare similară a fost introdusă în [112] pentru amplificarea parametrică în cazul perechilor de fotoni. Utilizând această metodă, normarea P-reprezentării complexe poate fi regăsită în cazuri similare pentru P-reprezentarea diagonală. În acest caz o mulțime de proprietăți ale P- și Q-funcțiilor sunt conservate pentru cazul algebrei $su(1,1)$.

4.4. Ecuția generalizată și Fokker-Plank pentru generarea bifotonică în microcavități

Pentru a obține ecuația Fokker-Planck din (4.20), să cercetăm acțiunea operatorilor I^+ , I , I^z ai algebrei $su(1,1)$ asupra stărilor coerente [105, 116]:

$$\begin{aligned} I^+|\alpha\rangle &= (1 - |\alpha|^2)^j \frac{\partial}{\partial\alpha} \exp(\alpha I^+) |0\rangle, \\ I^-|\alpha\rangle &= (1 - |\alpha|^2)^j (\alpha^2 \frac{\partial}{\partial\alpha} + 2j\alpha) \exp(\alpha I^+) |0\rangle, \\ I^z|\alpha\rangle &= (1 - |\alpha|^2)^j (\alpha \frac{\partial}{\partial\alpha} + j) \exp(\alpha I^+) |0\rangle, \end{aligned} \quad (4.24)$$

Utilizând acțiunile operatorilor (4.23) și reprezentarea (4.20), putem trece de la ecuația master la o nouă ecuație ce conține derivate după α și α^* . Această ecuație în literatură este similară cu ecuația

clasică de tip Fokker-Planck, care ia în considerare procesele coerente și fluctuațiile cuantice în cazul EHR. Utilizând noțiunea de $P(\alpha, \beta)$ -reprezentare (4.21), obținem următoarea expresie:

$$\begin{aligned} & \int_{C'} d\alpha \int_C d\beta \frac{\partial}{\partial t} P(\alpha, \beta, t) \exp(\alpha I^+) (1 - \alpha\beta)^{2j} |0\rangle \langle 0| \exp(\beta I^-) \\ &= \int_C d\alpha \int_C d\beta P(\alpha, \beta, t) (1 - \alpha\beta)^{2j} k \left(\alpha^2 \frac{\partial}{\partial \alpha} + 2j\alpha \right) \left[\left(\beta^2 \frac{\partial}{\partial \beta} + 2j\beta \right) - \frac{\partial}{\partial \alpha} \right] \\ &+ (i\chi + u_1) \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{\partial}{\partial \beta} - \left(\alpha^2 \frac{\partial}{\partial \alpha} + 2j\alpha \right) \right] \exp(\alpha I^+) |0\rangle \langle 0| \exp(\beta I^-) + H.c. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Putem trece la o expresie diferențială față de ponderea statistică $P(\alpha, \beta, t)$, utilizând metoda integrării prin părți în partea dreaptă a acestei ecuații. Astfel, se obține ecuația Fokker-Planck sub următoarea formă:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(\alpha, \beta) &= 2[jk - (j-1)u_1] \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \alpha P(\alpha, \beta) + \frac{\partial}{\partial \beta} \beta P(\alpha, \beta) \right] \\ &+ 2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} [k\alpha^2 \beta^2 + u_1] P(\alpha, \beta) \\ &- (k + u_1) \times \left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \beta^2 P(\alpha, \beta) + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \alpha^2 P(\alpha, \beta) \right], \end{aligned} \quad (4.26)$$

unde $P(\alpha, \beta, t)$ este ponderea statistică în reprezentarea complexă pentru matricea de densitate pe stările coerente ai algebrei $su(1,1)$. Primii termeni în ecuația (4.26) ce conține derivate de ordinul întâi sunt termeni de drift și descriu un proces coerent de dezvoltare a emisiei perechilor de fotoni din procesul HR. Termenii ce conțin a doua derivată descriu un proces de difuzie la absorbția și emisia fotonilor în perechi de către mediul de atomi inverși care de facto au fost eliminate din EM; u_1 reprezintă rata de generare a perechilor de fotoni pentru inversia atomică $N\sigma_0$; k este constanta care descrie pierderile bifotonice (ale perechilor de fotoni inseparabili) din microrezonator. Ecuația Fokker-Planck (4.26) este obținută în primul ordin al constantei de interacțiune $|G|^2$. Soluția staționară $\partial p / \partial t = 0$ a acestei ecuații poate fi găsită:

$$P(\alpha, \beta) = D \frac{|k\alpha\beta - u_1|^{2(j-1)}}{|1 - \alpha\beta|^{2j}}. \quad (4.27)$$

Aici D este constanta de integrare. Această soluție staționară descrie amplificarea efectului de generare bifonică în cavitate stimulată de câmpul de pompaj. Grafic aceasta este reprezentată în

Fig. 4.4. Numărul j reprezintă posibilitățile în care bifotonii pot fi generați în modurile de cavitate și depinde de structura modurilor în rezonator.

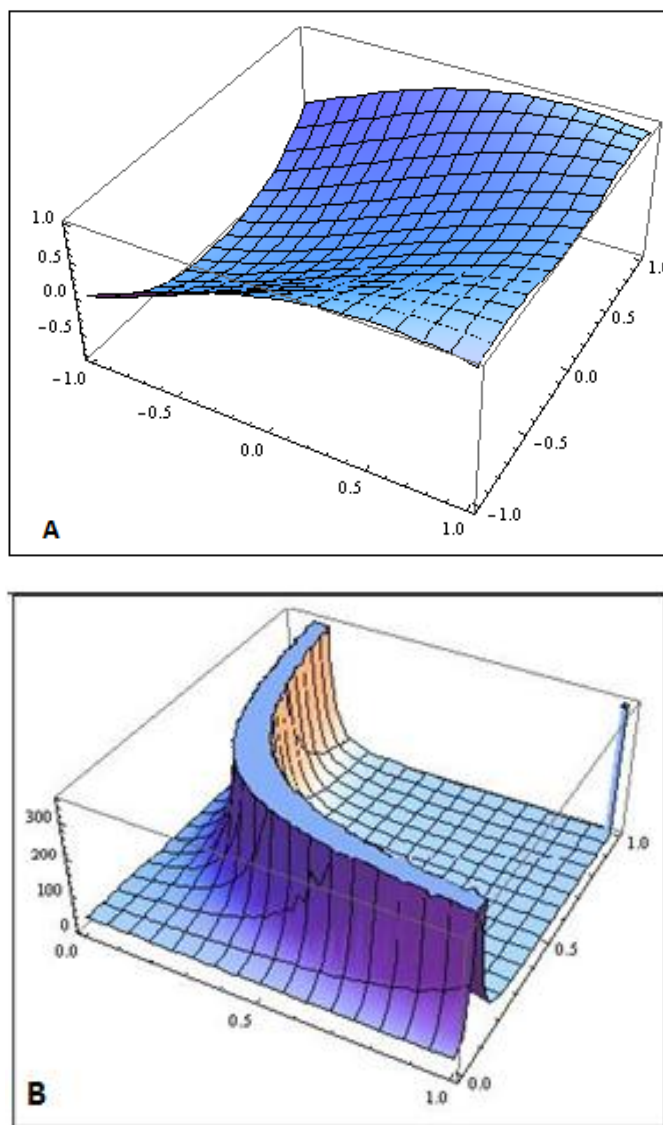


Fig. 4.4. P-reprezentarea ca funcție de variabilele complexe α și β pentru valoarea lui $j=1/2$ și $u_1/k < 1$ (A) și pentru valoarea lui $j=1/2$ și $u_1/k > 1$ (B).

Această soluție (4.27) staționară descrie amplificarea efectului de generare bifonică în cavitate stimulată de câmpul de pompaj. Pe când operatorul matricii de densitate poate fi determinat de următoarea expresie:

$$\begin{aligned}
W &= D \int_{C'} d\alpha \int_C d\beta \frac{|\alpha\beta - u_1/k|^{2(j-1)}}{|1 - \alpha\beta|^{2j}} \Lambda(\alpha, \beta) \\
&= D \int_{C'} d\alpha \int_C d\beta |\alpha\beta - u_1/k|^{2(j-1)} \exp(\alpha I^+) |0\rangle\langle 0| \exp(\beta I^-).
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Aici α și β sunt privite ca variabile complexe, care sunt integrate pe contururile C și C' individual. În limitele cavității bune, atunci când valoarea pierderilor din cavitatea k sunt mai mici decât valoarea proceselor de generare a bifotonilor, numărul de bifotoni în cavitate crește drastic. În acest caz, ultimii termeni din ecuația (4.19) cresc mai rapid, comparativ cu termenii proporționali cu rata de generare u_1 . Comportamentul numeric și analitic al câmpului în cavitate va fi studiat în descrierea de mai jos.

