UNIVERSITATEA DE STAT DIN TIRASPOL

Cu titlu de manuscris
MSC: 16W60, 13A18
C.Z.U.: 512.556.3

ALIOŞCENCO SVETLANA

IZOMORFISMUL SEMIIZOMETRIC AL INELELOR PSEUDONORMATE ŞI PROPRIETĂȚILE LUI

111.03 – LOGICĂ MATEMATICĂ, ALGEBRĂ ŞI TEORIA NUMERELOR

Autoreferatul tezei de doctor în ştiințe matematice

CHIŞINĂU, 2016

Teza a fost elaborată în cadrul catedrei „Algebră, Geometrie şi Topologie” a Universităţii de Stat din Tiraspol, cu sediul la Chişinău.

Conducător ştiinţific:

ARNAUTOV Vladimir, doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice, profesor universitar, academician al A.Ş.M., IMI.

Referenţi oficiali:

1. CIOBAN Mitrofan, doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice, professor universitar, academician al A.Ş.M., UST.
2. POPA Valeriu, doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar universitar, IMI.

Componenţa consiliului ştiinţific specializat:

1. REABUHIN Iurie, preşedinte, doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice, profesor universitar, academician al A.Ş.M, IMI.
2. IZBAŞ Vladimir, secretar ştiinţific, doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar cercetător, IMI.
3. CHIRIAC Liubomir, doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice, profesor universitar, UST.
4. ŞCERBACOV Victor, doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar cercetător, IMI.
5. PAVEL Dorin, doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar universitar, UST.

Susţinerea va avea loc la **17 mai 2016, ora 14.00** în şedinţa Consiliului Ştiinţific Specializat **D 01.111.03 – 07** din cadrul Institutului de Matematică şi Informatică al Academiei de Ştiinţe a Moldovei (str. Academiei, 5, or. Chişinău, MD-2028, Republica Moldova, sala 340).

Teza de doctor şi autoreferatul pot fi consultate la biblioteca Universităţii de Stat din Tiraspol şi la pagina web a C.N.A.A. (www.cnaa.md).

Autoreferatul a fost expediat la **13 aprilie 2016**.

Secretar ştiinţific al Consiliului ştiinţific specializat,
Izbaş Vladimir, dr., conf.cerc. ____________________

Conducător ştiinţific,
Arnautov Vladimir, dr. hab., prof.univ., academician ____________________

Autor,
Alioşcenco Svetlana ____________________

REPERELE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII

Actualitatea temei.

Teoria inelelor şi a grupurilor topologice a început să se dezvolte activ în anii 40 ai secolului trecut. Cercetări în domeniul inelelor şi grupurilor topologice au fost efectuate de L.C. Pontryagin, L.A. Skornyakov, V.A. Andrunachevici, V.I. Arnautov, M.I. Vodincear, A.V. Mihalev, S.T. Glavaţkii, M.I. Ursul, şi mulţi alţii. În acest domeniu al algebrei topologice a fost obţinut un şir de rezultate fundamentale, care sunt reflectate în lucrările [5], [6], [8], [9], [12], [15], [16], [21].

O clasă importantă a inelelor topologice o constitue inelele a căror topologie este dată de o pseudonormă. În lucrările [5], [21] sunt considerate: criterii de pseudonormare a inelelor, corpurilor, modulelor şi spaţiilor vectoriale topologice; definirea pseudonormei pe un factorinel. În lucrările [6], [21] sunt considerate probleme ce ţin: de completarea inelelor topologice şi, în particular, a inelelor pseudonormate; de produse directe de inele topologice.

Cea mai studiată clasă de inele pseudonormate este clasa inelelor normate şi a inelelor Banach. În acest domeniu au efectuat cercetări I.M. Gel'fand, D.A Raikov, G.E. Şilov, M.A. Naimark, A.Ya. Helemskii, Ch.E. Rickart, şi alţii. Rezultatele acestor cercetări sunt reflectate în lucrările [11], [14], [17], [23].

În anii 50 ai secolului XX a luat naştere teoria generală a radicalilor inelelor discrete, cau în anii 50-60 a generat fi elaborarea teoriei radicalilor inelelor topologice. Fondatorul teoriei radicalilor inelelor discrete este A.G. Kuroş. În lucrarea [13] A.G. Kuroş a pus baza cercetării rodnice ulterioare în teoria radicalilor inelelor discrete şi topologice. Cercetări în domeniul teoriei radicalilor inelelor discrete şi topologice au fost efectuatuate de mulţi matematicieni, în particular, de către A.G. Kuroş, V.A. Andrunachevici, Yu.M. Reabuhin, V.I. Arnautov, M.I. Vodincear, S.T. Glavaţkii şi A.V. Mihalev. Rezultatele cercetărilor în teoria radicalilor inelelor discrete sunt reflectate în lucrarea [1], iar a cercetărilor în teoria radicalilor inelelor topologice sunt reflectate în lucrările [2], [3], [4], [22].

În algebra modernă şi în teoria radicalilor frecvent se aplică următoarea teoremă de izomorfism (a doua teoremă de izomorfism).

Fie $\boldsymbol{R}$ un inel şi $\boldsymbol{B}$ un subinel al lui $\boldsymbol{R}$. Dacă $\boldsymbol{N}$ este un ideal al inelului $\boldsymbol{R}$, atunci factor-inelele $\boldsymbol{B}/(\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{N})$ şi $(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{N})/\boldsymbol{N}$ sunt izomorfe.

Pentru inelele topologice şi pentru inelele pseudonormate teorema de izomorfism nu întotdeauna are loc ([18, teorema 1]). De aceea e necesar de stabilit condiţii în care teoreme analoage cu teorema de izomorfism să aibă loc şi pentru inelele topologice şi inelele pseudonormate.

Analoagele teoremei de izomorfism pentru grupuri şi inele topologice au fost studiate de V.I. Arnautov în lucrările [3], [18], [19], [20]. Au fost obținute analoage ale teoremei de izomorfism în cazurile când: $\boldsymbol{B}$ este ideal al inelului topologic; $\boldsymbol{B}$ este subinel accesibil al inelului topologic; $\boldsymbol{B}$ este ideal unilateral al inelului topologic. De asemenea, au fost studiate analoagele teoremei de izomorfism pentru grupuri topologice. Aceste teoreme se aplică în studiul radicalilor şi pseudoradicalilor inelelor topologice, cum poate fi văzut în lucrările [2], [3], [7], [10], [22].

Pentru construcția teoriei generale a radicalilor inelelor pseudonormate e necesar să avem analoage ale teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate, precum şi teoria izomorfismelor şi omomorfismelor inelelor pseudonormate. Analoagele teoremei de izomorfism pentru inele pseudonormate anterior nu au fost studiate; teoria generală a radicalilor şi teoria izomorfismelor şi omomorfismelor pentru inele pseudonormate anterior nu beneficiaseră de o cercetare profundă.

În urma analizei cercetărilor în domeniul teoriei generale a radicalilor inelelor topologice şi a studiului stării lucrurilor în domeniul izomorfismelor şi omomorfismelor, a fost formulată problema de cercetare.

Problemă de cercetare: Determinarea şi studiul claselor de izomorfisme a inelelor pseudonormate, pentru care au loc analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism, cea ce conduce la studiul construcțiilor cu inele pseudonormate, care păstrează astfel de izomorfisme.

Soluționarea problemei de cercetare formulate va permite ulterior construirea teoriei generale a radicalilor pentru inele pseudonormate.

Scopul şi obiectivele lucrării constau în studiul izomorfismelor speciale de inele pseudonormate şi construirea teoriei generale a lor. În particular:

– determinarea claselor de izomorfisme speciale ale inelelor pseudonormate pentru care există analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism;

– studiul proprietăților izomorfismelor speciale ale inelelor pseudonormate;

– studiul construcțiilor cu inele pseudonormate care păstrează izomorfismele speciale.

Metodologia cercetării ştiințifice. Construcțiile şi metodele de demonstrație se bazează pe metodele teoriei inelelor şi modulelor; pe aplicarea noțiunilor de inel pseudonormat, omomorfism izometric, izomorfism topologic, divizor topologic al lui zero, completat al inelului pseudonormat, limită după o mulțime filtrantă; pe metodele analizei funcționale; pe aplicarea inegalităților lui Hölder, Minkowski şi Jensen.

