

**MINISTERUL EDUCAȚIEI DIN REPUBLICA MOLDOVA
ACADEMIA DE ȘTIINȚE A MOLDOVEI
INSTITUTUL DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ**

Cu titlu de manuscris

C.Z.U.: 519.872

COSTEA ALINA

**MODELAREA MATEMATICĂ A TRAFICULUI
INFORMAȚIONAL ȘI ACTIVITĂȚII PORTULUI MARITIM**

**112.03– CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ȘI CERCETĂRI
OPERAȚIONALE**

Teză de doctor în științe matematice

Conducător științific:

Gheorghe Mișcoi
Dr.hab. în șt. fiz-mat., prof. Univ.,
Academician al A.Ș.M.

Autorul:

Alina Costea

CHIȘINĂU, 2016

© Costea Alina, 2016

CUPRINS

ADNOTĂRI.....	5
LISTA ABREVIERILOR.....	8
INTRODUCERE.....	10
1. EVOLUȚIA CERCETĂRILOR ÎN DOMENIUL TEORIEI AȘTEPTĂRII ÎN ASPECTUL MODELĂRII TRAFICULUI INFORMAȚIONAL	
1.1. Aplicarea standardelor QoS și CoS.....	16
1.2. Transformatele Laplace și Laplace-Stieltjes.....	19
1.3. Clasificarea sistemelor de așteptare.....	25
1.4. Concluzii la capitolul 1.....	40
2. MODELE CLASICE ȘI CONTEMPORANE PENTRU ANALIZA TRAFICULUI INFORMAȚIONAL PORTUAR	
2.1. Modelul clasic $M / G / 1$. Ecuația Kendall.....	41
2.2. Sisteme de așteptare cu priorități cu aplicare în portul maritim.....	51
2.3. Analiza coeficientului de trafic pentru sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim.....	60
2.4. Repartiția perioadei de ocupare pentru sisteme de așteptare cu priorități.....	66
2.5. Concluzii la capitolul 2.....	76
3. ELABORAREA SOFTWARELUI NECESAR ȘI APLICAREA LUI ÎN PROBLEMELE DE MODELARE A ACTIVITĂȚII PORTUARE	
3.1. Aplicarea modelului $M / G / 1$ în activitatea portuară.....	77
3.2. Algoritmi de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat cu aplicarea în portul maritim.....	88
3.3. Algoritmi de modelare a repartiției perioadei de ocupare în activitatea portuară.....	97

3.4. Algoritmi de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim.....	99
3.5. Concluzii la capitolul 3.....	118
CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI.....	119
BIBLIOGRAFIE.....	121
ANEXE	
Anexa 1. Codul sursă pentru coeficientul de trafic în cazul în care se continuă servirea întreruptă.....	128
Anexa 2. Codul sursă pentru coeficientul de trafic în cazul în care se pierde servirea.....	132
Anexa 3. Codul sursă pentru coeficientul de trafic în cazul în care mesajul întrerupt se servește de la început.....	136
Anexa 4. Act de implementare.....	140
DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII.....	141
CURRICULUM VITAE.....	142

ADNOTARE

la teza de doctor “*Modelarea matematică a traficului informațional și activității portului maritim*”

înaintată de către Costea Alina pentru obținerea titlului de doctor în științe matematice la specialitatea 112.03- Cibernetică Matematică și Cercetări Operaționale

Teza a fost elaborată la Academia de Științe a Moldovei, Chișinău, în anul 2016.

Structura tezei: Teza este scrisă în limba română și conține introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie ce cuprinde 101 titluri, 4 anexe. Lucrarea conține 120 pagini de text de bază. Rezultatele obținute sunt publicate în 14 lucrări științifice.

Cuvintele cheie: clase de prioritate, coeficient de trafic, condiții de staționaritate

Domeniul de studiu al tezei: Teoria sistemelor de așteptare

Scopul și obiectivele lucrării. Analizarea datelor din portul maritim Constanța și aplicarea algoritmilor care stabilesc staționaritatea sistemului. Astfel se vor formula algoritmi în cazul în care sistemul este fără priorități și cazul în care analizăm coeficientul de trafic pentru sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim.

Noutatea și originalitatea științifică constă în formularea algoritmilor necesari pentru evaluarea coeficientului de trafic și aplicarea lor în activitatea portuară. Astfel se poate stabili dacă numărul de dane din portul maritim este suficient pentru eficacitatea sistemului portuar, dacă în anumite repartiții sistemul este viabil sau pentru a fi mai performant mai trebuie făcute modificări și ce anume trebuie îmbunătățit.

Problema științifică importantă soluționată constă în eficientizarea fluxului de informații în portul maritim, analizând coeficientul de trafic, care ne arată încărcarea sistemului portuar.

Semnificația teoretică este determinată de aplicarea tuturor noțiunilor din teoria așteptării în activitatea portuară.

Valoarea aplicativă Se propun algoritmi de calcul ai coeficientului de trafic, astfel stabilindu-se eficacitatea portului Constanța.

Implementarea rezultatelor științifice Rezultatele obținute pot servi pentru stabilirea eficienței traficului maritim în portul Constanța. Algoritmii elaborați sunt realizați sub formă de programe în limbajul C++.

АННОТАЦИЯ

к кандидатской диссертации " *Математическое моделирование информационного потока и деятельности морского порта* "

представленная Алиной Костеа для получения звания доктора математических наук по специальности 112.03 Математическая кибернетика и исследования операций.

Диссертация была разработана в Академии наук Молдовы, Кишинев, 2016.

Структура диссертации: Диссертация написана на румынском языке и содержит введение, три главы, выводы и рекомендации, библиография, содержащая 101 наименований, 4 приложения к нему. Она содержит 120 страниц основного текста. Результаты исследования опубликованы в 14 научных работах.

Ключевые слова: классы приоритета, коэффициент загрузки, условия стационарности.

Область исследования диссертации: Теория массового обслуживания.

Цель и задачи. Анализ данных морского порта Констанца и разработка алгоритмов, для определения стационарности системы. Были разработаны алгоритмы для случая когда система не имеет приоритета и для случая анализа коэффициента загрузки для систем ожидания с приоритетом в обслуживании морского порта.

Научная новизна заключается в разработке алгоритмов, необходимых для оценки коэффициента загрузки и их применение в портовой деятельности. Это позволит определить, является ли число причалов морского порта достаточным для эффективной портовой системы, если система жизнеспособна при определенных распределений, чтобы быть более эффективными или были внесены изменения и что необходимо улучшить

Важная научная проблема которая была решена состоит в оптимизации потока информации в морском порту, анализируя коэффициент загрузки, который показывает загруженность портовой системы.

Теоретическое значение определяется путем применения всех понятий из теории ожидания в портовой деятельности.

Практическая ценность. Были предложены алгоритмы для расчета коэффициента загрузки, анализируя таким образом эффективность порта Констанцы.

Внедрение научных результатов. Результаты могут служить для определения эффективности морских потоков в порту Констанца. Разработанные алгоритмы были реализованы в виде программного обеспечения на языке программирования C++.

ANNOTATION

of the thesis “*Mathematical modeling of informational traffic and seaport activity*”

presented by Costea Alina for obtaining the doctor degree in Mathematics,

specialty 112.03- Mathematical Cybernetics and Operations Research

The thesis has been elaborated at the Academy of Sciences of Moldova, Chişinău, 2016.

Thesis structure: The thesis is written in Romanian and contains an introduction, three chapters, general conclusions and recommendations, bibliography of 101 titles, four annexes. The main text of the thesis comprises 120 pages. The basic results of the thesis are published in 14 scientific papers.

Keywords: priority classes, traffic coefficient, stationary conditions.

The field of study of the thesis: Queueing theory

The aim of the research: Analysis of data from Constanta Seaport and applying that determine stationarity system. Thus, algorithms have been elaborated if the system is without priorities and in the case in which we analyze the traffic coefficient for queueing systems with priorities applied in seaport.

The scientific novelty and originality consist in the application of algorithms necessary to the evaluation of the traffic coefficient and their application in seaport activity. This can determine if the number of berths seaport is sufficient for the effectiveness of port system if the system is viable under certain distributions to be more efficient or have made changes and what should be improved.

The important scientific solved problem consist in streamline of information flow in seaport, analyzing the traffic coefficient, that shows us charging of seaport system.

The theoretical significance is determined by applying all the notions of queueing theory in seaport activity.

The applicative value of the thesis Have been proposed algorithms for the calculation of traffic coefficient, thus establishing the efficacy of Constanta seaport.

The implementation of the scientific results The result can serve for establishing efficiency of maritime traffic in the seaport of Constanta. The algorithms developed are made in the form of program using C++.

LISTA ABREVIERILOR

QoS - Quality of Service

CoS - Class of Service

$Exp(\lambda)$ - repartiția exponențială

$Erl(\lambda, k) = E_{k, \lambda}$ - repartiția Erlang de ordinul k

$Gamma(\alpha, \beta)$ - repartiția Gamma cu parametrii α și β

$U[a, b]$ - repartiția uniformă pe segmentul $[a, b]$

Π - perioada de ocupare

$M(X)$ - valoarea medie a evenimentului X

$\Pi(x)$ - funcția de repartiție a perioadei de ocupare

$\pi(s)$ - transformata Laplace-Stieltjes a funcției $\Pi(x)$

ρ - coeficient de trafic

λ_k - parametrul fluxului de intrare

W - timpul de așteptare în sistem

R - timpul rezidual de servire

N_q - numărul de clienți care așteaptă

T - timpul petrecut în sistem

W_k - timpul în care clienții cu clasa de prioritate k trebuie să aștepte să fie serviți

R_k - timpul rezidual de servire

$N_{q,k}$ - numărul de clienți cu clasa de prioritate k care așteaptă în sistem

T_k - timpul de așteptare al unui client cu clasa de prioritate k

σ_k – parametrul fluxului sumar de mesaje de prioritate k și mai mare decât k

β_{k1} - momentul de primul ordin pentru mesajele de clasă k

β_{k2} - momentul de ordinul 2

Π_k - k – perioadă de ocupare

Π_{kk} - kk – perioadă de ocupare

H_k – perioada de servire deplină a unui mesaj de prioritate k

INTRODUCERE

Dezvoltarea vertiginoasă a rețelelor locale și globale, apariția noilor tehnologii de rețea capabile să mențină standardele QoS (Quality of Service) și CoS (Class of Service), înaintează noi cerințe în procesarea și managementul fluxului informațional.

Un rol deosebit de important în analiza și optimizarea proceselor informaționale îl joacă Teoria Așteptării, în particular Teoria Sistemelor de Așteptare cu Priorități. După cum s-a demonstrat recent [1 - 5], servirea cu prioritate apare ca servire optimă în clasa tuturor legilor de servire. Mai mult, diversificarea traficului informațional în clase de priorități devine o procedură inevitabilă, actuală și promițătoare în rețelele contemporane și tehnologiile moderne de rețea.

Însă noile cerințe înaintate de practica contemporană solicită elaborarea, cercetarea și aplicarea noilor modele matematice, capabile să descrie mai adecvat procesele reale.

Quality of Service (QoS) și tehnologiile *Class of Service* (CoS) joacă în prezent un rol important la analiza traficului de rețea, care este foarte variat și poate fi caracterizat în termenii de lățimea de bandă (bandwidth, eng.), întârziere (delay, eng.), pierdere (loss, eng.), și accesibilitate (availability, eng.).

Astăzi, majoritatea traficului se face în baza protocolului IP. Pe de o parte acesta este util, deoarece asigură un protocol unic de trafic și simplifică menținerea produselor hardware și software. Totuși, tehnologiile bazate pe IP au și multe neajunsuri. Conform protocolului IP pachetele sunt livrate prin rețea fără a avea o cale bine determinată. Aceasta conduce la faptul că nu se poate prezice calitatea servirii în astfel de rețele.

Totuși, astăzi, rețelele au de a face cu foarte multe tipuri de fluxuri de date, care se pot influența reciproc într-un mod foarte nefavorabil, fiind transmise prin rețea. Tehnologiile QoS și CoS servesc pentru a garanta că diverse aplicații pot fi întreținute cum se cuvine în rețelele IP.

Printre primele lucrări din domeniul teoriei așteptării sunt cele ale lui A.K. Erlang [6, 7], apoi cele ale lui A. N. Kolmogorov [8], E. C. Molina [9]. În lucrarea lui A. M. Lee [10] sunt numeroase aplicații ale teoriei așteptării în aflarea soluțiilor unor probleme din lumea reală, cum ar fi metode de control a călătorilor, problema navelor în port, proiectarea de piste de aeroport, etc. Noțiuni importante se mai găsesc și în lucrările [11 - 18].

Principalul avantaj al teoriei așteptării este acela că ne pune la dispoziție informații extrem de importante despre timpii de așteptare, implicit despre timpii de așteptare a navelor în portul maritim care apar în sistem pe baza unor date minimale despre caracteristicile sosirilor în sistem, caracteristicile stațiilor de servire și disciplina sistemului.

Performanțele sistemelor de așteptare în condiții de suprasolicitare joacă un rol important în ceea ce privește percepția consumatorilor asupra calității serviciilor. Timpii de așteptare și întârzierile sunt inevitabili în cadrul acelor sisteme de așteptare, care răspund unor cereri aleatoare, a căror apariție în timp și spațiu este guvernată de anumite legi probabilistice, cunoscute sau necunoscute. A putea oferi, în cadrul unui sistem de așteptare, capacități de servire suficiente pentru a evita așteptările în absolut orice circumstanțe, implică costuri uriașe. Din acest motiv, scopul teoriei așteptării este acela de a ne asista în proiectarea unor sisteme de servire, în care există un echilibru între costurile de operare și timpii de așteptare ai utilizatorilor sistemului.

În practică, teoria așteptării este folosită în special pentru a scoate în evidență disfuncționalitățile existente în cadrul unui sistem aflat în funcțiune și pentru a arăta direcțiile de eficientizare a funcționării acestuia prin indicarea valorilor pe care trebuie să le atingă anumite variabile de sistem, pentru a se ajunge la un nivel satisfăcător al performanțelor.

Actualitatea și importanța problemei abordate. Modelele fenomenelor de așteptare descriu procese și sisteme de servire cu caracter de masă, care se pot întâlni în diverse domenii de activitate practică.

În studiul teoriei așteptării au fost mulți matematicieni care au adus o mare contribuție, printre aceștia numărându-se A.K. Erlang, A. Ia. Khincin, D.G. Kendall, F. Pollaczek, J. Little, J.F.C. Kingman, D.R. Cox.

Un rol important în analiza sistemelor de așteptare, implicit în analiza sistemului maritim portuar, îl are coeficientul de trafic, cu ajutorul lui având posibilitatea de a stabili starea de încărcare a sistemului. Coeficientul de trafic are un rol foarte important deoarece dacă stabilim repartitia timpului de servire, toate caracteristicile sistemului pot fi determinate în funcție de acest parametru. Astfel, apare necesitatea elaborării unor metode eficiente de evaluare a coeficientului de trafic în activitatea portuară.

Dacă valoarea coeficientului de trafic este foarte apropiată de 1, putem spune că sistemul este în trafic critic. Pentru aceste valori limită a caracteristicilor sistemelor de așteptare au fost obținute rezultate de către J.F.C. Kingman, W. Whitt, J. Abate [19 - 23], J.W. Cohen, O. Benderschi [24], A. Bejan [25], etc.

În cazuri reale (comenzi, clienți, apeluri, așteptarea navelor în port, etc.) unele cereri au nevoie de o anumită prioritate. Astfel apare necesitatea dezvoltării sistemelor de așteptare cu priorități. O dată cu studierea acestor modele, s-au discutat și dificultățile de ordin analitic, elaborându-se metode eficiente în studiul modelelor generalizate. Una dintre aceste metode este *metoda catastrofelor*, sau, cu alte cuvinte, metoda introducerii unui eveniment aleatoriu

suplimentar. Această metodă își are originea în lucrările D. Van. Danzig [26] și H. Kasten, J. Runnenburg [27] publicate în 1955 și respectiv 1956, însă detaliat și argumentat ea a fost dezvoltată de G. P. Klimov în monografia [28], prima ediție a căreia a apărut în anul 1966. B. V. Gnedenco, Ț. A. Danielean, B. N. Dimitrov, G. P. Klimov, B. F. Matveev au extins această metodă pentru cercetarea modelelor cu priorități, publicând în 1973 monografia fundamentală [29]. O generalizare a metodei „catastrofelor” și aplicarea ei pentru cercetarea modelelor cu priorități și timp de orientare a fost dată de G. P. Klimov și G. K. Mișcoi în monografia [30], publicată în anul 1979. Recent, această metodă a fost extinsă de G. K. Mișcoi și aplicată în cercetarea modelelor generalizate în monografia [31], apărută în 2009 la editura Academiei de Științe a Moldovei. Esența metodei „catastrofelor” constă în faptul că introducând un eveniment suplimentar („catastrofă”) se reușește să se atribuie un sens probabilist clar transformatorilor Laplace și Laplace-Stieltjes, după ce se precaută evoluția sistemului de așteptare și se determină aceste probabilități.

Scopul și obiectivele tezei Realizarea prezentei teze a pretins implicit atingerea următorului scop: analizarea datelor din portul maritim Constanța și aplicarea algoritmilor care stabilesc staționaritatea sistemului.

În vederea realizării scopului propus s-au trasat următoarele obiective:

- analiza datelor obținute din Buletinele informative și din Rapoartele anuale furnizate de Portul Constanța și de Autoritatea Navală Română
- analiza unor diverse modele matematice precum și legi de repartiție
- formularea algoritmilor în limbajul C++ în cazul în care sistemul de așteptare este fără priorități
- formularea algoritmilor pentru sistemele de așteptare cu priorități și analizarea coeficientului de trafic
- aplicarea algoritmilor numerici în activitatea portuară

Noutatea științifică a rezultatelor obținute Partea de noutate științifică constă în formularea algoritmilor necesari pentru evaluarea coeficientului de trafic și aplicarea lor în activitatea portuară. Astfel se poate stabili dacă numărul de dane din portul maritim este suficient pentru eficacitatea sistemului portuar, dacă în anumite repartiții sistemul este viabil sau pentru a fi mai performant mai trebuie făcute modificări și ce anume trebuie îmbunătățit.

Importanța teoretică și valoarea aplicativă a lucrării Modelele matematice ale teoriei așteptării joacă un rol important în modelarea, proiectarea, și analiza diverselor rețele informaționale contemporane. Dezvoltarea vertiginoasă a acestora, precum și apariția unor noi

tehnologii de rețea precum tehnologiile înzestrate cu metodologiile QoS (quality of service) și CoS (class of service) înaintează noi cerințe asupra elaborării a noi modele matematice de așteptare.

O caracteristică importantă a unui sistem de așteptare care are un aspect aplicativ bine definit îl reprezintă coeficientul de trafic, care ne arată încărcarea sistemului portuar.

Aprobarea rezultatelor Rezultatele de bază ale tezei sunt publicate în 14 lucrări științifice, dintre care 9 teze prezentate la conferințe naționale și internaționale, 5 articole în reviste recenzate și 3 lucrări fără coautori.