B. Să discutăm situația, când rata de generare a perechilor de fotoni este proporțională cu constanta nelinară de dopaj, adică are loc condiția $u_1 \sim u_2$. În acest caz se obține următoarea expresie, Fokker-Planck:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} P(\alpha, \beta) &= 2[jk - (j-1)u_1] \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \alpha P(\alpha, \beta) + \frac{\partial}{\partial \beta} \beta P(\alpha, \beta) \right] \\
&\quad + 2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} [k\alpha^2 \beta^2 + u_1] P(\alpha, \beta) \\
&\quad - (k + u_1) \times \left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \beta^2 P(\alpha, \beta) + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \alpha^2 P(\alpha, \beta) \right].
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Utilizăm notația $P(\alpha, \beta, t)(1 - \alpha\beta)^{2j} = F(x)$, unde ($x = \alpha\beta$); în cazul staționar se primește următoarea ecuație pentru funcția $F(x)$:

$$\frac{\partial^3 F(x)}{\partial x^3} x^2 - \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} Ax - \frac{\partial F(x)}{\partial x} (P_2 - P_1 x) - F(x)B = 0. \tag{4.30}$$

Aici pentru simplitate am introdus și am folosit notațiile: $A = 3(2j-1)$; $P_2 = 2(j-1) + u_1/u_2$; $P_1 = 1/u_2$; $B = 2k(j-1)/u_2$. În caz general este imposibil de soluționat ecuația (4.47). Considerând că $P_1 = B$, putem reduce această relație la o ecuație diferențială de ordinul doi. Prin urmare, în acest caz ecuația (4.29) devine cu un ordin mai mic

$$\frac{d}{dx} [F'(x)x^2] - F''(x)[(A+2)x] - F'(x)(P_2 - P_1 x) - F(x)B = 0 \tag{4.31}$$

Integrând odată această ecuație, o putem reduce la o ecuație diferențială de ordinul doi:

$$x^2 F'' - [(A+2)x]F' + (P_1 x - A - 2 - P_2)F = 0, \quad (4.32)$$

unde $a = -A + 2$; $b = P_1$; $c = a - P_2$. Relația (3.32) este prezentată grafic în Figura 3.5. care urmează

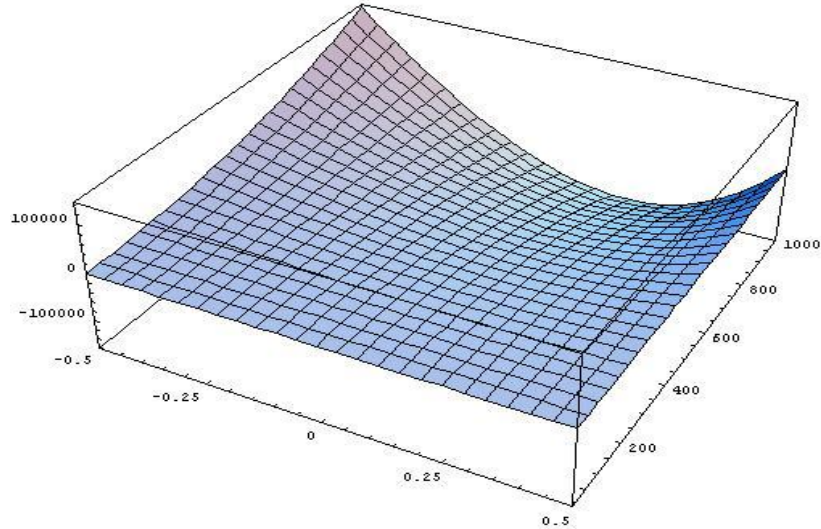


Fig. 4.5. P-reprezentarea nediagonală ca funcție de variabilele complexe α și β pentru valoarea lui $j=1/4$.

Ținem cont de aceste notații și, în concordanță cu reprezentarea analitică a soluției pentru ecuația sus-menționată [121], găsim soluția, care este reprezentată cu ajutorul funcțiilor speciale:

$$F = y = x^{\frac{1-a}{2}} Z_v(2\sqrt{P_1}x^{\frac{1}{2}}). \quad (4.33)$$

Aici $v = \sqrt{(1-a)^2 - 4c}$; Z_v este o funcție arbitrară cilindrică, care poate fi reprezentată prin funcția Bessel [121] în forma următoare:

$$Z(v) = C_1 J_v(x) + C_2 J_{-v}(x),$$

unde C_1 și C_2 sunt constante; J_v și J_{-v} sunt funcțiile Bessel. În cele ce urmează vom prezenta grafic soluția (4.33) dată pentru cazul degenerat când valoarea lui $j=1/2$ (Figura 4.6) și cazul nedegenerat când valoarea lui $j=1/4$ (Figura 4.7).

Soluția (4.33) a fost foarte detaliat studiată în literatură, în particular fiind descrisă de efectul de amplificare și de generare bifotonică în cavitate [116], stimulate de un câmp de pompaj [117]. Dacă introducem $P(\alpha, \beta, t)$ în matricea de densitate (4.28), atunci putem obține expresia ei analitică după integrare. În principiu, poate fi găsită o expresie mai generalizată pentru funcțiile de corelație a operatorilor bifotonici. Fiind integrate după stările α și β , putem cerceta fluctuațiile cuantice ale

câmpului bifotonic.

Cazul nedegenerat

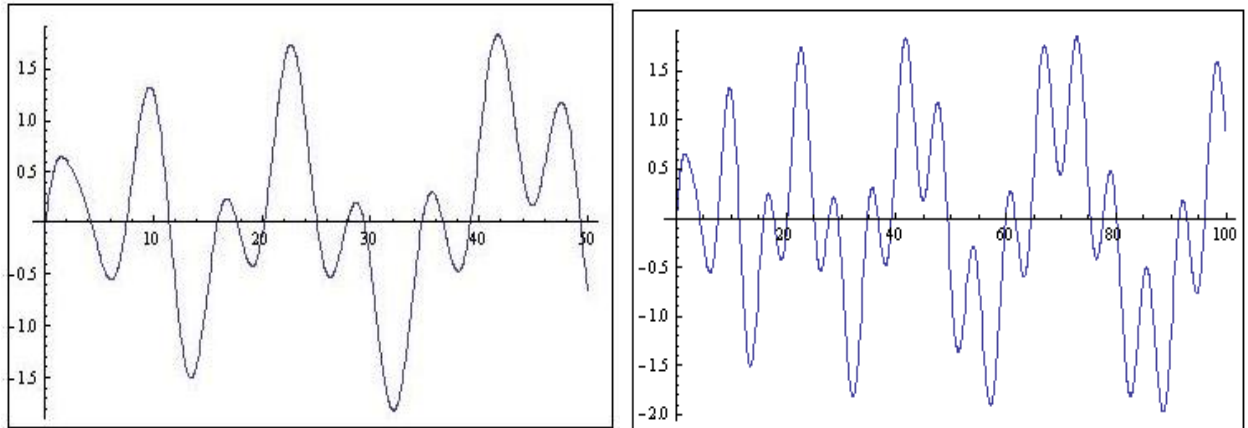


Fig. 4.6. Soluția reprezentată prin funcțiile speciale pentru cazul nedegenerat, când $j=1/2$.

Cazul degenerat

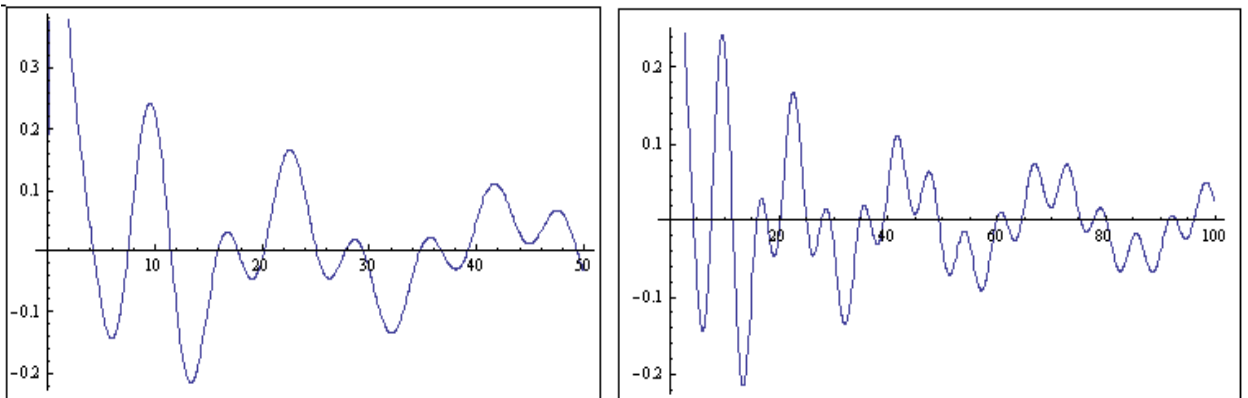


Fig. 4.7. Soluția reprezentată prin funcțiile speciale pentru cazul degenerat, când $j=1/4$.

4.5. Detectarea stărilor bicuante dintr-o cavitate surdă prin metoda ionizării stărilor atomice, utilizată în micromaser

Fluxul de atomi intrând în stare excitată în cavitate o părăsește, astfel că o bună parte din atomi (10%-20%) trec în starea de bază. Acești atomi din starea de bază care ies din cavitate poartă amprenta procesului cooperativ de conversie dintre fotonii S și AS. Dacă putem cerceta densitatea lor liniară în timp, putem găsi legătura dintre ei și conversia fonică de cavitate. Urmând modelul micromaser propus în [94, 97, 107], propunem o metodă de legătură între numărul de atomi din starea de bază ce au trecut în procesul indus bicuantic din rezonator și cinetica acestui proces.