Noutatea şi originalitatea ştiinţifică:

– au fost definite conceptele de izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) pentru inelele pseudonormate;

– au fost elaborate criterii de izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta);

– au fost stabilite unele proprietăţi ale izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta);

– au fost demonstrate teoremele despre păstrarea izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) pentru unele construcţii cu inele pseudonormate.

Problema ştiinţifică importantă soluţionată constă în determinarea claselor de izomorfisme ale inelelor pseudonormate pentru care există analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism şi studiul proprietăţilor lor, ceea ce a condus la investigarea construcţiilor cu inele pseudonormate care păstrează aceste izomorfisme.

Semnificaţia teoretică şi valoarea aplicativă a lucrării constă în elaborarea metodelor de cercetare a izomorfismelor de inele pseudonormate privind semiizometricitatea (semiizometricitatea la stânga, semiizometricitatea la dreapta), în determinarea de condiţii suficiente pentru păstrarea izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la unele construcţii cu inele pseudonormate, ceea ce va permite folosirea ulterioară a lor în teoria inelelor pseudonormate şi modulelor peste ele, în teoria algebrelor Banach, precum şi la elaborarea teoriei generale a radicalilor pentru inele pseudonormate.

Rezultatele ştiinţifice principale înaintate spre susţinere:

– metoda demonstraţiei criteriului izomorfismului semiizometric unilateral;

– metoda demonstraţiei criteriului izomorfismului semiizometric bilateral;

– metoda cercetării condiţiei necesare şi suficiente, în care izomorfismul de inele pseudonormate este o superpoziţie de izomorfisme semiizometrice;

– metoda determinării condiţiilor, în care izomorfismul semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) de inele pseudonormate poare fi prelungit până la un izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) al completatelor inelelor în cauză;

– metoda cercetării condiţiilor, în care izomorfismul de inele al sumei directe de inele pseudonormate este un izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta);

– metoda cercetării condițiilor, în care izomorfismul de inele al inelului de matrice peste un inel pseudonormat este un izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta).

Implimentarea rezultatelor ştiinţifice:

– rezultatele şi metodele dezvoltate în teză pot fi aplicate în investigațiile ulterioare ale izomorfismelor şi omomorfismelor de inele pseudonormate şi de inele Banach;

– rezultatele din teză pot fi aplicate în construirea teoriei generale a radicalilor pentru inelele pseudonormate;

– rezultatele din teză pot servi drept support pentru teme de masterat şi pot constitui conținutul unor cursuri speciale pentru studenții şi masteranzii de la specialitătile matematice.

Aprobarea rezultatelor ştiinţifice.

Rezultatele tezei au fost prezentate la următoarele conferințe şi seminare ştiinţifice:

- Second Conference of the Mathematical Society of the Republic of Moldova, dedicated to the 40 anniversary of the foundation of the Institute of Mathematics and Computer Science of ASM (Chisinau, 2004);
- IV Международная научно-практическая конференция “Математическое моделирование в образовании, науке и производстве” (Тирасполь, 2005);
- 5th International Algebraic Conference in Ukraine (Odessa, 2005);
- International Conference on Radicals, ICOR-2006 (Kyiv, 2006);
- The XIV-th Conference on Applied and Industrial Mathematics (Chisinau, 2006);
- 6th International Algebraic Conference in Ukraine (Kamyanets-Podilsky, 2007);
- International Conference Algebraic Systems and their Applications in Differential Eguations and other domains of mathematics deducated to Vladimir A. Andrunachievici (1917-1997), Constantin S. Sibirschi (1928-1990) (Chisinau, 2007);
- 7th International Algebraic Conference in Ukraine (Kharkov, 2009);
- The 20-th Conference on Applied and Industrial Mathematics deducated to academician Mitrofan M. Ciobanu (Chisinau, 2012);
- VIII Международная научно-практическая конференция “Математическое моделирование в образовании, науке и производстве” (Тирасполь, 2013).

Publicațiile la tema tezei.

Rezultatele principale ale tezei au fost publicate în 15 lucrări ştiinţifice: 5 articole ([24], [25], [30], [35], [38]) şi 10 comunicări la conferințe ([26], [27], [28], [29], [31], [32], [33], [34], [36], [37]).

Volumul şi structura tezei.

Teza este scrisă în limba rusă şi constă din introducere, trei capitole, concluzii generale şi recomandări, lista literaturii citate. Lucrarea are 127 de pagini şi conține 85 de referințe bibliografice, incluzând şi lucrările în care sunt publicate rezultatele acestei teze.

Cuvinte cheie: inel pseudonormat, ideal, factorinel, subinel, ideal unilateral, subinel accesibil, omomorfism izometric, izomorfism semiizometric.

CONȚINUTUL TEZEI

În Introducere se argumentează actualitatea temei de cercetare, se formulează scopul şi obiectivele lucrării, se descrie metodologia cercetării ştiințifice, noutatea ştiințifică şi originalitatea, se formulează problema ştiințifică, se consideră semnificația teoretică şi valoarea aplicativă a lucrării, se formulează principale rezultate ştiințifice prezentate spre susținere, se consideră implimentarea şi aprobarea rezultatelor ştiințifice. Succint este descrisă structura tezei.

În primul capitol al tezei se consideră izvoarele cercetării inelelor cu structuri suplementare, se discută condițiile dezvoltării teoriei generale a radicalilor în sisteme algebrice, se face o trecere în revistă a lucrărilor ştiințifice în domeniul cercetării omomorfismelor şi izomorfismelor inelelor topologice, se consideră noțiunile şi teoremele de bază ale teoriei inelelor pseudonormate, precum şi inegalitățile de bază, folosite în teză. În baza analizei cercetărilor în domeniul inelelor topologice şi teoriei generale a radicalilor pentru inele topologice sunt formulate scopul şi problemele lucrării date.

In capitolul doi se studiază analoagele teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate. În paragraful 2.1 se consideră problema veridicității teoremei de izomorfism pentru inele pseudonormate. Este demonstrată teorema următoare.

2.1. Teoremă. Fie $(\boldsymbol{R},\xi)$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate şi $\boldsymbol{\varphi}:\boldsymbol{R}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele. Inegalitatea $\bar{\xi}\left(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{r})\right)\le\xi(\boldsymbol{r})$ are loc pentru orice $\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{R}$ atunci şi numai atunci, când există un inel pseudonormat $(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\xi})$ şi un omomorfism $\hat{\boldsymbol{\varphi}}:\hat{\boldsymbol{R}}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ astfel încât:

1) $\boldsymbol{R}$ este un subinel al inelului $\hat{\boldsymbol{R}}$, $\hat{\xi}\big|_{\boldsymbol{R}}=\xi$ şi $\hat{\boldsymbol{\varphi}}\big|_{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{\varphi}$;

2) $\hat{\boldsymbol{\varphi}}:(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\xi})\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un omomorfism izometric.

După cum se vede din teorema 2.1, teorema de izomorfism pentru inelele pseudonormate în caz general nu are loc. De aceea, e nevoie de impus asupra subinelului restricții suplimentare.

În paragraful 2.2 se consideră problema veridicității teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate cu condiția că subinelul să fie ideal unilateral. Sunt definite noțiunile următoare.

2.5. Definiție. Un izomorfism de inele pseudonormate $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ se numeşte semiizometric la stânga (la dreapta) dacă există un inel psudonormat $(\hat{R},\hat{\xi})$ astfel încât (R,ξ) este ideal stâng (drept) al inelului $(\hat{R},\hat{\xi})$ şi izomorfismul φ poate fi prelungit până la un omomorfism izometric $\hat{\varphi}:(\hat{R},\hat{\xi})\to(\bar{R},\bar{\xi})$.

Teoremele următoarele arată că cerința suplimentară ca subinelul să fie ideal unilateral ne conduce la analoagele teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate.

2.6. Teoremă. Fie (R,ξ) şi $(\bar{R},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate şi $\varphi:R\to\bar{R}$ un izomorfism de inele. Atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

1. $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ este izomorfism semiizometric la stânga;
2. $\xi(b\cdot a)\le\bar{\xi}(\varphi(b))\cdot\xi(a)$ şi $\bar{\xi}(\varphi(b))\le\xi(b)$ pentru orice $a,b\in R$;
3. există un inel pseudonormat $(\tilde{R},\tilde{\xi})$ şi un omomorfism $\tilde{\varphi}:\tilde{R}\to\bar{R}$ astefel încât:

   a) R este ideal stâng al inelului $\tilde{R}$, $\tilde{\xi}\big|_R=\xi$ şi $\tilde{\varphi}\big|_R=\varphi$;

   b) omomorfismul $\tilde{\varphi}:(\tilde{R},\tilde{\xi})\to(\bar{R},\bar{\xi})$ este un omomorfism izometric de inele pseudonormate;

   c) $(\ker\tilde{\varphi})^2=0$.