1. **Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale**, *“Metode bazate pe aparatul transformatorilor Laplace și Laplace-Stieltje”*, Gh. Mișcoi, A. Costea, Chișinău, 2012, p. 106-114

2. **The 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics** *„Application of some performance characteristics of the queueing Theory for improvement of seaport activities”*, Gh. Mișcoi, R.I. Țicu, A. Costea, Chișinău, 2012, p. 165-166

3. **Conferința științifică internațională “Strategii de dezvoltare socio-economică a societății în condițiile globalizării”**, *“Algoritmi numerici cu aproximații succesive în soluționarea caracteristicilor modelelor exhaustive Polling”*, Gh. Mișcoi, D. Bejenari, L. Mitev, R.I. Țicu, A. Costea, Chișinău, 15-16 octombrie 2012, p. 321-328

4. **The 21 th conference on applied and industrial mathematics** *“A modelling system for seaport activities”*, Gh. Mișcoi, A. Costea, R.I. Țicu, Bucharest, România, 19-22 september 2013, p. 66

5. **Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale”**, *“Aplicarea sistemului de așteptare cu o singură linie în portul maritim”*, Gh. Mișcoi, A. Costea, R.I. Țicu, Chișinău, 2014, p. 142-146

6. **The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova** *„The application of modern information technologies in the port activity”*, A. Costea, Chișinău, Republica Moldova, 19-23 August 2014, p. 344-347

7. **Conferința internațională Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2015**, *„Traffic coefficient analysis in different queueing systems”*, A. Costea, Chișinău, Republica Moldova, 2-5 iulie 2015, p. 28-29

8. **Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale**, *“Modelarea activității terminalului maritim în baza coeficientului de trafic”*, Gh. Mișcoi, A. Costea, R.I. Țicu, Chișinău, Republica Moldova, 2016, p. 242-252

9. Conferința internațională Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2016, “Evaluation algorithms of the waiting time of ships in a seaport”, Gh. Mișcoi, R.I. Țicu, A. Costea, Chișinău, Republica Moldova, 24-26 iunie 2016, p. 45-46

Rezultatele științifice descrise în teză au fost publicate în lucrările conferințelor menționate mai sus dar și în reviste de specialitate:

I. Analele Universității Maritime Constanța, „Distribution rules in seaport activities modelling, Gh. Mișcoi, R.I. Țicu, A. Costea, 2012, Year XIII, vol 17, ISSN 1582-3601, România, p. 211-212

II. Revista științifică Studia Universitatis, Universitatea de stat din Moldova “Method of catastrofes and its application to analyze generalized queueing models”, O. Groza, Gh. Mișcoi, L. Mitev, A. Costea, Nr. 2 (52), 2012, ISSN 1857-2073, Chișinău, p. 5-11

III. Analele Universității Maritime Constanța, “ The role of the traffic coefficient in the analysis of information processes in a seaport”, A. Costea, R.I. Țicu, Gh. Mișcoi, 2015, Year XVI, vol 23, ISSN 1582-3601, România, p. 135-138

IV. Ponte Academic Journal, “Algorithms of evaluation of the waiting time and the modelling of the terminal activity based on the traffic coefficient of ships in the seaport”, Gh. Mișcoi, A. Costea, R.I.Țicu, C. Pomazan, Volume 72, Issue 8, August 2016, ISSN: 0032-423X, Impact factor: 0,724, p 237-248

V. Revista științifică Studia Universitatis, Universitatea de stat din Moldova, „Algoritmi de modelare a coeficientului de trafic în activitatea portuară”, A. Costea, Nr. 2 (92), ISSN 1857-2073, Republica Moldova, 2016, p. 55-59

Rezultatele științifice obținute au fost aprobate în cadrul proiectului AȘM „Modele de așteptare semi-Markov”, Tineri cercetători, 13.819.18.05A.

Sumarul compartimentelor tezei Teza este structurată în trei capitole în care se discută despre aplicarea coeficientului de trafic în analiza sistemelor teoriei așteptării cu aplicare în portul maritim. Pe lângă cele trei capitole menționate, lucrarea conține concluzii generale și recomandări, introducere, adnotările în limbile română, rusă și engleză precum și o listă bibliografică ce cuprinde 101 titluri, 4 anexe și CV-ul autorului.

În introducere sunt formulate scopul și obiectivele tezei, se argumentează actualitatea temei de cercetare. Se formulează problema științifică cu menționarea importanței teoretice și a valorii aplicative a lucrării. Este dată o analiză succintă a publicațiilor la tema tezei și se încheie acest compartiment cu o sinteză a conținutului lucrării.

Primul capitol al tezei are un caracter introductiv și are drept scop examinarea situației în domeniul de studiu al teoriei așteptării. În acest capitol s-au enunțat noțiunile de bază ale teoriei așteptării, arătându-se structura unui sistem de bază de așteptare cu o singură stație de servire, urmând ca în celelalte capitole să se aprofundeze și să se discute și despre sisteme de așteptare cu mai multe stații de servire, respectiv despre sistemele de așteptare cu priorități. S-au detaliat noțiunile de transformată Laplace respectiv transformată Laplace-Stieltjes și s-a prezentat metoda “catastrofelor”. S-a descris un exemplu de sistem de așteptare din portul maritim.

În **Capitolul al doilea** sunt analizate modelele clasice necesare analizei traficului informațional portuar. S-a studiat modelul clasic $M/G/1$ și ecuația lui Kendall cu aplicarea în activitatea portuară, trecându-se la sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim. Un element important pentru analiza traficului informațional portuar este coeficientul de trafic astfel în acest capitol am cercetat coeficientul de trafic pentru sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim. S-a studiat cazul sistemului de așteptare cu prioritate în trei cazuri:

1. cazul în care se continuă servirea întreruptă;
2. cazul în care se pierde mesajul întrerupt;
3. cazul când mesajul întrerupt se servește de la început.

Capitolul al treilea este dedicat formulării algoritmilor de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat cu aplicarea în portul maritim precum și a algoritmilor de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim.

În compartimentul **Concluzii generale și recomandări** se prezintă concluziile generale asupra rezultatelor obținute în cadrul tezei. De asemenea, sunt expuse impactul și valoarea elaborărilor acestor rezultate în dezvoltarea domeniului dat. Se prezintă recomandările autorului în formă de sugestii privind cercetările de perspectivă.

În **Anexa 1** este prezentat codul sursă implementat în limbajul C++ pentru determinarea coeficientului de trafic în cazul în care se continuă servirea întreruptă.

În **Anexa 2** este prezentat codul sursă implementat în limbajul C++ pentru determinarea coeficientului de trafic în cazul în care se pierde servirea.

În **Anexa 3** este prezentat codul sursă implementat în limbajul C++ pentru determinarea coeficientului de trafic în cazul în care mesajul întrerupt se servește de la început.

În **Anexa 4** este prezentat actul de implementare.

1. EVOLUȚIA CERCETĂRILOR ÎN DOMENIUL TEORIEI AȘTEPTĂRII ÎN ASPECTUL MODELĂRII TRAFICULUI INFORMAȚIONAL

1.1. Aplicarea standardelor QoS și CoS

Quality of Service este în general un concept ce se referă la capacitatea rețelei de a furniza cel mai bun serviciu pentru circulația din rețeaua selectată după diverse tehnologii.

Fluxul, în sens larg este o combinație de pachete ce trec prin rețea. QoS permite furnizarea celei mai bune serviri în rețea pentru anumite fluxuri, stabilind prioritate mai înaltă pentru un flux sau limitând prioritatea altuia. Aceasta se poate face în diferite moduri, în special, proiectând mecanismele de management pentru liniile de așteptare. Se poate reprezenta construcția de bază a lui QoS din următoarele componente și pași:

- tehnica marcării QoS pentru coordonarea QoS "punct-la-punct" între elementele rețelei
- QoS în limitele singurului element al rețelei

QoS se referă la mai multe aspecte ale rețelelor de calculatoare care permit transportul traficului cu cerințe speciale. În domeniul rețelelor de calculatoare, termenul de ingineria traficului se referă mai degrabă la mecanismele de rezervare a resurselor decât realizarea calității serviciilor. Calitatea serviciului este abilitatea de a furniza diferite priorități diferitelor aplicații, utilizatori sau fluxurilor de date, sau pentru a garanta un anumit nivel de performanță a unui flux de date.

Pe internet și în alte rețele, QoS (Quality of Service) este ideea că vitezele de transmisie, ratele de erori și alte caracteristici pot fi măsurate, îmbunătățite, și, într-o anumită măsură, garantate în avans. QoS este de interes special pentru transmisia continuă a videourilor de înaltă lățime de bandă și informație multimedia. Transmisia acestui tip de conținut cu acuratețe este dificilă în rețele publice care utilizează protocoale obișnuite.

QoS (Quality of Service) se referă la o gamă largă de tehnologii și tehnici de rețea. Scopul QoS este de a oferi garanții privind capacitatea unei rețele pentru a obține rezultate previzibile. Elementele de performanță a rețelei în domeniul de aplicare de QoS includ adesea disponibilitatea lățimii de bandă (de transfer), latență (întârziere), și rata de eroare.

QoS presupune prioritizarea traficului în rețea. QoS pot fi orientate spre o interfață de rețea, spre un anumit server sau router de performanță, sau în funcție de aplicații specifice. Un sistem de monitorizare a rețelei portuare trebuie să fie implementat de obicei ca parte a QoS, pentru a asigura faptul că rețelele sunt performante la nivelul dorit. QoS este deosebit de important pentru noua generație de aplicații de Internet, cum ar fi VoIP, video-on-demand și alte servicii de consum.

CoS este un mod de gestionare a traficului în rețea prin gruparea tipurilor similare de trafic (de exemplu: e-mail, streaming video, voce, transfer al unui fișier mare) împreună și tratarea fiecărui tip ca o clasă cu propriul nivel de prioritate a serviciilor.

Spre deosebire de QoS de gestionare a traficului, CoS nu garantează un nivel a serviciului în termeni de lățime de bandă și timpul de livrare.

Class of Service este un concept al fluxului de intrare a rețelei divizat în diferite clase. Acest concept asigură serviciul dependent de clasă pentru fiecare pachet din flux în dependență de fiecare clasă de prioritate ce aparține lui. CoS furnizează stabilirea continuă a priorităților pentru structura retransmisiei și circulația ATM în rețele IP. În structura circulației CoS prioritățile sunt stabilite de codul *Servicii Diferențiate* la începutul unui pachet IP.

Sistemele de așteptare reprezintă orice tipuri de sisteme de servire unde clienții trebuie să aștepte în rând pentru servire atunci când serverul nu este disponibil sau este ocupat cu deservirea altor clienți. Astfel de tipuri de sisteme sunt actuale și se întâlnesc în activitățile de zi cu zi a vieții noastre, de exemplu în sisteme de transport maritim, în sisteme informaționale, în sisteme de telecomunicații, în sisteme de fabricație, etc. De exemplu, există clienți care ar putea fi oameni sau obiecte, unde elementele (cerințele) ar putea fi pachete de date, nave într-un port maritim, etc. De asemenea, într-un astfel de sistem sunt furnizori de servire care oferă facilități pentru elementele care urmează să fie servite. De exemplu: Sistemul Internet. Oamenii trimit mesaje și pachete informaționale prin acest sistem pentru a fi prelucrate și transmise către o destinație. Cineva poate considera pachetele ca elemente care trebuie să fie prelucrate pentru un client. Furnizorul de Servicii Internet (ISP) se asigură că clientul este deservit cu resurse pentru a obține pachetele procesate și trimise la destinația corectă fără întârziere și cu probabilitatea pierderii minimă.

Clientul plătește pentru un serviciu și se așteaptă la o anumită calitate QoS (quality of service) a servirii, proporțional cu taxa achitată. În lumea ideală clienții ar dori procesarea pachetelor imediată și ISP-ul ar dori să obțină venituri maxime posibile fără a suporta orice costuri. Însă, în lumea reală resursele necesare pentru deservirea pachetelor costă bani și ISP-ul trebuie să obțină profit, astfel că dorește să ofere cea mai eficientă sumă a resurselor, în timp ce clientul care plătește pentru serviciu setează ținta ei QoS care trebuie îndeplinită de către ISP. În proiectarea unui sistem de așteptare este necesar a găsi configurații optime și reguli care vor optimiza profitul pentru ISP și vor îndeplini QoS a clienților. În scopul de a face acest lucru avem nevoie să înțelegem modul în care sistemul de așteptare lucrează în conformitate cu diferite configurații și reguli.

Unele caracteristici ce prezintă interes pentru un operator de sistem de așteptare sunt următoarele:

- *Lungimea șirului de așteptare*: Lungimea șirului de așteptare se referă la numărul de elemente, în acest caz pachete (nave), care sunt în așteptare într-o oarecare locație sau loc de așteptare, pentru a fi prelucrate. Acest lucru este adesea un indiciu despre cât de calitativ este un sistem de așteptare. Cu cât lungimea șirului de așteptare este mai lungă cu atât mai rea este calitatea de deservire din punctul de vedere al utilizatorului, cu toate că, nu întotdeauna aceasta este corectă.

- *Probabilitatea de pierdere a cerinței*: Dacă locul de așteptare în care elementele trebuie să aștepte este limitat, ceea ce se întâlnește foarte des în sistemele reale, atunci elementele care vor sosi după ce locul de așteptare este ocupat de alte elemente vor fi considerate pierdute și pot reveni la un moment de timp mai târziu. În sistemele de pachete de date pierderea unui pachet poate fi foarte inacceptabilă și clienții sunt îngrijorați de această probabilitate a perioadei de așteptare. Cu cât mai mare este această valoare cu atât mai rea este calitatea de deservire a sistemului din perspectiva clientului.

- *Timpul de așteptare*: Timpul de așteptare este durata de timp dintre sosirea unui element în sistem și până la începerea servirii acestuia. Aceasta este caracteristica cea mai utilizată a calității sistemului de către clienții. Desigur, cu cât este mai mare această caracteristică cu atât este mai rea calitatea de servire a sistemului din punctul de vedere al clientului.

- *Timpul de sistem*: Acesta este timpul de așteptare plus timpul pentru a fi servit. Acesta este perceput în același mod ca și timpul de așteptare a începutului servirii cu excepția cazului când se ocupă cu un sistem preventiv unde unele elemente pot avea servirea uneori întreruptă.

- *Volumul de lucru*: Volumul de lucru reprezintă timpul necesar pentru a procesa elementele de așteptare și este egal cu suma dintre timpul rămas de servire a elementului în servire și timpul de servire a tuturor elementelor de așteptare într-un sistem de lucru de conservare. Într-un sistem de lucru de conservare servirea ce nu este completă este repetată și nici o lucrare nu este înlăturată. Un sistem de așteptare devine liber și serverul devine inactiv din moment ce volumul de muncă se reduce la zero.

- *Perioada de ocupare*: Perioada de ocupare reprezintă intervalul de timp care începe cu schimbul serverului către un nou șir, după ce șirul precedent deservit este liber, și sfârșește când șirul respectiv devine gol. Această măsură prezintă mai mult interes pentru ISP, care dorește să păstreze resursele sale utilizate în întregime. Deci, cu cât este mai mare această valoare cu atât mai satisfăcut este un ISP. Totuși, dacă sursa care este utilizată pentru a oferi servicii este umană,

cum ar fi la o bancă, într-un magazin alimentar, etc., atunci există o limită pentru timpul în care furnizorul de servire dorește să țină un server ocupat înainte ca serverul să devină inefficient.

În caz general, orice model de așteptare se caracterizează după următorii parametri:

- Numărul de șiruri de așteptare;
- Numărul de servere;
- Ordinea de servire;
- Disciplina de servire;
- Parametrul de intrare al fluxului de cereri;
- Servirea și comutarea (conectarea) de la un șir la altul.

1.2. Transformatele Laplace și Laplace-Stieltjes

În cercetarea modelelor matematice ale așteptării se folosesc cu succes diverse metode, fiecare având avantajele și neajunsurile ei. În cele ce urmează vom prezenta unele metode și procedee bazate pe aparatul transformatelor Laplace și Laplace-Stieltjes, a se vedea [32 - 35] vom aminti unele proprietăți și noțiuni, și vom prezenta o metodă de cercetare cu o bogată istorie de succes în obținerea a noi rezultate în Teoria Așteptării. Este vorba de așa numita metodă a „catastrofelor”.

1.2.1. Noțiunea de integrală Stieltjes

Fie funcțiile de variabilă reală $g(x)$ și $A(x)$ date pe intervalul $[a, b]$ și $A(x)$ este o funcție nedescrescătoare cu variație mărginită. Vom împărți intervalul $[a, b]$ în n mici segmente astfel

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_k < \dots < x_n = b,$$

și vom nota

$$\Delta_k = [x_{k-1}, x_k],$$

$$|\Delta_k| = x_k - x_{k-1},$$

$$\Delta = \max_{1 \leq k \leq n} |\Delta_k|, \quad 0 \leq k \leq n.$$

Vom considera suma integrală

$$J_n = \sum_{k=1}^n g(\xi_k) [A(x_k) - A(x_{k-1})] \quad (1.1)$$

unde $\xi_k \in \Delta_k$.

Vom precăuta m divizări ale segmentului $[a, b]$, $\{x_k^m\}$ astfel ca

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \Delta^m = 0,$$

unde

$$\Delta^m = \max_{1 \leq k \leq n} (x_k^m - x_{k-1}^m).$$

Dacă există limita sumei integrale (1.1) pe care o vom nota astfel

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n g(\xi_k) [A(x_k) - A(x_{k-1})] = \int_a^b g(x) dA(x),$$

atunci această limită se numește integrala Stieltjes a funcției $g(x)$ cu funcția de integrare $A(x)$.

Prin definiție se consideră

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x) dA(x) = \lim_{\substack{a \rightarrow -\infty \\ b \rightarrow +\infty}} \int_a^b g(x) dA(x).$$

Unele priorități ale integralei Stieltjes

$$\int_a^b dA(x) = A(b) - A(a)$$

Se observă că dacă $A(x)$ este funcție de repartiție a variabilei aleatoare X atunci

$$\int_a^b dA(x) = P\{a \leq X < b\}. \quad (1.2)$$

$$\int_a^b \sum_{k=1}^n g_k(x) dA(x) = \sum_{k=1}^n \int_a^b g_k(x) dA(x).$$

Dacă există derivata $\gamma(x) = A'(x)$

atunci

$$\int_a^b g(x) dA(x) = \int_a^b g(x) \gamma(x) dx.$$

Mai detaliat referitor la integrala Stieltjes a se vedea literatura din domeniu, sau cartea [36].

1.2.2. Transformata Laplace și proprietățile ei

Definiția 1.1: Se numește funcție original funcția $f : R \rightarrow C$ care satisface condițiile:

1. $f(t) = 0, t < 0$
2. f este derivabilă pe porțiuni
3. $\exists M > 0$ și $\sigma_0 \geq 0$ astfel încât $|f(t)| < Me^{\sigma_0 t}$

Definiția 1.2: Transformata Laplace a funcției original $f : [0, \infty) \rightarrow C$ este funcția

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt .$$

Teorema 1.1. Integrala care definește funcția de variabilă complexă F este convergentă în semiplanul $\{s \in C \mid \operatorname{Re} s > \sigma_0\}$ și uniform convergentă pe mulțimea $\{s \in C / \operatorname{Re} s > \sigma_0 + \varepsilon, \arg s \in [-\pi/2 + \alpha, \pi/2 - \alpha]\}$

Observație: Vom nota $L\{f(t)\}(s) = F(s)$

Proprietăți:

1. $L\{\alpha f(t) + \beta g(t)\}(s) = \alpha F(s) + \beta G(s)$ (proprietatea de liniaritate)
2. $L\{f(at)\}(s) = \frac{1}{a} L\{f(t)\}\left(\frac{s}{a}\right)$ (schimbarea de scară)
3. $L\{e^{at} f(t)\}(s) = F(s - a)$ (translația în complex)
4. $L\{f(t - a)u(t - a)\}(s) = e^{-sa} F(s)$ (translația la dreapta în real)
5. $L\{f(t + a)u(t)\}(s) = e^{sa} \left(F(s) - \int_0^a e^{-st} f(t) dt \right)$ (translația la stânga în real)
6. $L\{f'(t)\}(s) = sF(s) - f(0_+)$ (derivarea originalului)
7. $L\{f^{(n)}(t)\}(s) = s^n F(s) - s^{n-1} f(0_+) - s^{n-2} f'(0_+) - \dots - f^{(n-1)}(0_+)$
8. $L\{(-t)^n f(t)\}(s) = F^{(n)}(s)$ (derivarea transformatei)
9. $L\left\{\int_0^t f(u) du\right\}(s) = \frac{F(s)}{s}$ (integrarea originalului)
10. $L\left\{\frac{f(t)}{t}\right\}(s) = \int_s^{\infty} F(u) du$ (integrarea transformatei)

11. $\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = f(0_+)$ (teorema valorii inițiale)

12. $\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ (teorema valorii finale)

13. $L\{(f * g)(t)\}(s) = F(s)G(s)$, unde $(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$ este convoluția funcțiilor f și g .