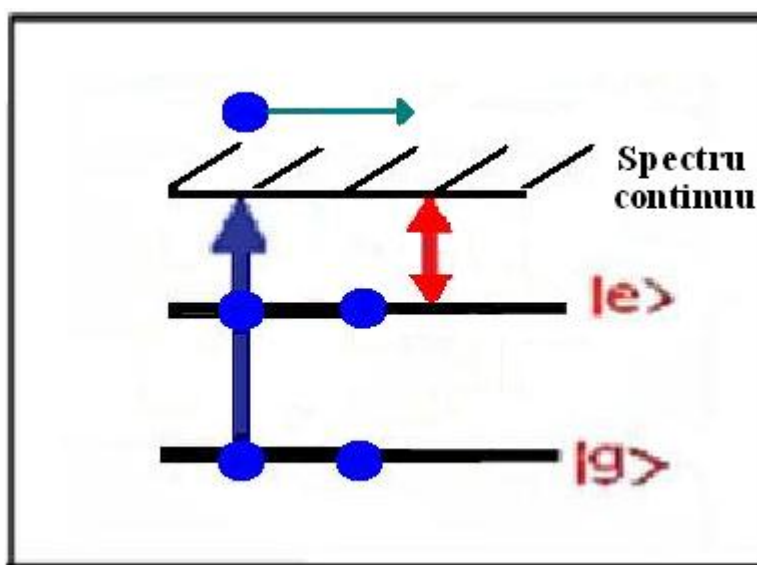


Fig. 4.8. Metoda experimentală de ionizare maser și detectarea atomilor. [97].

Acest număr de atomi poate fi determinat prin metoda ionizării stării de bază și a stării excitate propuse în experimentele din [97]. Conform acestui experiment, numărul de atomi, în starea excitată ori în starea de bază, poate fi determinat prin metoda ionizării atomilor Rydberg la frecvența ω_{ig} și ω_{ie} (a se vedea Figura 4.8). Atomul cu două niveluri [118] ce interacționează cu modul de cavitate este unul dintre cele mai simple sisteme în mecanica cuantică. Factorul de calitate Q înalt de ordinal $3 \cdot 10^{10}$ corespunde duratei mijlocii de viață a fotonului în cavitate de ordinul 0.2 s. În corespundere cu teoria propusă în această teză, durata de viață a fotonului în cavitate este cu mult mai mare decât timpul de interacțiune a atomului cu câmpul maser, el fiind de ordinul 30–130 μs pentru unda atomică termalizată [69, 97].

Ecuțiile de mișcare pentru efectul de conversie R și HR al polarizării atomice ce străbat cavitatea sunt următoarele:

A. Pentru cazul Raman

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{R}_j^+(t)}{dt} &= (i\omega_0 - \gamma_\perp)\hat{R}_j^+(t) + \frac{2}{\hbar}G(k_a, k_b)\hat{R}_z^j(t)\hat{J}^+(t); \\ \frac{d\hat{R}_j^-(t)}{dt} &= -(i\omega_0 + \gamma_\perp)\hat{R}_j^-(t) + \frac{2}{\hbar}G(k_a, k_b)\hat{J}^-(t)\hat{R}_z^j(t).\end{aligned}\quad (4.34)$$

B. Pentru cazul hyper-Raman

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{R}_j^+(t)}{dt} &= (i\omega_0 - \gamma_\perp)\hat{R}_j^+(t) + \frac{2}{\hbar}q\hat{R}_z^j(t)[\hat{J}^+(t)]^2; \\ \frac{d\hat{R}_j^-(t)}{dt} &= -(i\omega_0 + \gamma_\perp)\hat{R}_j^-(t) + \frac{2}{\hbar}q[\hat{J}^-(t)]^2\hat{R}_z^j(t).\end{aligned}\quad (4.35)$$

Aceste ecuații iau în considerare trecerea atomilor din starea excitată în starea de bază în procesele R și HR. Să cercetăm cazul când timpul de viață al atomului în cavitate este mai mic decât timpul de conversie a fotonilor de tip S în fotoni de tip AS. În primul proces R în urma trecerii unui atom din starea excitată în cea de bază, este anihilat un foton S și generat altul AS. În procesul HR acest efect are loc în perechi, adică sunt absorbiți doi fotoni S și emanați alți doi de tip AS. Cu toate că numărul atomilor care trec în starea de bază este mult mai mic ca numărul total de atomi în starea excitată, putem introduce noțiunea de număr de atomi ce au părăsit cavitatea în starea de bază. Acest număr de atomi este: $N_g = \sum_{j=1}^N N_{g_j} = \sum_{j=1}^N \langle \hat{R}_j^- \hat{R}_j^+ \rangle$. Anume acești radiatori poartă informația despre conversia fotonilor de tip S în fotoni de tip AS. Cu alte cuvinte, orce atom detectat în starea de bază ne relatează despre faptul că un foton S a fost transformat în foton AS în cavitatea absolut surdă (coeficientul de reflexie fiind $r=1$). Adică, dacă putem detecta acești atomi în starea de bază, primim informația despre procesul de conversie și realizarea stărilor coerente din cavitate Figura 4.9. Cu toate că acest număr de atomi în starea de bază este foarte mic comparativ cu numărul din starea excitată, detectarea lui este direct legată de intensitatea câmpului bimodal $\langle \hat{J}^- \hat{J}^+ \rangle$.

Înmulțind prima ecuație pentru (4.34) cu \hat{R}_j^- din stânga și a doua ecuație a sistemului (4.34)

cu \hat{R}_j^+ din dreapta obținem următoarea ecuație pentru rata de emisie a atomilor în starea de bază:

$$\frac{d\langle N_g \rangle}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sum_{j=1}^N \langle N_g \rangle \right) = \frac{d}{dt} \sum_{j=1}^N \langle \hat{R}_j^- \hat{R}_j^+ \rangle,$$

ce leagă numărul de atomi cu intensitatea câmpului bimodal. Dacă ținem cont de ecuațiile (4.34) pentru operatorii atomici, obținem rata de emisie a atomilor din starea excitată în starea de bază în cazul ER:

$$\frac{dN_g}{dt} = -2\gamma_{\perp} N_g + \frac{G}{\hbar} \sum_{j=1}^N \left\{ \langle \hat{R}_j^- \hat{J}^+ \rangle + \langle \hat{J}^- \hat{R}_j^+ \rangle \right\}, \quad (4.36)$$

unde primul termen $\gamma_{\perp} N_g$ în ecuația (4.36) reprezintă pierderea atomilor din zona rezonatorului, pe

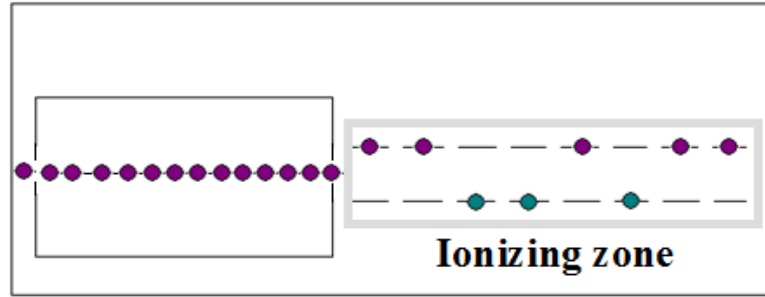


Fig. 4.9 Zona de ionizare [97].

când al doilea termen $\frac{G}{\hbar} \sum_{j=1}^N \left\{ \langle \hat{R}_j^- \hat{J}^+ \rangle + \langle \hat{J}^- \hat{R}_j^+ \rangle \right\}$ reprezintă numărul de atomi care vin din cavitate în zona de ionizare. Însă, pentru cazul EHR obținem aceeași ecuație doar ținând cont de ecuațiile (4.35):

$$\frac{dN_g}{dt} = -2\gamma_{\perp} N_g + \frac{g}{\hbar} \sum_{j=1}^N \left\{ \langle \hat{R}_j^- (\hat{J}^+)^2 \rangle + \langle (\hat{J}^-)^2 \hat{R}_j^+ \rangle \right\}. \quad (4.37)$$

Observăm că partea dreaptă a ecuației pentru N_g se aseamănă cu ecuația generalizată pentru operatorul câmpului $\hat{O}(t)$ atunci când în loc de $\hat{O}(t)$ utilizăm \hat{J}_z . Pentru a găsi legătura dintre această conversie \hat{J}_z și numărul de atomi în starea de bază, introducem în partea dreaptă a ecuației (4.36) expresiile pentru \hat{R}_j^+ și \hat{R}_j^-

Să introducem noțiunea de număr mediu de atomi în starea de bază pe o unitate de lungime, definită ca numărul de atomi din zona de ionizare în starea de bază $|g\rangle$ împărțită la lungimea acestei

zone L, numită concentrația $n=N_g/L$.

În cazul staționar observăm următoarea relație între conversia fotonilor și numărul de atomi în starea de bază:

$$2\gamma N_g = \frac{dJ_z}{dt},$$

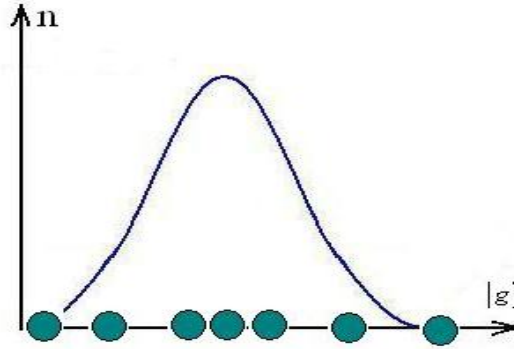


Fig. 4.10 Dependența numărului mediu de atomi în starea de bază pe o unitate de lungime.

unde

$$\frac{dJ_z}{dt} = \frac{G}{\hbar} \sum_{j=1}^N \left\{ \langle \hat{R}_j^- \hat{V}^+ \rangle + \langle \hat{V}^- \hat{R}_j^+ \rangle \right\}. \quad (4.38)$$