2.7. Teoremă. Fie (R,ξ) şi $(\bar{R},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate şi $\varphi:R\to\bar{R}$ un izomorfism de inele. Atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

1. izomorfismul $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la dreapta;
2. $\dfrac{\xi(b\cdot a)}{\xi(b)}\le\bar{\xi}(\varphi(a))\le\xi(a)$ pentru orice $a,b\in R\setminus\{0\}$;
3. există un inel pseudonormat $(\tilde{R},\tilde{\xi})$ şi un omomorfism $\tilde{\varphi}:\tilde{R}\to\bar{R}$ astfel încât:

   a) R este ideal drept al inelului $\tilde{R}$, $\tilde{\xi}\big|_R=\xi$ şi $\tilde{\varphi}\big|_R=\varphi$;

   b) omomorfismul $\tilde{\varphi}:(\tilde{R},\tilde{\xi})\to(\bar{R},\bar{\xi})$ este un omomorfism izometric de inele;

   c) $(\ker\tilde{\varphi})^2=0$.

În paragraful 2.2 este considerată legătura dintre noțiunile de izomorfism semiizometric unilateral, izomorfism topologic şi izomorfism izometric.

2.10. Corolar. Fie $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ două inele pseudonormate şi $\boldsymbol{\varphi}:\boldsymbol{R}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ este un izomorfism semiizometric la stânga (la dreapta) şi inelul $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ admite un element, care nu este divizor generalizat al lui zero la dreapta (la stânga), atunci inelele $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ sunt topologic izomorfe.

2.11. Corolar. Dacă $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ este un inel pseudonormat cu unitate $\boldsymbol{e}$ şi $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{e})=\boldsymbol{1}$, atunci fiecare izomorfism semiizometric la stânga (la dreapta) al său este izometric.

2.12. Corolar. Dacă $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ este un inel normat, atunci fiecare izomorfism semiizometric la stânga (la dreapta) al său este izometric.

În paragraful 2.3 se consideră problema veridicității teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate cu condiția că subinelul este ideal bilateral. Se introduce următoarea noțiune.

2.14. Definiție. Un izomorfism de inele pseudonormate $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ se numeşte semiizometric, dacă există un inel pseudonormat $(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\boldsymbol{\xi}})$ astfel încât $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ este un ideal al inelului $(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\boldsymbol{\xi}})$ şi izomorfismul $\boldsymbol{\varphi}$ poate fi prelungit până la un omomorfism izometric $\hat{\boldsymbol{\varphi}}:(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\boldsymbol{\xi}})\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$.

Următoarea teoremă arată că cerința suplimentară ca subinelul să fie ideal bilateral ne conduce la o altă analogă a teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate.

2.15. Teoremă. Fie $(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ două inele pseudonormate şi $\boldsymbol{\varphi}:\boldsymbol{R}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele. Atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

1. $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\xi})\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\boldsymbol{\xi}})$ este izomorfism semiizometric;
2. $\dfrac{\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})}{\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{b})}\le\bar{\boldsymbol{\xi}}(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{a}))\le\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{a})$ şi $\dfrac{\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a})}{\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{b})}\le\bar{\boldsymbol{\xi}}(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{a}))\le\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{a})$ pentru orice $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\in\boldsymbol{R}\setminus\{\boldsymbol{0}\}$;
3. există un inel pseudonormat $(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\boldsymbol{\xi}})$ şi un omomorfism $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}:\tilde{\boldsymbol{R}}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ astfel încât:

   a) $\boldsymbol{R}$ este ideal al inelului $\tilde{\boldsymbol{R}}$, $\tilde{\boldsymbol{\xi}}\big|_{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{\xi}$ şi $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}\big|_{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{\varphi}$;

   b) $\bar{\boldsymbol{\xi}}(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{r}))=\boldsymbol{min}\left\{\tilde{\boldsymbol{\xi}}(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{a})\,\middle|\,\boldsymbol{a}\in\boldsymbol{ker}\ \tilde{\boldsymbol{f}}\right\}$ pentru fiecare $\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{R}$.

În demonstrațiile teoremelor 2.6 şi 2.15 se utilizează diferite constfucții pentru inelul pseudonormat, pe care se prelungeşte izomorfismul inițial φ. În baza teoremelor 2.6 şi 2.15 se consideră legătura dintre noțiunule de izomorfism semiizometric unilateral şi bilateral.

2.16. Corolar. Fie (R,ξ) şi $(\bar{R},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate şi $\varphi: R \to \bar{R}$ un izomorfism de inele. Dacă $\varphi: (R,\xi) \to (\bar{R},\bar{\xi})$ este izomorfism semiizometric la stânga şi izomorfism semiizometric la dreapta de inele, atunci $\varphi: (R,\xi) \to (\bar{R},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric.

Teoremă 2.3 a paragrafului furnizează încă o analoagă a teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate.

2.22. Teoremă. Fie (R,ξ) şi $(\bar{R},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate şi $\varphi: R \to \bar{R}$ un izomorfism de inele. Atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

1. $\xi(a) \geq \bar{\xi}(\varphi(a))$ şi $\xi(a \cdot b) \leq \bar{\xi}(\varphi(a)) \cdot \bar{\xi}(\varphi(b))$ pentru orice $a,b \in R$;
2. există un inel pseudonormat $(\hat{R},\hat{\xi})$ şi un omomorfism $\hat{\varphi}: \hat{R} \to \bar{R}$ astfel încât sunt îndeplinite următoarele condiții:

   a) R este ideal în $\hat{R}$, $\hat{\xi}\big|_R = \xi$ şi $\hat{\varphi}\big|_R = \varphi$;

   b) $\bar{\xi}(\varphi(r)) = min\{\hat{\xi}(r+a) \mid a \in ker\,\hat{\varphi}\}$ pentru fiecare $r \in R$, i.e. pentru orice $r \in R$ există un element $a_r \in ker\,\hat{\varphi}$ astfel încât $\bar{\xi}(\varphi(r)) = \hat{\xi}(r+a_r)$;

   c) anulatorul inelului $\hat{R}$ conține $ker\,\hat{\varphi}$, i.e. $ker\,\hat{\varphi} \subseteq \{a \in \hat{R} \mid a \cdot \hat{R} = \hat{R} \cdot a = 0\}$. În particular, $(ker\,\hat{\varphi})^2 = 0$.

În paragraful 2.4 se consideră problema veridicității teoremei de izomorfism pentru inelele pseudonormate cu condiția că subinelul este un subinel accesibil. A fost demonstrată teorema.

2.25. Teoremă. Fie (R,ξ) şi $(\bar{R},\bar{\xi})$ un inel pseudonormat şi $\varphi: R \to \bar{R}$ un izomorfism de inele. Atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

1. există un inel pseudonormat $(\hat{R},\hat{\xi})$ şi un omomorfism $\hat{\varphi}: \hat{R} \to \bar{R}$ astfel încât:

   a) R este un subinel accesibil de treaptă nu mai înaltă de n al inelului $\hat{R}$, $\hat{\xi}\big|_R = \xi$ şi $\hat{\varphi}\big|_R = \varphi$;

b) omomorfismul $\hat{\varphi}:\left(\hat{R},\hat{\xi}\right)\to\left(\bar{R},\bar{\xi}\right)$ este un omomorfism izometric de inele pseudonormate;

2. izomorfismul $\varphi:(R,\xi)\to\left(\bar{R},\bar{\xi}\right)$ este o superpoziție a n izomorfisme semiizometrice, i.e. există inelele pseudonormate

$$(R,\xi)=(R_0,\xi_0),(R_1,\xi_1),(R_2,\xi_2),\dots,(R_n,\xi_n)=\left(\bar{R},\bar{\xi}\right)$$

şi izomorfismele semiizometrice $\varphi_i:(R_i,\xi_i)\to(R_{i+1},\xi_{i+1})$, unde $i=0,1,2,\dots,n-1$, astfel încât $\varphi=\varphi_{n-1}\circ\varphi_{n-2}\circ\dots\circ\varphi_0$.