În tabelul următor avem câteva dintre principalele transformate Laplace ale unor funcții.

Tabelul 1.1 Transformata Laplace

Funcția de timp $f(t)$	Transformata Laplace $F(s)$
$f(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1, t \geq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{s}$
$f(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ Ct^n, t \geq 0 \end{cases}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$f(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ e^{-\alpha t}, t \geq 0 \end{cases}$	$\frac{1}{s + \alpha}$
$f(t) = \cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$f(t) = \sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$

1.2.3. Proprietățile transformatei Laplace-Stieltjes

Pentru transformata Laplace-Stieltjes avem următoarele relații:

$$F^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dF(t) = s \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt$$

Transformata Laplace-Stieltjes poate fi obținută înmulțind de s ori transformata Laplace a funcției $F(t)$. Putem obține ușor transformata Laplace-Stieltjes din corespondența transformatei Laplace, după cum se observă din următorul tabel:

Tabelul 1.2. Transformata Laplace-Stieltjes

$F(t)$	$F^*(s)$
$F_1(t) + F_2(t)$	$F_1^*(s) + F_2^*(s)$
$aF(t)$	$aF^*(s)$
$F(t-a), (a > 0)$	$e^{-sa} F^*(s)$
$F(at), (a > 0)$	$F^*(s/a)$
$F'(t) = \frac{dF(t)}{dt}$	$s[F^*(s) - F(0)]$
$tF'(t)$	$-s \frac{dF^*(s)}{ds}$

Metoda „catastrofelor”, a se vedea [37] care va fi descrisă mai jos se bazează pe definițiile și proprietățile transformatelor Laplace și Laplace Stieltjes. Mai mult decât atât, aplicarea lor în problemele Teoriei Așteptării deseori ne permite să evităm anumite structuri complicate. Vom aduce un exemplu. Presupunem că se caută suma a două variabile aleatoare $C=A+B$ și se cere să se afle funcția de repartiție $C(x)$ a acestei sume. Din teoria probabilităților este știut că această funcție se determină ca rezultatul operației de convoluție a funcțiilor de repartiție $A(x)$ și $B(x)$,

$$C(x) = A(x) * B(x) = \int_0^{\infty} A(t-x)dB(x) = \int_0^{\infty} B(t-x)dA(x).$$

Dacă însă $\alpha(s)$ și $\beta(x)$ sunt transformatele Laplace-Stieltjes ale funcțiilor $A(x)$ respectiv $B(x)$, atunci

$$c(s) = \alpha(s) \cdot \beta(s), \quad (1.3)$$

unde prin $c(s)$ s-a notat transformata Laplace-Stieltjes a funcției $C(x)$. Expresia (1.3) ne arată că operația de convoluție se înlocuiește cu produsul simplu al transformatelor, ceea ce este un mare avantaj, deoarece se evită operația complicată de convoluție.

Fie funcția $A(t)$ de variabilă reală t care satisface condițiile:

1. $A(t)=0$ pentru $t < 0$ și pentru orice segment $[0, T]$, $A(t)$ dispune de variație mărginită.
2. Există numere reale s_0 și A , astfel încât $|A(t)| \leq Ae^{-s_0 t}$.

Atunci integrala

$$\bar{\alpha}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} A(t) dt,$$

există și funcția $\bar{\alpha}(s)$ se numește transformata Laplace a funcției $A(t)$.

Presupunem că funcția $A(t)$ este o funcție de repartiție. Atunci integrala

$$\alpha(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dA(t),$$

se numește transformata Laplace-Stieltjes a funcției de repartiție $A(t)$.

În continuare vom prezenta unele proprietăți a transformatelor mai sus menționate.

1. Transformata Laplace și transformata Laplace-Stieltjes sunt legate de expresia

$$\alpha(s) = s\bar{\alpha}(s).$$

2. Dacă $\xi_1, \dots, \xi_n$ sunt variabile aleatoare independente și $\alpha_i(s)$, este transformata Laplace-Stieltjes a funcției de repartiție a variabilei ξ_i , $i=1, \dots, n$, atunci transformata Laplace-Stieltjes $\alpha(s)$ a sumei $\xi = \xi_1 + \dots + \xi_n$ este

$$\alpha(s) = \prod_{i=1}^n \alpha_i(s).$$

3. Presupunem că există $\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = A$. Atunci $A = \lim_{s \downarrow 0} \alpha(s)$, unde $\alpha(s)$ este transformata Laplace-Stieltjes a funcției $A(t)$. Această proprietate este cunoscută ca teorema Tauber [14].

1.2.4. Metoda „catastrofelor”

Vom nota prin A durata „vieții” unui element, fie a unei siguranțe, iar prin $A(t)$ funcția sa de repartiție. Presupunem că independent de durata „vieții” se produc câteva evenimente, pe care le vom numi „catastrofe” și care formează un flux Poisson cu parametrul $s > 0$. Atunci numărul

$$\alpha(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dA(t), \quad (1.4)$$

este probabilitatea că în durata „vieții” nu s-a produs evenimentul „catastrofă”. Într-adevăr, conform proprietăților fluxului Poisson, probabilitatea $P_n(t)$ că în intervalul $[0, t)$ vor fi înregistrate n mesaje a fluxului Poisson cu parametrul s , este

$$P_n(t) = \frac{(st)^n}{n!} e^{-st}.$$

Din ultima expresie, pentru $n=0$ avem $P_0(t) = e^{-st}$. Cu alte cuvinte e^{-st} este probabilitatea că în $[0,t)$ nu a fost înregistrat (nu s-a produs) nici un mesaj al fluxului Poisson de „catastrofe”. Pe de altă parte conform definiției integralei Stieltjes avem

$$dA(t) = P\{A \in [t, t + dt)\}.$$

Astfel partea dreaptă a formulei (1.4) este probabilitatea că în timpul „vieții” elementului nu s-a produs nici un eveniment al fluxului de „catastrofe”, sau, cu alte cuvinte, nu s-a produs nici o „catastrofă”. În aceasta și constă metoda „catastrofelor”. Datorită introducerii unui eveniment aleatoriu suplimentar „catastrofă”, care evident că nu influențează asupra duratei „vieții” elementului precăutat, se atribuie transformatei Laplace-Stieltjes un sens probabilistic bine determinat. Deoarece s a fost luat arbitrar, concluzia este valabilă pentru orice $s > 0$.

1.3. Clasificarea sistemelor de așteptare

Din punct de vedere teoretic, studiul teoriei așteptării conține trei etape distincte, și anume: o primă etapă se ocupă cu tipul de repartiție al sosirilor și al serviciilor, în etapa a doua se determină indicatorii modelului, iar în etapa a treia se determină un criteriu după care trebuie luată decizia de îmbunătățire, a se vedea [38 - 40].

În practică, mijloacele materiale investite pentru crearea sau perfecționarea unui sistem de așteptare sunt limitate și se dorește a le utiliza în mod economic și științific justificat. Din acest punct de vedere, putem afirma că problema principală de aplicare a teoriei așteptării constă în stabilirea și justificarea cheltuielilor materiale necesare pentru atingerea unui nivel dat al calității servirii în fenomenele de așteptare cu caracter de masă. Rezultă că un rol important îl au indicatorii calității servirii: lungimea șirului de așteptare, volumul serviciilor efectuate într-o unitate de timp și alții.

Un model de așteptare, în general, poate fi descris astfel: există anumite elemente, aparținând unei mulțimi oarecare, care cer un anumit serviciu. Pentru acesta, elementul care cere un serviciu, vine la un moment dat dintr-un punct numit *sursă* și așteaptă până la un anumit moment, când el este chemat să fie servit de către o *stație* care va executa acest serviciu. După ce elementul este servit, părăsește aria fenomenului de așteptare.

Deci un model de așteptare este descris complet prin următoarele elemente: fluxul de intrare, numărul de stații de servire, durata de servire a cererilor, numărul locurilor de așteptare.

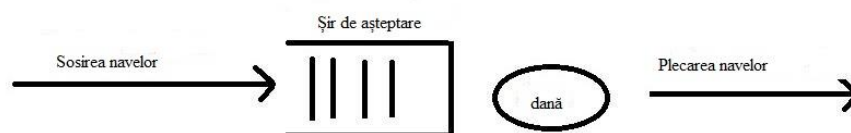


Fig. 1.1. Model de bază de sistem de așteptare cu un singur server

De exemplu, a se vedea [41], în cazul portului maritim, un sistem de așteptare reprezintă un model generic care se compune din trei elemente (Figura 1.1.):

- navele (consumatorii) care solicită un serviciu;
- stația de servire care are ca menire satisfacerea cererilor clienților într-un sistem de așteptare. Stația de servire poate avea o singură dană sau pot exista mai multe dane (număr finit sau infinit) identice care lucrează în paralel;
- firul de așteptare sau coada care se formează în cazul în care navele trebuie să aștepte.

Modelele din teoria așteptării se diferențiază între ele în ceea ce privește:

- legile de probabilitate ce guvernează sosirea clienților și servirea acestora;
- numărul danelor din stația de servire;
- disciplina firului de așteptare

Modelele de așteptare cu un singur nod sunt foarte importante în domeniul teoriei așteptării, deoarece acestea dau unele perspective foarte bune pentru studierea modelelor de așteptare complexe cu mai multe noduri.

Un model de așteptare cu un singur nod reprezintă un sistem de așteptare, în care o navă ajunge să fie preluată într-o singură dană. După ce nava a fost preluată, aceasta nu pleacă la o altă dană pentru preluare ulterioară, sau mai degrabă neglijăm ceea ce se întâmplă cu aceasta în alte dane, după ce servirea în locația curentă este finalizată.

Deoarece sistemul de servire are o capacitate limitată de prelucrare a cererilor, și cererile sosesc neregulat, atunci se formează periodic o coadă, iar uneori sistemul este inactiv, fiind în așteptarea cererilor. Astfel, sistemul are cheltuieli sau pierderi.

Modelele de așteptare sunt orientate spre descrierea procesului și ne ajută să înțelegem sistemul mai bine, dar nu ne furnizează cele mai bune soluții referitoare la numărul de stații de servire care să minimizeze costul total.

Dacă numărul de stații de servire este prea mare, se va scurta timpul de așteptare în șir, dar aceasta înseamnă costuri suplimentare pentru stațiile de servire.

Dacă stațiile de servire sunt prea puține, înseamnă că este un șir de așteptare mai lung și apar costuri adiționale datorate nemulțumirii clienților sau pierderii acestora.

Principalele componente ale unui sistem de așteptare sunt șirul de așteptare și unitatea sau unitățile de service. În șir se află clienții care așteaptă să fie serviți, iar în unitatea de servire se află clienții care sunt serviți și stația sau stațiile de servire.

Numărul clienților din șirul de așteptare, intervalul de timp dintre două sosiri consecutive și timpul de servire a unui client sunt variabile. În timp, sistemul se stabilizează și ne permite să determinăm o *rată medie de sosire*, aceasta fiind numărul de sosiri în unitate de timp și o *rată medie de servire*, aceasta fiind timpul mediu necesar servirii unui client, elemente care pot fi determinate prin observarea sistemului.

Definiția 1.3. *Sosirea clienților în șirul de așteptare vom presupune că se derulează după o distribuție Poisson, iar timpul dintre două sosiri consecutive după o distribuție exponențială.*

Definiția 1.4. Timpul necesar pentru servirea unui client se numește *timp de servire*, iar *rata de servire* reprezintă timpul mediu de servire a unui client. Vom presupune că *timpul de servire* a clienților se desfășoară după o *distribuție exponențială*.

Regula după care se desfășoară servirea clienților din șirul de așteptare este de obicei *primul venit – primul servit*. Această regulă este adesea modificată în funcție de prioritățile de servire sau de importanța clienților.

Definiția 1.5 *Numărul de stații de servire* este numărul de stații paralele care contribuie la servirea clienților din șirul de așteptare. Facilitățile de servire sunt fie cu o *stație unică*, fie cu *stații multiple*.

O soluție mai puțin costisitoare pentru controlarea timpului de așteptare este schimbarea numărului de stații, și nu influențarea ratei de sosire a clienților.

Definiția 1.6 *Numărul de clienți în sistem* este numărul de clienți din șirul de așteptare și numărul de clienți din stația sau stațiile de servire.

De obicei se presupune că lungimea șirului este nelimitată, fapt ce ajută la simplificarea modelului matematic. Totuși, dacă rata de servire este mai mică decât rata sosirilor, șirul tinde spre infinit și în acest caz avem nevoie de mai multe stații de servire. Optimizarea constă în determinarea numărului optim de stații de servire care să împiedice tendința ca lungimea șirului de așteptare să tindă la infinit.

Pentru a descrie un sistem de așteptare, în anul 1953 David G. Kendall a introdus notația de forma $A/B/m$, căreia i-au fost adăugate două simboluri, K și p , în anul 1968 de către Alec M. Lee.

Astfel, notația

$A/B/m/p/K$

este unanim acceptată pentru caracterizarea unui sistem de așteptare și este denumit notația lui Kendall. Semnificația acestor simboluri este:

A - se referă la procesul de sosire

B - se referă la timpii de servire

Intervalele de timp între sosiri precum și timpii de servire sunt variabile aleatoare independente și identic distribuite.

Distribuțiile posibile sunt:

M – distribuție markoviană (exponențială)

E_k – distribuție Erlang de ordinul k

H_k – distribuție hiperexponențială de ordinul k

G – distribuție generală (oarecare)

D – distribuție deterministă

m – este numărul de servere în sistem

p – este numărul de poziții în sistem

K – reprezintă capacitatea firului de așteptare (inclusiv clienții în curs de servire)

În sistemele elementare de așteptare se consideră că poate sosi un singur client (o singură navă) la un moment dat și există o singură clasă de clienți pentru care regula de servire este FIFO. Astfel, atât populația din care provin clienții (navele) cât și capacitatea firului de așteptare sunt infinite și în acest caz nu mai este necesară specificarea lor, parametrii p și K fiind precizați doar în cazul în care au valori finite. Dacă p este finit, spunem că sistemul de așteptare este închis, în caz contrar sistemul este deschis.

Exemple:

a) $M/M/2$ este un sistem de așteptare cu două servere și capacitate infinită. Duratele dintre sosirile consecutive ale clienților și duratele de servire au distribuții exponențiale.

b) $M/E_4/1/7$ este un sistem de așteptare cu un singur server și capacitate egală cu 7 (în sistem se pot afla cel mult 7 clienți simultan, 6 clienți în firul de așteptare și unul în curs de servire). Duratele dintre sosirile consecutive ale clienților au distribuții exponențiale iar duratele de servire au distribuție Erlang de ordinul 4.

c) $M/G/1/50$ este un sistem de așteptare închis, cu un singur server, capacitate infinită, populația de clienți are 50 de elemente. Duratele dintre sosirile consecutive ale clienților au distribuții exponențiale iar duratele de servire au distribuție generală.

Legea lui Little. Se poate spune că legea lui Little este una dintre cele mai importante

reguli din teoria așteptării. Ușor de înțeles și simplu de utilizat este frecvent aplicată pentru scopuri teoretice și practice. Se pare că legea lui Little poate fi extinsă pentru a deveni o propoziție de distribuție.

Conform [42] într-un sistem de așteptare care se află în regim staționar, numărul mediu de clienți din sistem este proporțional cu durata medie petrecută de un client în sistem, constanta de proporționalitate fiind rata medie de sosire a clienților în sistem.

$$M[X] = \lambda M[S],$$

unde $M[X]$ este numărul mediu de clienți din sistem și

$M[S]$ reprezintă durata medie petrecută de un client în sistem

Legea lui Little este fundamentală în analiza sistemelor de așteptare. Aceasta poate fi aplicată oricărui sistem, indiferent de tipul proceselor de sosire și de servire a clienților (singura condiție impusă acestor procese este de a fi staționare) și indiferent de regulile de operare a sistemului. Această lege poate fi aplicată rețelelor de așteptare cu configurație arbitrară precum și oricărui subsistem al unei rețele de așteptare.

1.3.1. Repartiții importante în teoria așteptării

În cazul sistemelor de așteptare vom utiliza mai multe tipuri de repartiție. În continuare vom detalia câteva dintre aceste repartiții

a. Repartiția exponențială

Fie X o variabilă aleatoare. Repartiția exponențială se notează cu $Exp(\lambda)$ și este egală cu:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \end{cases}$$

Repartiția exponențială are densitatea de repartiție :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0, \quad \lambda > 0$$

Valoarea medie este:

$$M(X) = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda x \left(-\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} \right) \Big|_0^{+\infty} + \lambda \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} dx = \frac{1}{\lambda}$$

Dispersia este:

$$D(X) = \int_0^{+\infty} \left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda \left[\left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \cdot \left(-\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\right) \right]_0^{\infty} + \frac{2}{\lambda} \int_0^{\infty} \left(x - \frac{1}{\lambda}\right) \cdot e^{-\lambda x} dx =$$

$$= \frac{1}{\lambda^2} + 2 \left(x - \frac{1}{\lambda}\right) \cdot \left(-\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\right) \Big|_0^{\infty} + \frac{2}{\lambda} \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x} dx = \frac{1}{\lambda^2} + \frac{2}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda} \cdot \left(-\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\right) \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Transformata Laplace a repartiției exponențiale este:

$$f(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} \lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{+\infty} e^{-(s+\lambda)t} dt = \left(\frac{\lambda}{\lambda+s}\right) \int_0^{+\infty} (\lambda+s) e^{-(s+\lambda)t} dt = \frac{\lambda}{s+\lambda}$$

b. Repartiția Erlang

Fie X o variabilă aleatoare. Aceasta are repartiția k-Erlang cu valoarea medie $\frac{k}{\lambda}$ dacă X este suma a k variabile aleatoare independente $X_1, \dots, X_k$ care au o repartiție exponențială comună, cu valoarea medie $\frac{1}{\lambda}$.