Dacă cunoaștem densitatea liniară din zona de ionizare, putem găsi rata de conversie din rezonatorul cu factorul de calitate înalt. Se poate obține expresia pentru populația liniară a atomilor (Figura 4.10) de-a lungul axelor de fascicul

$$\langle n(t) \rangle = \frac{1}{2\gamma L} * \frac{d\langle \hat{J}_z(t) \rangle}{dt}; \quad \langle n(t) \rangle = \frac{\langle N_g(t) \rangle}{L}, \quad (4.39)$$

considerând cazul când durata de viață a atomului în cavitate este mai mică decât rata de emisie. Dacă se cunoaște popularea atomilor pe starea de bază, poate fi găsit numărul mediu al fotonilor generați în câmpurile AS și S. Astfel, proprietățile cuantice ale conversiei fotonilor poate fi citită cu ajutorul corelațiilor dintre atomii ce au trecut în starea de bază. De exemplu, pe o unitate de lungime 10 atomi în starea de bază din 100 excitați poate fi distribuită în diferite moduri: 1) Peste fiecare 9 atomi un atom este în starea de bază. 2) Peste fiecare 19 atomi 2 atomi sunt în starea de bază etc. Mai mult decât atât, când zicem că din N atomi 10% au trecut în starea de bază, aceasta nu înseamnă că numărând 100 de atomi 10 din ei vor fi în starea de bază. Că numărul 10 poartă un caracter static nu înseamnă că măsurând starea a 100 de atomi care au trecut prin cavitate nu putem obține rezultate

diferite, media cărora ne dau 10% din total, adică 10 din 100 de atomi. Făcând o măsurătoare, putem obține 9 atomi, altă dată 11 atomi, dar prevalează de fapt 10 atomi. Cu alte cuvinte, cercetând această statistică de trecere în starea de bază, putem găsi legătura dintre fluctuațiile numărului de atomi $\langle n(t)^2 \rangle - \langle n(t) \rangle^2 = \delta^2$ și fluctuațiile cuantice absolute ale câmpului $\Delta_a^2 = G_2^{(a)}(t) - [G_1^{(a)}(t)]^2$.

4.6. Utilizarea stărilor coerente bicuantice în transmiterea și prelucrarea informației

Metoda de ionizare Walter [97] analizată în secțiunile anterioare detectează stările atomului, spre deosebire de schema de măsurare a fluctuațiilor cuantice ale numărului de fotoni propusă de Hanbury-Brown-Twiss (HBT). Această schemă HBT, înmulțind semnalele de la două detectoare cuantice, poate măsura fluctuațiile numărului de fotoni din modul S sau AS. Noi propunem o nouă metodă de identificare a stărilor coerente bimodale dintre modul S și AS. Rolul intensității CEM pentru ambele câmpuri S și AS la detector poate fi considerat ca un câmp clasic: $\Pi(t) = \Pi_0(t) \cos[\tilde{\omega}t - (k_a - k_s)z + \varphi_0]$. Aici amplitudinea este produsul mediat a doi operatori de câmp S și AS $\hat{J}^+ = \hat{a}^+ \hat{b}$, astfel că $\Pi_0(t) = g_s g_A \langle \hat{J}^+ \rangle$. Faza $\varphi = \tilde{\omega}t - (k_a - k_s)z + \varphi_0$ descrie o comportare colectivă a fotonilor din câmpurile S și AS, definită ca produs de intensități de câmp pozitiv și negativ $\Pi(t) = \langle E_s^{(+)}(z,t) E_a^{(-)}(z,t) \rangle + H.c.$. În această definiție amplitudinea și faza câmpului bimodal are aceleași proprietăți ca și amplitudinea câmpului laser coerent, în limitele cvasiclasice. Putem descrie procesul de coerentizare a acestor câmpuri în urma absorbției și emisiei colective cu ajutorul stărilor $|\alpha\rangle = \exp\{\alpha J^+\} | -j, j \rangle \{1 + |\alpha|^2\}^{-j}$, coerente pentru aceste două stări bosonice AS și S. În această aproximare, se poate de utilizat modularea acestui pătrat de amplitudine pentru transmiterea informației. În această secțiune a tezei oferim o schemă nouă pentru comunicarea cuantică, în care, pe de o parte, se utilizează faza și amplitudinea câmpului bimodal, iar, pe de altă parte, dispersia lor după frecvența câmpurilor S și AS.

Această metodă nouă pentru comunicarea cuantică ia în considerare coerența comună a fotonilor din modul S și cel AS și aplicarea acestui efect în comunicarea cuantică. La început, această metodă nu pare a fi esențial diferită în comparație cu starea coerentă clasică a procesării informației, dar dacă vom transmite aceste informații în medii dispersive, (Figura 4.11), care separă fotonii AS și S din câmpurile încurcate (entanglement), informația este drastic distrusă, deoarece $\langle \hat{b}^+ \rangle$ și $\langle \hat{a} \rangle$ iau

valori nule. Posibilitatea de restaurare a informației cu privire la pătratul amplitudinii $\Pi_0(t)$ este o problemă

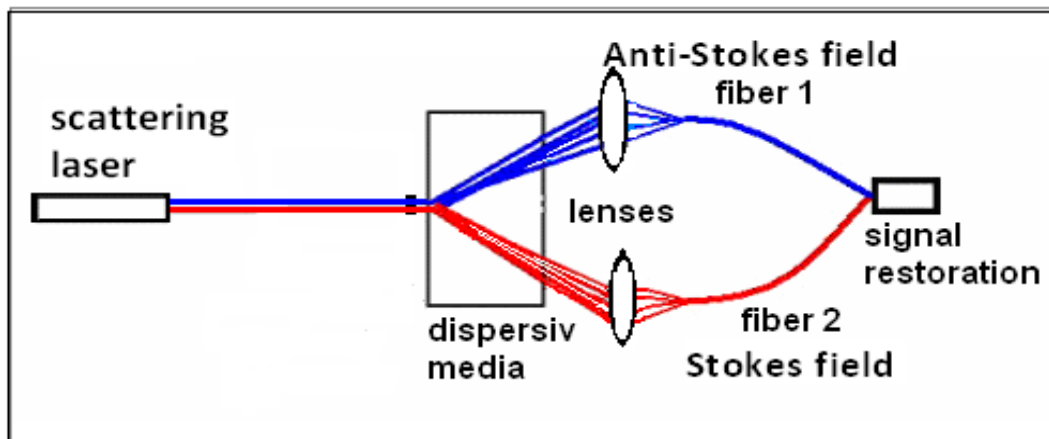


Fig. 4.11 Posibilitatea de restaurare a informației cu privire la pătratul amplitudinii $\Pi_0(t)$.

necesară din punctul de vedere al criptografiei cuantice, deoarece ea pune problema restaurării semnalului coerent bimodal din multitudinea stărilor de particule coerente formate din blocuri de fotoni S și AS (Figura 4.11). Cinetica cuantică de transformare a $n_{ph} = 2j$ fotoni AS în fotoni S, a fost studiată în capitolele 2 și 3. Efectele de împrăștiere au dovedit o tendință de stabilizare a procesului de generare în laser. Soluțiile staționare și nestaționare ale EM care au fost găsite dovedesc acest fapt. Dacă am deschide un astfel de rezonator, la sigur că am putea utiliza acest flux de fotoni coerentizați după faza comună reprezentată mai sus în prelucrarea și transmiterea informației.

4.7. Concluzii la capitolul 4

1. A fost propusă o schemă experimentală pentru a detecta fenomenul cooperativ de coerentizare a modului S și AS, care permite determinarea numărului de atomi în starea excitată ori în starea de bază cu ajutorul metodei de ionizare, aceasta fiind utilizată anterior în micromaser.
2. Urmând modelul micromaser este propusă o metodă de legătură dintre numărul de atomi ce au trecut în starea de bază la procesul indus-cooperativ de transformare a fotonilor S în fotoni AS în cazul ER sau, a perechilor de fotoni în cazul EHR.
3. A fost obținută ecuația cu care poate fi calculată rata de emisie a atomilor în starea de bază. De asemenea, este propusă o expresie de legătură între fluctuațiile numărului de atomi din starea de bază detectată la ionizare în timpul T și fluctuațiile bimodale ale câmpurilor S și AS.
4. A fost obținută ecuația Fokker-Planck pentru laserul bifonic utilizând P-reprezentarea pentru algebra $su(1,1)$ a câmpului bibosonic. Soluția acestei ecuații ne dă posibilitatea de a determina comportamentul cuantic al câmpurilor bifotonice în procesul de generare.
5. Soluția staționară a fost obținută pentru EM ce ia în considerare fluctuațiile cuantice și statisticile fotonilor.
6. Este propusă o noțiune de densitate liniară a atomilor ce părăsesc cavitatea în starea de bază. Cunoscând densitatea liniară din zona de ionizare, putem determina rata de conversie din rezonatorul cu factorul de calitate înalt.
7. S-a demonstrat că rata de conversie a fotonilor din modul S în modul AS poate fi exprimată prin densitatea liniară a atomilor în starea de bază. Astfel, poate fi găsit numărul mediu al fotonilor generați în câmpurile AS și S.