În paragraful 2.4 se consideră de asemenea analoaga teoremei de izomorfism pentru inelele asociative, nilpotente şi pseudonormate.

2.27. Teoremă. Fie (R,ξ) şi $\left(\bar{R},\bar{\xi}\right)$ două inele asociative pseudonormate, $\varphi:R\to\bar{R}$ un izomorfism de inele şi $R^n=0$. Atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

1. $\bar{\xi}(\varphi(r))\leq\xi(r)$ pentru orice $r\in R$;
2. există inelele pseudonormate $(R_0,\xi_0),(R_1,\xi_1),\dots,(R_n,\xi_n)$ şi izomorfismele $\varphi_i:R_i\to R_{i+1}$, $i=0,1,2,\dots,n-1$, astfel încât sunt îndeplinite condițiile:

   a) $(R,\xi)=(R_0,\xi_0)$ şi $\left(\bar{R},\bar{\xi}\right)=(R_n,\xi_n)$;

   b) $\varphi_i:(R_i,\xi_i)\to(R_{i+1},\xi_{i+1})$ un izomorfism semiizometric, $i=0,1,\dots,n-1$;

   c) $\varphi=\varphi_{n-1}\circ\varphi_{n-2}\circ\dots\circ\varphi_1\circ\varphi_0$;
3. există un inel neasociativ pseudonormat $\left(\hat{R},\hat{\xi}\right)$ şi un omomorfism $\hat{\varphi}:\hat{R}\to\bar{R}$ astfel încât:

   a) R este un subinel accesibil de treaptă n al inelului $\hat{R}$, $\hat{\xi}\big|_R=\xi$ şi $\hat{\varphi}\big|_R=\varphi$;

   b) omomorfismul $\hat{\varphi}:\left(\hat{R},\hat{\xi}\right)\to\left(\bar{R},\bar{\xi}\right)$ este un omomorfism izometric de inele pseudonormate.

În capitolul trei se studiază construcțiile cu inele pseudonormate, care păstrează izomorfismele semiizometrice unilaterale şi bilaterale.

În paragraful 3.1 se consideră problema păstrării izomorfismelor semiizometrice (semiizometrice la stânga, semiizometrice la dreapta) în trecerea la subinelele şi factorinelele inelelor pseudonormate. Au fost demonstrate teoremele următoare.

3.1. Teoremă. Fie $(\boldsymbol{R},\xi)$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate, $\boldsymbol{A}$ un subinel al inelului $\boldsymbol{R}$ şi $\boldsymbol{\varphi}:\boldsymbol{R}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele. Atunci sunt adevărate afirmațiile:

I. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la stânga, atunci izomorfismul $\boldsymbol{\varphi}|_{A}:(\boldsymbol{A},\xi|_{A})\to\left(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{A}),\bar{\xi}|_{\boldsymbol{\varphi}(A)}\right)$ de asemenea este semiizometric la stânga;

II. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la dreapta, atunci izomorfismul $\boldsymbol{\varphi}|_{A}:(\boldsymbol{A},\xi|_{A})\to\left(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{A}),\bar{\xi}|_{\boldsymbol{\varphi}(A)}\right)$ de asemenea este semiizometric la dreapta;

III. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric de inele pseudonormate, atunci $\boldsymbol{\varphi}|_{A}:(\boldsymbol{A},\xi|_{A})\to\left(\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{A}),\bar{\xi}|_{\boldsymbol{\varphi}(A)}\right)$ de asemenea este un izomorfism semiizometric.

3.2. Teoremă. Fie $(\boldsymbol{R},\xi)$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate. Fie $\bar{\boldsymbol{J}}$ un ideal închis în $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$, $\boldsymbol{\varphi}:\boldsymbol{R}\to\bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele, $(\boldsymbol{R},\xi)/\boldsymbol{\varphi}^{-1}(\bar{\boldsymbol{J}})=(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\xi})$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})/\bar{\boldsymbol{J}}=(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})$ factorinele ale inelelor $(\boldsymbol{R},\xi)$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$, respectiv, şi $\boldsymbol{\Phi}:\hat{\boldsymbol{R}}\to\tilde{\boldsymbol{R}}$ aplicația definită prin formula

$$\boldsymbol{\Phi}\left(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{\varphi}^{-1}(\bar{\boldsymbol{J}})\right)=\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{r})+\bar{\boldsymbol{J}}.$$

Atunci sunt adevărate următoarele afirmații:

I. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la stânga, atunci izomorfismul $\boldsymbol{\Phi}:(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\xi})\to(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})$ de asemenea este semiizometric la stânga;

II. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la dreapta, atunci izomorfismul $\boldsymbol{\Phi}:(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\xi})\to(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})$ de asemenea este semiizometric la dreapta;

III. Dacă $\boldsymbol{\varphi}:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric de inele pseudonormate, atunci $\boldsymbol{\Phi}:(\hat{\boldsymbol{R}},\hat{\xi})\to(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric.

În paragraful 3.2 se consideră problema păstrării izomorfismelor semiizometrice (semiizometrice la stânga, semiizometrice la dreapta) la trecerea la completatul inelelor pseudonormate. Se demonstrează următoarea teoremă.

3.4. Teoremă. Fie $(\boldsymbol{R},\xi)$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate, fie $(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})$ şi $(\tilde{\bar{\boldsymbol{R}}},\tilde{\bar{\xi}})$ completatele inelelor $(\boldsymbol{R},\xi)$ şi $(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$, respectiv, şi fie $\varphi: \boldsymbol{R} \to \bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele. Atunci sunt adevărate următoarele afirmații:

I. Dacă $\varphi:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la stânga şi inelul pseudonormat $(\boldsymbol{R},\xi)$ admite un element, care nu este divisor generalizat drept al lui zero, atunci izomorfismul φ poate fi prelungit până la un izomorfism semiizometric la stânga $\tilde{\varphi}:(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})\to(\tilde{\bar{\boldsymbol{R}}},\tilde{\bar{\xi}})$;

II. Dacă $\varphi:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la dreapta şi inelul pseudonormat $(\boldsymbol{R},\xi)$ admite un element, care nu este divisor generalizat stâng al lui zero, atunci izomorfismul φ poate fi prelungit până la un izomorfism semiizometric la dreapta $\tilde{\varphi}:(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})\to(\tilde{\bar{\boldsymbol{R}}},\tilde{\bar{\xi}})$;

III. Dacă $\varphi:(\boldsymbol{R},\xi)\to(\bar{\boldsymbol{R}},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric de inele pseudonormate şi inelul pseudonormat $(\boldsymbol{R},\xi)$ admite un element, care nu este divisor generalizat al lui zero, atunci izomorfismul φ poate fi prelungit până la un izomorfism semiizometric $\tilde{\varphi}:(\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\xi})\to(\tilde{\bar{\boldsymbol{R}}},\tilde{\bar{\xi}})$.

În paragraful 3.3 se consideră problema păstrării izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la limită după un parametrul unei familii de pseudonorme. Este demonstrată teorema următoare.

3.7. Teoremă. Fie $\boldsymbol{R}$ şi $\bar{\boldsymbol{R}}$ două inele, $\varphi: \boldsymbol{R} \to \bar{\boldsymbol{R}}$ un izomorfism de inele şi Γ o mulțime filtrantă, verificând condițiile:

1) în inelul $\boldsymbol{R}$ este dată o familie de pseudonorme $\{\xi_\gamma \mid \gamma \in \Gamma\}$ astfel încât pentru orice $r \in \boldsymbol{R}$ există limita $\lim\limits_{\gamma\in\Gamma} \xi_\gamma(r)$ în raport cu mulțimea filtrantă Γ;

2) în inelul $\boldsymbol{R}$ dată o funcție ξ astfel încât $\xi(r) = \lim\limits_{\gamma\in\Gamma} \xi_\gamma(r)$ pentru orice $r \in \boldsymbol{R}$;

3) în inelul $\bar{R}$ este dată o familie de pseudonorme $\{\bar{\xi}_\gamma | \gamma \in \Gamma\}$ astfel încât pentru orice $\bar{r} \in \bar{R}$ există limita $\lim_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r})$ în raport cu mulțimea filtrantă Γ, şi $\lim_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r}) \neq 0$ pentru fiecare $\bar{r} \neq 0$;

4) în inelul $\bar{R}$ este dată o funcție $\bar{\xi}$ astfel încât $\bar{\xi}(\bar{r}) = \lim_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r})$ pentru orice $\bar{r} \in \bar{R}$.

