**MINISTERUL EDUCAȚIEI DIN REPUBLICA MOLDOVA**

**ACADEMIA DE ȘTIINȚE A MOLDOVEI**

**INSTITUTUL DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ**

Cu titlu de manuscris

C.Z.U: 519.872

**COSTEA ALINA**

# MODELAREA MATEMATICĂ A TRAFICULUI INFORMAŢIONAL ȘI ACTIVITĂȚII PORTULUI MARITIM

**112.03 – CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ŞI CERCETĂRI OPERAŢIONALE**

Autoreferatul tezei de doctor în ştiinţe matematice

**CHIŞINĂU, 2016**

Teza a fost elaborată la Academia de Științe a Moldovei, Chișinău

**Conducător științific:**
*Mişcoi Gheorghe*, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar, Academician al Academiei de Științe a Moldovei.

**Referenţi oficiali:**
1. **Constantinescu Eliodor Mihail**, doctor în matematică, profesor universitar, Universitatea Maritimă Constanța, România
2. **Benderschi Olga,** doctor în științe fizico-matematice, conferenţiar universitar, Universitatea de Stat a Moldovei

**Componența consiliului științific specializat:**
1. **Cataranciuc Sergiu**, doctor în ştiinţe fizico-matematice matematice, profesor universitar USM – președinte al CSȘ
2. **Hâncu Boris,** doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar universitar USM – secretar științific al CSȘ
3. **Lozovanu Dumitru,** doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice., profesor universitar, Institutul de Matematică şi Informatică al A.Ş.M
4. **Solomon Dumitru,** doctor habilitat în ştiinţe tehnice, profesor universitar, Universitatea ATIC
5. **Guțuleac Emilian,** doctor habilitat ştiinţe tehnice, profesor universitar, Universitatea Tehnică din Moldova
6. **Costaș Ilie,** doctor habilitat în informatică, profesor universitar, ASEM
7. **Memet Florența**, doctor în matematică, lector universitar, Universitatea Maritimă Constanța, România

Susținerea va avea loc la 21.12.2016, ora 15 în ședința Consiliului științific specializat **D 30.112.03-05** în cadrul Universității de Stat din Moldova, str. A. Mateevici 60, Chișinău, MD-2009, Republica Moldova, bloc IV, sala. 222

Teza de doctor și autoreferatul pot fi consultate la biblioteca Universității de Stat din Moldova și pagina web a CNAA (www.cnaa.acad.md).

Autoreferatul a fost expediat la

**Secretar științific al Consiliului științific specializat,**
**Hâncu Boris,** doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar universitar USM

**Conducător științific,**
*Mişcoi Gheorghe*, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar,
Academician al Academiei de Științe a Moldovei.

**Autor**
Costea Alina

## REPERELE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII

**Actualitatea temei de cercetare** Dezvoltarea vertiginoasă a reţelelor locale şi globale, apariţia noilor tehnologii de reţea capabile să menţină standardele QoS (Quality of Service) şi CoS (Class of Service) înaintează noi cerinţe în procesarea şi managementul fluxului informaţional.

Un rol deosebit de important în analiza şi optimizarea proceselor informaţionale îl joacă Teoria Aşteptării, în particular Teoria Sistemelor de Aşteptare cu Priorităţi. După cum s-a demonstrat recent, servirea cu prioritate apare ca servire optimală în clasa tuturor legilor de servire. Mai mult, diversificarea traficului informaţional în clase de priorităţi devine o procedură inevitabilă, actuală şi promiţătoare în reţelele contemporane şi tehnologiile moderne de reţea.

Însă noile cerinţe înaintate de practica contemporană solicită elaborarea, cercetarea şi aplicarea noilor modele matematice, capabile să descrie mai adecvat procesele reale.

*Quality of Service* (QoS) și tehnologiile *Class of Service* (CoS) joacă în prezent un rol important la analiza traficului de rețea, care este foarte variat și poate fi caracterizat în termenii de lățimea de bandă (bandwith, eng.), întârziere (delay, eng.), pierdere (loss, eng.), și accesibilitatea (availability, eng.)

Astăzi, majoritatea traficului se face în baza protocolului IP. Pe de o parte acesta este util, deoarece asigură un protocol unic de trafic și simplifică menținerea produselor hardware și software. Totuși, tehnologiile bazate pe IP au și multe neajunsuri. Conform protocolului IP pachetele sunt livrate prin rețea fără a avea o cale bine determinată. Aceasta conduce la faptul că nu se poate prezice calitatea servirii în astfel de rețele.

Principalul avantaj al teoriei așteptării este acela că ne pune la dispoziție informații extrem de importante despre timpii de așteptare, implicit despre timpii de așteptare a navelor în portul maritim care apar în sistem pe baza unor date minimale despre caracteristicile sosirilor în sistem, caracteristicile stațiilor de servire și disciplina sistemului.

În practică, teoria așteptării este folosită în special pentru a scoate în evidență disfuncționalitățile existente în cadrul unui sistem aflat în funcțiune și pentru a arăta direcțiile de eficientizare a funcționării acestuia prin indicarea valorilor pe care trebuie să le atingă anumite variabile de sistem pentru a se ajunge la un nivel satisfăcător al performanțelor.

Modelele fenomenelor de așteptare descriu procese și sisteme de servire cu caracter de masă, care se pot întâlni în diverse domenii de activitate practică.

**Descrierea situației în domeniul de cercetare și identificarea problemelor de cercetare** În studiul teoriei așteptării au fost mulți matematicieni care au adus o mare contribuție, printre aceștia numărându-se A.K. Erlang, A. Ia. Khincin, D.G. Kendall, F. Pollaczek, J. Little, J.F.C. Kingman, D.R. Cox, etc.

Un rol important în analiza sistemelor de așteptare, implicit în analiza sistemului maritim portuar, îl are coeficientul de trafic, cu ajutorul lui având posibilitatea de a stabili starea de încărcare a sistemului. Coeficientul de trafic are un rol foarte important deoarece dacă stabilim repartiția timpului de servire, pot fi determinate toate caracteristicile sistemului în funcție de acest parametru. Astfel apare necesitatea elaborării unor metode eficiente de evaluare a coeficientului de trafic în activitatea portuară.

Dacă valoarea coeficientului de trafic este foarte apropiată de 1, putem spune că sistemul este în trafic critic. Pentru aceste valori limită a caracteristicilor sistemelor de așteptare au fost obținute rezultate de către J.F.C. Kingman, W. Whitt, J. Abate, J.W. Cohen.

În cazuri reale (comenzi, clienți, apeluri, așteptarea navelor în port, etc.) unele cereri au nevoie de o anumită prioritate. Astfel apare necesitatea dezvoltării sistemelor de așteptare cu priorități. O dată cu studierea acestor modele, s-au discutat și dificultățile de ordin analitic, elaborându-se metode eficiente în studiul modelelor generalizate. Una dintre aceste metode este *metoda catastrofelor*”, sau, cu alte cuvinte, metoda introducerii unui eveniment aleatoriu suplimentar. Această metodă îşi are originea în lucrările D. Van. Danzig şi H. Casten, J. Runnenburg publicate în 1955 şi 1956, însă detaliat şi argumentat ea a fost dezvoltată de G. P. Klimov, B. V. Gnedenco, Э. A. Danielean, B. N. Dimitrov, G. P. Klimov, B. F. Matveev. O generalizare a metodei „catastrofelor” şi aplicarea ei pentru cercetarea modelelor cu priorităţi şi timp de orientare a fost dată de G. P. Klimov şi G. K. Mişcoi.