Repartiția Erlang pentru timpul de servire al mesajelor de ordinul k se notează cu

$$Erl(\lambda, k) = E_{k, \lambda}.$$

Variabila aleatoare X are distribuția Erlang egală cu:

$$f_X(x) = \lambda \frac{(\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

Variabila aleatoare X are funcția de repartiție:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x < 0 \\ \int_0^x \lambda \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda t} dt, & \text{dacă } x \geq 0 \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \int_0^x t^{k-1} \lambda e^{-\lambda t} dt$$

Integrând prin părți, obținem:

$$F(x) = \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \left(-t^{k-1} e^{-\lambda t} \Big|_0^x + \int_0^x (k-1) t^{k-2} e^{-\lambda t} dt \right) =$$

$$-\frac{(\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda x} + \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} \int_0^x t^{k-2} \lambda e^{-\lambda t} dt$$

Repetând integrarea prin părți, obținem:

$$F(x) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda x)^n}{n!} e^{-\lambda x}$$

Valoarea medie este:

$$M(X) = \frac{\lambda^k}{(k-1)!} \int_0^{+\infty} x^k e^{-\lambda x} dx = \frac{k}{\lambda}$$

Transformata Laplace-Stieltjes este dată de:

$$f(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda + s} \right)^k$$

Observație:

Dacă $k=1 \Rightarrow E_{1,k} = \text{Exp}(\lambda)$

$$\pi(t) = (1-\rho) \frac{1}{1-\rho t - \rho^2 t(1-t)/4}$$

c. Repartiția Gamma

Fie X o variabilă aleatoare. Aceasta are repartiția Gamma cu parametrii $\alpha > 0$ și $\beta > 0$ dacă are densitatea de repartiție:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, & \text{dacă } x \geq 0 \\ 0, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$$

Funcția de repartiție este:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x < 0 \\ \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-\lambda t} dt, & \text{dacă } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{unde: } \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{1-\alpha} e^{-x} dx$$

Pentru $\alpha = k \Rightarrow \Gamma(\alpha) = (k-1)!$ și repartiția Gamma devine repartiție Erlang.

$$\text{Valoarea medie este: } M(X) = \frac{\alpha}{\lambda}$$

$$\text{Dispersia este: } D(X) = \frac{\alpha}{\lambda^2}$$

Transformata Laplace-Stieltjes este:

$$f(s) = \int_0^{+\infty} e^{-sx} dF(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1} e^{-(\lambda+s)x}}{\Gamma(\alpha)} dx$$

$$f(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda + s} \right)^\alpha$$

d. Repartiția uniformă

Fie X o variabilă aleatoare. Aceasta are repartiția uniformă pe segmentul $[a, b]$ dacă are densitatea de repartiție:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{dacă } x \in [a, b] \\ 0, & \text{dacă } x \notin [a, b] \end{cases}$$

Funcția de repartiție este:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_a^x \frac{1}{b-a} dt = \frac{x-a}{b-a} \text{ pentru } x \in [a, b]$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{dacă } x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{dacă } x \in [a, b] \\ 1, & \text{dacă } x > b \end{cases}$$

Valoarea medie este:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx = \int_a^b \frac{x}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_a^b = \frac{a+b}{2}$$

Dispersia este:

$$D(X) = \int_a^b \frac{\left(x - \frac{a+b}{2}\right)^2}{b-a} dx = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Transformata Laplace-Stieltjes este:

$$f(s) = \frac{1}{s(b-a)}(e^{-sa} - e^{-sb})$$

e. Repartiția normală

Fie X o variabilă aleatoare. Aceasta are repartiția normală de parametri a și σ^2 dacă are densitatea de repartiție:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Funcția de repartiție este:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Valoarea medie este:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Pentru a calcula această integrală, facem substituția $x = \sigma \cdot t + a$ și obținem:

$$M(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma \cdot t + a) e^{-\frac{\sigma^2 t^2}{2\sigma^2}} \sigma \cdot dt = \frac{\sigma}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Deoarece $\int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0$, iar $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi}$ (integrala lui Poisson), obținem:

$$M(X) = a$$

Dispersia este:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)^2 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Folosind aceeași substituție, obținem:

$$D(X) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot \left(e^{-\frac{t^2}{2}} \right)' dt = -\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$D(X) = \sigma^2$$

Transformata Laplace-Stieltjes este:

$$f(s) = e^{\frac{\sigma^2 s}{2} - sa}$$

f. Repartiția normal standard

Dacă la repartiția normală luăm $a = 0$ și $\sigma = 1$, obținem repartiția normal standard cu densitatea:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Funcția de repartiție este:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Valoarea medie este:

$$M(X) = 0$$

Dispersia este:

$$D(X) = 1$$

Transformata Laplace-Stieltjes este:

$$f(s) = e^{-\frac{s^2}{2}}$$

1.3.2. Estimarea parametrilor

Repartițiile enunțate mai devreme pot furniza probabilitățile de apariție a diferitelor evenimente de interes dacă sunt cunoscuți parametrii distribuțiilor lor. În practică, de multe ori trebuie urmată o cale inversă, deoarece pentru anumite fenomene aleatoare trebuie să obținem informații privind tipul distribuțiilor și parametrii acestora pe baza unor date culese direct din sistemul analizat. Statistica matematică furnizează suportul pentru analizarea și interpretarea unor asemenea date [43]. Orice mulțime de elemente care formează obiectul unei analize statistice poartă denumirea de populație statistică iar elementele acesteia se numesc unități statistice sau indivizi. Numărul tuturor indivizilor dintr-o populație statistică se numește efectivul total al acelei populații sau *volumul populației*. Volumul unei populații statistice poate fi finit sau infinit. Analiza statistică poate avea în vedere una sau mai multe *caracteristici* (trăsături) comune tuturor indivizilor ce alcătuiesc populația statistică. O caracteristică se numește *cantitativă* dacă se poate măsura. În caz contrar, caracteristica se numește *calitativă*.

Informațiile privind valorile unei caracteristici nu se culeg de la întreaga populație, ci se consideră la întâmplare o submulțime finită a populației. Această submulțime și, implicit, valorile corespunzătoare caracteristicii studiate poartă denumirea de *eșantion* sau *selecție*. Procedul de extragere a unui eșantion dintr-o populație statistică se numește *sondaj*. Metodele de *inferență statistică* permit estimarea unei caracteristici a întregii populații pe baza datelor colecționate într-un eșantion.

Intuitiv, putem afirma că valoarea estimată (*estimator*) este cu atât mai apropiată de valoarea reală cu cât dimensiunea eșantionului investigat este mai mare; iar cele două valori coincid perfect dacă eșantionul cuprinde întreaga populație. De asemenea, indiferent de dimensiunea eșantionului investigat, acesta trebuie să fie reprezentativ pentru populația din care provine.

Aceste două aspecte conduc la proprietățile de *consistență* și *nedeviere* ale unui estimator.

Studiul următoarelor domenii constituie subiectul statisticii matematice:

A. Estimatori statistici. Diferite eșantioane ale aceleiași populații vor furniza estimatori distincți. Se poate pune problema determinării distribuției statistice a acestor estimatori. Dacă tipul distribuției (normală, exponențială, etc.) populației studiate este cunoscut, se poate pune problema estimării parametrilor necunoscuți ai populației. În același timp, trebuie precizat nivelul de încredere în acești estimatori.

B. Teste statistice. În cazul în care tipul distribuției populației studiate este necunoscut, atunci se pot efectua teste pentru a verifica dacă această distribuție este de un anumit tip. De

asemenea, în loc de a estima anumite proprietăți ale populației, se pot testa diferite ipoteze privind proprietățile funcției de distribuție a populației.

A. Estimatori statistici

Presupunem că o populație X are o distribuție specificată cu excepția valorii unui anumit parametru θ . (a se vedea [44]). Estimarea acestui parametru se va baza pe o colecție $x_1, x_2, \dots, x_n$ de realizări ale unui experiment statistic. Fiecare valoare x_i obținută experimental reprezintă, de fapt, o realizare a unei variabile aleatoare X_i . Mulțimea variabilelor aleatoare $X_1, X_2, \dots, X_n$ se numește eșantion de lungime n al populației X cu distribuția $F(x)$, dacă sunt mutual independente și au aceeași funcție de repartiție, $F_{X_i}(x) = F(x)$, pentru orice valori ale lui i și x .

O funcție $\hat{\Theta} = \hat{\Theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ utilizată pentru a estima valoarea parametrului θ al populației se numește estimator, iar o valoare a acesteia $\hat{\theta} = \hat{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ calculată pe baza realizărilor $x_1, x_2, \dots, x_n$ ale unui experiment statistic reprezintă o estimare a lui θ .

Funcția $\hat{\Theta} = \hat{\Theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ reprezintă un estimator nedeviat al parametrului θ dacă media sa coincide cu valoarea adevărată a lui θ :

$$M[\hat{\Theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)] = \theta \quad (1.3.1)$$

Valoarea medie empirică sau speranța matematică a eșantionului $X_1, X_2, \dots, X_n$, definită prin relația

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.3.2)$$

reprezintă un estimator nedeviat al valorii medii a populației $\mu = M[X]$, dacă există valoarea medie a populației.

$$M[\bar{X}] = M\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M[X_i] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M[X] = \frac{1}{n} \cdot n \cdot M[X] = M[X] = \mu \quad (1.3.3)$$

De asemenea, se poate calcula dispersia valorii medii a eșantionului ținând cont de independența variabilelor $X_1, X_2, \dots, X_n$,

$$\text{Var}[\bar{X}] = \text{Var}\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}[X_i] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \text{Var}[X] = \frac{\text{Var}[X]}{n} \quad (1.3.4)$$

Relația (1.3.4) ne arată că precizia valorii medii pe eșantion $\bar{X}$ ca estimator al valorii medii μ a populației crește o dată cu creșterea dimensiunii n a eșantionului, dacă dispersia populației $\text{Var}[X]$ este finită.

Se poate demonstra că funcția

$$\hat{\Theta}(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (1.3.5)$$

constituie un estimator deviat al dispersiei populației. Dar dispersia empirică a eșantionului $X_1, X_2, \dots, X_n$, definită prin relația

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (1.3.6)$$

constituie un estimator nedeviat al dispersiei populației, $\sigma^2 = \text{Var}[X]$.

Estimatorii (1.3.5) și (1.3.6) diferă foarte puțin atunci când lungimea eșantionului este suficient de mare, iar formula (1.3.6) se poate aplica atunci când populația investigată este infinită.

Pentru o populație finită de mărime N , un estimator nedeviat al dispersiei este:

$$\bar{S}^2 = \frac{1 - \frac{1}{N}}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (1.3.7)$$

Spunem că $\hat{\Theta}$ este un estimator consistent al parametrului θ dacă pentru orice $\varepsilon > 0$ este satisfăcută relația:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[|\hat{\Theta} - \theta| < \varepsilon] = 1 \quad (1.3.8)$$

adică valoarea estimatorului $\hat{\Theta}$ tinde în probabilitate către valoarea parametrului atunci când dimensiunea eșantionului tinde la infinit.

Se poate demonstra că valoarea medie pe un eșantion (1.3.2) este un estimator consistent al valorii medii a populației $\mu = M[X]$.

O altă modalitate de analizare a valorilor colecționate într-un set de realizări $x_1, x_2, \dots, x_n$

corespunzătoare unei populații X constă în construirea funcției empirice de repartiție $\hat{F}(x)$. Pentru orice $x \in R$, fie k_x numărul de valori care sunt mai mici sau egale cu x . Funcția empirică de repartiție este definită prin:

$$\hat{F}(x) = \frac{k_x}{n} \quad (1.3.9)$$

Se poate demonstra [40] că funcția $\hat{F}(x)$ este un estimator consistent al funcției de repartiție a populației.

Pentru un eșantion $X_1, X_2, \dots, X_n$ se pot defini momentele empirice și momentele centrale empirice prin următoarele formule:

$$\bar{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k, \text{ pentru } k = 1 \text{ sau } k \geq 3 \quad (1.3.10)$$

respectiv

$$\bar{m}_k^0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k, \text{ pentru } k \geq 3 \quad (1.3.11)$$

Observație Momentul empiric de ordinul 1 reprezintă valoarea medie empirică, $\bar{m}_1 = \bar{X}$. pentru momentul centrat empiric de ordinul 2 se aplică una din relațiile (1.3.6) sau (1.3.7), în funcție de dimensiunea populației investigate, $\bar{m}_2^0 = \bar{S}^2$.

Momentele empirice stau la baza așa-numitei *metode a momentelor* pentru estimarea unuia sau mai multor parametri ai distribuției populației X pe baza unui eșantion de lungime n , $X_1, X_2, \dots, X_n$. Această metodă constă în egalarea primelor câteva momente empirice ale eșantionului cu momentele corespunzătoare ale populației astfel încât să se obțină un număr de ecuații egal cu numărul parametrilor care trebuie estimați. Valorile estimate, obținute prin rezolvarea acestui sistem de ecuații, în general, reprezintă estimatori consistenți ai parametrilor.

B. Teste statistice

În verificarea ipotezelor statistice apar două cazuri distincte. Presupunând cunoscut tipul distribuției de probabilitate a populației X , fie unul sau mai mulți parametri ai acesteia trebuie estimați, fie trebuie verificată o relație între acești parametri. Pentru aceasta, există teste specializate care privesc valoarea medie sau dispersia populației.

Pentru o populație cu distribuție continuă de probabilitate cel mai des utilizat test de acest

tip este testul Kolmogorov-Smirnov [45, 46].

Testul Kolmogorov-Smirnov încearcă să determine dacă două date de baze diferă în mod semnificativ. Această metodă de testare este avantajoasă pentru că nu face nici un fel de presupuneri asupra distribuției datelor, adică este un test non-parametric. Cu toate acestea, există alte teste care pot fi mult mai sensibile în cazul carecare datele respectă cerințele testului respectiv.

Metoda de verificare Kolmogorov-Smirnov, verifică concordanța dintre o repartiție teoretică $F(x)$ (normală, binomială, Poisson) și una experimentală $F_n(x)$, pașii parcurși fiind:

1. datele observate se grupează în intervale, (determinându-se numărul m de clase), calculându-se în continuare valorile frecvențelor absolute a_i , respectiv valorile frecvențelor relative f_i ;

2. se calculează valoarea mediei aritmetice $\bar{X}$, și abaterea medie pătratică utilizându-se S (1.3.2) și (1.3.6).

3. se calculează valorile funcției de repartiție experimentale, utilizând relația:

$$F_n(x_i) = \sum_{i=1}^n f_i$$

4. se aplică transformarea de variabilă, aplicând relația

$$z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

pentru repartiția teoretică, valorile funcțiilor densitate de probabilitate $f(z)$ și ale funcției de repartiție $F(z)$ fiind date tabelare, aceasta în cazul verificării normalității.

5. cu valorile grupate pe intervale se calculează diferența:

$$F_n(x_i) - F(x_i)$$

6. se determină valoarea maximă a diferenței:

$$d_n = \max | F_n(x_i) - F(x_i) |$$

7. pentru un nivel semnificativ $1 - \alpha$, (sau risc α) adoptat, se scrie relația:

$$P\left(d_n \leq \frac{\lambda}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha = K(\lambda)$$

Valoarea lui λ obținându-se din tabelele funcției calculate K, se calculează în continuare valoarea raportului $\frac{\lambda}{\sqrt{n}}$;

8. Dacă: $d_n < \frac{\lambda}{\sqrt{n}}$

se acceptă ipoteza concordanței dintre repartiția teoretică și cea observată.

În caz contrar ipoteza se respinge.

1.4. Concluzii la capitolul 1 Modelele de așteptare cum și modelarea caracteristicilor de performanță joacă un rol important în determinarea eficientizării operațiunilor portuare și îmbunătățirea caracteristicilor lor. Analistii sunt cei care decid dacă vor fi schimbări la configurarea liniilor de servire (a numărului de dane în cazul nostru). În general, pentru a se îmbunătăți operațiile în linia de așteptare se îmbunătățește rata preluării și deservirii clienților (navelor). În acest capitol au fost prezentate unele din noțiunile de bază ale teoriei așteptării, printre care vom menționa:

- s-a descris structura unui sistem de bază de așteptare cu o singură stație de servire, urmând ca în celelalte capitole să se aprofundeze și să se discute și despre sisteme de așteptare cu mai multe stații de servire, respectiv de sisteme de așteptare cu priorități.
- s-au detaliat noțiunile de bază pe care le vom utiliza, transformata Laplace respectiv transformata Laplace-Stieltjes
- s-a prezentat metoda “catastrofelor”

Astfel, prezenta lucrare are ca SCOP analizarea datelor din portul maritim Constanța și aplicarea acestor informații ținând cont de modelările numerice ale coeficientului de trafic pentru diverse modele și legi de repartiție. Obiectivele lucrării constau în:

- analiza datelor obținute din Buletinele informative și din Rapoartele anuale furnizate de Portul Constanța și de Autoritatea Navala Română
- analiza unor diverse modele matematice precum și legi de repartiție
- formularea algoritmilor în limbajul C++ în cazul în care sistemul de așteptare este fără priorități
- formularea algoritmilor pentru sistemele de așteptare cu priorități și analizarea coeficientului de trafic
- aplicarea algoritmilor numerici în activitatea portuară

2. MODELE CLASICE ȘI CONTEMPORANE PENTRU ANALIZA TRAFICULUI INFORMAȚIONAL PORTUAR

2.1. Modelul clasic $M/G/1$. Ecuația Kendall

Vom considera binecunoscutul model de așteptare $M/G/1$, a se vedea [47-50] care constă dintr-o stație de servire la care sosesc nave pentru a fi servite cu un flux Poisson de mesaje cu parametrul $\lambda > 0$ și cu repartiție exponențială $x \geq \text{Exp}(\lambda)$. Timpul de servire a mesajelor este o variabilă aleatoare B cu funcția de repartiție $B(x) = P\{B < x\}$. Urmând [28, 51, 52] vom defini perioada de ocupare ca intervalul de timp care începe cu sosirea mesajului în sistemul liber și sfârșește când sistemul devine din nou liber. Notăm prin Π perioada de ocupare, iar prin $\Pi(x) = P\{\Pi < x\}$ funcția de repartiție. Fie $\beta(s)$ și $\pi(s)$ transformatele Laplace-Stieltjes a funcțiilor $B(x)$ și $\Pi(x)$, iar β_1 respectiv π_1 primele momente.

$$\pi(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} d\Pi(x) \text{ și } \beta(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dB(x) = \int_0^{\infty} e^{-sx} d[1 - ex]$$

Are loc următorul rezultat, cunoscut ca ecuația funcțională Kendall pentru perioada de ocupare, a se vedea [53, 54].

Teorema 2.1 (Kendall). *Transformata Laplace-Stieltjes $\pi(s)$ a funcției de repartiție a perioadei de ocupare se determină în mod unic din ecuația funcțională*

$$\pi(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi(s)) \quad (2.1)$$

Dacă

$$\lambda\beta_1 < 1,$$

atunci:

$$\pi_1 = \frac{\beta_1}{1 - \lambda\beta_1} \quad (2.2)$$

$$\pi_2 = \frac{\beta_2}{(1 - \lambda\beta_1)^3}$$

Demonstrație: Vom considera că independent de evoluția sistemului se produc câteva „catastrofe” care formează un flux Poisson cu parametrul $s > 0$. Atunci transformata Laplace Stieltjes a perioadei de ocupare

$$\pi(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} d\Pi(x), \quad (2.3)$$

este probabilitatea că în decursul „vieții” perioadei de ocupare nu s-a produs „catastrofa”. Pe de altă parte pentru aceasta este necesar și suficient ca

$$\pi(s) = \sum_{k \geq 0} [\pi(s)]^k \int_0^{\infty} e^{-sx} \frac{(\lambda x)^k}{k!} e^{-\lambda x} dB(x). \quad (2.4)$$

Într-adevăr, pentru ca Π să se realizeze fără „catastrofă” este necesar și suficient ca în timpul servirii B să nu se producă evenimentul „catastrofă” (probabilitatea acestui eveniment este $e^{-sx} dB(x)$), în perioadele de ocupare asociate cu cele $k \geq 0$ mesaje sosite în timpul servirii primului mesaj, (probabilitatea este $\frac{(\lambda x)^k}{k!} e^{-\lambda x}$) să nu se producă de asemenea „catastrofă” (probabilitatea este $[\pi(s)]^k$).