Atunci sunt adevărate următoarele afirmații:

I. Dacă $\varphi : (R, \xi_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\xi}_\gamma)$ este un izomorfism semiizometric la stânga pentru fiecare $\gamma \in \Gamma$, atunci izomorfismul $\varphi : (R, \xi) \to (\bar{R}, \bar{\xi})$ de asemenea este semiizometric la stânga;

II. Dacă $\varphi : (R, \xi_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\xi}_\gamma)$ este un izomorfism semiizometric la dreapta pentru fiecare $\gamma \in \Gamma$, atunci izomorfismul $\varphi : (R, \xi) \to (\bar{R}, \bar{\xi})$ de asemenea este semiizometric la dreapta;

III. Dacă $\varphi : (R, \xi_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\xi}_\gamma)$ este un izomorfism semiizometric pentru fiecare $\gamma \in \Gamma$, atunci $\varphi : (R, \xi) \to (\bar{R}, \bar{\xi})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric de inele pseudonormate.

În paragraful 3.4 se consideră problema păstrării izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la supremumul după parametrul unei familii de pseudonorme. Este demonstrată teorema următoare.

3.11. Teoremă. Fie R şi $\bar{R}$ două inele, $\varphi : R \to \bar{R}$ un izomorfism de inele şi Γ o mulțime oarecare, verificând condițiile:

1) în inelul R este dată o familie de pseudonorme $\{\xi_\gamma | \gamma \in \Gamma\}$ astfel încât pentru orice $r \in R$ mulțimea $\{\xi_\gamma(r) | \gamma \in \Gamma\}$ este mărginită superior;

2) în inelul R este dată o funcție ξ astfel încât $\xi(r) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \xi_\gamma(r)$ pentru orice $r \in R$;

3) în inelul $\bar{R}$ este dată o familie de pseudonorme $\{\bar{\xi}_\gamma | \gamma \in \Gamma\}$;

4) în inelul $\bar{R}$ este dată o funcție $\bar{\xi}$ astfel încât $\bar{\xi}(\bar{r}) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \bar{\xi}_\gamma(\bar{r})$ pentru orice $\bar{r} \in \bar{R}$.

Atunci sunt adevărate următoarele afirmații:

I. Dacă $\varphi:(R,\xi_\gamma)\to(\bar{R},\bar{\xi}_\gamma)$ este un izomorfism semiizometric la stânga pentru fiecare $\gamma\in\Gamma$, atunci izomorfismul $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ de asemenea este semiizometric la stânga;

II. Dacă $\varphi:(R,\xi_\gamma)\to(\bar{R},\bar{\xi}_\gamma)$ este un izomorfism semiizometric la dreapta pentru fiecare $\gamma\in\Gamma$, atunci izomorfismul $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ de asemenea este semiizometric la dreapta;

III. Dacă $\varphi:(R,\xi_\gamma)\to(\bar{R},\bar{\xi}_\gamma)$ este un izomorfism semiizometric pentru fiecare $\gamma\in\Gamma$, atunci $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric de inele pseudonormate.

În paragraful 3.5 se consideră problema păstrării izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la suma directă de inele pseudonormate . Este demonstrată teorema următoare.

3.15. Teoremă. Fie (R_k,ξ_k) şi $(\bar{R}_k,\bar{\xi}_k)$, $k=1,2,\dots,n$, inele pseudonormate; $\varphi_k:R_k\to\bar{R}_k$, $k=1,2,\dots,n$, izomorfisme de inele; $R=\bigoplus_{k=1}^{n}R_k$ şi $\bar{R}=\bigoplus_{k=1}^{n}\bar{R}_k$ sume directe de inele; $\Phi:R\to\bar{R}$ izomorfismul definit prin formula

$$\Phi((r_1,r_2,\dots,r_n))=(\varphi_1(r_1),\varphi_2(r_2),\dots,\varphi_n(r_n));$$

ζ_γ şi $\bar{\zeta}_{\bar{\gamma}}$ pseudonorme pe inelele R şi $\bar{R}$, respectiv, unde $\zeta_\gamma(r)=\left(\sum_{k=1}^{n}(\xi_k(r_k))^\gamma\right)^{1/\gamma}$ pentru $1\le\gamma<\infty$, $\zeta_\infty(r)=max\{\xi_k(r_k)\,|\,1\le k\le n\}$ pentru $\gamma=\infty$, $\bar{\zeta}_{\bar{\gamma}}(\bar{r})=\left(\sum_{k=1}^{n}(\bar{\xi}_k(\bar{r}_k))^{\bar{\gamma}}\right)^{1/\bar{\gamma}}$ pentru $1\le\bar{\gamma}<\infty$, $\bar{\zeta}_\infty(r)=max\{\bar{\xi}_k(\bar{r}_k)\,|\,1\le k\le n\}$ pentru $\bar{\gamma}=\infty$. Atunci sunt adevărate următoarele afirmaţii:

I. dacă $\varphi_k:(R_k,\xi_k)\to(\bar{R}_k,\bar{\xi}_k)$ este un izomorfism semiizometric la stânga pentru orice $k=1,2,\dots,n$, atunci $\Phi:(R,\zeta_\gamma)\to(\bar{R},\bar{\zeta}_{\bar{\gamma}})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric la stânga pentru orice $1\le\gamma\le\bar{\gamma}\le\infty$;

II. dacă $\varphi_k : (R_k, \xi_k) \to (\bar{R}_k, \bar{\xi}_k)$ este un izomorfism semiizometric la dreapta pentru orice $k = 1, 2, \ldots, n$, atunci $\Phi : (R, \zeta_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\zeta}_{\bar{\gamma}})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric la dreapta pentru orice $1 \le \gamma \le \bar{\gamma} \le \infty$;

III. dacă $\varphi_k : (R_k, \xi_k) \to (\bar{R}_k, \bar{\xi}_k)$ este un izomorfism semiizometric pentru orice $k = 1, 2, \ldots, n$, atunci $\Phi : (R, \zeta_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\zeta}_{\bar{\gamma}})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric pentru orice $1 \le \gamma \le \bar{\gamma} \le \infty$.

Corolarul 3.16 al teoremei 3.15 permite studierea conexiunii dintre diferitele construcții ale pseudonormei pe inelul dat.

3.16. Corolar. Fie R şi $\bar{R}$ două inele şi $\varphi : R \to \bar{R}$ izomorfism de inele, verificând următoarele condiții:

1) în inelul R sunt date pseudonormele $\{\xi_k \mid k = 1, 2, \ldots, n\}$;

2) în inelul R sunt date funcțiile $\{\zeta_\gamma \mid 1 \le \gamma \le \infty\}$ astfel încât $\zeta_\gamma(r) = \left(\sum_{k=1}^{n} (\xi_k(r))^\gamma \right)^{1/\gamma}$, $1 \le \gamma < \infty$, $\zeta_\infty(r) = max\{ \xi_k(r) \mid 1 \le k \le n\}$ pentru orice $r \in R$;

3) în inelul $\bar{R}$ sunt date pseudonormele $\{\bar{\xi}_k \mid k = 1, 2, \ldots, n\}$;

4) în inelul R sunt date funcțiile $\{\bar{\zeta}_{\bar{\gamma}} \mid 1 \le \bar{\gamma} \le \infty\}$ astfel încât $\bar{\zeta}_{\bar{\gamma}}(\bar{r}) = \left(\sum_{k=1}^{n} (\bar{\xi}_k(\bar{r}))^{\bar{\gamma}} \right)^{1/\bar{\gamma}}$, $1 \le \bar{\gamma} < \infty$, $\bar{\zeta}_\infty(r) = max\{\bar{\xi}_k(\bar{r}) \mid 1 \le k \le n\}$ pentru orice $\bar{r} \in \bar{R}$.