**Scopul și obiectivele lucrării** Realizarea prezentei teze a pretins implicit atingerea următorului scop: analizarea datelor din Portul Maritim Constanța și aplicarea algoritmilor care stabilesc staționaritatea sistemului. În vederea realizării scopului propus s-au trasat următoarele obiective:

- analiza datelor obținute din Buletinele informative și din Rapoartele anuale furnizate de Portul Constanța și de Autoritatea Navală Română

- analiza unor diverse modele matematice precum și legi de repartiție
- formularea algoritmilor în limbajul C++ în cazul în care sistemul de așteptare este fără priorități
- formularea algoritmilor pentru sistemele de așteptare cu priorități și analizarea coeficientul de trafic
- aplicarea algoritmilor numerici în activitatea portuară

**Metodologia cercetării științifice.** Drept bază teoretică și metodologică a tezei au servit studiile savanților autohtoni și străini, precum și surse de caracter enciclopedic în problemele teoriei așteptării. În lucrare au fost utilizate datele din Buletinele informative și Rapoartele anuale furnizate de Portul Constanța și de Autoritatea Navală Română. Teza conține o componentă practică obținută în baza modelărilor numerice a coeficientului de trafic pentru diverse modele și legi de repartiție. Drept bază metodologică pentru modelările efectuate au servit algoritmii numerici realizați de Benderschi O. și Bejan. A.

**Noutatea și originalitatea științifică** constă în formularea algoritmilor necesari pentru evaluarea coeficientului de trafic și aplicarea lor în activitatea portuară. Astfel se poate stabili dacă numărul de dane din portul maritim este suficient pentru eficacitatea sistemului portuar, dacă în anumite repartiții sistemul este viabil sau dacă pentru a fi mai performant mai trebuie făcute modificări și ce anume trebuie îmbunătățit.

**Semnificația teoretică** Suportul teoretic al cercetării s-a axat pe studierea unor lucrări științifice importante în domeniul teoriei așteptării. Modelele matematice ale teoriei așteptării joacă un rol important în modelarea, proiectarea, și analiza diverselor rețele informaționale contemporane. Dezvoltarea vertigionoasă a acestora, precum și apariția unor noi tehnologii de rețea precum tehnologiile înzestrate cu metodologiile Qos (quality of service) și CoS (class of service) înaintează noi cerințe asupra elaborării a noi modele matematice de așteptare. O caracteristică importantă a unui sistem de așteptare care are un aspect aplicativ bine definit îl reprezintă coeficientul de trafic, care ne arată încărcarea sistemului.

**Valoarea aplicativă a lucrării** este determinată de multitudinea de probleme practice rezolvate cu ajutorul acestor modelări. Algoritmii de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat studiați în lucrare permit realizarea programelor în limbajul C++, astfel evaluând caracteristicile numerice ale sistemului portuar.

**Implementarea rezultatelor științifice** Rezultatele obținute pot servi drept bază pentru determinarea fiabilității unui sistem. În cazul acestei teze, subiectele științifice ale cercetării și-au găsit aplicația în cadrul Portului Maritim Constanța, după cum reiese și din actul de implementare.

**Aprobarea rezultatelor științifice** Rezultatele investigațiilor din teză au fost prezentate și discutate într-un șir de ședințe din cadrul unor conferințe științifice, printre care: Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale, Chişinău, 2012, The 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics Chişinău, 2012, Conferința științifică internațională "Strategii de dezvoltare socio-economică a societății în condițiile globalizării", Chişinău, 2012, The 21 th conference on applied and industrial mathematics, Bucharest, România, 2013, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, Chișinău, Republica Moldova, 2014, Conferința internațională Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2015, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale Chişinău, Republica Moldova, 2016, Conferința internațională Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2016, Chișinău, Republica Moldova, 2016.

Rezultatele științifice obținute au fost aprobate în cadrul proiectului AȘM „Modele de așteptare semi-Markov", Tineri cercetători, 13.819.18.05A.

**Publicațiile la tema tezei** Rezultatele de bază ale tezei sunt publicate în 14 lucrări științifice, dintre care 9 teze prezentate la conferințe naționale și internaționale, 5 articole în reviste recenzate și 3 lucrări fără coautori.

**Volumul și structura tezei** Teza este scrisă în limba română și este structurată în trei capitole în care se discută despre aplicarea coeficientului de trafic în analiza sistemelor teoriei așteptării cu aplicare în portul maritim. Pe lângă cele trei capitole menționate, lucrarea conține concluzii generale și recomandări, introducere, adnotările în limbile română, rusă și engleză precum și o listă bibliografică ce cuprinde 101 titluri, 4 anexe și CV-ul autorului. Volumul total al tezei este de 143 de pagini, dintre care 120 pagini text de bază.

**Cuvintele cheie:** transformata Laplace-Stieltjes, modele generalizate de așteptare cu priorități, coeficient de trafic.

## CONȚINUTUL TEZEI

**Primul capitol** al tezei**, Evoluția cercetărilor în domeniul teoriei așteptării** are un caracter introductiv și are drept scop examinarea situației în domeniul de studiu al teoriei așteptării. În acest capitol s-au enunțat noțiunile de bază ale teoriei așteptării, arătându-se structura unui sistem de bază de așteptare cu o singură stație de servire, urmând ca în celelalte capitole să se aprofundeze și să se discute și despre sisteme de așteptare cu mai multe stații de servire, respectiv de sisteme de așteptare cu priorități. S-au detaliat noțiunile de transformată Laplace respectiv transformată Laplace-Stieltjes și s-a prezentat metoda "catastrofelor", a se vedea [2].

În **Capitolul al doilea, Modele clasice și contemporane pentru analiza traficului informațional portuar** sunt analizate modelele clasice necesare analizei traficului informațional portuar. S-a studiat modelul clasic $M/G/1$ și ecuația lui Kendall cu aplicarea în activitatea portuară, trecându-se la sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim.

Astfel, la *punctul 2.1, Modelul clasic M/G/1. Ecuația Kendall,* se consideră binecunoscutul model de aşteptare $M/G/1$ care constă dintr-o staţie de servire la care sosesc nave pentru a fi servite cu un flux Poisson de mesaje cu parametrul $\lambda > 0$ și cu repartiție exponențială $x \geq \text{Exp}(\lambda)$. Timpul de servire a mesajelor este o variabilă aleatoare *B* cu funcţia de repartiţie $B(x) = P\{B < x\}$. Vom defini perioada de ocupare ca intervalul de timp care începe cu sosirea mesajului în sistemul liber şi sfârşeşte când sistemul devine din nou liber, a se vedea [3]. Notăm prin $\Pi$ perioada de ocupare, iar prin $\Pi(x) = P\{\Pi < x\}$ funcţia de repartiţie. Fie $\beta(s)$ şi $\pi(s)$ transformatele Laplace-Stieltjes a funcţiilor $B(x)$ şi $\Pi(x)$, iar $\beta_1$ şi respectiv $\pi_1$ primele momente.

$$\pi(s) = \int_0^\infty e^{-sx} d\Pi(x) \text{ și } \beta(s) = \int_0^\infty e^{-sx} dB(x) = \int_0^\infty e^{-sx} d[1 - ex]$$

Are loc următorul rezultat, cunoscut ca ecuaţia funcţională Kendall pentru perioada de ocupare.