Din (2.4) rezultă

$$\begin{aligned} \pi(s) &= \sum_{k \geq 0} \int_0^{\infty} e^{-(s+\lambda)x} \frac{(\lambda \pi(s)x)^k}{k!} dB(x) = \\ &= \int_0^{\infty} \bar{e}^{(s+\lambda)x} e^{\lambda \pi(s)x} dB(x) = \int_0^{\infty} e^{-(s+\lambda-\lambda \pi(s))x} dB(x) = \beta(s + \lambda - \lambda \pi(s)), \end{aligned}$$

ceea ce și demonstrează (2.1).

În continuare vom demonstra formula (2.2).

Observăm că derivând ambele părți în (2.3) după s obținem:

$$\pi'(s) = - \int_0^{\infty} x e^{-sx} d\Pi(x).$$

Considerând în ultima expresie $s=0$, avem

$$\pi'(0) = - \int_0^{\infty} x d\Pi(x) = -\pi_1. \quad (2.5)$$

Astfel, am obținut o procedură simplă de calcul a valorii medii a variabilei aleatoare având dată doar transformata ei Laplace-Stieltjes. În continuare vom aplica (2.5) pentru a obține (2.2). Avem

$$\pi'(s) = (1 - \lambda\pi'(s))\beta'(s + \lambda - \lambda\pi(s)).$$

Considerând $s=0$, obținem

$$\pi'(0) = (1 - \lambda\pi'(0))\beta'(0),$$

deoarece $\pi(0) = 1$, sau $\pi_1 = (1 + \lambda\pi_1)\beta_1$, de unde și rezultă (2.2).

Pentru stabilirea faptului că sistemul funcționează normal sau se supraîncarcă apare necesitatea de a defini un indicator de performanță pe care îl vom numi *coeficient de trafic* și îl vom nota ρ . Coeficientul de trafic, în general, se calculează ca raportul dintre valoarea medie a timpului de servire și valoarea medie a intervalului dintre sosirile consecutive a cerințelor în sistem.

$$\rho = \frac{M(B)}{M(z_k)},$$

unde z_k este intervalul de timp dintre două sosiri consecutive în sistem,

$$M(B) = \int_0^{\infty} t dB(t) \text{ este valoarea medie a timpului de servire,}$$

$$M(z_k) = \int_0^{\infty} t dA_k(t) \text{ este valoarea medie a intervalului dintre 2 sosiri consecutive în sistem,}$$

$A(x) = P\{z_k < x\}$ și $B(x) = P\{B < x\}$ funcțiile de repartiție a fluxului Poisson.

Este evident că dacă valoarea medie a timpului de servire este mai mică decât valoarea medie a timpului dintre două sosiri consecutive a două cereri ($\rho < 1$), atunci nodul rețelei unde se prelucrează informația va lucra în regim de lucru normal (fără supraîncărcare). Dacă valoarea medie de servire a unei cereri este mai mare decât timpul mediu dintre două cereri consecutive ($\rho > 1$), atunci se formează un șir de așteptare care se extinde către infinit și sistemul se supraîncarcă.

Cazul $\rho = 1$ este un caz delicat care presupune o cercetare specială și deschide un larg domeniu de cercetare.

Astfel coeficientul de trafic are un aspect aplicativ bine pronunțat, el *descrie încărcarea sistemului* și are o importanță fundamentală, deoarece, o dată stabilită repartiția timpului de servire, toate caracteristicile modelului studiat se exprimă în funcție de acest parametru.

Coeficientul de trafic este $\rho = \lambda M[B(x)]$, iar condiția de staționaritate a sistemului este $\rho = \lambda M[B(x)] < 1$.

O formulă foarte importantă în teoria așteptării este formula lui Pollaczek-Khinchin, a se vedea [55-57].

Considerăm următoarele notații:

- W timpul în care clienții (navele) trebuie să aștepte să fie servite (timpul de așteptare în sistem)
- R timpul rezidual de servire
- N_q numărul de clienți (nave) care așteaptă

Atunci:

$$M[W] = M[N_q] \cdot M[B] + M[R] \quad (2.6)$$

Folosind legea lui Little putem obține valoarea medie a lungimii șirului $M[N_q]$ și ținând cont de faptul că $\rho = \lambda M[B]$, obținem:

$$M[N_q] = \lambda M[W] \Rightarrow M[W] = \frac{M[R]}{1 - \rho} \quad (2.7)$$

Mai rămâne să aflăm timpul rezidual de servire. Acesta poate fi dedus folosind metoda grafică.

Fie un interval lung de timp t. Valoarea medie a curbei poate fi calculată împărțind suma ariilor în triunghiuri de lungime a intervalului, așa cum se poate observa în Figura 2.1.

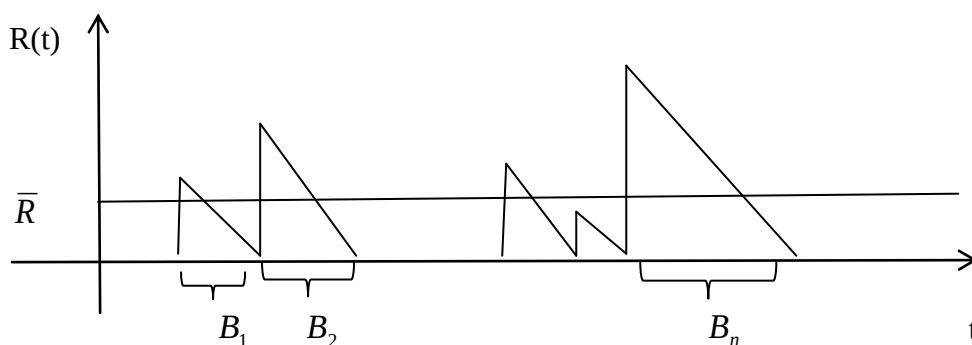


Fig. 2.1. Valoarea medie a timpului rezidual de servire

Numărul de triunghiuri obținut, perioada de ocupare, este n și este determinat de rata sosirii λ , numărul mediu fiind λt .

$$M[R] = \frac{1}{t} \int_0^t R(t') dt' = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} B_k^2 = \frac{n}{t} \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} B_k^2 = \lambda \cdot \frac{1}{2} M[B^2] \quad (2.8)$$

Înlocuind (2.8) în (2.7), obținem formula de medie a timpului de așteptare Pollaczek-Khinchin

$$M[W] = \frac{\lambda M[B^2]}{2(1-\rho)} \quad (2.9)$$

Din valoarea medie a timpului de așteptare putem să obținem valoarea medie a timpului petrecut în sistem.

$$M[T] = M[B] + M[W]$$

Dacă notăm pătratul coeficientului de variație a timpului de servire, $C_s^2 = \frac{D[B]}{M[B]^2}$, știind că:

$$M[B]^2 = D[B] + M[B]^2,$$

obținem:

$$M[W] = \frac{\lambda M[B^2]}{2(1-\rho)} = \frac{1+C_s^2}{2} \cdot \frac{\rho M[B]}{1-\rho}$$

$$M[T] = M[B] + \frac{\lambda M[B^2]}{2(1-\rho)}$$

$$M[T] = \left(1 + \frac{1+C_s^2}{2} \cdot \frac{\rho}{1-\rho} \right) \cdot M[B]$$

Aplicând în continuare rezultatele lui Little, vom obține următoarele formule pentru valoarea medie a numărului de clienți (nave) care așteaptă, respectiv valoarea medie a numărului de clienți din sistem:

$$M[N_q] = \lambda M[W] = \frac{\lambda^2 M[B^2]}{2(1-\rho)}$$

$$M[N_q] = \frac{1+C_s^2}{2} \cdot \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

$$M[N] = \lambda M[T] = \lambda M[T] + \frac{\lambda^2 M[B^2]}{2(1-\rho)}$$

$$M[N] = \rho + \frac{1+C_s^2}{2} \cdot \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

Exemple

În continuare vom prezenta formulele de medie Pollaczek-Khinchin în cazul sistemelor $M/M/1$ și $M/D/1$

2.1.1. Cazul sistemului $M/M/1$. În acest caz distribuția este exponențială și valoarea dispersiei este

$$D[B] = M[B]^2 \Rightarrow C_s^2 = 1$$

Astfel:

$$M[N] = \rho + \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$M[T] = \left(1 + \frac{\rho}{1-\rho}\right) \cdot M[B] = \frac{1}{1-\rho} \cdot M[B]$$

2.1.2. Cazul sistemului $M/D/1$. În acest caz distribuția este deterministă (timpul de servire este constant) și valoarea dispersiei este:

$$D[B] = 0$$

Astfel:

$$M[N] = \rho + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

$$M[T] = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{1-\rho}\right) \cdot M[B]$$

În continuare vom da o altă formă a formulei lui Pollaczek-Khinchin pentru repartiția lungimii șirului cu privire la momentele de plecare.

Timpul de servire are o distribuție generală cu densitatea f_B și valoarea medie $M(B)$. În acest caz mai facem notațiile:

- n numărul de clienți din sistem
- x timpul de servire deja petrecut de client în servire.

Fie a_n probabilitatea ca exact n clienți să sosească în perioada timpului de servire, și $p_{i,j}$ probabilitățile de tranziție ale lanțului Markov. Astfel, obținem:

$$a_n = \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} f_B(t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

Este evident că pentru $j < i - 1$, $p_{i,j} = 0$, iar pentru $j \geq i - 1$ obținem probabilitatea că exact $j - i + 1$ clienți sosesc pe parcursul timpului de servire al unui client. Acest lucru este valabil pentru $i > 0$. În starea 0, un client lasă în urmă un gol în sistem și atunci $p_{0,j}$ ne dă probabilitatea că în timpul de servire al clientului următor, sosesc exact j clienți.

Deci matricea probabilităților de tranziție are următoarea formă:

$$P = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \cdots \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \cdots \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & \cdots \\ 0 & 0 & a_0 & a_1 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & a_0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

Probabilitățile de echilibru p_i satisfac ecuațiile de echilibru

$$p_i = p_{i+1}a_0 + p_i a_1 + \dots + p_1 a_i + p_0 a_i$$

$$p_i = \sum_{n=0}^i p_{i+1-n} a_n + p_0 a_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.11)$$

Ecuția (2.10) poate fi rescrisă astfel:

$$p_{i+1}a_0 = p_i - (p_i a_1 + \dots + p_1 a_i + p_0 a_i) \quad (2.12)$$

Astfel, după ce am determinat valorile pentru p_0 până la p_i , putem folosi aceste ecuații (2.12) pentru a determina p_{i+1} .

Pentru a rezolva ecuațiile de echilibru vom folosi funcțiile generatoare.

În continuare vom introduce funcțiile generatoare de probabilitate:

$$P(z) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i z^i$$

$$A(z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i$$

care sunt definite pentru orice $z \leq 1$.

Înmulțind relația (2.11) cu z^i și sumând după i , obținem:

$$\begin{aligned} P(z) &= \sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{n=0}^i p_{i+1-n} a_n + p_0 a_i \right) z^i \\ &= z^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{n=0}^i p_{i+1-n} a_n z^n z^{i+1-n} + \sum_{i=0}^{\infty} p_0 a_i z^i \\ &= z^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=n}^{\infty} p_{i+1-n} a_n z^n z^{i+1-n} + p_0 A(z) \\ &= z^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \sum_{i=n}^{\infty} p_{i+1-n} z^{i+1-n} + p_0 A(z) \\ &= z^{-1} A(z) (P(z) - p_0) + p_0 A(z) \end{aligned}$$

Deci obținem:

$$P(z) = \frac{p_0 A(z)(1 - z^{-1})}{1 - z^{-1} A(z)}$$

Înlocuind $p_0 = 1 - \rho$ și înmulțind numărătorul și numitorul fracției cu $-z$, obținem:

$$P(z) = \frac{(1 - \rho) A(z)(1 - z)}{A(z) - z} \quad (2.13)$$

Utilizând relația (2.10), funcția generatoare $A(z)$ poate fi rescrisă astfel:

$$\begin{aligned} A(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \int_{t=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} f_B(t) dt z^n \\ &= \int_{t=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda t z)^n}{n!} e^{-\lambda t} f_B(t) dt \\ &= \int_{t=0}^{\infty} e^{-(\lambda - \lambda z)t} f_B(t) dt \\ A(z) &= b(\lambda - \lambda z) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Înlocuind relația (2.14) în (2.13), obținem:

$$P(z) = \frac{(1-\rho)b(\lambda - \lambda z)(1-z)}{b(\lambda - \lambda z) - z} \quad (2.15)$$

Această formulă este o altă formă a formulei Pollaczek-Khinchin. Derivând formula (2.15) se pot determina momentele lungimii șirului de așteptare. Pentru a determina repartiția trebuie să inversăm formula (2.15), care de obicei este foarte dificil. În continuare vom inversa formula pentru repartiția exponențială și repartiția Erlang de ordinul 2.

Exemple

2.1.3. Cazul sistemului $M/M/1$. În acest caz distribuția este exponențială și valoarea medie este $\frac{1}{\mu}$. Atunci:

$$b(s) = \frac{\mu}{\mu + s}$$

Astfel, obținem:

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{(1-\rho) \frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda z} (1-z)}{\frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda z} - z} \\ &= \frac{(1-\rho)\mu(1-z)}{\mu - z(\mu + \lambda - \lambda z)} = \frac{(1-\rho)\mu(1-z)}{(\mu - \lambda z)(1-z)} \\ P(z) &= \frac{1-\rho}{1-\rho z} \end{aligned}$$

Deci:

$$p_n = (1-\rho) \cdot \rho^n, n = 0, 1, 2, \dots$$

2.1.4. Cazul sistemului $M/Erl(2)/1$. În acest caz distribuția este Erlang de ordinul 2 și valoarea medie este $\frac{2}{\mu}$. Atunci:

$$b(s) = \left(\frac{\mu}{\mu + s} \right)^2$$

Astfel, obținem:

$$\begin{aligned}
P(z) &= \frac{(1-\rho) \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda z} \right)^2 (1-z)}{\left(\frac{\mu}{\mu + \lambda - \lambda z} \right)^2 - z} \\
&= \frac{(1-\rho) \mu^2 (1-z)}{\mu^2 - z(\mu + \lambda - \lambda z)^2} \\
&= \frac{(1-\rho) \cdot (1-z)}{1 - \rho z - \rho^2 z(1-z)/4}
\end{aligned}$$

Pentru $\rho = \frac{1}{3}$ obținem:

$$\begin{aligned}
P(z) &= \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{z}{3} - \frac{z(1-z)}{36}} = \frac{24}{36 - 13z + z^2} \\
P(z) &= \frac{24}{(4-z)(9-z)}
\end{aligned}$$

După ce descompunem fracția în fracții simple, obținem:

$$\begin{aligned}
P(z) &= \frac{24}{5} \cdot \frac{1}{4-z} - \frac{24}{5} \cdot \frac{1}{9-z} \\
P(z) &= \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{1-\frac{z}{4}} - \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{1-\frac{z}{9}}
\end{aligned}$$

Deci,

$$p_n = \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^n - \frac{8}{15} \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

2.2. Sisteme de așteptare cu priorități cu aplicare în portul maritim

La intrarea navelor în portul maritim Constanța se țin cont de următoarele criterii principale:

- tipul de mărfuri de încărcat sau descărcat;
- existența mărfurilor la încărcare pentru cel puțin trei etape de operare;
- condițiile contractuale de operare, printre care criteriul principal îl constituie rata contrastaliilor.

În funcție de aceste criterii se formează șiruri de așteptare pentru fiecare tip de marfă care se operează la danele specializate, în ordinea criteriilor anunțate anterior precum și un șir general pentru navele care au mărfuri ce nu se operează în astfel de dane (mărfuri generale). Pentru navele la descărcare, criteriul de existență al mărfurilor se consideră satisfăcut automat iar șirurile de așteptare se vor modifica pe măsura apariției de noi elemente care, în cadrul criteriilor, pot schimba ordinea în șirul de așteptare.

Pentru programarea sosirii și a depozitării mărfurilor în port se țin cont de avizarea navelor care urmează să sosească în port sau care sunt deja sosite în port și la radă, astfel încât să fie asigurat în permanență stocul de mărfuri necesar operării navelor cel puțin 3 zile.

Ca restricții se țin seama de distribuția celorlalte mărfuri pentru aceeași navă în spațiile de depozitare și de spațiul disponibil existent, căutându-se realizarea unei comasări a mărfurilor care să asigure reducerea distanțelor de transport.

Pentru programarea dinamică a repartizării navelor la danele de operare se țin cont de două restricții principale:

- specializarea danelor;
- pescajul admis la dană.

Principalul criteriu de alegere al danei este minimizarea costului total al transportului interior; acest cost fiind calculat pentru fiecare pereche navă – dană.

2.2.1. Sistemul $M/G/1$ cu priorități

În multe aplicații este de preferat să se dea o servire preferențială unor anumite clase de clienți. Șirul de așteptare este ordonat și clienții cu o prioritate mai mare sunt serviți primii. În continuare vom vorbi doar de sistemele de așteptare cu prioritate cu un singur server, a se vedea [58-61].

Fie un sistem de așteptare în care clienții au clasa de prioritate k , $k=1,2,\dots,r$.

Notăm:

- W_k timpul în care clienții cu clasa de prioritate k trebuie să aștepte să fie serviți (timpul de așteptare în sistem)
- R_k timpul rezidual de servire
- $N_{q,k}$ numărul de clienți cu clasa de prioritate k care așteaptă în sistem
- T_k timpul de așteptare al unui client cu clasa de prioritate k .

În continuare dorim să aflăm valoarea medie a timpului de așteptare în sistem precum și valoarea medie a numărului de clienți care așteaptă în sistem, a se vedea [62-64].

Pentru început să calculăm valoarea medie a timpului de așteptare al unui client cu clasa de prioritate 1. De fapt, valoarea acestuia este egală cu valoarea medie a timpului de așteptare calculat în cazul sistemului $M/G/1$.

$$M[T_1] = \frac{1}{\mu_1} + \frac{\lambda_1 M[B^2]}{2(1-\rho_1)}$$

Valoarea medie a timpului de așteptare al unui client cu clasa de prioritate k , $k \geq 2$, este suma a trei termeni:

$$M[T_k] = M[T_{k,1}] + M[T_{k,2}] + M[T_{k,3}]$$

unde,

a) $M[T_{k,1}]$ este valoarea medie a timpului de servire și $M[T_{k,1}] = \frac{1}{\mu_k}$

b) $M[T_{k,2}]$ este valoarea medie a timpului necesar, la sosirea unui client cu clasa de prioritate k , să servească clienții de clasa 1 până la k deja aflați în sistem.

c) $M[T_{k,3}]$ este valoarea medie a timpului de ședere al unui client de clasa 1 până la $k-1$ care sosește în timp ce clientul de clasă k este în sistem.

În continuare vom calcula $M[T_{k,2}]$. atunci când un client de clasă de prioritate k sosește în sistem, timpul de așteptare dinaintea intrării în server pentru prima dată este același ca cel calculat în cazul sistemului fără prioritate, unde clienții de clasă $k+1, \dots, r$ sunt neglijăți, adică $\lambda_i = 0$ pentru $i = k+1, \dots, r$. Motivul este că suma timpilor rămași pentru servire a tuturor clienților din sistem este independent de disciplina de servire a sistemului. Acest lucru este adevărat pentru orice sistem în care serverul este mereu ocupat.