Atunci sunt adevărate următoarele afirmații:

I. Dacă $\varphi : (R, \xi_k) \to (\bar{R}, \bar{\xi}_k)$ este un izomorfism semiizometric la stânga pentru orice $k = 1, 2, \ldots, n$, atunci aplicația $\varphi : (R, \zeta_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\zeta}_{\bar{\gamma}})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric la stânga pentru orice $1 \le \gamma \le \bar{\gamma} \le \infty$;

II. Dacă $\varphi : (R, \xi_k) \to (\bar{R}, \bar{\xi}_k)$ este un izomorfism semiizometric la dreapta pentru orice $k = 1, 2, \ldots, n$, atunci aplicația $\varphi : (R, \zeta_\gamma) \to (\bar{R}, \bar{\zeta}_{\bar{\gamma}})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric la dreapta pentru orice $1 \le \gamma \le \bar{\gamma} \le \infty$;

III. Dacă $\varphi:(R,\xi_k)\to(\bar{R},\bar{\xi}_k)$ este un izomorfism semiizometric pentru orice $k=1,2,\dots,n$, atunci aplicația $\varphi:(R,\zeta_\gamma)\to(\bar{R},\bar{\zeta}_{\bar{\gamma}})$ de asemenea este un izomorfism semiizometric pentru orice $1\le\gamma\le\bar{\gamma}\le\infty$.

În paragraful 3.6 se consideră următoarea construcție a pseudonormei pe inelul de matrice:

$$\eta_{\xi,\gamma,\sigma}(A)=\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}\left(\xi\left(a_{ij}\right)\right)^{\sigma}\right)^{\frac{\gamma}{\sigma}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Se demonstrează condiții suficiente pentru corectitudinii construcției date.

3.17. Teoremă. Fie (R,ξ) un inel pseudonormat şi R_n inelul de matrice de ordinul $n\times n$ peste inelul R cu operațiile naturale de adunare şi înmulțire. Atunci funcțiile $\eta_{\xi,\gamma,\sigma}$ sunt pseudonorme pe inelul de matrice R_n oricare ar fi γ şi σ astfel încât $1\le\gamma,\sigma\le\infty$ şi $\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\sigma}\ge 1$.

Sunt aduse contraexemple probând imposibilitatea folosirii construcției date pentru inelele de matrice reale, dacă nu sunt îndeplinite aceste condiții.

De asemenea, în paragraful 3.6 este considerată proplema păstrării izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) în inelul de matrice. Este demonstrată teorema următoare.

3.19. Teoremă. Fie (R,ξ) şi $(\bar{R},\bar{\xi})$ două inele pseudonormate, R_n inelul de matrice peste inelul R, $\bar{R}_n$ inelul de matrice peste inelul $\bar{R}$, $\varphi:R\to\bar{R}$ un izomorfism de inele şi $\Phi:R_n\to\bar{R}_n$ izomorfismul definit prin formula

$$\Phi(A)=\left(\varphi\left(a_{ij}\right)\right)_{i,j=1}^{n}.$$

Dacă $\eta=\eta_{\xi,\gamma,\sigma}$ este o pseudonormă pe inelul R_n iar $\bar{\eta}=\eta_{\bar{\xi},\bar{\gamma},\bar{\sigma}}$ este o pseudonormă pe inelul $\bar{R}_n$, unde $1\le\gamma,\sigma,\bar{\gamma},\bar{\sigma}\le\infty$, $\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\sigma}\ge 1$, $\frac{1}{\bar{\gamma}}+\frac{1}{\bar{\sigma}}\ge 1$, atunci sunt adevărate afirmațiile:

I. dacă $\bar{\gamma}=\gamma$, $\bar{\sigma}\ge\sigma$ şi $\varphi:(R,\xi)\to(\bar{R},\bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la stânga, atunci $\Phi:(R_n,\eta)\to(\bar{R}_n,\bar{\eta})$ este un izomorfism semiizometric la stânga;

II. dacă $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}$, $\bar{\gamma} \geq \gamma$ şi $\boldsymbol{\varphi} : (\boldsymbol{R}, \xi) \to (\bar{\boldsymbol{R}}, \bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric la dreapta, atunci $\boldsymbol{\Phi} : (\boldsymbol{R}_n, \eta) \to (\bar{\boldsymbol{R}}_n, \bar{\eta})$ este un izomorfism semiizometric la dreapta;

III. dacă $\bar{\gamma} = \gamma$, $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}$ şi $\boldsymbol{\varphi} : (\boldsymbol{R}, \xi) \to (\bar{\boldsymbol{R}}, \bar{\xi})$ este un izomorfism semiizometric, atunci $\boldsymbol{\Phi} : (\boldsymbol{R}_n, \eta) \to (\bar{\boldsymbol{R}}_n, \bar{\eta})$ este un izomorfism semiizometric.

CONCLUZII GENERALE ŞI RECOMANDĂRI

Concluzii generale.

În algebra modernă şi, în particular, în teoria radicalilor pentru inele teoremele de izomorfism se aplică extrem de des. În cazul inelelor pseudonormate cea de a doua teoremă de izomorfism nu are loc. De aceea, apare necesitatea de a identifica anumite tipuri de omomorfisme şi izomorfisme pentru care analoage ale teoremei menționate să poată fi stabilite. În lucrarea de față sunt considerate izomorfismele semiizometrice (semiizometrice la stânga, semiizometrice la dreapta) de inele pseudonormate, analoagele celei de a doua teoreme de izomorfism pentru inelele pseudonormate, proprietățile acestor izomorfisme şi construcțiile cu inele pseudonormate care păstrează aceste izomorfisme.

Problema ştiințifică importantă soluționată constă în determinarea claselor de izomorfisme ale inelelor pseudonormate pentru care există analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism şi studiul proprietăților lor, ceea ce a condus la investigarea construcțiilor cu inele pseudonormate care păstrează aceste izomorfisme.

Astfel, în lucrare:

1. A fost studiată clasa izomorfismelor de inele pseudonormate, care sunt restricții de omomorfisme izometrice la diferite subinele. A fost demonstrat că a doua teoremă de izomorfism pentru inelele pseudonormate nu are loc în cazul izomorfismului izometric (Teorema 2.1).

2. A fost studiată clasa izomorfismelor de inele pseudonormate, care sunt restricții de omomorfisme izometrice la ideale unilaterale. Au fost demonstrate analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism pentru inelele pseudonormate în cazul izomorfismului semiizometric unilateral (Teorema 2.6, Teorema 2.7).

3. A fost studiată clasa izomorfismelor de inele pseudonormate, care sunt restricții de omomorfisme izometrice la ideale bilaterale. Au fost demonstrate analoage ale celei de a doua

teoreme de izomorfism pentru inelele pseudonormate în cazul izomorfismului semiizometric bilateral (Teorema 2.15, Teorema 2.22).

4. A fost studiată clasa izomorfismelor de inele pseudonormate, care sunt restricții de omomorfisme izometrice la subinele accesibile. Au fost demonstrate analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism pentru inelele pseudonormate în cazul superpoziției de izomorfisme semiizometrice (Teorema 2.25, Teorema 2.27).

5. A fost stabilită interconexiunea dintre izomorfismul semiizometric unilateral, izomorfismul semiizometric bilateral, izomorfismul izometric şi izomorfismul topologic de inele pseudonormate (Corolarele 2.10 – 2.12, 2.16 – 2.19).

6. A fost arătat că izomorfismul semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) este păstrat la trecerea la subinele de inele pseudonormate (Teorema 3.1).

7. Au fost obținute condiții suficiente de păstrare a izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la factorinele de inele pseudonormate (Teorema 3.2).

8. Au fost obținute condiții suficiente de păstrare a izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la completatul de inele pseudonormate (Teorema 3.4).

9. Au fost obținute condiții suficiente de păstrare a izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la limita sau supremumul unei familii de pseudonorme (Teorema 3.7, Teorema 3.11).

10. Au fost obținute condiții suficiente de păstrare a izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la suma directă finită de inele pseudonormate şi la trecerea la alte pseudonorme în inele (Teorema 3.15, Corolarul 3.16).

11. Au fost studiate unele construcții de pseudonorme în inelele de matrice şi determinate condiții suficiente pentru corectitudinea acestor construcții (Teorema 3.17, Remarca 3.18).

12. Au fost obținute condiții suficiente de păstrare a izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) la trecerea la inelul de matrice peste un inel pseudonormat (Teorema 3.19).

Contribuția personală a autorului constă în elaborarea construcției pseudonormei în inele de matrice, în elaborarea construcției pseudonormelor subinelelor în demonstrația teoremei despre superpoziția izomorfismelor semiizometrice a inelelor pseudonormate nilpotente, în demonstrația tuturor teoremelor şi propozițiilor din paragrafele 3.2 – 3.6.