Concluzii generale și recomandări

1. Se propune un model de generator cuantic în care la transformarea dinamică a fotonilor din modul S de rezonator în modul AS, câmpul de cavitate poate atinge o stare coerentă relativ de aceste două moduri descrisă în literatură de simetria SU (2). Menționăm că aceste proprietăți bimodale ale câmpului pot fi utilizate în transmiterea și prelucrarea informației.
2. A fost demonstrat că efectele netaționare colective de tip laser dintre fotonii modurilor S și AS au multe asemănări cu efectul de superradianță Dicke pentru un sistem de atomi inversați. În acest context pot fi aplicate efectele colective dintre fotonii a două moduri la studiul efectelor de coerență și interferență bimodală.
3. Efectele de împrăștiere au dovedit o tendință de stabilizare a procesului de generare în laserul bimodal. În plus, soluțiile staționare și netaționare ale EM au fost găsite atât în cazul R cât și în cazul HR. Recomandăm metodele de descriere a proceselor R și HR la studiul cooperării cuantice între câmpul S și AS în diverse generatoare cuantice de tip R.
4. S-a obținut un Hamiltonian de interacțiune lent dintr-un Hamiltonian rapid oscilant, utilizând metoda de eliminare a stărilor virtuale. Hamiltonianul obținut descrie atât procesul R cu absorbția unei cuante și emisia altei cât și, efectul HR cu absorbția a două cuante și emisia a altor două la trecerea din starea excitată în cea de bază a radiatorilor și, poate fi utilizat la descrierea proceselor de împrăștiere în diverse probleme ale fizicii stărilor condensate și ale opticii cuantice.
5. Sistemul de ecuații cinetice pentru ponderile statistice pe fiecare stare Hilbert au fost propuse și soluționate numeric pentru a estima atât comportamentul cuantic al mixării dintre fotonii S și AS cât și a verifica eroarea comisă la decuplarea lanțului de ecuații cinetice în cazul semi-clasic. Recomandăm conceptul și metoda cuantică de descriere a sistemului de fotoni în interacțiune neliniară cu radiatorii pentru aplicarea la diverse probleme ale statisticii cuantice.
6. Se generalizează metoda de calcul a fluctuațiilor cuantice în apropiere de pragul emisiei coerente. Se propune o metodă nouă de descompunere a inversiei atomice sub formă de trepte. Calculul numeric evedențiază o îmbunătățire a convergenței mărimilor fizice la creșterea fluctuațiilor cuantice în pragul de emisie.

7. Este dezvoltată teoria stărilor coerente pentru cazul HR când pompajul din exterior este clasic. Descompunând funcția de distribuție pe stările coerente a simetriei $SU(1,1)$ s-a propus o ecuație Fokker-Planck ce descrie procesul de coerentizare în laserul cu doi fotoni.
8. Se recomandă un experiment de detectare a comportamentului stării câmpului de cavitate după cinetica numărului de atomi trecuți în starea de bază după ce au părăsit cavitatea. A fost stabilită legătura acestei cinetici cu conversia dintre fotoni precum și rata conversiei.

BIBLIOGRAFIE

1. Raman C.V., Krishnan K.S. A new type of secondary radiation. În: Nature, 1928, vol. 121, nr. 3048, p. 501-502.
2. Landsberg G.S., Mandelstam L.I. Eine neue Erscheinung bei der Lichtzertreuung in Kristallen. În: Naturwissenschaften, 1928, B 16, S. 557.
3. Miller R. et al. Trapped atoms in cavity QED: coupling quantized light and matter. În: J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 2005, vol. 38, p. S551-S565.
4. Agarwal G.S. Inhibition of spontaneous emission noise in lasers without inversion. În: Phys. Rev. Lett., 1991, vol. 67, nr. 8, p. 980-982.
5. Ooi Raymond C.H. Quenching the collective effects on the two-photon correlation from two double-Raman atoms. În: Phys. Rev. A, 2007, vol. 75, nr. 4, p. 043817- 6.
6. Guzman R. et al. Field Squeeze Operators in Optical Cavities with Atomic Ensembles. În: Phys. Rev. Lett., 2006, vol. 96, nr. 1, p. 010502-4.
7. Parkins A.S., Solano E., Cirac J.I. Unconditional Two-Mode Squeezing of Separated Atomic Ensembles. În: Phys. Rev. Lett., 2006, vol. 96, nr. 5, p. 053602-4.
8. Brown K.R. et al. Deterministic optical Fock-state generation. În: Phys. Rev. A, 2003, vol. 67, nr. 4, p. 043818-16.
9. Jonathan S. et al. Interfacing Collective Atomic Excitations and Single Photons. În: Phys. Rev. Lett., 2007, vol. 98, nr. 18 p. 183601-4.
10. Lee S.K.Y., Law C.K. Collective photon-atom states by Raman coupling inside a cavity: A dynamic field-mode approach. În: Phys. Rev. A, 2007, vol. 76, nr. 3, p. 033809-6.
11. Enaki N., Țurcan M. The kinetic of the two-photon lasing with one and two quanta cavity losses. În: Proc. SPIE, 2009, vol. 7297(W), p. 72970W-5.
12. Enaki N., Țurcan M. Cooperative scattering effect between Stokes and anti-Stokes field stimulated by a stream of atoms. În: Opt. Commun., 2012, vol. 285, nr. 5, p. 686-692.
13. Glauber R. Quantum optics and electronics. New-York: Science publishers, 1965, p. 65-185.
14. Клышко Н.Д. Фотоны и Нелинейная Оптика. Москва: Наука, 1980, 259 с.

15. Walls D., Milburn G. *Quantum Optics*. Springer-Verlag Berlin, 2008, 425 p. doi: 10.1007/978-3-540-28574-8
16. Sorokin P.P., Braslau N. Some Theoretical Aspects of a Proposed Double Quantum Stimulated Emission Device. *În: IBM J. Res. Dev.*, 1964, vol. 8, nr. 2, p. 177-181.
17. Prokhorov A.M. Inequalities for Bessel functions of a Purely Imaginary Argument. *În: Theory of probability and its applications*, 1968, vol. 13, nr. 3, p. 496-501.
18. Brune M., Raimond J.M., Haroche S. Theory of the Rydberg-atom two photon micromaser. *În: Phys. Rev. A*, 1987, vol. 35, nr. 1, p. 154-163.
19. Brune M. et al. Realization of a two-photon maser oscillator. *În: Phys. Rev. Lett.*, 1987, vol. 59, nr.17, p. 1899-1902.
20. Gauthier D.J. et al. Realization of a continuous-wave, two-photon optical laser. *În: Phys. Rev. Lett.*, 1992, vol. 68, nr. 4, p. 464-467.
21. Poelker M., Kumar P. Sodium Raman laser: direct measurements of the narrow-band Raman gain. *În: Opt. Lett.*, 1992, vol. 17, nr. 6, p. 399-401.
22. Hemmerich A., Zimmerman C., Hansch T.W. Multiphoton transitions in a spin-polarized 3D optical lattice. *În: Phys. Rev. A*, 1994, vol. 72, nr. 5, p. 625-628.
23. Cataliotti F.S. et al. Superresolution of pulsed multiphoton Raman transitions. *În: Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 87, nr.11, p. 113601- 4.
24. Trebino R., Rahn L.A. Subharmonic resonances in higher-order collision-enhanced wave mixing in a sodium-seeded flame. *În: Opt. Lett.*, 1987, vol. 12, nr. 11, p. 912-914.
25. Agarwal G.S. Subharmonic Raman effect in nonlinear mixing. *În: Opt. Lett.*, 1988, vol. 13, nr. 6, p. 482-484.
26. Boyd Robert W. Slow and fast light: fundamentals and applications. *În: Journal of Modern Optics*, 2009, vol. 56, nr. 18–19, p. 1908–1915.
27. Pivtsov V.S., Rautian S.G., Safonov V.P., Chernobrod B.M. Investigation of cooperative Raman scattering of light. *În: JETP*, 1981, vol. 54, nr. 2, p. 250-256.
28. Brasseur J.K. et al. Coherent anti-Stokes emission in a continuous-wave Raman laser in H₂.

- În: J. Opt. Soc. Am. B, 2000, vol. 17, nr. 7, p. 1223-1228.
29. Dicke R.H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes. În: Phys. Rev., 1954, vol. 93, nr. 1, p. 99-110.
 30. Dimitropoulos D., Solli D.R., Claps R., Jalali B. Noise figure and photon statistics in coherent anti-Stokes Raman scattering. În: Optics Express, 2006, vol. 14, nr. 23, p. 11418-11432.
 31. Zheltikov A.M., Radi P. Non-linear Raman spectroscopy 75 years after the Nobel Prize for the discovery of Raman scattering and 40 years after the first CARS experiments. În: J. of Raman Spectrosc., 2005, vol. 36, nr. 2, p. 92-94.
 32. Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. Москва: Мир, 1987, 368 с.
 33. Voss P.L., Kumar P. Raman-noise-induced noise-figure limit for $\chi(3)$ parametric amplifiers. În: J. Optics B, 2004, vol. 6, nr. 8, p. S762-S770.
 34. Svidzinsky A.A., Scully M.O. On the evolution of N-atom state prepared by absorption of a single photon. În: Optics Communications, 2010, vol. 283, nr. 5, p. 753-757.
 35. Scully M.O. et al. Directed Spontaneous Emission from an Extended Ensemble of N Atoms: Timing Is Everything. În: Phys. Rev. Lett., 2006, vol. 96, nr. 1, p. 010501-4.
 36. Mustecaplioglu O.E., You L. Superradiant light scattering from trapped Bose-Einstein condensates. În: Phys. Rev. A, 2000, vol. 62, nr. 6, p. 063615-12.
 37. Inouye S., et al. Superradiant Rayleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate. În: Science, 1999, vol. 285, nr. 5427, p. 571-574.
 38. Zobay O., Nikolopoulos G.M. Sequential Superradiant Scattering from Atomic Bose-Einstein Condensates. În: Laser Physics, 2007, vol. 17, nr. 2, p. 180-189.
 39. Hilliard A. Collective Rayleigh scattering in a Bose Einstein condensate. Ph.D. thesis at University of Copenhagen, 2008, 159 p.
 40. Gauthier D.J. Chapter IV Two-photon lasers. În: Progress in Optics. Ed. Elsevier, Amsterdam, 2003, vol. 45, p. 205-272. doi: 10.1016/S0079-6638(03)80006-9
 41. Pfister O. et al. Two-photon stimulated emission in laser-driven alkali-metal atoms using an