**Teorema 1 (Kendall).** *Transformata Laplace-Stieltjes* $\pi(s)$ *a funcţiei de repartiţie a perioadei de ocupare se determină în mod unic din ecuaţia funcţională*

$$\pi(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi(s)) \qquad (1)$$

*Dacă* $\lambda\beta_1 < 1$,

*atunci:*

$$\pi_1 = \frac{\beta_1}{1 - \lambda\beta_1} \qquad (2)$$

$$\pi_2 = \frac{\beta_2}{(1 - \lambda\beta_1)^3}$$

La *punctul 2.2, Sisteme de așteptare cu priorități cu aplicare în portul maritim,* am analizat sistemele de așteptare cu priorități cu aplicare în portul maritim. Considerăm sistemul $M_r / G_r / 1$ cu prioritate absolută. Conform acestei legi, servirea mesajului clasei cu o prioritate mai joasă este întreruptă de sosirea în sistemul de aşteptare a unui mesaj cu o prioritate mai înaltă. După ce sistemul se va elibera de toate mesajele de o prioritate mai înaltă ca acela, servirea căreia a fost întreruptă, cu mesajul întrerupt se va proceda în felul următor:

1. Mesajul întrerupt îşi continuă servirea, începând de la punctul întrerupt.
2. Mesajul întrerupt se pierde fără revenire în sistem.
3. Mesajul întrerupt se serveşte de la început

Vom introduce următoarele notaţii:

$\lambda_k$ – parametrul fluxului Poisson a clasei de prioritate $k$, $k = 1,..., r$,

$r$ – numărul claselor de prioritate.

$B_k(t)$ – funcţia de repartiţie a lungimii servirii a unui mesaj din clasa $k$.

$\beta_k(s) = \int_0^\infty e^{-st} dB_k(t)$ – transformata Laplace-Stieltjes a lui $B_k(t)$.

$\beta_{k1} = \int_0^\infty t dB_k(t)$ - momentul de primul ordin pentru mesajele de clasă k.

$\beta_{k2} = \int_0^{\infty} t^2 dB_k(t)$ - momentul de ordinul 2.

$\sigma_k = \lambda_1 + ... + \lambda_k$ – parametrul fluxului sumar de mesaje de prioritate $k$ şi mai mare decât $k$, $\sigma_0 = 0$, $\sigma_r = \sigma$.

$\Pi$ – variabila aleatoare a perioadei de ocupare.

$\Pi(t) = P\{\Pi < t\}$ – funcţia de repartiţie a perioadei de ocupare.

În continuare, pentru cele 3 legi de prioritate precizăm formulele necesare aflării coeficientului de trafic demonstrate de Gh. Mișcoi în monografia „Sisteme de așteptare cu priorități generalizate”, 2009 (în Rusă)

**Teorema 2** *Pentru legea de prioritate 1 când mesajul întrerupt îşi continuă servirea, începând de la punctul întrerupt au loc următoarele relaţii*

a) $h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1} - \sigma_{k-1}\pi_{k-1}(s))$ (3)

$\pi_{kk}(s) = h_k(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s))$ (4)

$\pi_{ki}(s) = \pi_{k-1,i}(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s))$ (5)

$\sigma_k \pi_k(s) = \lambda_1 \pi_{k1}(s) + ... + \lambda_k \pi_{kk}(s))$ 6)

*ce determină funcţiile* $h_k(s)$, $\pi_{ki}(s)$, $\pi_k(s)$, $i = 1,\dots,k$, $k = 1,\dots,r$, *unice şi analitice pentru* $Res > 0$, *unde* $| h_k(s) | < 1$, $| \pi_{ki}(s) | <1$, $| \pi_k(s)| < 1$;

b) Fie

$\rho_k = \lambda_1\beta_{11} + \lambda_2\beta_{21} + ... + \lambda_k\beta_{k1}$ (7)

Atunci pentru $\rho_k < 1$

$\sigma\pi_1 = \frac{\rho_1}{\rho}$ (8)

$$h_{k1} = \frac{\beta_{k1}}{1-\rho_{k-1}}$$

**Teorema 3.** *Pentru legea de prioritate 2 când mesajul întrerupt se aruncă, fără revenire în sistem, are loc următorul sistem recurent de ecuaţii funcţionale*

a) $$h_k(s) = \beta_k(s+\sigma_{k-1}) + \frac{\sigma_{k-1}}{s+\sigma_{k-1}}[1-\beta_k(s+\sigma_{k-1})]\pi_{k-1}(s) \tag{9}$$

$$\pi_{kk}(s) = h_k(s+\lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \tag{10}$$

$$\pi_{ki}(s) = \pi_{k-1,i}(s+\lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \tag{11}$$

$$\sigma_k \pi_k(s) = \lambda_1 \pi_{k1}(s) + ... + \lambda_k \pi_{kk}(s)) \tag{12}$$

*ce determină funcţiile* $h_k(s)$, $\pi_{ki}(s)$, $\pi_k(s)$, $i = 1\ldots k$, $k = 1,\ldots,r$, *unice şi analitice pentru* $Res > 0$, *unde* $|h_k(s)| < 1$, $|\pi_{ki}(s)| < 1$, $|\pi_k(s)| < 1$;

b) Fie

$$\rho_k = \lambda_1\beta_{11} + \frac{\lambda_2}{\sigma_1}[1-\beta_2(\sigma_1)] + ... + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}}[1-\beta_k(\sigma_{k-1})] \tag{13}$$

Atunci pentru

$$\rho_k < 1 \tag{14}$$

$$\sigma_k \pi_{k1} = \frac{\rho_k}{1-\rho_k} \tag{15}$$

$$h_{k1} = \frac{1-\beta_k(\sigma_{k-1})}{\sigma_{k-1}(1-\rho_k)}$$

**Teorema 4** *Pentru legea de prioritate 3 când mesajul întrerupt se serveşte de la început, au loc următoarele relaţii*

a) $$h_k(s) = \beta_k(s+\sigma_{k-1})\{1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s+\sigma_{k-1}}[1-\beta_k(s+\sigma_{k-1})]\pi_{k-1}(s)\}^{-1} \tag{16}$$

$$\sigma_k \pi_k(s) = \alpha_k \pi_{k1}(s) + ... + \lambda_k \pi_{kk}(s) \quad (i < k) \tag{17}$$

$$\pi_{kk}(s) = h_k(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \quad (18)$$

$$\pi_{ki}(s) = h_{k-1,i}(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \quad (19)$$

*ce determină funcţiile* $h_k(s)$, $\pi_{ki}(s)$, $\pi_k(s)$, $i = 1,\ldots,k$, $k = 1,\ldots,r$, *unice şi analitice pentru* $Re s > 0$, *unde* $|h_k(s)| < 1$, $|\pi_{ki}(s)| < 1$, $|\pi_k(s)| < 1$;

b) Fie

$$\rho_k = \lambda_1\beta_1 + \frac{\lambda_2}{\sigma_1}\left[\frac{1}{\beta_2(\sigma_1)} - 1\right] + \ldots + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}}\left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1\right] \quad (20)$$

Atunci pentru

$$\rho_k < 1 \quad (21)$$

$$\sigma_k \pi_{k1} = \frac{\rho_k}{1-\rho_k} \quad (22)$$

$$h_{k1} = \frac{1}{\sigma_{k-1}(1-\rho_k)}\left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1\right] \quad (23)$$

La *punctul 2.3, Analiza coeficientului de trafic pentru sistemele de aşteptare cu priorităţi aplicate în portul maritim,* am analizat coeficientul de trafic pentru sistemele de aşteptare cu priorităţi aplicate în portul maritim.