Recomandări:

1. Rezultatele tezei pot servi drept support pentru teme de masterat şi pot constitui conținutul unor cursuri speciale pentru studenții şi masteranzii de la specialitătile matematice.
2. Rezultatele tezei pot fi aplicate la construirea teoriei generale a radicalilor pentru inelele pseudonormate.
3. Cercetarea poate fi prelungită în următoarele direcții:
   – studiul comportamentului izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) în alte construcții cu inele pseudonormate (produse semidirecte, produse Tikhonov, limite inverse);
   – studiul comportamentului izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) în inele pseudonormate cu proprietăți suplimentare;
   – aplicarea izomorfismelor semiizometrice (semiizometrice la stânga, semiizometrice la dreapta) în teoria inelelor Banach;
   – aplicarea în teoria inelelor Banach a construcției pseudonormei, elaborată pentru inelul de matrice.

BIBLIOGRAFIE

1. Андрунакиевич В.А., Рябухин Ю.М. Радикалы алгебр и структурная теория. Москва: Наука, 1979. 496 с.
2. Арнаутов В.И. Общая теория радикалов топологических колец. В: Известия АН РМ. Математика, 1996, т. 21, № 2, с. 5–45.
3. Арнаутов В.И. Полутопологический изоморфизм топологических колец. В: Математические исследования, 1969, т. 4, № 2, с. 3–16.
4. Арнаутов В.И., Водинчар М.И. Радикалы топологических колец. В: Математические исследования, 1968, т. 3, № 2, с. 31–61.
5. Арнаутов В.И., Водинчар М.И., Михалев А.В. Введение в теорию топологических колец и модулей. Кишинев: Штиинца, 1981. 176 с.
6. Арнаутов В.И., Водинчар М.И., Михалев А.В. Конструкции топологических колец и модулей. Кишинев: Штиинца, 1981. 172 с.
7. Базигаран Б., Главацкий С.Т., Михалев А.В. Топологический первичный квазирадикал. В: Фундаментальная и прикладная математика, 2004, т. 10, № 3, с. 11–22.
8. Бурбаки Н. Общая топология. Топологические группы, числа и связанные с ними группы и пространства. Москва: Наука, 1969. 392 с.

9. Бурбаки Н. Топологические векторные пространства. Москва: ИЛ, 1959. 410 с.
10. Водинчар М.И. Наследственные и специальные радикалы в топологических кольцах. В: Математические исследования, 1969, т. 4, № 2, с. 17–31.
11. Гельфанд И.М., Райков Д.А., Шилов Г.Е. Коммутативные нормированные кольца. Москва: Физматгиз, 1960. 316 с.
12. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. Москва: Наука, 1973. 400 с.
13. Курош А.Г. Радикалы колец и алгебр. В: Математический сборник, 1953, т. 33(75), №1, с. 13–26.
14. Наймарк М.А. Нормированные кольца. Москва: Наука, 1968. 664 с.
15. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. Москва: Наука, 1973. 527 с.
16. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. Москва: Наука, 1983. 272 с.
17. Хелемский А.Я. Банаховы и полинормированные алгебры. Общая теория, представления, гомологии. Москва: Наука, 1989. 464 с.
18. Arnautov V.I. Semitopological isomorphism of topological groups. In: Bulletin of Academy of Sciences of the Republic of Moldova. Mathematics, 2004, vol. 44, nr. 1, p. 15–25.
19. Arnautov V.I. Properties of accessible subrings of topological rings when taking quotient rings. In: Bulletin of Academy of Sciences of the Republic of Moldova. Mathematics, 2007, vol. 54, nr. 2, p. 4–18.
20. Arnautov V.I. Properties of one-sided ideals of topological rings. In: Bulletin of Academy of Sciences of the Republic of Moldova. Mathematics, 2006, vol. 50, nr. 1, p. 3–14.
21. Arnautov V.I., Glavatsky S.T., Mikhalev A.V. Introduction to the theory of topological rings and modules. New York: Marcel Dekker, Inc., 1996. 502 p.
22. Arnautov V.I. The theory of radicals of topological rings. In: Mathematica Japonica, 1998, vol. 47, nr. 3, p. 439–544.
23. Rickart Ch.E. General theory of Banach algebras. New York: Robert E. Krieger Publishing, 1960. 405 p.

LISTA PUBLICAȚIILOR AUTORULUI LA TEMA TEZEI

24. Алещенко С.А. Конструкции псевдонормированных колец, сохраняющие полуизометрический изоморфизм. În: Studia Universitatis Moldaviae. Ştiințe Exacte şi Economice, 2013, т. 67, № 7, с. 19–27.
25. Алещенко С.А. Некоторые конструкции псевдонормированных колец. В: Вестник науки Приднестровья, 2012, № 2, с. 147–155.

26. Алещенко С.А. Односторонний полуизометрический изоморфизм в кольце матриц. В: Математическое моделирование в образовании, науке и производстве. Тезисы VIII Международной конференции. Тирасполь: Изд. Приднестровского Университета, 2013, с. 131–132.
27. Алещенко С.А., Арнаутов В.И. Сужение изометрического гомоморфизма на достижимое подкольцо псевдонормированного кольца. В: Математическое моделирование в образовании, науке и производстве. Материалы IV Международной научно-практической конференции. Тирасполь: Изд. Приднестровского Университета, 2005, с. 163–164.
28. Aleschenko S.A. A semi-isometric isomorphism on a ring of matrices. In: International Conference Algebraic Systems and their Applications in Differential Eguations and other domains of mathematics. Chisinau: Institute of Mathematics and Computer Science of ASM, 2007, p. 5–6.
29. Aleschenko S. A semi-isometric isomorphism on a ring of matrices 2. In: The 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics dedicated to academician Mitrofan M. Ciobanu. Chişinău: Tiraspol State University, 2012, p. 8.
30. Aleschenko S. A semi-isometric isomorphism on a ring of matrices. In: Bulletin of Academy of Sciences of the Republic of Moldova. Mathematics, 2014, vol. 75, nr. 2, p. 74–84.
31. Aleschenko S.A. On some constructions of pseudonormed rings preserving semi-isometric isomorphisms. In: 5th International Algebraic Conference in Ukraine. Odessa: Odessa I.I. Mechnikov National University, 2005, p. 15–16.
32. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. About superposition of semi-isometric isomorphisms for nilpotent pseudonormed rings. In: 6th International Algebraic Conference in Ukraine. Kamyanets-Podilsky: Kamyanets-Podilsky State University, 2007, p. 16–17.
33. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Completion of of pseudonormed rings and semi-isometric isomorphism. In: 7th International Algebraic Conference in Ukraine. Kharkov: V.N. Karazin Kharkov State University, 2009, p. 12–13.
34. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Factor rings of pseudonormed rings. In: Second Conference of the Mathematical Society of the Republic of Moldova, dedicated to the 40 anniversary of the foundation of the Institute of Mathematics and Computer Science of ASM. Chişinău: Institute of Mathematics and Computer Science of ASM, 2004, p. 9–12.
35. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Quotient rings of pseudonormed rings. In: Bulletin of Academy of Sciences of the Republic of Moldova. Mathematics, 2006, vol. 44, nr. 1, p. 3–16.

36. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Properties of accessible subrings of pseudonormed rings when taking factor rings. In: The XIV-th Conference on Applied and Industrial Mathematics. Chisinau: Institute of Mathematics and Computer Science of ASM, 2006, p. 7–9.
37. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Properties of one-side ideals of pseudonormed rings when taking the quotient rings. In: International Conference on Radicals ICOR-2006. Kyiv: Kyiv National Taras Shevchenko University, 2006, p. 9–10.
38. Aleschenko S.A., Arnautov V.I. Properties of one-sided ideals of pseudonormed rings when taking the quotient rings. In: Bulletin of Academy of Sciences of the Republic of Moldova. Mathematics, 2008, vol. 58, nr. 3, p. 3–8.

ADNOTARE
la teză de doctor a dnei Alioşcenco Svetlana
"Izomorfismul semiizometric al inelelor pseudonormate şi proprietățile lui"

Teza este înaintată pentru obținerea gradului de doctor în științe matematice, la specialitatea 111.03 – Logică matematică, algebră şi teoria numerelor. Teza a fost elaborată la Universitatea de Stat din Tiraspol, Chişinău, în anul 2016.

Structura tezei. Teză este scrisă în limba rusă şi constă din introducere, trei capitole, concluzii generale şi recomandări, bibliografie din 85 titluri, 127 pagini de text de bază. Rezultatele obținute sunt publicate în 15 lucrări științifice.