- orthogonal pump-probe geometry. *In: Phys. Rev A*, 1999, vol. 60, nr. 6, p. 4249-4252.
42. Agarwal G.S., Puri R.R. Quantum theory of Stokes, anti-Stokes scattering in a degenerate system in a cavity and vacuum-field Raman splittings. *In: Phys. Rev. A*, 1991, vol. 43, nr. 7, p. 3949-3953.
 43. Rempe G. et al. Nonlinear spectroscopy of photons bound to one atom. *In: Nature Physics*, 2008, vol. 4, p. 382-385. doi:10.1038/nphys940
 44. Ribordy G. et al. Long distance entanglement based quantum key distribution. *In: Phys. Rev. A*, 2000, vol. 63, nr. 1, p. 012309-12.
 45. Pfister O. et al. Polarization instabilities in a two-photon laser. *In: Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 86, nr. 20, p. 4512-4515.
 46. Enaki N.A., Shvera Yu.M. Collective superfluorescence of three-level systems stimulated by intense laser field. *In: Optics and Spectroscopy*, 1988, vol. 65, nr. 2, p. 272-275.
 47. Van Kampen N.G. Stochastic processes in physics and chemistry. *In: Elsevier Science*, 2007, p. 464. ISBN 9780080475363
 48. Wang Z.C., Haken H. Theory of two-photon lasers II: Fokker-Planck equation treatment. *In: Z. Phys. B-Cond.Matter*, 1984, vol. 56, nr. 1, p. 77-82.
 49. Puri R.R., Agarwal G.S. Coherent two-photon transitions in Rydberg atoms in a cavity with finite Q. *In: Phys. Rev. A*, 1988, vol. 37, nr. 10, p. 3879-3883.
 50. Concannon H.M. et al. Observation of large continuous-wave two-photon optical amplification. *In: Phys. Rev. A*, 1997, vol. 56, nr. 2, p. 1519-1523.
 51. Enaki N.A., Turcan M. Cooperative quantum correlations between Stokes and anti-Stokes modes in four-wave mixing. *In: Phys. Scr.*, 2013, vol. T153, nr. 014021, p. 1-6.
 52. Gardiner C.W., Zoller P. Quantum Noise a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods. *In: Springer-Verlag, New York*, 2000, 458 p. ISBN 3-540-66571-4
 53. Dianov E.M., Prokhorov A.M. Medium-Power CW Raman Fiber Lasers. *In: IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron.*, 2000, vol. 6, nr. 6, p. 1022-1028.

54. Enaki N., Turcan M., Vaseashta A. Two photon multi mode laser model based on experimental observations. În: Journal of Optoelectronics and Advanced Materials, 2008, vol. 10, nr. 11, p. 3016-3022.
55. Enaki N., Ereemeev V. Two-Photon Lasing Stimulated by Collective Modes. În: Opt. Commun., 2005, vol. 247, nr. 4-6, p. 381-392.
56. Enaki N.A., Ciornea V.I., Lin D.L. Trapping conditions for a three-level atom interacting with cavity fields. În: Opt. Commun., 2003, vol. 226, nr. 1-6, p. 285-296.
57. Li K.H. Physics of open systems. În: Physics Reports, 1986, vol. 134, p. 1-85.
58. Julsgaard B., Kozhelkin A., Polzik E.S. Experimental long lived entanglement of two macroscopic objects. În: Nature, 2001, vol. 413, nr. 6854, p. 400-403.
59. Kocharovskaya O.A., Mauri F., Arimondo E. Laser without population inversion and coherent trapping. În: Opt. Commun., 1991, vol. 84, nr. 5-6, p. 393-400.
60. Bonifacio R. and Lugiato L. A. Cooperative radiation processes in two-level systems: super fluorescence. În: Phys. Rev. A, 1975, vol. 11, nr. 5, p. 1507-1521.
61. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. Коллективное спонтанное излучение (сверхизлучение дике). În: УФН., 1980, том. 131, н. 4, с. 653 – 694.
62. Enaki N.A., Ciornea V.I. Enhanced generation rate of the coherent entanglement photon pairs in parametrical down-conversion. În: J. Phys. A, 2001, vol. 34, nr. 22, p. 4601-4614.
63. Arecchi F.T. et al. Atomic coherent states in quantum optics. In: Phys. Rev. A., 1972, vol. 6, nr. 6, p. 2211-2237.
64. Allen L., Eberly J. H. Optical resonance and two-level atoms. Dover Publications, 1987, 256 p. ISBN-13: 978-0486655338
65. Ban M. Decomposition formulas for $su(1,1)$ and $su(2)$ Lie algebras and their applications in quantum optics. În: J. Opt. Soc. Amer. B, 1993, vol. 10, nr. 8, p. 1347-1359.
66. Rottwitt K., Stentz A.J. Raman amplification in lightwave communication systems. În: Optical Fiber Telecommunications, 2002, vol. IVA, p. 213–257.
67. Zeilinger A. et al. Experimental quantum teleportation. În: Nature, 1997, vol. 390, nr. 6660,

p. 575-579.

68. Simon C. et al. Quantum memories a review based on the European integrated project "Qubit Applications (QAP)." În: The Eur. Phys. J. D, 2010, vol. 58, nr. 1, p. 1-22.
69. Rempe G., Walter H. Sub-Poissonian atomic statistics in a micro-maser. În: Phys. Rev. A, 1990, vol. 42, nr. 3, p. 1650-1655.
70. Balko B., Kay I.W. Critique of the Bonifacio-Lugiato superfluorescence model. În: Phys. Rev. B, 1993, vol. 48, nr. 14, p. 10011-10021.
71. Yuen S.Y., Benjamin L., Wolff P. A. Theory of traveling wave electronic Raman lasers-Stokes and anti-Stokes coupling in the steady state. În: Phys. Rev. A, 1974, vol. 10, nr. 1, p. 416-434.
72. Glauber R. J. The Quantum theory of Optical Coherence. În: Phys. Rev., 1963, vol. 130, nr. 6, p. 2529-2539.
73. Hanbury B.R., Twiss R.Q. The question of correlation between photons in coherent light rays. În: Nature, 1956, vol. 178, nr. 4548, p. 1447-1448.
74. Fleury L. et al. Nonclassical photon statistics in single-molecule fluorescence at room temperature. În: Phys. Rev. Lett., 2000, vol. 84, nr. 6, p. 1148-1151.
75. Глаубер Р. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. 1966, Изд. МИР, ст. 1-175.
76. Weidinger M. et al. Trapping states in the micromaser. În: Phys. Rev. Lett., 1999, vol. 82, nr. 19, p. 3795 - 3798.
77. Kartner F.X. et al. Raman noise and soliton squeezing. În: J. Opt. Soc. Am. B, 1994, vol. 11, nr. 7, p. 1267-1276.
78. Cinelli C. et al. Parametric source of two-photon states with a tunable degree of entanglement and mixing: Experimental preparation of Werner states and maximally entangled mixed states. În: Phys. Rev. A, 2004, vol. 70, nr. 2, p. 022321-11.
79. Nikolaus B., Zhang D., Toschek P. Two-photon laser. În: Phys. Rev. Lett., 1981, vol. 47, nr. 3, p. 171-173.

80. Wang Z.C., Haken H. Theory of two-photon lasers I. În: Z. Phys. B - Cond. Matter, 1984, vol. 55, nr. 4, p. 361-370.
81. Wang Z.C., Haken H. Quantum theory of the two-photon laser. În: Z. Phys. B - Cond. Matter, 1988, vol. 71, nr. 2, p. 253-259.
82. Moy G.M., Hope J.J., Savage C.M. Born and Markov approximations for atom lasers. În: Phys. Rev. A, 1999, vol. 59, nr. 1, p. 667 – 675.
83. Andrianov S.N., Samartsev V.V. Gamma superradiance of Laser Cooled Nuclei. În: Proc. of the 1th international gamma emission workshop, 1997, p. 251-267.
84. Brasseur J.K., Repasky K.S., Carlsten J.L. Continuous-wave Raman laser in H₂. În: Opt. Lett., 1998, vol. 23, nr. 5, p. 367-369.
85. Dianov E.M. Raman fiber amplifiers. În: Proc. SPIE Advances Fiber Opt., 2000, vol. 4083, p. 90–100.
86. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. Москва: Наука, 1984, 600 с.
87. Боголюбов Н.Н.(мл.), Садовников Б.И. Некоторые вопросы статистической механики, Москва: Высшая школа, 1975, 352 с.
88. Eremeev V. Efecte cooperative în sistemele electronice excitate la interacțiunea multicuantică cu câmpul bozonic. Teza dr. șt. fiz.-mat. Chișinău, 2006, 130 p.
89. Enaki N.A., Prepelitsa O.B. Collective two-photon absorption of a squeezed electromagnetic field. În: JETF., 1992, vol. 74, nr. 1, p. 23-30.
90. Enaki N., Macovei M., Mihalache D. Cooperative two-photon interaction with nonclassical light. În: Physica A, 1998, vol. 258, nr. 3, p. 383-394.
91. Enaki N.A., Eremeev V., Țurcan M. Two-Photon Lasing Controlled by Resonator Losses. În: Proc. of the 2th International Conf. on Optics and Laser Applications, ICOLA'07, 2007, p. 98-102.
92. Rudoy Yu. G. Bogoliubov's metric as a global characteristic of the family of metrics in the Hilbert algebra of observables. În: Theoretical and Mathematical Physics, 2009, vol. 160, nr.