**Propoziţie.** Fie $\rho_k = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i b_i$ , unde

$$b_1 = \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + \lambda_1 c_{11}}$$

$$b_k = \Phi_1 \ldots \Phi_{k-1} \beta_{k1}(1 + \sigma_{i-1} c_{i1})$$

$$\Phi_1 = 1,$$

$$\Phi_i = 1 + (\sigma_i - \sigma_{i-1}\pi_{i-1}(\lambda_i) c_{i1}, \ 1 = 2,\ldots,k$$

Dacă $\rho_k < 1$,

atunci

$$\sigma_k \pi_{k1} = \frac{\Phi_2 \dots \Phi_k + \rho_{k-1}}{1-\rho_k}, \ \pi_{k1} = \frac{b_k}{1-\rho_k}$$

$$h_{k1} = \frac{b_k}{1-\rho_{k-1}}, \ v_{k1} = \frac{\Phi_2 \dots \Phi_{k-1}}{1-\rho_{k-1}} c_{k1}$$

Pentru sistemele de așteptare cu priorități, $M_r \left| G_r \right| 1 | \infty$, coeficientul de trafic $\rho$ poate fi calculat cu ajutorul formulelor analitice utilizând valoarea medie a timpului de servire și intensitățile fluxului de intrare.

Prin urmare, coeficientul de trafic pentru sistemul $M_r \left| G_r \right| 1 | \infty$ poate fi calculat astfel:

$$\rho = \sum_{k=1}^{r} a_k b_k ,$$

unde $b_k$ are următoarele expresii:

- pentru servirea timpului rămas:

$$b_k = M(B_k)$$

- pentru servirea neidentică:

$$b_k = \frac{1}{\sigma_{k-1}} \left[ \frac{1}{\beta_k \sigma_{k-1}} - 1 \right]$$

- pentru pierderea cererii:

$$b_k = \frac{1}{\sigma_{k-1}} [1 - \beta_k \sigma_{k-1}]$$

Dacă $\rho > 1$ atunci $\pi(0) < 1$ și $\Pi(t)$ este o funcție de repartiție improprie, adică $\lim_{t\to\infty} \Pi(t) < 1$, deci perioada de ocupare are o lungime infinită cu o probabilitate pozitivă.

Dacă $\rho < 1$ atunci $\pi(0) = 1$ și funcția de repartiție $\Pi(t)$ a perioadei de ocupare este proprie.

Valoarea funcției $\pi(s)$ se determină utilizând algoritmi numerici (clasic sau perfectat) elaborați pentru soluționarea ecuației multidimensionale Kendall.

La *punctul 2.4, Repartiția perioadei de ocupare pentru sisteme de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim,* am studiat repartiția perioadei de ocupare pentru sistemele de așteptare cu priorități.

Vom examina o $\Pi^n$ - perioadă. Presupunem că $\overline{P}_m(t)$ este probabilitatea că în momentul de timp $t \in \Pi^n$ în sistem se află $m$ mesaje. Fie

$$\Pi^n(z,t) = \sum_m \overline{P}_m(t) z^m$$

și

$$\pi^n(z,s) = \int_0^\infty e^{-st} \Pi^n(z,t) dt$$

transformata Laplace după $t$ a funcției $\Pi^n(z,t)$.

**Teoremă.** *Transformata Laplace a funcţiei generatoare a repartiţiei şirului de aşteptare pe $\Pi^n$ se determină din expresia*

$$\pi^n(z,s) = \pi(z,s) \frac{z^n - [\pi(s)]^n}{z - \pi(s)},$$

*unde $\pi(z,s)$ este transformata Laplace a funcţiei generatoare a lungimii şirului de aşteptare pe perioada de ocupare.*

**Teoremă** *Transformata Laplace a funcţiei generatoare a repartiţiei şirului de aşteptare pe perioada de ocupare se determină din expresia*

$$\pi(z,s) = \beta(z,s) \frac{z - \pi(s)}{z - \beta(s + a - az)}$$

*unde* $\beta(s+a-az)$ *este transformata Laplace-Stieltjes a funcţiei* $B(t)$ *în punctul* $s+a-az$.

În **capitolul al treilea, Elaborarea softwerului necesar și aplicarea lui în problemele de modelare a activității portuare,** au fost elaborați algoritmii de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat, algoritmii de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim, precum și aplicarea acestora pe baza datelor furnizate de Portul Maritim Constanța și de Autoritatea Navală Română.

La *punctul 3.1***.** am aplicat modelul $M/G/1$ în activitatea portuară.

În baza datelor obținute din Buletinele informative ale Portului maritim Constanța am analizat coeficientul de trafic atunci când repartiția șirului de așteptare este exponențială, așa cum s-a stabilit aplicând criteriul Kolmogorov-Smirnov, iar apoi am presupus că repartiția șirului de așteptare este Erlang de ordinul 2, Erlang de ordinul 3, Gamma cu parametrul $\alpha=4$, Gamma cu parametrul $\alpha=5$ sau repartiția este uniformă în intervalul $[a,b]$ dat.

În cazul în care coeficientul de trafic este mai mic decât 1, înseamnă că sistemul portuar lucrează în regim staționar, iar dacă valoarea coeficientului de trafic este mai mare ca 1, atunci înseamnă că deservirea navelor a fost mai lentă și sosirile navelor în dană au fost mai rapide, sosind în port un număr mai mare de nave, astfel realizându-se un șir mai mare de așteptare, a se vedea [1].

**Exemplul 1:** În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă acestea nu pot fi preluate imediat la o dană, așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare.

Fluxul este Poisson și repartiția este exponențială. Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp ($\lambda$) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp ($b$).

Valoarea inversă $1/\lambda$ este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B)=\frac{1}{b} \text{ și } M(z_k)=\frac{1}{\lambda}$$

Intervalul mediu dintre sosirile navelor în port pentru toate cele 5 dane este de 5 ore, iar timpul mediu de deservire a unei nave este de: 8 ore, 6 ore, 4,5 ore, 3 ore pentru fiecare dană.