Astfel,

$$M[T_{k,2}] = M[R_k] + \sum_{i=1}^k \frac{M[N_{q,i}]}{\mu_i}$$

Conform formulei lui Little,

$$M[N_{q,i}] = \lambda_i M[T_{k,2}], \text{ pentru } i = 1, 2, \dots, k$$

De asemenea, ca în cazul sistemului de așteptare fără priorități,

$$M[R_k] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i M[B^2]$$

Astfel, obținem:

$$M[T_{k,2}] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i M[B^2] + \sum_{i=1}^k \rho_i M[T_{k,2}]$$

$$M[T_{k,2}] = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \lambda_i M[B^2]}{1 - \sum_{i=1}^k \rho_i}$$

În cele ce urmează vom calcula $M[T_{k,3}]$.

Conform formulei lui Little, valoarea medie a numărului de clienți de clasă i , cu $i = 1, 2, \dots, k-1$ care sosesc pe perioada timpului de ședere al unui client care are clasa de prioritate k este $\lambda_i M[T_k]$.

Prin urmare,

$$M[T_{k,3}] = \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i M[T_k]$$

În final, obținem

$$M[T_k] = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i} \left(\frac{1}{\mu_k} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i M[B^2]}{1 - \sum_{i=1}^k \rho_i} \right)$$

Folosind formula lui Little vom obține valoarea medie a numărului de clienți care așteaptă în sistem.

$$M[N_k] = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i} \left(\rho_k + \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda_k \sum_{i=1}^k \lambda_i M[B^2]}{1 - \sum_{i=1}^k \rho_i} \right)$$

2.2.2. Sistemul $M_r / G_r / 1$

În continuare presupunem că într-un sistem de așteptare, cu o singură stație, sosesc r fluxuri poissoniene independente de mesaje $F_1, F_2, \dots, F_r$ cu parametri de intrare $\lambda_1, \dots, \lambda_r$. Timpul de servire a mesajelor fluxului F_k este dat de funcția de repartiție $B_k(t)$, $k = 1, \dots, r$, șirul de așteptare fiind nelimitat.

Mesajele fluxului F_k le vom numi mesaje de prioritatea k . Vom spune că mesajele fluxului F_i au o prioritate mai înaltă față de mesajele fluxului F_j , dacă $i < j$. Printre mesajele ce așteaptă începutul servirii, mesajele de prioritate mai înaltă, vor fi servite înaintea mesajelor de prioritate mai joasă. Pentru mesajele de aceeași prioritate, modul de servire va fi considerat după legea LIFO.

Conform clasificării Kendall un astfel de sistem se va nota $M_r / G_r / 1$.

În literatura din domeniu [65-68] se examinează mai multe legi de prioritate. Cele mai răspândite în sistemele reale și în activitatea portuară se consideră prioritatea absolută și prioritatea relativă. În continuare vom descrie detaliat cele două tipuri de priorități.

Prioritatea absolută. Conform acestei legi, a se vedea [69, 70] servirea mesajului clasei cu o prioritate mai joasă este întreruptă de sosirea în sistemul de așteptare a unui mesaj cu o prioritate mai înaltă. După ce sistemul se va elibera de toate mesajele de o prioritate mai înaltă ca acela, servirea căreia a fost întreruptă, cu mesajul întrerupt se va proceda în felul următor:

1. Mesajul întrerupt își continuă servirea, începând de la punctul întrerupt.
2. Mesajul întrerupt se pierde fără revenire în sistem.
3. Mesajul întrerupt se servește de la început.

Trecerea servirii de la o clasă la alta are loc numai la sfârșitul servirii mesajului. Timpul de trecere de la o clasă la alta este egal cu zero.

Vom introduce următoarele notații:

λ_k – parametrul fluxului Poisson a clasei de prioritate k , $k = 1, \dots, r$, r – numărul claselor de prioritate.

$B_k(t)$ – funcția de repartiție a lungimii servirii a unui mesaj din clasa k .

$\beta_k(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dB_k(t)$ – transformata Laplace-Stieltjes a lui $B_k(t)$.

$\beta_{k1} = \int_0^{\infty} t dB_k(t)$ – momentul de primul ordin pentru mesajele de clasă k .

$$\beta_{k2} = \int_0^{\infty} t^2 dB_k(t) - \text{momentul de ordinul 2.}$$

$\sigma_k = \lambda_1 + \dots + \lambda_k$ – parametrul fluxului sumar de mesaje de prioritate k și mai mare decât k ,
 $\sigma_0 = 0$, $\sigma_r = \sigma$.

Π – variabila aleatoare a perioadei de ocupare.

$\Pi(t) = P\{\Pi < t\}$ – funcția de repartiție a perioadei de ocupare.

$$\pi_1 = \int_0^{\infty} t d\Pi(t) - \text{momentul de primul ordin a perioadei de ocupare.}$$

$$\pi_2 = \int_0^{\infty} t^2 d\Pi(t) - \text{momentul de ordinul 2 al perioadei de ocupare.}$$

În cele ce urmează vom opera cu unele perioade specifice de timp, a se vedea [71, 72] funcțiile de repartiție ale cărora vor apărea mai jos ca funcții auxiliare, prin intermediul cărora se va construi perioada de ocupare.

Vom nota:

Π_k (sau k - perioadă) – intervalul de timp, care începe cu sosirea în sistemul liber de mesaje de prioritate k și mai mare, a unui mesaj de prioritate k sau mai mare și se sfârșește cu eliberarea sistemului de mesaje de prioritate k și mai mare decât k , $k = 1, \dots, r$.

Prin $\Pi(t)$ se va nota funcția de repartiție a variabilei Π_k . Evident că $\Pi_r(t) = \Pi(t)$.

Π_{kk} (sau kk - perioadă) – intervalul de timp, care începe cu sosirea în sistemul liber de mesaje de prioritatea k a unui mesaj de prioritate k și se sfârșește cu eliberarea sistemului de mesaje de prioritate k , și mai mare decât k , $k = 1, \dots, r$.

$\Pi_{kk}(t) = P\{\Pi_{kk} < t\}$ – funcția de repartiție a variabilei Π_{kk} .

$$\pi_{kk}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} d\Pi_{kk}(t) - \text{transformata Laplace-Stieltjes a lui } \Pi_{kk}(t).$$

k - ciclu – durata de timp, care începe cu momentul începerii servirii a mesajului de prioritate k și se termină imediat după eliberarea sistemului de acest mesaj.

H_k – perioada de servire deplină a unui mesaj de prioritate k . Evident că $H_k \neq B_k$, însă pentru $k = 1$, $H_1 = B_1$.

$H_k(t)$ – funcția de repartiție a perioadei H_k .

$h_k(s)$ – transformata Laplace-Stieltjes a funcției de repartiție a lui $H_k(t)$.

$\Pi_{kk}^{(n)}$ – un interval de timp, care începe cu servirea unui mesaj de prioritate k din cele k mesaje de prioritate k inițial aflate în sistem, $k = 1, \dots, r$, $n \geq 1$.

$\Pi_{kk}^{(n)}(t)$ – funcția de repartiție a lui $\Pi_{kk}^{(n)}$.

$\pi_{kk}^{(n)}(s) = \int_0^\infty e^{-st} d\Pi_{kk}^{(n)}(t)$ – transformata Laplace-Stieltjes respectivă.

$\pi_{k1} = \int_0^\infty x d\Pi_k(x)$, $\pi_{k2} = \int_0^\infty x^2 d\Pi_k(x)$ - primul și al doilea moment al variabilei Π_k

h_{k1}, h_{k2} - primul și al doilea moment al variabilei H_k

Teorema 2.2 Pentru legea de prioritate 1 când mesajul întrerupt își continuă servirea, începând de la punctul întrerupt au loc următoarele relații

$$a) \quad h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1} - \sigma_{k-1}\pi_{k-1}(s)) \quad (2.16)$$

$$\pi_{kk}(s) = h_k(s + \lambda_k - \lambda_k\pi_{kk}(s)) \quad (2.17)$$

$$\pi_{ki}(s) = \pi_{k-1,i}(s + \lambda_k - \lambda_k\pi_{kk}(s)) \quad (2.18)$$

$$\sigma_k\pi_k(s) = \lambda_1\pi_{k1}(s) + \dots + \lambda_k\pi_{kk}(s) \quad (2.19)$$

ce determină funcțiile $h_k(s)$, $\pi_{ki}(s)$, $\pi_k(s)$, $i = 1, \dots, k$, $k = 1, \dots, r$, unice și analitice pentru $\text{Re } s > 0$, unde $|h_k(s)| < 1$, $|\pi_{ki}(s)| < 1$, $|\pi_k(s)| < 1$;

b) Fie

$$\rho_k = \lambda_1\beta_{11} + \lambda_2\beta_{21} + \dots + \lambda_k\beta_{k1} \quad (2.20)$$

Atunci pentru $\rho_k < 1$

$$\sigma\pi_1 = \frac{\rho_1}{\rho} \quad (2.21)$$

$$h_{k1} = \frac{\beta_{k1}}{1 - \rho_{k-1}} \quad (2.22)$$

Demonstrație. Vom demonstra (2.19). Presupunem că independent de funcționarea sistemului se produc unele evenimente “catastrofe”, ce formează un flux poissonian cu parametrul $s > 0$. Disciplina servirii este conform schemei LIFO (ultimul sosit, primul servit). Probabilitatea că în timpul Π_k perioadei de ocupare a sistemului, evenimentul “catastrofă” nu s-a

produs este $\pi_k(s)$. Legăm perioada de ocupare a sistemului cu acel mesaj cu care se începe perioada de ocupare. Invers, fiecărui mesaj îi corespunde o perioadă de ocupare, adică durata de timp de la începutul servirii acestui mesaj până la următorul moment, când sistemul se eliberează de acest mesaj și de mesajele sosite după el. Perioadele de ocupare, corespunzătoare mesajelor, sosite în sistem în perioada de servire a acelui mesaj, nu se intersectează, sunt independente și au aceeași repartiție. Perioada de ocupare a unui mesaj este formată din perioada de servire a acestui mesaj plus perioada de ocupare a mesajelor sosite în sistem până la servirea lui. Presupunem că în perioada de ocupare Π_k n-a avut loc evenimentul “catastrofă”, pentru aceasta e necesar și suficient, ca

- ori perioada Π_k cu probabilitatea $\frac{\lambda_1}{\sigma_k}$ va fi a Π_{k1} perioadă și pe parcursul realizării ei nu

se va produce evenimentul “catastrofă” (probabilitatea acestui eveniment este $\pi_{k1}(s)$),

- ori perioada Π_k cu probabilitatea $\frac{\lambda_2}{\sigma_k}$ va fi a Π_{k2} perioadă și pe parcursul realizării ei nu

se va produce evenimentul “catastrofă” (probabilitatea acestui eveniment este $\pi_{k2}(s)$), și a.m.d.,

- ori perioada Π_k cu probabilitatea $\frac{\lambda_k}{\sigma_k}$ va fi a Π_{kk} perioadă și pe parcursul realizării ei nu

se va produce evenimentul “catastrofă” (probabilitatea acestui eveniment este $\pi_{kk}(s)$).

Astfel, formula (2.9) este demonstrată. Restul formulelor se demonstrează analog.

Teorema 2.3. *Pentru legea de prioritate 2 când mesajul întrerupt se aruncă, fără revenire în sistem, are loc următorul sistem recurent de ecuații funcționale*

$$a) \quad h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1}) + \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) \quad (2.23)$$

$$\pi_{kk}(s) = h_k(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \quad (2.24)$$

$$\pi_{ki}(s) = \pi_{k-1,i}(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \quad (2.25)$$

$$\sigma_k \pi_k(s) = \lambda_1 \pi_{k1}(s) + \dots + \lambda_k \pi_{kk}(s) \quad (2.26)$$

ce determină funcțiile $h_k(s)$, $\pi_{ki}(s)$, $\pi_k(s)$, $i = 1 \dots k$, $k = 1, \dots, r$, unice și analitice pentru $\text{Res} > 0$, unde $|h_k(s)| < 1$, $|\pi_{ki}(s)| < 1$, $|\pi_k(s)| < 1$;

b) Fie

$$\rho_k = \lambda_1 \beta_{11} + \frac{\lambda_2}{\sigma_1} [1 - \beta_2(\sigma_1)] + \dots + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(\sigma_{k-1})] \quad (2.27)$$

Atunci pentru

$$\rho_k < 1 \quad (2.28)$$

$$\sigma_k \pi_{k1} = \frac{\rho_k}{1 - \rho_k} \quad (2.29)$$

$$h_{k1} = \frac{1 - \beta_k(\sigma_{k-1})}{\sigma_{k-1}(1 - \rho_k)} \quad (2.30)$$

Demonstrație. Presupunem că independent de funcționarea sistemului au loc câteva evenimente numite “catastrofe” care se produc după un flux poissonian cu parametrul $s > 0$. Atunci conform metodei catastrofelor, probabilitatea că în perioada de servire a mesajului de prioritate k nu s-a produs evenimentul “catastrofă” și nu au sosit mesaje de prioritate mai mare decât k va fi:

$$\beta_k(s + \sigma_{k-1}) = \int_0^{\infty} e^{-(s + \sigma_{k-1})t} dB_k(t)$$

Fluxul sumar de catastrofe și a mesajelor de prioritate mai mare decât k este poissonian cu parametrul $s + \sigma_{k-1}$. Fiecare mesaj al fluxului sumar, independent de celelalte mesaje cu probabilitatea $\frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}}$ aparține fluxului de mesaje cu prioritate mai mare decât k . De aici,

$$\frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \text{ este probabilitatea că servirea mesajului de prioritatea } k \text{ este întreruptă,}$$

până la momentul întreruperii, evenimentul “catastrofă” n-a sosit. Presupunem că în perioada de timp, începându-se cu momentul servirii mesajului de prioritate k și terminându-se cu primul moment, când sistemul se eliberează de mesaje de prioritate mai mare decât k și de acest mesaj de prioritate k , n-au sosit evenimente “catastrofă”. Pentru aceasta, e necesar și suficient ca, sau mesajul de prioritate k n-a fost întrerupt de la servire, iar în perioada de servire evenimentele “catastrofă” n-au sosit; sau servirea mesajelor de prioritate k a fost întreruptă din cauza sosirii a unui mesaj de prioritate mai înaltă (ceea ce înseamnă pierderea mesajului întrerupt); evenimentele “catastrofă” n-au avut loc până la pierderea mesajului, iar mai departe servirea mesajelor de prioritate mai înaltă decât k , se produce fără “catastrofă”.

Fie ξ - momentul de servire a mesajului de prioritate k și mesaje de prioritate mai mare

decât k . Pe parcursul de timp ξ , mesajele de prioritatea k pot sosi și pot să nu sosească. Dacă pe parcursul de timp ξ mesajele de prioritatea k în sistem n-au sosit, atunci cu terminarea perioadei ξ se termină și perioada kk . Dacă au sosit mesaje de prioritate k , atunci fiecare din mesajele sosite e legat de perioada kk . Mesajul de prioritate k este numit “rău”, dacă în perioada legată de el au sosit “catastrofe”. Fiecare mesaj de prioritate k , independent de celelalte mesaje, este “rău” cu probabilitatea $1-\pi_{kk}(s)$. Fluxul de mesaje “rele” este poissonian cu parametrul $a_k(1-\pi_{kk}(s))$. Fluxul de mesaje “rele” de prioritate k și “catastrofe” este poissonian cu parametrul $s + a_k - a_k\pi_{kk}(s)$.

Pentru ca mesajul de prioritate k să nu fie „rău” (probabilitatea este $\pi_{kk}(s)$, este necesar și suficient, ca în perioada de timp ξ să nu sosească “catastrofe” și să nu sosească mesaje “rele” de prioritate k (probabilitatea este $h_k(s + a_k - a_k\pi_{kk}(s))$). Aceasta demonstrează (2.24). Formulele (2.25) și (2.26) se demonstrează analog, pentru $s > 0$.

Remarcă. Inegalitatea (2.28) ne prezintă condiția de încărcare staționară a sistemului.

Vom observa că momentele de ordinul 1 și 2 ale variabilelor Π_k și H_k se exprimă prin coeficientul de trafic ρ_k . Pentru calcularea lor este necesar să calculăm ρ_k .

Teorema 2.4 Pentru legea de prioritate 3 când mesajul întrerupt se servește de la început, au loc următoarele relații:

$$a) h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) \right\}^{-1} \quad (2.31)$$

$$\sigma_k \pi_k(s) = \alpha_k \pi_{k1}(s) + \dots + \lambda_k \pi_{kk}(s) \quad (i < k) \quad (2.32)$$

$$\pi_{kk}(s) = h_k(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \quad (2.33)$$

$$\pi_{ki}(s) = h_{k-1,i}(s + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s)) \quad (2.34)$$

ce determină funcțiile $h_k(s)$, $\pi_{ki}(s)$, $\pi_k(s)$, $i = 1, \dots, k$, $k = 1, \dots, r$, unice și analitice pentru $Res > 0$, unde $|h_k(s)| < 1$, $|\pi_{ki}(s)| < 1$, $|\pi_k(s)| < 1$;

b) Fie

$$\rho_k = \lambda_1 \beta_1 + \frac{\lambda_2}{\sigma_1} \left[\frac{1}{\beta_2(\sigma_1)} - 1 \right] + \dots + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}} \left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right] \quad (2.35)$$

Atunci pentru

$$\rho_k < 1 \quad (2.36)$$

$$\sigma_k \pi_{k1} = \frac{\rho_k}{1 - \rho_k} \quad (2.37)$$

$$h_{k1} = \frac{1}{\sigma_{k-1}(1 - \rho_k)} \left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right] \quad (2.38)$$

Demonstrație. Presupunem că în momentul de servire a mesajelor de prioritate k și de prioritate mai mare decât k nu s-a produs evenimentul “catastrofă” (cu probabilitatea $h_k(s)$). Pentru aceasta e necesar și suficient ca, sau în perioada de servire a mesajelor de prioritate k nu s-a produs evenimentul din următorul flux sumar de evenimente: fluxul catastrofelor și fluxul de mesaje de prioritate mai mare decât k (probabilitatea $\beta_k(s + \sigma_{k-1})$), sau în timpul de servire a mesajelor de prioritate k s-a produs evenimentul “nedorit” (probabilitatea $1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})$), tot la fel de “nedorit” a fost mesajul de prioritate k (probabilitatea $\frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}}$), și că în perioada de ocupare a sistemului cu mesaje de prioritate mai mare decât k , “catastrofa” nu s-a produs (probabilitatea este $\pi_{k-1}(s)$) și e necesar, ca pe intervalul de timp, începându-se cu servirea repetată a mesajului de prioritate k și terminându-se cu eliberarea sistemului de acest mesaj și de mesaje de prioritate mai înaltă decât k , catastrofa nu s-a produs (probabilitatea $h_k(s)$). De aici rezultă formula (2.31). Analog se obțin și celelalte formule.

2.3. Analiza coeficientului de trafic pentru sistemele de așteptare cu priorități aplicate în portul maritim

Modelele în care disciplina de servire se stabilește după criterii care nu iau în considerare ordinea intrării clienților în sistem, se numesc modele cu prioritate. În astfel de sisteme, clienții sunt împărțiți în clase de priorități. Dacă notăm cu n numărul total de clase, atunci clienții clasei i au prioritate la servire față de clienții clasei j dacă $i < j$. De asemenea, în cadrul aceleiași clase, clienții sunt serviți în ordinea FIFO. Clienții pot sosi în sistem după aceeași repartitie sau după repartiții ale timpului între sosiri diferite.