- 2, p. 1161-1176.
93. Scully M.D., Lamb W.E. Quantum theory of an optical maser. I. General theory. *În: Phys. Rev.*, 1967, vol. 159, nr. 2, p. 208-226.
 94. Englert B.G. Elements of Micromaser Physics. *În: arxiv:quant-ph/0203052*, 2002, p. 1 - 44.
 95. Ficek Z., Drummond P. D. Three-level atom in a broadband squeezed vacuum field. I. General theory. *În: Phys. Rev. A.*, 1991, vol. 43, nr. 11, p. 6247 – 6257.
 96. Filipowicz P., Javanainen J., Meystre P. Theory of a microscopic maser. *În: Phys. Rev. A.*, 1986, vol. 34, nr. 4, p. 3077–3087.
 97. Walther. H., et.al. One-atom maser: statistics of detector clicks. *În: Phys. Rev. A.*, 1994, vol. 49, nr. 4, p. 2962-2985.
 98. Dimitropoulos D., et al. Noise figure and photon statistics in coherent anti-Stokes Raman scattering. *În: Opt. Express*, 2006, vol. 14, nr. 23, p. 11418-11432.
 99. Lin-sheng H., Xun-li F. Two-photon emission spectrum of a two-level atom in an ideal cavity. *În: Phys. Rev. A.*, 1994, vol. 49, nr. 5, p. 4009–4015.
 100. Robert W. B. In the book: *Nonlinear Optics*. Academic press, USA, 2003, 640 p. ISBN-13: 978-0123694706
 101. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. *Физическая кинетика*. Москва: Наука, 1973, т. 10, 527 с.
 102. Loudon R. *The Quantum Theory of Light*. Oxford, 2000, 448 p. ISBN-13:978-0198501763
 103. Dattoli G., Dipace A., Torre A. Dynamics of the SU(1,1) Bloch vector. *În: Phys. Rev. A.*, 1986, vol. 33, nr. 6, p. 4387-4389.
 104. Kilin S.Ya., Kapale K.T., Scully M.O. Lasing without Inversion: Counterintuitive Population Dynamics in the Transient Regime. *În: Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 100, nr. 17, p. 173601-4.
 105. Drummond P.D., Gardiner C.W. Generalized P-representations in quantum optics. *În: J. Phys. A.*, 1980, vol. 13, nr. 7, p. 2353-2368.
 106. Емельянов В.И., Климонтович Ю.Л. Фазовый переход в системе двухуровневых атомов, взаимодействующих с электромагнитным полем. *Îн: Квантовая Электроника*.


- 1976, том. 3, н. 4, с. 848-851.
107. De Valcárcel G. et al. Two-photon laser dynamics. *În: Phys. Rev. A*, 1995, vol. 52, nr. 5, p. 4059-4069.
 108. Enaki N.A., Macovei M.A. Resonance two-photon interaction of radiators with the broadband squeezed field. *În: J. Phys. B*, 2000, vol. 33, nr.12, p. 2163-2179.
 109. Yoo H.I., Eberly J.H. Dynamical theory of an atom with two or three levels interacting with quantized cavity fields. *În: Physics Reports*, 1985, vol. 118, nr. 5, p. 239-337.
 110. Enaki N.A., Koroli V.I. Trapping of three-level atoms interacting with a single-mode cavity field. *În: J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, vol. 16, p. 2973-2978.
 111. Cirac J.I. et al. Quantum State Transfer and Entanglement Distribution among Distant Nodes in a Quantum Network. *În: Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 78, nr. 16, p. 3221-3224.
 112. Enaki N.A., Ciobanu N. Quantum trapping conditions for three-level atom flying through bimodal cavity field. *În: J. Mod. Opt.*, 2008, vol. 55, nr. 10, p. 1557-1569.
 113. Mollow B.R. Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems. *În: Phys. Rev.*, 1969, vol. 188, nr. 5, p. 1969 -1975.
 114. Perina J. et al. Correlations in photon-numbers and integrated intensities in parametric processes involving three optical fields. *În: Eur. Phys. J. D*, 2009, vol. 53, nr. 3, p. 373-382.
 115. Bouwmeester D., Ekert A., Zeilinger A. *The Physics of quantum Information: Quantum cryptography, quantum teleportation, quantum computation.* Ed. Springer Verlag Berlin, 2000, 315 p.
 116. Radcliffe J.M. Some properties of coherent spin states. *În: J. Phys. A: Gen. Phys.*, 1971, vol. 4, p. 313-323. doi:10.1088/0305-4470/4/3/009.
 117. Rempe G., Schmidt-Kaler F., Walther H. Observation of sub-Poissonian photon statistics in a micromaser. *În: Phys. Rev. Lett.*, 1990, vol. 64, nr. 23, p. 2783-2786.
 118. Friis S.M.M., Rottwitt K., McKinstrie C.J. Raman and loss induced quantum noise in depleted fiber optical parametric amplifiers. *În: Optics Express*, 2013, vol. 21, nr. 24, p. 29320-29331.

119. Agarwal G.S. Coherent population trapping states of a system interacting with quantized fields and the production of the photon statistics matched fields. *In: Phys.Rev. Lett.*, 1993, vol. 71, nr. 9, p. 1351-1354.
120. Perina J., Saleh B.E., Teich M.C. Multiphoton absorption cross section and virtual-state spectroscopy for the entangled n-photon state. *In: Phys. Rev. A*, 1998, vol. 57, nr. 5, p. 3972-3986.
121. Kamke E. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, *Differentialgleichungen*. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig. 1959, p. 131-401.
122. Lebedev N.N. Special functions and their applications. Dover Publications, New York. 1972, 336 p. ISBN-13: 978-0486606248
123. Hennrich M., Kuhn A., Rempe G. Transition from Antibunching to Bunching in Cavity QED. *In: Phys. Rev. Lett.*, 2005, vol. 94, nr. 5, p. 053604 - 4.
124. Yu S.X. et al. Comprehensive Test of Entanglement for Two-Level Systems via the Indeterminacy Relationship. *In: Phys. Rev. Lett.*, 2003, vol. 91, nr. 21, p. 217903-4.
125. McKinstrie C.J. et al. Translation of quantum states by four-wave mixing in fibers. *In: Optics Express*, 2005, vol. 13, nr. 22, p. 9131–9142.

DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII

Subsemnata, declar pe propria răspundere că materialele prezente în teza de doctorat se referă la propriile activități și realizări, în caz contrar urmând să suport consecințele, în conformitate cu legislația în vigoare.

MARINA ȚURCAN

Semnătura: 

Data: 5 Decembrie 2015

CURRICULUM VITAE

I. Date personale:

Numele: ȚURCAN

Prenumele: MARINA

Data și locul nașterii: 28 septembrie 1982, satul Rublenița, raionul Soroca, Republica Moldova.



II. Studii:

1999-2004: Studii universitare, Facultatea de Fizică, Universitatea de Stat din Moldova, Chișinău.

2004-2005: Studii postuniversitare (masterat), Facultatea de Fizică, Universitatea de Stat din Moldova, Chișinău.

2005-2008: Studii postuniversitare (doctorat), Institutul de Fizică Aplicată, Academia de Științe a Moldovei

III. Experiență de lucru:

2005 – 2009: lector, Academia Militară a Forțelor Armate Alexandru cel Bun al Ministerului Apărării al Republicii Moldova

2007 – prezent: cercetător științific, Laboratorul „Optică Cuantică și Procese Cinetice”, Institutul de Fizică Aplicată, Academia de Științe a Moldovei

IV. Domeniul intereselor științifice:

Specialitatea: Fizică Teoretică

Domenii de interes: Optica Cuantică: Interacțiunea radiației cu materia, Fenomene cooperative, Efecte de generare a câmpului electromagnetic.

V. Lucrări științifice publicate:

- 12 articole (Phys. Scr., Opt. Comun., J. Phys., JOAM, SPIE, NATO Book)

- 19 materiale ale comunicațiilor științifice naționale și internaționale

VI. Participări la foruri științifice internaționale:

1. Institutul de Studii Avansate: NATO ASI “Functionalized Nanoscale Materials, Devices, and Systems for chem.-bio Sensors, Photonics, and Energy Generation and Storage”, June 2007, Sinaia, România.
2. Institutul de Studii Avansate: NATO ASI “Nanostructured Materials for Advanced Technological Applications”, June 1 – 13, 2008, Sozopol, Bulgaria.

VII. Participări în proiecte științifice naționale:

Pentru realizarea acestei teze am avut ca suport financiar acordat de **Federația Mondială a Savanților WFS** pentru proiectul „Two Photon generations in micro cavities and its Application in Quantum Processing Information” precum și granturile instituționale.

1. **Proiectul tinerilor cercetători 08.819.05.03F** „Generarea luminii neclasice pentru tehnologii moderne de comunicații: investigații teoretice cu realizări experimentale”, (2008 – 2009), executant.
2. **Proiectului tinerilor cercetători 11.819.05.11F** "Efecte optice de dirijare și control a proceselor biomoleculare la nivel nanometric", (2010 – 2012), executant.
3. **Proiectul bilateral Moldova-România 13.820.15.16/RoA** “Nanostructuri bidimensionale sintetizate prin tehnologii laser avansate pentru o nouă generație de implanturi, studii experimentale și modelare teoretică”, (2013 –2014), executant.