Tabelul 1. Repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | Dana 2 | Dana 3 | Dana 4 | Dana 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $M(z_k)$ | 5 ore | 5 ore | 5 ore | 5 ore | 5 ore |
| $M(B)$ | 8 ore | 6 ore | 4,5 ore | 3 ore | 5,5 ore |
| $b$ | 0,12 | 0,16 | 0,22 | 0,33 | 0,19 |
| $\lambda$ | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |
| $\rho$ | 1,6 | 1,2 | 0,9 | 0,6 | 1,1 |
| $M_1$ | -2,6 | -6 | 9 | 1,5 | -11 |
| $M_2$ | -4,3 | -7,2 | 8,1 | 0,9 | -12,1 |
| $M_3$ | -12,5 | -25 | 50 | 7,7 | -100 |
| $M_4$ | -20 | -30 | 45 | 4,6 | -110 |

Din analiza Tabelului 1 observăm că danele 1, 2 și 5 nu sunt viabile, deoarece șirul de așteptare va crește nelimitat pentru că $\rho > 1$, în timp ce danele 3 și 4 au coeficientul de trafic mai mic de 1, astfel sistemul fiind viabil..

**Cazul sistemului $M_r \mid G_r \mid 1$ cu continuarea servirii întrerupte**

În acest caz, coeficientul de trafic se calculează după formula:

$$\rho_{k1} = \lambda_1\beta_{11} + \lambda_2\beta_{21} + ... + \lambda_k\beta_{k1}.$$

Sistemul este viabil dacă coeficientul de trafic este mai mic decât 1.

În continuare vom analiza acest coeficient de trafic în cazul în care timpul de servire al navelor din portul maritim are repartiția exponențială, uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$, este o repartiție Erlang de ordinul 2 sau o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$. Pentru aceste cazuri vom concluziona când sistemul este viabil. (coeficientul de trafic trebuie să aibă în toate cazurile valori subunitare)

**Exemplul 2:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 2. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\beta_{k1}$ | 0,14 | 0,2 | 0,25 | 0,33 | 0,16 |
| $\rho_k$ | 0,12 | 0,18 | 0,36 | 0,52 | 0,65 |

**Exemplul 3:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție uniformă în intervalul $[a_k,b_k]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 3. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție uniformă

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $[a_k,b_k]$ | [2,5] | [2,7] | [1,3] | [3,8] | [1,8] |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\beta_{k1}$ | 3,5 | 4,5 | 2 | 5,5 | 4,5 |
| $\rho_k$ | 3,15 | 4,5 | 5,9 | 8,65 | 12,25 |

**Exemplul 4:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Erlang de ordinul 2, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 4. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Erlang de ordinul 2

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\beta_{k1}$ | 0,28 | 0,4 | 0,5 | 0,66 | 0,33 |
| $\rho_k$ | 0,25 | 0,37 | 0,72 | 1,05 | 1,31 |

**Exemplul 5:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 5. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Gamma

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\beta_{k1}$ | 0,4 | 0,6 | 0,75 | 1 | 0,5 |
| $\rho_k$ | 0.36 | 0,54 | 1,06 | 1,56 | 1,96 |

**Cazul sistemului $M_r \mid G_r \mid 1$ cu pierderea mesajului întrerupt**

În acest caz, coeficientul de trafic se calculează după formula, a se vedea [12, 13]:

$$\rho_{k1} = \lambda_1\beta_1 + \frac{\lambda_2}{\sigma_1}\left[1-\beta_2(\sigma_1)\right] + ... + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}}\left[1-\beta_k(\sigma_{k-1})\right],$$

unde $\sigma_k = \lambda_1 + ... + \lambda_k$ .

Sistemul este viabil dacă coeficientul de trafic este mai mic decât 1.

În continuare vom analiza acest coeficient de trafic în cazul în care timpul de servire al navelor din portul maritim are repartiția exponențială, uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$, este o repartiție Erlang de ordinul 2 sau o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$.

**Exemplul 6:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$ , $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 6. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 0,12 | 0,17 | 0,3 | 0,4 | 0,49 |

**Exemplul 7:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$ , $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 7. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție uniformă

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $[a_k, b_k]$ | [2,5] | [2,7] | [1,3] | [3,8] | [1,8] |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 3,15 | 3,47 | 3,98 | 4,24 | 4,57 |

**Exemplul 8:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Erlang de ordinul 2, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 8. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Erlang de ordinul 2

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 0,25 | 0,34 | 0,57 | 0,73 | 0,89 |

**Exemplul 9:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 9. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Gamma

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 0,36 | 0,49 | 0,8 | 1 | 1,21 |

**Cazul sistemului $M_r \mid G_r \mid 1$ când mesajul întrerupt se servește de la început**

În acest caz, coeficientul de trafic se calculează după formula:

$$\rho_{k1} = \lambda_1\beta_1 + \frac{\lambda_2}{\sigma_1}\left[\frac{1}{\beta_2(\sigma_1)} - 1\right] + \ldots + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}}\left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1\right],$$

unde $\sigma_k = \lambda_1 + \ldots + \lambda_k$. Sistemul este viabil dacă coeficientul de trafic este mai mic decât 1.

În continuare vom analiza acest coeficient de trafic în cazul în care timpul de servire al navelor din portul maritim are repartiția exponențială, uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$, este o repartiție Erlang de ordinul 2 sau o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 4$.

**Exemplul 10:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,\ldots,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție $B_k(x) = 1 - e^{-b_k x}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \dfrac{b_k}{s + b_k}$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_1 = M(x) = \dfrac{1}{b_1} = 0{,}14$.

Tabelul 10. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 0,12 | 0,18 | 0,35 | 0,51 | 0,64 |

**Exemplul 11:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție $B_k(x) = \frac{x - a_k}{b_k - a_k}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \frac{1}{s(b_k - a_k)}(e^{-sa_k} - e^{-sb_k})$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_1 = M(x) = \frac{a_1 + b_1}{2} = 3{,}5$.

Tabelul 11. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție uniformă

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $[a_k, b_k]$ | [2,5] | [2,7] | [1,3] | [3,8] | [1,8] |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 3,15 | 11,9 | 16,4 | 763,3 | 824,7 |

**Exemplul 12:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Erlang de ordinul 2, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 12. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Erlang de ordinul 2

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 0,25 | 0,38 | 0,78 | 1,21 | 1,53 |

**Exemplul 13:** În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha=3$ , atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 13. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Gamma

| Caracteristicile terminalului | Dana 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 7 | 5 | 4 | 3 | 6 |
| $\lambda_k$ | 0,9 | 0,3 | 0,7 | 0,5 | 0,8 |
| $\sigma_k$ | 0,9 | 1,2 | 1,9 | 2,4 | 3,2 |
| $\rho_k$ | 0,36 | 0,57 | 1,26 | 2,14 | 1,79 |

În tabelele 3-13 sunt prezentate modelări numerice ale coeficietului de trafic în funcție de caracteristicile inițiale date de terminalul maritim. Ca parametri inițiali dați se consideră funcțiile de repartiție ale servirilor cu parametrii lor numerici precum și parametrii fluxului de intrare pentru clasa dată. Variind acești parametri, noi putem obține valori ale lui $\rho_{k1}$ mai mici ca 1, asigurând prin aceasta un proces normal de lucru fără supraîncărcarea terminalului. După cum se vede din tabelele prezentate, doar datele prezentate în Tabelul 2, Tabelul 6, Tabelul 8 și Tabelul 10 ne asigură un proces staționar fără supraîncărcare, deoarece doar datele inițiale din aceste tabele ne permit să obținem ca toți $\rho_k$ ( $k=1,...,5$ ) să fie mai mici ca 1. Evident că este suficient ca două valori ale coeficientului $\rho_k$ să fie mai mari sau egale cu 1 (ca în cazul tabelelor 5, 9 și 12) ca să fie stopată integral servirea, necontând faptul că în restul claselor procesul este staționar, dat fiind faptul că $\rho_1,..., \rho_3$ sunt mai mici ca 1. Modelările ne mai indică și clasa de prioritate în care trebuie să intervenim pentru a asigura exploatarea terminalului fără supraîncărcare.