În continuare vom prezenta cazul cu mai multe stații de servire, a se vedea [73-76].

Se consideră un sistem de așteptare cu k stații de servire, în care sosirile se realizează după o lege Poisson și servirea are loc după o lege exponențială, a se vedea [77, 78]

Starea de stabilitate a sistemului se realizează dacă $\lambda < \mu k$.

Relațiile importante pentru acest caz sunt următoarele:

- Probabilitatea ca nicio navă să fie în port este:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{k-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^k}{k!(1-\rho/k)}}$$

- Probabilitatea ca n nave să fie în port este:

$$P_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} \cdot p_0, & \text{daca } 0 \leq n \leq k \\ \frac{\rho^n}{k^{n-k} \cdot k!} \cdot p_0, & \text{daca } n > k \end{cases}$$

- Numărul estimat de nave în sistemul de așteptare este:

$$L_q = \frac{\rho^{k+1}}{(k-1)!(k-\rho)^2} \cdot p_0$$

- Timpul de așteptare petrecut de o navă în sistemul de așteptare este:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- Numărul estimat de nave în șirul de așteptare este:

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

- Timpul de așteptare petrecut de o navă în șirul de așteptare este:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

În continuare vom considera cazul în care timpul de orientare este nul.

Fie sistemul de așteptare $M_r|G_r|1$ cu r clase de prioritate de cereri. Clasele de prioritate sunt numărate în număr descrescător de priorități, adică presupunem că mesajul i are o prioritate mai mare decât mesajul j dacă $i < j$. Presupunem că serverul are nevoie de timp pentru a schimba procesele de servire de la o interogare i la o interogare j . Lungimea schimburilor i, j este considerată o variabilă aleatoare cu funcția de distribuție $C_{ij}(x), i < j, j \leq n, i \neq j$. De asemenea, presupunem că schimbarea C_{ij} depinde doar de indexul j $C_{ij} = C_j$.

Notăm prin $\Pi_k(x)$ funcția de distribuție a perioadei de ocupare cu mesajul de prioritate mai mic decât k , $\sigma_k = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k$.

Transformatele Laplace-Stieltjes ale funcțiilor de distribuție $B_i(x)$, $C_j(x)$, $\Pi(x)$,..., $\Pi_k(x)$ sunt $\beta_i(s)$, $c_j(s)$, $\pi(s)$,..., $\pi_k(s)$.

Propoziție. Transformata Laplace-Stieltjes $\pi(s) = \pi_r(s)$ a funcției de distribuție a perioadei de ocupare este determinată (la $k = r$) din următorul sistem de ecuații recurente:

$$\begin{aligned} \sigma_k \pi_k(s) = & \sigma_{k-1} \pi_{k-1}(s + \lambda_k) + \sigma_{k-1} \{ \pi_{k-1}(s + \lambda_k [1 - \bar{\pi}_k(s)]) - \\ & - \pi_{k-1}(s + \lambda_k) \} v_k(s + \lambda_k [1 - \bar{\pi}_k(s)]) + \lambda_k \pi_{kk}(s), \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\pi_{kk}(s) = v_k(s + \lambda_k [1 - \bar{\pi}_k(s)]) \bar{\pi}_k(s), \quad (2.40)$$

$$\bar{\pi}_k(s) = h_k(s + \lambda_k [1 - \bar{\pi}_k(s)]), \quad (2.41)$$

unde

$$v_k(s) = c_k(s + \sigma_{k-1} [1 - \pi_{k-1}(s)]), \quad (2.42)$$

$$h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1}) + \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) v_k(s) \right\}^{-1} \quad (2.43)$$

Observație 1. Funcțiile $v_k(s)$, $h_k(s)$ și $\pi_{kk}(s)$ pot fi văzute ca funcții auxiliare. Astfel, $v_k(s)$ și $h_k(s)$ sunt transformatele Laplace-Stieltjes ale clasei k a schimbului de prioritate respectiv a timpului complet de servire a mesajului k .

Observație 2. Perioada de ocupare a sistemului Gnedenko

Dacă $C_j = 0, j = 1, \dots, r, r > 1$, din relațiile (2.39)-(2.43), în lucrarea [29], Gnedenko a demonstrat că:

$$\sigma_k \pi_k(s) = \sigma_{k-1} \pi_{k-1}(s + \lambda_k (1 - \pi_{kk}(s))) + \lambda_k \pi_{kk}(s)$$

$$\pi_{kk}(s) = h_k(s + \lambda_k (1 - \pi_{kk}(s)))$$

$$h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) \right\}^{-1}$$

Observație 3. Ecuația Kendall-Takacs

Dacă $C_j = 0, r = 1$, sistemul format de ecuațiile (2.39)-(2.43) reprezintă o singură ecuație

$$\pi_{11}(s) = h_1(s + \lambda_1 (1 - \pi_{11}(s)))$$

Dar dacă $r = 1$ rezultă că $h_1(s) = \beta_1(s)$ și $\pi_{11}(s) = \pi(s)$.

Pentru $\lambda_1 = \lambda$ și $\beta_1 = \beta$ are loc următoarea relație (cunoscută ca ecuația funcțională Kendall-Takacs pentru perioada de ocupare a sistemului M/G/1):

$$\pi(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi(s))$$

Astfel, sistemul (2.39)-(2.43) poate fi considerat ca analogul n-dimensional al ecuației Kendall-Takacs, a se vedea [79, 80].

Condițiile de echilibru și coeficientul de trafic

Propoziție. Fie $\rho_k = \sum_{i=1}^k \lambda_i b_i$, unde

$$b_1 = \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + \lambda_1 c_{11}}$$

$$b_k = \Phi_1 \dots \Phi_{k-1} \beta_{k1} (1 + \sigma_{i-1} c_{i1})$$

$$\Phi_1 = 1,$$

$$\Phi_i = 1 + (\sigma_i - \sigma_{i-1} \pi_{i-1}(\lambda_i) c_{i1}), \quad i = 2, \dots, k$$

Dacă $\rho_k < 1$,

atunci

$$\sigma_k \pi_{k1} = \frac{\Phi_2 \dots \Phi_k + \rho_{k-1}}{1 - \rho_k}, \quad \pi_{k1} = \frac{b_k}{1 - \rho_k}$$

$$h_{k1} = \frac{b_k}{1 - \rho_{k-1}}, \quad v_{k1} = \frac{\Phi_2 \dots \Phi_{k-1}}{1 - \rho_{k-1}} c_{k1}$$

Pentru sistemele de așteptare cu priorități, $M_r | G_r | 1 | \infty$, coeficientul de trafic ρ poate fi calculat cu ajutorul formulelor analitice utilizând valoarea medie a timpului de servire și intensitățile fluxului de intrare.

Prin urmare, coeficientul de trafic pentru sistemul $M_r | G_r | 1 | \infty$ poate fi calculat astfel:

$$\rho = \sum_{k=1}^r a_k b_k,$$

unde b_k are următoarele expresii:

- pentru servirea timpului rămas:

$$b_k = M(B_k)$$

- pentru servirea neidentică:

$$b_k = \frac{1}{\sigma_{k-1}} \left[\frac{1}{\beta_k \sigma_{k-1}} - 1 \right]$$

- pentru pierderea cererii:

$$b_k = \frac{1}{\sigma_{k-1}} [1 - \beta_k \sigma_{k-1}]$$

Dacă $\rho > 1$ atunci $\pi(0) < 1$ și $\Pi(t)$ este o funcție de repartiție improprie, adică $\lim_{t \rightarrow \infty} \Pi(t) < 1$, deci perioada de ocupare are o lungime infinită cu o probabilitate pozitivă.

Dacă $\rho < 1$ atunci $\pi(0) = 1$ și funcția de repartiție $\Pi(t)$ a perioadei de ocupare este proprie.

Valoarea funcției $\pi(s)$ se determină utilizând algoritmi numerici (clasic sau perfectat) elaborați pentru soluționarea ecuației multidimensionale Kendall.

Algoritm clasic

Input: $r, s^*, E > 0, \{a_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r$

Output: $\pi_k(s^*)$

Descriere:

if ($k == 0$) *then* $\pi_0(s^*) := 0$; *return*

$k := 1$; $q := 1$; $\sigma_0 := 0$;

Repeat

inc(q);

$\sigma_q := \sigma_{q-1} + a_q$;

Until $q == r$;

Repeat

$h_k(s^*) := \beta_k(s^* + \sigma_{k-1}) \{1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s^* + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s^*)\}^{-1}$;

$\pi_{kk}^{(0)}(s^*) := 0; n := 1;$

Repeat

$\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}^{(n-1)});$

$inc(n)$

Until $|\pi_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*)| < E;$

$\pi_{kk}(s^*) := \pi_{kk}^{(n)}(s^*);$

$\pi_{kk}(s^*) := \frac{\sigma_{k-1} \pi_{k-1}(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}(s^*))}{\sigma_k} + \frac{a_k}{\sigma_k} \pi_{kk}(s^*);$

$inc(k);$

Until $k == r;$

Sfârșit Algoritm clasic

Algoritm perfectat

Input: $r, s^*, \varepsilon > 0, \{a_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r$

Output: $\pi_k(s^*)$

Descriere:

if $(k == 0)$ *then* $\pi_0(s^*) := 0;$ *return*

$k := 1; q := 1; \sigma_0 := 0;$

Repeat

$inc(q);$

$\sigma_q := \sigma_{q-1} + a_q;$

Until $q == r;$

Repeat

$$h_k(s^*) := \beta_k(s^* + \sigma_{k-1}) \{1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s^* + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s^*)\}^{-1};$$

$$\pi_{kk}^{(n)}(0) := 0; \tilde{\pi}_{kk}^{(n)}(0) := 1;$$

Repeat

$$\tilde{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \tilde{\pi}_{kk}^{(n-1)}(s^*));$$

$$\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*))$$

inc(n)

$$\text{Until } \frac{\tilde{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2} < \varepsilon;$$

$$\pi_{kk}(s^*) := \frac{\tilde{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) + \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2};$$

$$\pi_k(s^*) := \frac{\sigma_{k-1} \pi_{k-1}(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}(s^*))}{\sigma_k} + \frac{a_k}{\sigma_k} \pi_{kk}(s^*);$$

inc(k);

Until k == r ;

Sfârșit Algoritm perfectat

2.4. Repartiția perioadei de ocupare pentru sisteme de așteptare cu priorități

2.4.1 Repartiția șirului de așteptare

În acest subcapitol ne va interesa analiza lungimii șirului de așteptare a mesajului în momentul arbitrar de timp t , $t \in [0, +\infty)$.

Fie $P_m(t)$ probabilitatea că în momentul de timp t în sistemul de așteptare se află m – mesaje. Vom nota funcția generatoare cu $P(z, t)$

$$P(z, t) = \sum_{m \geq 0} P_m(t) z^m, \text{ unde } 0 \leq z \leq 1,$$

iar transformata ei Laplace

$$p(z, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} P(z, t) dt \quad (2.44)$$

Presupunem că independent de funcționarea sistemului se produc unele evenimente numite “catastrofe”, care formează un flux Poisson cu parametrul $s > 0$. Un mesaj arbitrar se va vopsi în roșu cu probabilitatea z , sau în albastru cu probabilitatea $1-z$, independent de cum au fost vopsite restul mesajelor.

În continuare vom înmulți ambele părți a egalității (2.44) cu parametrul s . Atunci

$$sp(z, s) = s \int_0^{\infty} e^{-st} P(z, t) dt \quad (2.45)$$

conform metodei catastrofelor, este probabilitatea că prima “catastrofă” s-a produs în momentul de timp t , când în sistemul de așteptare se aflau doar cerințe roșii. Reieșind din acest sens probabilistic, în continuare vom obține expresii pentru determinarea funcției $p(z, s)$.

Notăm:

$s\pi(z, s)$ – probabilitatea că prima “catastrofă” s-a produs pe parcursul unei perioade de ocupare II , în momentul de timp când în sistem se află doar cerințe roșii.

$s\beta(z, s)$ – probabilitatea că prima “catastrofă” s-a produs pe parcursul unei durate de servire B , în momentul de timp când în sistem se află doar cerințe roșii.

Presupunem că în sistem se află n – mesaje. Vom avea nevoie să examinăm perioada de timp care începe cu servirea unui mesaj din cele n mesaje și se termină imediat cum sistemul devine liber. Această perioadă se va numi II^n - perioadă. Funcția de repartiție se va nota $II^n(t)$, iar transformata Laplace-Stieltjes – $\pi^n(s)$.

Evident, că:

$$\pi^n(s) = [\pi(s)]^n.$$

Vom examina o II^n - perioadă. Presupunem că $\bar{P}_m(t)$ este probabilitatea că în momentul de timp $t \in II^n$ în sistem se află m mesaje. Fie

$$II^n(z, t) = \sum_m \bar{P}_m(t) z^m$$

și

$$\pi^n(z, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} II^n(z, t) dt$$

transformata Laplace după t a funcției $II^n(z, t)$.

Procedând ca mai sus vom observa că $s\pi^n(z,s)$ este probabilitatea că prima “catastrofă” s-a produs pe parcursul unei II^n - perioade în momentul de timp t , când în sistem se află doar mesaje roșii.

Teorema 2.5. *Transformata Laplace a funcției generatoare a repartiției șirului de așteptare pe II^n se determină din expresia*

$$\pi^n(z,s) = \pi(z,s) \frac{z^n - [\pi(s)]^n}{z - \pi(s)},$$

unde $\pi(z,s)$ este transformata Laplace a funcției generatoare a lungimii șirului de așteptare pe perioada de ocupare.

Demonstrație. Vom arăta că

$$s\pi^n(z,s) = s\pi(z,s)z^{n-1} + \pi(s)s\pi(z,s)z^{n-2} + \dots + [\pi(s)]^{n-1}s\pi(z,s) \quad (2.46)$$

Presupunem că prima “catastrofă” s-a produs pe II^n în momentul de timp când în sistem se află doar mesaje roșii (probabilitatea acestui eveniment este $s\pi^n(z,s)$). Pentru aceasta este necesar și suficient, ca:

- prima “catastrofă” s-a produs pe perioada de ocupare legată de primul din cele n mesaje inițiale, în momentul de timp când în sistem se află doar mesaje roșii (probabilitatea acestui eveniment este $s\pi(z,s)$), restul $n-1$ mesaje sunt roșii (probabilitatea este z^{n-1});

- sau prima “catastrofă” s-a produs pe perioada de ocupare legată de al doilea din cele n mesaje inițiale (probabilitatea acestui eveniment este $s\pi(z,s)$), pe parcursul perioadei de ocupare legată de primul mesaj nu s-a produs evenimentul “catastrofă” (probabilitatea este $\pi(s)$), restul $n-2$ mesaje rămase sunt roșii (probabilitatea este z^{n-1}) etc.;

- sau prima “catastrofă” s-a produs pe perioada de ocupare legată de ultimul din cele n mesaje inițiale (probabilitatea este $s\pi(z,s)$), ea nu s-a produs pe parcursul perioadelor de ocupare legate de $n-1$ mesaje inițiale (probabilitatea acestui eveniment este $[\pi(s)]^{n-1}$).

Expresia (2.46) o vom transcrie în felul următor:

$$s\pi^n(z,s) = s\pi(z,s)\{z^{n-1} + \pi(s)z^{n-2} + \dots + [\pi(s)]^{n-1}\}$$

sau

$$s\pi^n(z,s) = s\pi(z,s) \frac{z^n - [\pi(s)]^n}{z - \pi(s)} \quad (2.47)$$

Împărțind la s ambele părți a expresiei (2.47) obținem următoarea teoremă:

Teorema 2.6. *Transformata Laplace a funcției generatoare a repartiției șirului de așteptare pe perioada de ocupare se determină din expresia*

$$\pi(z, s) = \beta(z, s) \frac{z - \pi(s)}{z - \beta(s + a - az)}$$

unde $\beta(s + a - az)$ este transformata Laplace-Stieltjes a funcției $B(t)$ în punctul $s + a - az$.

Demonstrație. Demonstrăm că

$$s\pi(z, s) = s\beta(z, s) + \sum_{n \geq 1} s\pi^n(z, s) \int_0^{\infty} e^{-st} \frac{(at)^n}{n!} e^{-at} dB(t) \quad (2.48)$$

Presupunem că prima "catastrofă" s-a produs pe o perioadă de ocupare luată aparte într-un moment de timp, când în sistem se află doar mesaje roșii (după cum am menționat mai sus, probabilitatea acestui eveniment este $s\pi(z, s)$). Pentru acesta este necesar și suficient ca,

- prima "catastrofă" s-a produs pe parcursul servirii mesajului, ce a deschis perioada de ocupare într-un moment de timp când în sistem se află doar mesaje roșii (probabilitatea acestui eveniment este, după cum s-a menționat mai sus, $s\beta(s, z)$);

- sau în timpul de servire B a acestui mesaj nu s-a produs evenimentul "catastrofă" (probabilitatea acestui eveniment este e^{-st}), au sosit $n \geq 1$ mesaje (probabilitatea acestui eveniment este $\frac{(at)^n}{n!} e^{-at}$) și prima "catastrofă" s-a produs pe perioada I^n , într-un moment de timp, când în sistem se află doar mesaje roșii (probabilitatea acestui eveniment este $s\pi^n(z, s)$).

Vom simplifica cu s ambele părți ale expresiei (2.48), vom nota prin $\sum$ termenul al doilea al acestei expresii și obținem:

$$\begin{aligned} \sum &= \sum_{n \geq 1} \pi^n(z, s) \int_0^{\infty} e^{-st} \frac{(at)^n}{n!} e^{-at} dB(t) = \\ &= \frac{\pi(z, s)}{z - \pi(s)} \sum_{n \geq 1} \int_0^{\infty} \left[\frac{(azt)^n}{n!} - \frac{(a\pi(s)t)^n}{n!} \right] e^{-(s+a)t} dB(t). \end{aligned}$$

Observăm că expresia din paranteza pătrată este 0 pentru $n = 0$. De aceea putem efectua sumarea, schimbând parametrul $n \geq 1$ cu $n \geq 0$. Vom obține,

$$\sum = \frac{\pi(z, s)}{z - \pi(s)} \int_0^{\infty} \left[e^{ast} - e^{a\pi(s)t} \right] e^{-(s+a)t} dB(t) =$$

$$= \frac{\pi(z, s)}{z - \pi(s)} [\beta(s + a - az) - \beta(s + a - a\pi(s))]$$

Conform expresiei (2.1) vom înlocui $\beta(s + a - a\pi(s))$ prin $\pi(s)$.