VIII. Rezultatele de bază la tema tezei au fost publicate în următoarele lucrări științifice:

1. ENAKI N.A., **ȚURCAN M.** Cooperative quantum correlations between Stokes and anti-Stokes modes in four-wave mixing. În: Phys. Scr. T153, 2013, p. 1-6. (IF-1.3). doi:10.1088/0031-8949/2013/T153/014021
2. ENAKI N.A., **ȚURCAN M.** Cooperative scattering effect between Stokes and anti-Stokes field stimulated by a stream of atoms. În: Opt. Commun. 285, 2012, p. 686-692. (IF - 1.517). doi:10.1016/j.optcom.2011.11.011
3. ENAKI N., **ȚURCAN M.** Generation of photon pairs in hyper-Raman effects and its connection with transitions symmetries. În: J. Phys.: Conf. Ser. 338, 2012, p. 1-10,

doi:10.1088/1742-6596/338/1/012007

4. ENAKI N., **ȚURCAN M.**, VASEASHTA A. Co-operative generation of entangled photons and its application in quantum cryptography. În: NATO Science for Peace and Security Series A, Springer, 2012, p. 303-314.
5. ENAKI N., **ȚURCAN M.** Two-photon lasing in microcavities. În: NATO Science for Peace and Security Series – B: Physics and Biophysics, Nanostructured Materials for Advanced Technological Applications. 2009, p. 69 – 75.
6. ENAKI N., **ȚURCAN M.**, VASEASHTA A. Two photon multi mode laser model based on experimental observations. În: Journal of Optoelectronics and Advanced Materials. vol. 10, nr 11, 2008, p. 3017-3021. (IF - 0.827).
7. ENAKI N.A., EREMEEV V., **ȚURCAN M.** Two-photon lasing controlled by resonator losses. În: Proc. of the 2nd International Conf. on Optics and Laser Applications, ICOLA'07, 2007, p. 98-102.
8. **ȚURCAN M.** Two-photon coherent fields and its application in communication. In Book. of International Conference on Nanotechnologies and Biomedical Engineering, Chișinău, Moldova, 2011, p. 227-230.
9. ENAKI N., **ȚURCAN M.** The photon statistics in nonlinear scattering processes of the light. În: Proc. SPIE 7821, 2010, p. 78211A. <http://dx.doi.org/10.1117/12.882277>
10. ENAKI N. A., **ȚURCAN M.** Two-photon cooperative scattering lasing stimulated by stream of atoms. În: Proc. SPIE, Vol. 7469, 2010, p. 746905-8. <http://dx.doi.org/10.1117/12.862280>
11. ENAKI N., **ȚURCAN M.** The kinetic of the two-photon lasing with one and two quanta cavity losses. În: Proc. SPIE, Vol. 7297, 2009, p. 72970W-5. http://spie.org/x648.html?product_id=823643
12. ENAKI N., **ȚURCAN M.** Cooperative effect between Stokes and anti-Stokes modes of nano-fibers stimulated by excited states of trapping atoms and its application. În: Abstr. of the Optical Nanofiber Applications: From Quantum to Bio Technologies, ONNA2015, Okinawa, Japonia, 2015, p. 55.
13. **ȚURCAN M.**, ENAKI N. Cooperative generation of entanglement states by Raman

- conversion of photons in nano-fibers. În: Abstr. of the 11th International Conference on Optics Micro- to Nano-Photonics IV ROMOPTO-2015, București, România, 2015, p. 37.
14. **ȚURCAN M.** New correlations between photons in Raman and hyper-Raman lasing processes. În: Abstr. of the 6th International Conference on Materials Science and Condensed Matter Physics MSCMP 2012, Chișinău, Moldova, 2012, p. 184.
 15. **ȚURCAN M., ENAKI N.** New type of quantum correlations between Stokes and anti-Stokes modes in four wave mixing. În: Abstr. of the 19th Central European Workshop on Quantum Optics CEWQO-2012, Sinaia, România, 2012, p. 32.
 16. **ȚURCAN M., ENAKI N.** Generation of photon pairs in hyper-Raman Effects and its connection with transitions symmetries. În: Abstr. of the MESO -2011 Advanced many-body and statistical methods in mesoscopic systems, Constanța, România, 2011, p. 32.
 17. **ȚURCAN M., ENAKI N.** Four photon correlations in hyper-Raman lasing processes in K39 atoms. În: Abstr. of the 12th International Balkan Workshop on Applied Physics” IBWAP-2011, Constanța, România, 2011, p.96.
 18. **ȚURCAN M.** Two-photon coherent fields and its application in communication. În: Abstr. of the International Conference on Nanotechnologies and Biomedical Engineering, Chișinău, Moldova, 2011, p. 227.
 19. **ȚURCAN M.** New architecture of communication using the coherence states of Stokes and anti-Stokes photons. În: Abstr. of the 8th International Conference of Young Researchers, Chișinău, Moldova, 2010, p. 89.
 20. **ENAKI N., ȚURCAN M.** The photon statistics in nonlinear scattering processes of the light. În: The 5th International Conference Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies ATOM N-2010, Constanța, România, 2010.
 21. **ENAKI N., ȚURCAN M., VASEASHTA A.** Cooperative generation of entangled photons and its application in quantum cryptography. În: NATO ASI Technological Innovations in Detection and Sensing of Chemical Biological Radiological Nuclear (CBRN) threats and ecological Terrorism, Chișinău, Moldova, 2010, p. 48.
 22. **ENAKI N.A., ȚURCAN M.** Cooperative light scattering in Raman laser. În: Abstracts of the CFM-2009 Conferinta fizicienilor din Moldova, Chișinău, Moldova, 2009, p. 46.

23. ENAKI N., BARDETSKI P., ȚURCAN M. Multy-photon Raman lasing stimulated by stream of atoms. În: Abstracts of the 10th International Balkan Workshop on Applied Physics, Constanța, România, 2009, p.134.
24. ENAKI N. BARDETSKI P., ȚURCAN M. Two-photon cooperative scattering lasing stimulated by stream of atoms. În: Abstracts of the Int. Conference Micro- to Nano-Photonics II - ROMOPTO 2009, Sibiu, România, 2009, p.32.
25. ENAKI N., ȚURCAN M. Laser controlling of water quality. În: NATO ARW Water treatment technologies for the removal of high toxicity pollutants, Kosice, Slovacia, 2008, p. 47.
26. ENAKI N.A., ȚURCAN M. Two-photon lasing and its properties. În: Abstracts of the 4th International Conference on Materials Science and Condensed Matter Physics MSCMP, Chișinău, Moldova, 2008, p. 249.
27. ENAKI N., ȚURCAN M. The kinetic of the two-photon lasing with one and two quanta cavity losses. În: The 4th International Conference Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies ATOM N-2008, Constanța, România, 2008.
28. ENAKI N., ȚURCAN M. Dynamic of two photon amplification in microcavitys. În: The 2th International Conference Modern Laser Applications INDLAS, Bran, România, 2008.
29. ENAKI N., ȚURCAN M. Two-photon lasing in microcavities. În: NATO ASI Nanostructured Materials for Advanced Technological Applications, Sozopol, Bulgaria, 2008, p. 79.
30. ENAKI N., ȚURCAN M. The theory of multi-mode scattering laser. În: Abstract of the 6th International Conference of Young Researchers, Chișinău, Moldova, 2008, p. 123.
31. ENAKI N.A., ȚURCAN M. Model of two photon multi mode laser based on the experimental realization. În: NATO ASI Functionalized Nanoscale Materials, Devices, and Systems for chem.-bio Sensors, Photonics, and Energy Generation and Storage, Sinaia, România, 2007, p. 31.

VIII. Date de contact:

Adresă de lucru: Institutul de Fizică Aplicată, Academia de Științe a Moldovei,
str. Academiei 5, MD-2028, Chișinău.

Telefon: Birou: (373-22) 739907, GSM: (373)69042512

Fax: (373-22) 7381497 **E-mail:** tmaryna@gmail.com

”Cel care nu a săvârșit nici o greșeală, nu a încercat niciodată nimic nou.”

EINSTEIN Albert

Acest început și pentru tine dragă cititor sper să fie o rază de lumină spre un viitor mai decent, ea ce îți place din lucrare, insuflăte dacă este cazul.

Doresc să adresez mulțumiri tuturor care, direct au contribuit la finalizarea acestei teze prin sugestiile oferite. Mulțumesc tuturor pentru acest nou început.

Pe tot parcursul efectuării acestei lucrări am beneficiat de sprijinul permanent al conducătorului științific al tezei de doctorat, doctor habilitat, profesor universitar, Nicolae ENACHE, căruia îi aduc sincere mulțumiri, pentru îndrumarea activității mele științifice. De asemenea vreau să mulțumesc consultantului în lucrarea de față, prof. Dr. Ashok VASEASHTA pentru viziunea și aportul său.

Adresez mulțumiri în primul rând tuturor profesorilor de la Facultatea de Fizică din cadrul Universității de Stat din Moldova, unde mi-am făcut studiile universitare și de masterat. De asemenea cu această ocazie adresez mulțumiri conducerii Institutului de Fizică Aplicată din cadrul Academiei de Științe a Moldovei, pentru asigurarea cadrului academic științific în care mi-am desfășurat activitatea pe parcursul anilor de studiu prin doctorat. De asemenea doresc să mulțumesc cercetătorilor științifici al Institutului de Fizică Aplicată pentru consultații științifice oferite, fiecare în parte au contribuit cu careva sugestii.

Pentru cei mai buni amici de serviciu, colegilor mei din cadrul Laboratorului de Optică Cuantică și Procese Cinetice unde mi-am desfășurat cercetările, le spun că sunt cei mai buni și prietenoși.

Nu în ultimul rând țin să mulțumesc familiei, fiului și soțului meu pentru sprijinul moral și material, pentru susținerea și înțelegerea pe care mi-a acordat-o pe parcursul acestor ani de cercetare continuă.

5 Decembrie, 2015