La *punctul 3.3.* s-a elaborat algoritmul de modelare a repartiției perioadei de ocupare în activitatea portuară.

Următorul algoritm, elaborat de Gh. Mișcoi este un algoritm pentru soluția numerică a k perioadei de ocupare $\pi_k(s)$ cu un k-ciclu de schimbări $v_k(s)$, ciclul k de servire $h_k(s)$ și perioada kk $\pi_{kk}(s)$.

Input: $r, s^*, \varepsilon > 0, \{\lambda_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r, \{c_k(s)\}_{k=1}^r$;

Output: $\pi_k(s^*)$;

Description:

*If* $(k == 0)$ *then* $\pi_0(s^*) := 0$; *Return*

$k := 1$; $q := 1$; $\Lambda_0 := 1$;

*Repeat inc(q);*

$\Lambda_q := \Lambda_{q-1} + \Lambda_q$;

*Until* $q == r$;

*Repeat* $v_k(s) := c_k(s^* + \Lambda_{k-1}[1 - \pi_{k-1}(s^*)])$;

$$h_k(s^*) := \beta_k(s+\Lambda_{k-1}) + \left\{1 - \frac{\Lambda_{k-1}}{s^* + \Lambda_{k-1}}[1-\beta_k(s^* + \Lambda_{k-1})]\pi_{k-1}(s^*)v_k(s^*)\right\}^{-1};$$

$\pi_{kk}^{(0)}(s^*) := 0$; $n := 1$;

*Repeat* $\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*))$;

*inc(n)*;

*Until* $\left|\pi_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*)\right| < \varepsilon$

$$\pi_k(s^*) := \frac{\Lambda_{k-1}\pi_{k-1}(s^* + \lambda_k)}{\Lambda_k} + \frac{\Lambda_{k-1}}{\Lambda_k}(\pi_{k-1}(s^* + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s^*)) -$$

$$-\pi_{k-1}(s^* + \lambda_k))v_k(s^* + \lambda_k[1-\pi_{kk}(s^*)]) + \frac{\lambda_k}{\Lambda_k}v(s^* + \lambda_k - \lambda_k\pi_{kk}(s^*))\pi_{kk}(s^*);$$

*Inc(k);*

*Until* $k == r$;

End of Algorithm.

La *punctul 3.4* s-au aplicat în activitatea portuară algoritmii de modelare a coeficientului de trafic în cele trei cazuri analizate mai sus.

**Cazul $M_r|G_r|1$ cu continuarea servirii întrerupte**

**Exemplul 14:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de orientare are repartiția exponențială de parametrii $q_k$, $k = 1,...,5$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este: $\beta_k(s) = \dfrac{b_k}{s + b_k}$ și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este: $c_k(s) = \dfrac{q_k}{q_k + s}$.

Tabelul 14. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $q_k$ | 0,95 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,15 |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $b_k$ | 1,35 | 0,7 | 0,3 | 0,15 | 0,29 |
| $\rho_k$ | 0,1351 | 0,2401 | 0,2698 | 0,3371 | 0,4245 |

**Exemplul 15:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k=1,...,5$ și timpul de orientare are repartiția uniformă în intervalul $[c_1, c_2]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic

Tabelul 15. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție uniformă

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $[c_1, c_2]$ | [1,2] | [2,3] | [3,4] | [4,5] | [5,6] |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $\rho_k$ | 0,1874 | 0,3158 | 0,5198 | 1,6093 | 132,5432 |

**Exemplul 16:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k=1,...,5$ și timpul de

orientare are repartiția Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 16. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție Gamma

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 1,35 | 1.30 | 9,61 | 1199,22 | 483051,87 |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $\rho_k$ | 0,1351 | 0,3305 | 2,2531 | 278,0748 | 145193,6406 |

Din analiza tabelelor 14-16, observăm că în cazul în care repartiția, timpul de servire și timpul de orientare sunt exponențiale, sistemul este viabil, deoarece toate valorile coeficientului de trafic sunt mai mici decât 1, iar în cazul în care timpul de orientare ar avea repartiție uniformă pe un interval dat sau repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci sistemul începe să nu mai fie viabil, valorile coeficientului de trafic fiind mult mai mari decât 1, mai ales în cazul repartiției Gamma.

### 3.4.2. Cazul $M_r|G_r|1$ cu pierderea mesajului întrerupt

**Exemplul 17:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de orientare are repartiția exponențială de parametrii $q_k$, $k = 1,...,5$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 17 Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $q_k$ | 0,95 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,15 |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $b_k$ | 1,3 | 2,1 | 2,7 | 2,5 | 1,9 |
| $\rho_k$ | 0,1351 | 0,4501 | 0,9915 | 1,5813 | 2,1773 |

**Exemplul 18:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k=1,...,5$ și timpul de orientare are repartiția uniformă în intervalul $[c_1, c_2]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic .

Tabelul 18. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție uniformă

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $[c_1, c_2]$ | [1,2] | [2,3] | [3,4] | [4,5] | [5,6] |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $\rho_k$ | 0,1874 | 0.5725 | 2,3865 | 20,2136 | 914,0269 |

**Exemplul 19:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k=1,...,5$ și timpul de

orientare are repartiția Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 19. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 1,35 | 3,9 | 85.45 | 19623,5 | 3297925 |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $\rho_k$ | 0,1351 | 0,7211 | 17,8112 | 4531,2343 | 993908,75 |

Din analiza tabelelor 17-19, observăm că în nici un caz sistemul nu este viabil, deoarece în toate cele 3 exemple coeficientul de trafic este mai mare decât 1.

**Cazul $M_r|G_r|1$ când mesajul întrerupt se servește de la început**

**Exemplul 20:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k = 1,...,5$ și timpul de orientare are repartiția exponențială de parametrii $q_k$, $k = 1,...,5$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este: $\beta_k(s) = \dfrac{b_k}{s + b_k}$ și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este: $c_k(s) = \dfrac{q_k}{q_k + s}$.

Tabelul 20. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $q_k$ | 0,95 | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,15 |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $b_k$ | 1,35 | 2,62 | 6 | 14,1 | 11 |
| $\rho_k$ | 0,1351 | 0,5289 | 1,7470 | 4,9910 | 8,2942 |

**Exemplul 21:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k=1,...,5$ și timpul de orientare are repartiția uniformă în intervalul $[c_1, c_2]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 21. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție uniformă

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $[c_1, c_2]$ | [1,2] | [2,3] | [3,4] | [4,5] | [5,6] |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $\rho_k$ | 0,1874 | 0,6687 | 4,7502 | 102,80 | 5049,19 |

**Exemplul 22:** În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii $\lambda_k$, $k=1,...,5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii $b_k$, $k=1,...,5$ și timpul de

orientare are repartiția Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 22. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție Gamma

| Caracteristicile terminalului | Datele din Portul Constanța | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $b_k$ | 1,35 | 4,8 | 192,2 | 107930,2 | 18248624 |
| $\lambda_k$ | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,23 | 0,3 |
| $\rho_k$ | 0,1351 | 0,8676 | 39,3203 | 24863,2 | 5499450,5 |

Din analiza tabelelor 20-22, observăm că, la fel ca în cazul în care se pierdea mesajul de la început, în nici un caz sistemul nu este viabil, deoarece în toate cele 3 exemple coeficientul de trafic este mai mare decât 1.

## CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

**Concluzii generale asupra rezultatelor obținute:** Problema examinată în teza de doctor "*Modelarea matematică a traficului informațional și activității portului maritim*" face parte din direcția de cercetare din teoria așteptării ce ține de elaborarea algoritmilor și metodelor corespunzătoare obținerii staționarității unui sistem cu aplicații în diverse domenii. Rezultatele teoretice obținute în legătură cu algoritmii de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat cu aplicarea în portul maritim precum și algoritmii de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim Constanța, conduc la următoarele concluzii:

1. S-au analizat mai multe modelele de așteptare clasice și contemporane și s-au prezentat rezultatele analitice.

2. S-au formulat algoritmii numerici pentru determinarea caracteristicilor sistemului și s-au aplicat în activitatea portuară pentru diverse legi de repartiție.

3. Un rol foarte important în caracterizarea unui sistem de așteptare îl are coeficientul de trafic, fiind cel care ne indică încărcarea sistemului, astfel putând stabili în ce condiții sistemul este fiabil sau ar mai trebui îmbunătățit, astfel s-a analizat coeficientul de trafic în sistemele de așteptare cu priorități cu aplicarea în portul maritim.

4. S-au colectat datele din Buletinele informative și Rapoartele anuale furnizate de portul Constanța și Autoritatea Navală Română și s-au aplicat aceste valori în algoritmii de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat.

5. În baza algoritmilor s-au elaborat programele în limbajul de programare C++, astfel evaluând caracteristicile numerice ale sistemului portuar, utilizând datele colectate.

Teza conține o componentă practică, realizată în baza modelărilor numerice a coeficientului de trafic, aceste modelări fiind aplicate pentru a analiza situația portului maritim Constanța.

Rezultatele prezentate în lucrare pot servi ca suport pentru continuarea cercetărilor din domeniul teoriei așteptării, putându-se realiza algoritmi și pentru alte scheme ale sistemului de așteptare cu priorități.

**Problema științifică importantă soluționată** constă în aplicarea algoritmilor necesari stabilirii staționarității unui sistem aplicând datele din portul maritim Constanța pentru a stabili dacă mai este nevoie de modificări pentru a se eficientiza fluxul informațional în activitatea portuară. Modelările matematice ale coeficientului de trafic s-au realizat în funcție de mai multe legi de repartiție.

S-au studiat modele de așteptare cu intrări poissoniene și priorități în activitatea portuară. S-a modelat numeric procesul de sosire a navelor în terminalul maritim și s-au determinat anumiți parametri pentru funcțiile de repartiție ale servirilor și intrărilor în scopul stabilirii unui proces staționar.

**Recomandări:** În calitate de recomandări putem spune că în stadiul actual activitatea în portul maritim Constanța este eficientă, dar se preconizează o creștere a activității, astfel că propunem:

- Extinderea spre sud a danei de gabare din portul Constanţa

- Pentru eficientizarea operațiunilor portuare în vederea sporirii atractivității față de utilizatori și creșterea traficului de nave în portul maritim, propunem extinderea spre sud a danei de gabare din portul Constanța prin crearea unui teritoriu suplimentar de aproximativ 10.000 mp, care conferă condiții pentru realizarea unor lucrări de suprastructură.

- Deoarece în momentul actual în portul Constanța nu există o linie regulată de feriboturi RoRo, dar se preconizează că se va înființa o linie de feribot care să lege Constanța de regiunea Caucazului, astfel mărindu-se volumul prognozat de mărfuri, propunem instalarea unui terminal RoRo complet specializat care să acopere volumul de trafic preconizat.

- Algoritmii aplicați pentru stabilirea eficientizării unui sistem pot fi aplicați și în alte domenii.

## PUBLICAȚIILE AUTORULUI LA TEMA TEZEI

1. Gh. Mişcoi, R.I. Țicu, **A. Costea**, „*Distribution rules in seaport activities modeling*“, Analele Universităţii Maritime Constanţa, Year XIII, vol 17, ISSN 1582-3601, România, 2012, p. 211-212

2. O. Groza, Gh. Miscoi, L. Mitev, **A. Costea**, "*Method of catastrofes and its application to analyze generalized queueing models*", Revista științifică Studia Universitatis, Universitatea de Stat din Moldova, Nr. 2 (52), ISSN 1857-2073, Republica Moldova, 2012, p. 5-11

3. Gh. Mişcoi, **A. Costea,** "*Metode bazate pe aparatul transformatelor Laplace şi Laplace-Stieltje*“, Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", ISBN 978-9975-941-88-4, Chişinău, 2012, p. 106-114

4. Gh. Mişcoi, R.I. Țicu, **A. Costea,** „*Application of some performance characteristics of the queueing Theory for improvement of seaport activities*”, Abstracts of the 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2012, Chişinău, 22-25 august 2012, p.165-166

5. Gh. Mișcoi, D. Bejenari, L. Mitev, R.I. Țicu, **A. Costea,** "*Algoritmi numerici cu aproximații successive în soluționarea caracteristicilor modelelor exhaustive Polling*", În materialele Conferinței Științifice Internaționale "Strategii de dezvoltare socio-economică a societății în condițiile globalizării", Universitatea Liberă Internațională din Moldova, Chișinău, 15-16 octombrie 2012, p. 321-328

6. Gh. Mişcoi, **A. Costea**, R.I. Țicu, *"A modelling system for seaport activities*", the 21-th conference on applied and industrial mathematics, CAIM 2013, Bucharest, România, 19-22 september 2013, p. 66

7. Gh. Mişcoi, **A. Costea,** R.I. Țicu, "*Aplicarea sistemului de așteptare cu o singură linie în portul maritim*“, Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", ISBN 978-9975- 62-365-0, Chişinău, Republica Moldova, 2014, p 142-146

8. **A. Costea,** *„The application of modern information technologies in the port activity*", IMCS-50, The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, Chișinău, Republica Moldova, 19-23 August 2014, p. 344-347

9. **A. Costea**, R.I. Țicu, L. Ion, Gh. Mishkoy, *“The role of the traffic coefficient in the analysis of information processes in a seaport”*, Analele Universităţii Maritime Constanţa, Year XVI, vol 23, ISSN 1582-3601, România, 2015, p. 135- 138

10. **A. Costea,** „*Traffic coefficient analysis in different queueing systems*”, International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2015, Chișinău, Republica Moldova, 2-5 iulie 2015, p. 28-29

11. Gh. Mişcoi, **A. Costea,** R.I. Țicu, “*Modelarea activității terminalului maritim în baza coeficientului de trafic*”, Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale”, ISBN 978-9975-3099-8-1, Chişinău, Republica Moldova, 2016, p 242-252

12. Gh. Mişcoi, R.I. Țicu**, A. Costea, “***Evaluation algorithms of the waiting time of ships in a seaport***”,** International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2016, Chișinău, Republica Moldova, 24-26 iunie 2016, p. 45-46

13. Gh. Mișcoi, **A. Costea**, R.I.Țicu, C. Pomazan, “*Algorithms of evaluation of the waiting time and the modelling of the terminal activity based on the traffic coefficient of ships in the seaport*”, Ponte Academic Journal, August 2016, Volume 72, Issue 8, ISSN: 0032-423, Factor impact 0,724, p. 237-248

14. **A. Costea,** ”*Algoritmi de modelare a coeficientului de trafic în activitatea portu-ară*”, Revista științifică Studia Universitatis, Universitatea de Stat din Moldova, Nr. 2 (92), ISSN 1857-2073, Republica Moldova, 2016, p. 55-59.