Cuvinte-cheie: inel pseudonormat, ideal, inel factor, subinel, ideal unilateral, subinel accesibil, omomorfism izometric, izomorfism semiizometric.

Domeniul de studiu al tezei: studiul proprietăților omomorfismelor şi izomorfismelor de inele pseudonormate şi aplicațiile lor.

Scopul şi obiectivele lucrării:

– determinarea claselor de izomorfisme speciale ale inelelor pseudonormate pentru care există analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism;

– studiul proprietăților izomorfismelor speciale ale inelelor pseudonormate;

– studiul construcțiilor cu inele pseudonormate care păstrează izomorfismele speciale.

Noutatea şi originalitatea științifică:

– au fost definite conceptele de izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) pentru inelele pseudonormate;

– au fost elaborate criterii de izomorfism semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta);

– au fost stabilite unele proprietăți ale izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta);

– au fost demonstrate teoremele despre păstrarea izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) pentru unele construcții cu inele pseudonormate.

Problema științifică importantă soluționată constă în determinarea claselor de izomorfisme ale inelelor pseudonormate pentru care există analoage ale celei de a doua teoreme de izomorfism şi studiul proprietăților lor, ceea ce a condus la investigarea construcțiilor cu inele pseudonormate care păstrează aceste izomorfisme.

Semnificația teoretică şi valoarea aplicativă a lucrării constă în elaborarea unor metode de cercetare a izomorfismelor de inele pseudonormate privind semiizometricitatea (semiizometricitatea la stânga, semiizometricitatea la dreapta), stabilirea unor condiții suficiente de păstrare a izomorfismului semiizometric (semiizometric la stânga, semiizometric la dreapta) pentru unele construcții cu inele pseudonormate.

Implementarea rezultatelor științifice:

– rezultatele şi metodele dezvoltate în teză pot fi aplicate în investigațiile ulterioare ale izomorfismelor şi omomorfismelor de inele pseudonormate şi de inele Banach;

– rezultatele din teză pot fi aplicate în construirea teoriei generale a radicalilor pentru inelele pseudonormate;

– rezultatele din teză pot servi drept support pentru teme de masterat şi pot constitui conținutul unor cursuri speciale pentru studenții şi masteranzii de la specialitătile matematice.

АННОТАЦИЯ
на диссертацию Алещенко Светланы
«Полуизометрический изоморфизм псевдонормированных колец и его свойства»

Диссертация представлена на соискание ученой степени доктора математических наук, специальность 111.03 – Математическая логика, алгебра и теория чисел. Диссертация разработана в Тираспольском Государственном Университете, г. Кишинев, в 2016 году.

Структура диссертации. Диссертация написана на русском языке и состоит из введения, трех глав, общих выводов и рекомендаций, списка цитируемой литературы из 85 наименований, 127 страниц основного текста. По теме диссертации опубликовано 15 научных работ.

Ключевые слова: псевдонормированное кольцо, идеал, факторкольцо, подкольцо, односторонний идеал, достижимое подкольцо, изометрический гомоморфизм, полуизометрический изоморфизм.

Область исследования: изучение свойств гомоморфизмов и изоморфизмов псевдонормированных колец и их приложения.

Цель и задачи исследования:

– определение классов специальных изоморфизмов псевдонормированных колец, для которых имеют место аналоги второй теоремы об изоморфизме;

– исследование свойств специальных изоморфизмов псевдонормированных колец;

– исследование конструкций псевдонормированных колец, сохраняющих специальные изоморфизмы.

Научная новизна и оригинальность:

– были определены понятия полуизометрического изоморфизма (полуизометрического слева, полуизометрического справа) псевдонормированных колец;

– были доказаны критерии полуизометрического изоморфизма (полуизометрического слева, полуизометрического справа);

– были установлены некоторые свойства полуизометрического изоморфизма (полуизометрического слева, полуизометрического справа);

– были доказаны теоремы о сохранении полуизометрического изоморфизма (полуизометрического слева, полуизометрического справа) для некоторых конструкций псевдонормированных колец.

Решенная важная научная проблема заключается в определении и изучении классов изоморфизмов псевдонормированных колец, для которых имеют место аналоги второй теоремы об изоморфизме, что приведет к исследованию конструкций псевдонормированных колец, сохраняющих такие изоморфизмы.

Теоретическое значение и практическая ценность работы состоит в разработке методов исследования изоморфизмов псевдонормированных колец на полуизометричность (полуизометричность слева, полуизометричность справа), установлении достаточных условий сохранения полуизометрического изоморфизма (полуизометрического слева, полуизометрического справа) для некоторых конструкций псевдонормированных колец.

Внедрение научных результатов:

– результаты и методы, разработанные в диссертации, могут быть применены в дальнейших исследованиях изоморфизмов и гомоморфизмов псевдонормированных и банаховых колец;

– результаты диссертации могут быть применены при построении общей теории радикалов псевдонормированных колец;

– результаты диссертации могут служить пособием для студентов при выполнении магистерских диссертаций и могут составлять содержание некоторых спецкурсов для студентов математических специальностей бакалавриата и магистратуры.

ANNOTATION
of PHD thesis by Aleschenko Svetlana
“A semi-isometric isomorphism of pseudonormed rings and its properties”

This thesis is submitted to obtain a doctoral degree in Mathematics, specialty 111.03 – Mathematical logic, algebra and numbers theory. It was elaborated at Tiraspol State University, in Chisinau, 2016.

Thesis structure: the thesis is written in Russian and consists of an introduction, three chapters, general conclusions and recommendations, bibliography of 85 titles, 127 pages of main text. The obtained results are published in 15 scientific papers.

Keywords: pseudonormed ring, ideal, quotient ring, subring, one-sided ideal, accessible subring, isometric homomorphism, semi-isometric isomorphism.

Field of study of the thesis: belongs to study of properties of homomorphisms and isomorphisms of pseudonormed rings and their applications.

Thesis aim and objectives:

– determination of classes of special isomorphisms of pseudonormed rings for which analogues of the second isomorphism theorem hold;

– study of properties of special isomorphisms of pseudonormed rings;

– study of constructions of pseudonormed rings which are preserving special isomorphisms.

Scientific novelty and originality:

– were definited concepts of a semi-isometric isomorphism (semi-isometric isomorphism on the left, semi-isometric isomorphism on the right) of pseudonormed rings;

– were proved criterions of a semi-isometric isomorphism (semi-isometric isomorphism on the left, semi-isometric isomorphism on the right);

– were established some properties of a semi-isometric isomorphism (semi-isometric isomorphism on the left, semi-isometric isomorphism on the right);

– were proved theorems about preservation of a semi-isometric isomorphism (semi-isometric isomorphism on the left, semi-isometric isomorphism on the right) for some constructions of pseudonormed rings.

The important scientific solved problem consists of determination of classes of special isomorphisms of pseudonormed rings for which analogues of the second isomorphism theorem hold and study of their properties which led to study of constructions of pseudonormed rings which are preserving these isomorphisms.

The theoretical significance and applicative value of the thesis consists in development of research methods for isomorphisms of pseudonormed rings on semi-isometry (semi-isometry on the left, semi-isometry on the right), establishment of sufficient conditions of preservation of semi-isometric isomorphism (semi-isometric isomorphism on the left, semi-isometric isomorphism on the right) for some constructions of pseudonormed rings.

The implementation of the scientific results:

– the results and methods which are developed in the thesis can be applied for further investigations of isomorphisms and homomorphisms of pseudonormed rings and Banach rings;

– the results of the thesis can be applied to the construction of the general theory of radicals of pseudonormed rings;

– the results of the thesis can serve as support for master thesis and can be used as content for some special courses of undergraduate and graduate programs for students of mathematical specialties.

ALIOŞCENCO SVETLANA

IZOMORFISMUL SEMIIZOMETRIC AL INELELOR PSEUDONORMATE ŞI PROPRIETĂȚILE LUI

111.03 – LOGICĂ MATEMATICĂ, ALGEBRĂ ŞI TEORIA NUMERELOR

Autoreferatul tezei de doctor în ştiințe matematice

Aprobat spre tipar 29. 03. 2016	Formatul hârtiei A5
Tipar RISO	Tiraj ex. 60
Coli de tipar 1,68	Comanda nr.12

Tipografia Universității de Stat din Tiraspol, str. Gh. Iablocichin 5, mun. Chişinău, MD-2069