## ADNOTARE

la teza de doctor “***Modelarea matematică a traficului informațional și activității portului maritim***”

înaintată de către Costea Alina pentru obținerea titlului de doctor în științe matematice la specialitatea 112.03- Cibernetică Matematică și Cercetări Operaționale

Teza a fost elaborată la Academia de Științe a Moldovei, Chișinău, în anul 2016.

**Structura tezei:** Teza este scrisă în limba română și conține introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie ce cuprinde 101 titluri, 4 anexe. Lucrarea conține 120 pagini de text de bază. Rezultatele obținute sunt publicate în 14 lucrări științifice.

**Cuvintele cheie:** clase de prioritate, coeficient de trafic, condiții de staționaritate

**Domeniul de studiu al tezei:** Teoria sistemelor de așteptare

**Scopul și obiectivele lucrării.** Analizarea datelor din Portul Maritim Constanța și aplicarea algoritmilor care stabilesc staționaritatea sistemului. Astfel s-au elaborat algoritmi în cazul în care sistemul este fără prorități precum și cazul în care analizăm coeficientul de trafic pentru sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim.

**Noutatea și originalitatea științifică** constă în formularea algoritmilor necesari pentru evaluarea coeficientului de trafic și aplicarea lor în activitatea portuară. Astfel se poate stabili dacă numărul de dane din portul maritim este suficient pentru eficacitatea sistemului portuar, dacă în anumite repartiții sistemul este viabil sau pentru a fi mai performant mai trebuie făcute modificări și ce anume trebuie îmbunătățit.

**Problema științifică importantă soluționată** constă în eficientizarea fluxului de informații în portul maritim, analizând coeficientul de trafic, care ne arată încărcarea sistemului portuar.

**Semnificația teoretică** este determinată de aplicarea tuturor noțiunilor din teoria așteptării în activitatea portuară.

**Valoarea aplicativă** S-au propus algoritmi de calcul ai coeficientului de trafic, astfel stabilindu-se eficacitatea portului Constanța.

**Implementarea rezultatelor științifice** Rezultatele obținute pot servi pentru stabilirea eficienței traficului maritim în portul Constanța. Algoritmii elaborați sunt realizați sub formă de programe în limbajul C++.

## АННОТАЦИЯ

к кандидатской диссертации " ***Математическое моделирование информациинoго потока и деятельности морского порта*** "

представленная Алиной Костеа для получения звания доктора математических наук по специальности 112.03 Математическая кибернетика и исследования операций.

Диссертация была разработана в Академии наук Молдовы, Кишинев, 2016.

**Структура диссертации:** Диссертация написана на румынском языке и содержит введение, три главы, выводы и рекомендации, библиография, содержащая 101 наименований, 4 приложения к нему. Она содержит 120 страниц основного текста. Результаты исследования опубликованы в 14 научных работах.

**Ключевые слова:** классы приоритета, коэффициент загрузки, условия стационарности.

**Область исследования диссертации:** Теория массового обслуживанея.

**Цель и задачи.** Анализ данных морского порта Констанца и разроботка алгоритмов, для определения стационарность системы. Были разработаны алгоритмы для случая когда система не имеет приоритета и для случая анализа коэффициента загрузки для систем ожидания с приоритетом в обслуживании морского порта.

**Научная новизна** заключается в разработке алгоритмов, необходимых для оценки коэффициента загрузки и их применение в портовой деятельности. Это позволит определить, является ли число причалов морского порта достаточным для эффективной портовой системы, если система жизнеспособна при определенных распределений, чтобы быть более эффективными или были внесены изменения и что необходимо улучшить

**Важная научная проблема которая была решена** состоит в оптимизации потока информации в морском порту, анализируя коэффициент загрузки, который показывает загруженность портовой системы.

**Теоретическое значение** определяется путем применения всех понятий из теории ожидания в портовой деятельности.

**Практическая ценность.** Были предложены алгоритмы для расчета коэффициента загрузки, анализировав таким образом эффективность порта Констанцы.

**Внедрение научных результатов.** Результаты могут служить для определения эффективности морских потоков в порту Констанца. Разработанные алгоритмы были реализованы в виде программного обеспечения на языке программирования C++.

## ANNOTATION

of the thesis **“*Mathematical modeling of informational traffic and seaport activity*”**

presented by Costea Alina for obtaining the doctor degree in Mathematics,

specialty 112.03- Mathematical Cybernetics and Operational Research

The thesis has been elaborated at the Academy of Sciences of Moldova, Chișinău, 2016.

**Thesis structure:** The thesis is written in Romanian and contains an introduction, three chapters, general conclusions and recommendations, bibliography of 101 titles, four annexes. The main text of the thesis comprises 120 pages. The basic results of the thesis are published in 14 scientific papers.

**Keywords:** priority classes, traffic coefficient, stationary conditions.

**The field of study of the thesis:** Queueing theory

**The aim of the research:** Analysis of data from Constanta Seaport and applying that determine stationarity system. Thus, algorithms have been elaborated if the system is without priorities and in the case in which we analyze the traffic coefficient for queueing systems with priorities applied in seaport.

**The scientific novelty and originality** consist in the application of algorithms necessary to the evaluation of the traffic coefficient and their application in seaport activity. This can determine if the number of berths seaport is sufficient for the effectiveness of port system if the system is viable under certain distributions to be more efficient or have made changes and what should be improved

**The important scientific solved problem** consist in streamline of information flow in seaport, analyzing the traffic coefficient, that shows us charging of seaport system.

**The theoretical significance** is determined by applying all the notions of queueing theory in seaport activity.

**The applicative value of the thesis** Have been proposed algorithms for the calculation of traffic coefficient, thus establishing the efficacy of Constanta seaport..

**The implementation of the scientific resulta** The result can serve for establishing efficiency of maritime traffic in the seaport of Constanta. The algorithms developed are made in the form of program using C++.

**COSTEA ALINA**

# MODELAREA MATEMATICĂ A TRAFICULUI INFORMAȚIONAL ȘI ACTIVITĂȚII PORTULUI MARITIM

## 112.03– CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ȘI CERCETĂRI OPERAȚIONALE

**Autoreferatul tezei de doctor**
**în științe matematice**


| | |
|---|---|
| Aprobat spre tipar: 21.11.2016 | Formatul hârtiei 60x84 1/16 |
| Hârtie ofset. tipar ofset. | Tirajul 50 ex. |
| Coli de tipar: 1.75 | Comanda nr. 144/16 |