Vom obține

$$\sum = \frac{\pi(z, s)}{z - \pi(s)} [\beta(s + a - az) - \pi(s)]$$

Vom introduce expresia obținută în formula (2.48), redusă la s .

$$\pi(z, s) = \beta(z, s) + \frac{\pi(z, s)}{z - \pi(s)} [\beta(s + a - az) - \pi(s)]$$

Exprimând $\pi(z, s)$ vom avea:

$$\pi(z, s) \left\{ 1 - \frac{\beta(s + a - az) - \pi(s)}{z - \pi(s)} \right\} = \beta(z, s)$$

sau

$$\pi(z, s) \frac{z - \beta(s + a - az)}{z - \pi(s)} = \beta(z, s)$$

Teorema 2.7. Transformata Laplace a funcției generatoare a repartiției șirului de așteptare în timpul servirii unui mesaj se determină din expresia

$$\beta(z, s) = z \frac{1 - \beta(s + a - az)}{s + a - az}$$

Demonstrație. Arătăm că

$$s\beta(z, s) = z \int_0^{\infty} [1 - B(x)] s e^{-st} e^{-a(1-s)t} dt \quad (2.49)$$

Într-adevăr, presupunem că prima "catastrofă" s-a produs într-un moment de timp luat pe durata B a servirii unui mesaj când în sistem se află doar mesaje roșii. Probabilitatea acestui eveniment este $s\beta(z, s)$. Pentru aceasta este necesar și suficient ca

- prima "catastrofă" să se producă în momentul de timp t (probabilitatea este $se^{-st} dt$), când servirea mesajului încă nu s-a terminat (probabilitatea acestui eveniment este $1 - B(t)$), până la producerea "catastrofei" în sistem nu vor sosi mesaje nu roșii (probabilitate acestui eveniment este $e^{-a(1-s)t}$), mesajul inițial este roșu (probabilitatea este z).

Așadar, din (2.49) după reducere la s și integrare avem

$$\beta(z, s) = z \frac{1 - \beta(s + a - az)}{s + a - az}$$

Teorema 2.8. Transformata Laplace $p(z, s)$ a repartiției șiruri de așteptare pentru orice moment de timp se determină din relația

$$p(z, s) = \frac{1 + a\pi(z, s)}{s + a - a\pi(s)}, \quad (2.50)$$

Demonstrație. Ne va interesa probabilitatea următorului eveniment: dintre două evenimente producerea "catastrofei" și sosirea în sistem a unui mesaj – primul a fost înregistrat (s-a efectuat) "sosirea mesajului". Probabilitatea acestui eveniment, evident, este:

$$\frac{a}{s + a}$$

Analog, probabilitatea evenimentului: dintre două evenimente: producerea "catastrofei" și sosirea în sistem a unui mesaj – prima s-a produs "catastrofă", este:

$$\frac{s}{s + a}$$

Vom arăta că se îndeplinește egalitatea:

$$sp(z, s) = \frac{s}{s + a} + \frac{a}{s + a} s\pi(z, s) + \frac{a}{s + a} \pi(s)sp(z, s) \quad (2.51)$$

Într-adevăr, presupunem că prima "catastrofă" s-a produs în momentul de timp, când în sistem sunt doar mesaje roșii. Probabilitatea acestui eveniment este $sp(z, s)$. Pentru aceasta este necesar și suficient ca,

- sau prima "catastrofă" s-a produs în momentul de timp când sistemul este liber (probabilitatea este $\frac{s}{s + a}$);

- sau prima "catastrofă" s-a produs pe prima perioadă de ocupare (probabilitatea acestui eveniment este $\frac{a}{s + a} s\pi(z, s)$);

- sau în prima perioadă de ocupare nu s-a produs "catastrofă", ea s-a produs într-un moment, când în sistem sunt doar cerințe roșii (probabilitatea acestui eveniment este

$\frac{a}{s + a} \pi(s)sp(z, s)$). După reducerea lui s în (2.51) avem:

$$p(z, s) \left[1 - \frac{a\pi(s)}{s+a} \right] = \frac{1+a\pi(z, s)}{s+a}$$

Remarcă. Aceste rezultate ne permit să găsim valoarea medie a lungimii şirului de aşteptare. Vom nota prin $N(t)$ valoarea medie în momentul t , iar prin

$$n(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} N(t) dt$$

transformata Laplace a acestei funcţii. Atunci valoarea medie virtuală (în termenii transformatei Laplace) va fi

$$n(s) = \frac{a}{s} \left[\frac{1}{s} - \frac{\beta(s)(1-\pi(s))}{(1-\beta(s))(s+a-a\pi(s))} \right] \quad (2.52)$$

Formula (2.50) se obţine aplicând următoarea procedură asupra expresiei (2.48)

$$n(s) = \left. \frac{\partial p(z, s)}{\partial z} \right|_{z=1}$$

Într-adevăr, este ştiut, că dacă $P(z)$ este funcţia generatoare a unei variabile aleatoare discrete X (cum este, de exemplu numărul de cerinţe în şirul de aşteptare), $P(z) = \sum P_n z^n$, $0 \leq z \leq 1$, atunci valoarea medie $M(X) = P'(z)|_{z=1}$.

Conform [81], pe parcursul anilor 2013-2015, Serviciul VTS Constanţa şi-a desfăşurat activitatea de supraveghere, coordonare şi monitorizare a traficului naval în zona VTS Constanţa în scopul:

- creşterii siguranţei navigaţiei;
- prevenirii situaţiilor potenţial periculoase în trafic;
- fluidizării şi eficientizării traficului în zona VTS;
- prevenirii poluării mediului marin.

În continuare prezentăm situaţia anilor 2013-2015 prin monitorizarea, coordonarea şi supravegherea în zona VTS Constanţa a navelor operate.

Tabelul 2.1. Număr nave monitorizate în anul 2013

LUNA	SOSIRI	PLECĂRI	MUTĂRI	TOTAL
ianuarie	328	332	63	723
februarie	314	343	56	713
martie	353	378	71	802
aprilie	366	368	53	787
mai	367	395	51	813
iunie	403	423	65	891
iulie	374	399	102	875
august	473	435	88	996
septembrie	418	415	85	918
octombrie	404	439	118	961
noiembrie	368	366	111	845
decembrie	347	346	72	765
TOTAL	4515	4639	935	10089

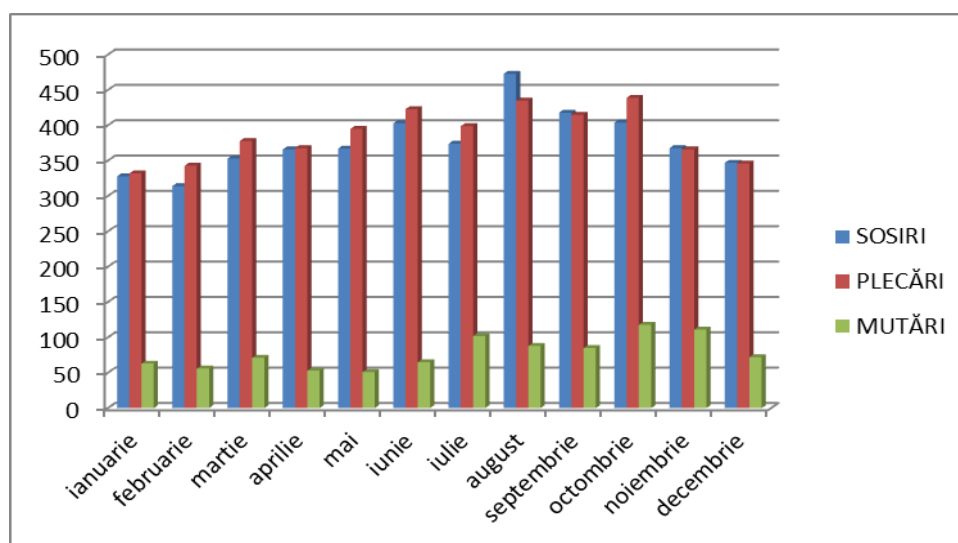


Fig. 2.1 Număr nave monitorizate în 2013

Tabelul 2.2. Număr nave monitorizate în anul 2014

LUNA	SOSIRI	PLECĂRI	MUTĂRI	TOTAL
ianuarie	318	295	50	663
februarie	289	319	79	687
martie	324	343	64	731
aprilie	307	304	71	682
mai	348	358	72	778
iunie	355	313	60	728
iulie	371	381	113	865
august	373	383	94	850
septembrie	413	379	112	904
octombrie	403	415	124	942
noiembrie	343	353	136	832
decembrie	322	338	115	775
TOTAL	4166	4181	1090	9437

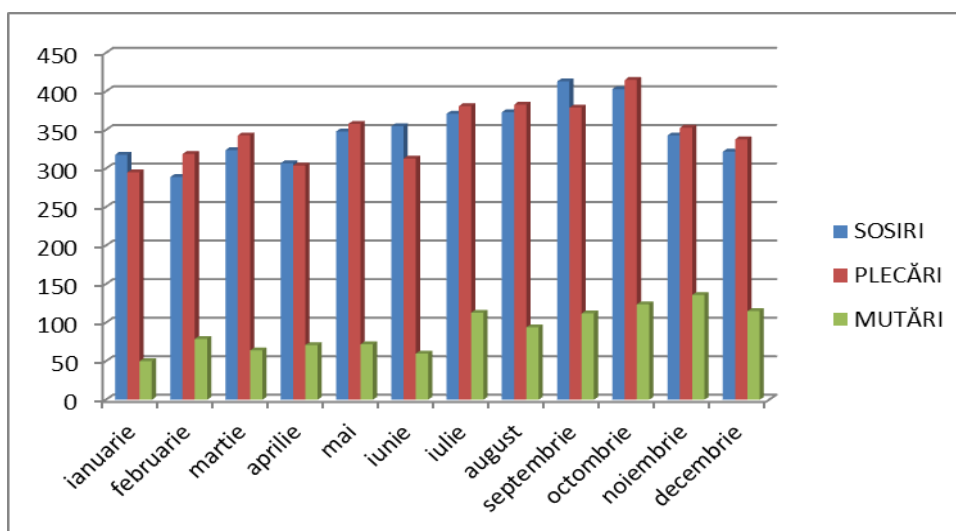


Fig. 2.2 Număr nave monitorizate în 2004

Tabelul 2.3. Număr nave monitorizate în anul 2015

LUNA	SOSIRI	PLECĂRI	MUTĂRI	TOTAL
ianuarie	323	324	74	721
februarie	296	314	105	715
martie	336	346	108	790
aprilie	342	330	93	765
mai	359	381	102	842
iunie	390	357	86	833
iulie	378	392	107	877
august	393	382	101	876
septembrie	377	347	139	863
octombrie	352	375	93	820
noiembrie	302	307	82	691
decembrie	342	331	107	780
TOTAL	4190	4186	1197	9573

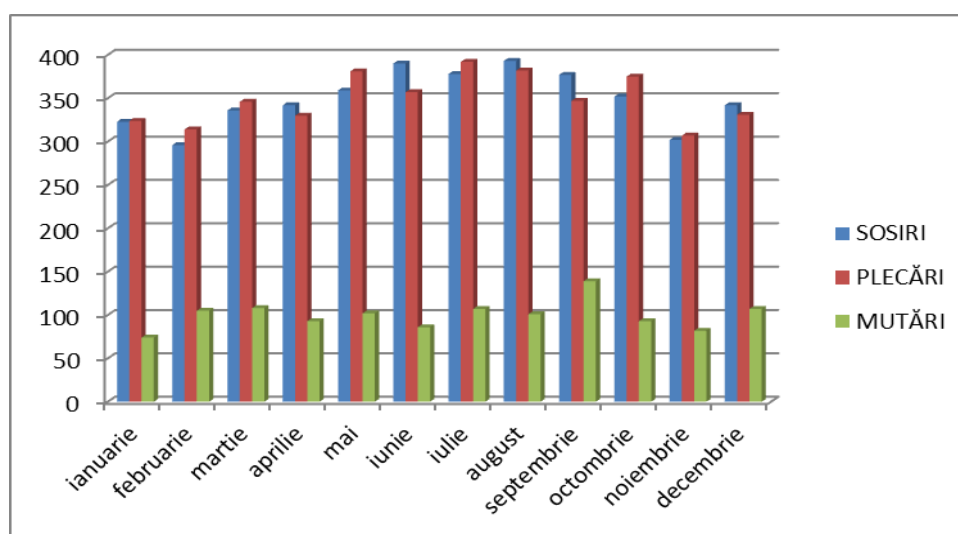


Fig. 2.3 Număr nave monitorizate în 2005

Conform [44], din analiza buletinelor informative și a bazei de date referitoare la toate navele operate în Portul Constanța, obținem o imagine generală a gradului de ocupare a diverselor dane.

În comerțul internațional ritmurile obișnuite de operare a navelor sunt:

- navele de containere: 2 zile
- nave de colectare a containerelor: 1 zi
- nave RoRo: 1-2 zile
- nave de transport în vrac (încărcare specială): 2-4 zile
- nave de transport în vrac (încărcare convențională): 4 zile
- nave de transport în vrac (descărcare specială): 4 zile
- petroliere cu țiței (încărcare și descărcare): 1-2 zile
- nave tanc de transportat substanțe lichide: 2-3 zile
- nave convenționale pentru mărfuri generale: 2-4 zile

În urma analizării datelor referitoare la terminale, furnizate de Portul Constanța, observăm că randamentul portului este corespunzător practicilor internaționale.

Însă, îmbunătățirea randamentului unui port este un proces permanent.

2.5 Concluzii la capitolul 2

În acest capitol am analizat modelele clasice și contemporane pentru analiza traficului informațional în portul maritim, discutând despre modelul clasic $M/G/1$ și ecuația lui Kendall cu aplicarea în portul maritim.

Astfel:

- s-au analizat sistemele de așteptare cu priorități și timp nul de orientare sau timpi nenuli de tip semi-Markov.
- s-a studiat coeficientul de trafic pentru sistemele de așteptare cu priorități, o caracteristică foarte importantă pentru analiza traficului informațional.
- s-au analizat cele trei cazuri: când mesajul întrerupt își continuă servirea, când mesajul întrerupt se pierde fără revenire în sistem și al treilea caz, atunci când mesajul întrerupt se servește de la început.
- s-a analizat repartiția perioadei de ocupare pentru sistemele de așteptare cu priorități precum și aplicarea tuturor caracteristicilor sistemelor de așteptare în portul maritim.

3. ELABORAREA SOFTWARELUI NECESAR ȘI APLICAREA LUI ÎN PROBLEMELE DE MODELARE A ACTIVITĂȚII PORTUARE

3.1. Aplicarea modelului $M/G/1$ în activitatea portuară

În continuare (a se vedea [82]) vom considera sistemul clasic $M/G/1$ cu repartiție exponențială $x \geq \text{Exp}(\lambda)$. Considerăm λ intensitatea fluxului de intrare Poisson, μ numărul mediu de nave procesate într-o unitate de timp și $B(t) = P\{B \leq t\}$ funcția de repartiție a servirii. Fie $\Pi(t)$ funcția de repartiție a perioadei de ocupare și transformatele Laplace-Stieltjes ale funcțiilor $\Pi(t)$ și $B(t)$:

$$\pi(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} d\Pi(t)$$

și

$$\beta(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dB(t) = \int_0^{\infty} e^{-st} d[1 - e^{-bt}]$$

În acest caz, $\beta(s) = \frac{1}{1 + bs}$, iar $\pi(s)$ se determină din Teorema lui Kendall.

$$\pi(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi(s))$$

Coeficientul de trafic este $\rho = \lambda M[B(t)]$, iar condiția de staționaritate a sistemului este $\rho = \lambda M[B(t)] < 1$.

Algoritmul de calcul pentru perioada de ocupare este:

Pasul 0) $\pi^0(s) = \pi(s) = 0$

Pasul 1) $\pi^1(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi^0(s))$

Pasul 2) $\pi^2(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi^1(s))$

.....

Pasul n) $\pi^n(s) = \beta(s + \lambda - \lambda\pi^{n-1}(s))$

$|\pi^n(s) - \pi^{n-1}(s)| < \varepsilon$

$$\pi(s) = \pi^n(s)$$

Pentru acest sistem vom calcula:

- Valoarea medie a perioadei de ocupare: $M_1 = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda M(B)}{1-\lambda M(B)}$
- Numărul mediu de nave în șirul de așteptare: $M_2 = M_1 - \rho = \frac{\rho}{1-\rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho}$
- Timpul mediu de așteptare a navei în sistem: $M_3 = \frac{1}{b-\lambda}$
- Timpul mediu de așteptare a navei în șirul de așteptare: $M_4 = \frac{\rho}{b-\lambda}$

În baza datelor obținute din Buletinele informative ale portului maritim Constanța vom analiza coeficientul de trafic atunci când repartiția șirului de așteptare este exponențială, așa cum s-a stabilit aplicând criteriul Kolmogorov-Smirnov, iar apoi vom presupune că repartiția șirului de așteptare este Erlang de ordinul 2, Erlang de ordinul 3, Gamma cu parametrul $\alpha = 4$, Gamma cu parametrul $\alpha = 5$ sau repartiția este uniformă în intervalul $[a, b]$ dat.

În cazul în care coeficientul de trafic este mai mic decât 1, înseamnă că sistemul portuar lucrează în regim staționar, iar dacă valoarea coeficientului de trafic este mai mare ca 1, atunci înseamnă că deservirea navelor a fost mai lentă și sosirile navelor în dană au fost mai rapide, sosind în port un număr mai mare de nave, astfel realizându-se un șir mai mare de așteptare.

Exemplul 3.1.1: În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă acestea nu pot fi preluate imediat la o dană, așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare.

Fluxul este Poisson și repartiția este exponențială. Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp (λ) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp (b).

Valoarea inversă $1/\lambda$ este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B) = \frac{1}{b} \text{ și } M(z_k) = \frac{1}{\lambda}$$

Intervalul mediu dintre sosirile navelor în port pentru toate cele 5 dane este de 5 ore, iar timpul mediu de deservire a unei nave este de: 8 ore, 6 ore, 4,5 ore, 3 ore pentru fiecare dană.

Tabelul 3.1. Repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
$M(z_k)$	5 ore	5 ore	5 ore	5 ore	5 ore
$M(B)$	8 ore	6 ore	4,5 ore	3 ore	5,5 ore
b	0,12	0,16	0,22	0,33	0,19
λ	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
ρ	1,6	1,2	0,9	0,6	1,1
M_1	-2,6	-6	9	1,5	-11
M_2	-4,3	-7,2	8,1	0,9	-12,1
M_3	-12,5	-25	50	7,7	-100
M_4	-20	-30	45	4,6	-110

Din analiza Tabelului 3.1. observăm că danele 1, 2 și 5 nu sunt viabile, deoarece șirul de așteptare va crește nelimitat pentru că $\rho > 1$, în timp ce danele 3 și 4 au coeficientul de trafic mai mic de 1, astfel sistemul fiind viabil.

Exemplul 3.1.2: În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă nu pot fi preluate imediat la o dană, ele așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare.

Fluxul este Poisson și repartiția este Erlang de ordinul 2.

Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp (λ) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp (b).

Valoarea inversă $1/\lambda$ este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B) = \frac{2}{b} \text{ și } M(z_k) = \frac{1}{\lambda}$$

Tabelul 3.2. Repartiție Erlang de ordinul 2

Caracteristicile terminalului	Dana 12	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	2	5	1	3	4
b	3	4	2	7	6
$M(z_k)$	0,5	0,2	1	0,3	0,25
$M(B)$	0,66	0,5	1	0,28	0,5
ρ	1,32	2,5	1	0,9	2

Din analiza Tabelului 3.2. observăm că danele 1, 2 și 5 nu sunt viabile, deoarece șirul de așteptare va crește nelimitat pentru că $\rho > 1$, în timp ce danele 3 și 4 au coeficientul de trafic mai mic sau egal cu 1.

Tabelul 3.3. Repartiție Erlang de ordinul 2

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	2	5	1	3	4
b	5	11	3,3	6,6	13
$M(z_k)$	0,5	0,2	1	0,3	0,25
$M(B)$	0,4	0,18	0,6	0,3	0,15
ρ	0,8	0,9	0,6	1	0,6

Din analiza Tabelului 3.3. observăm că toate danele au coeficientul de trafic mai mic sau egal cu 1.

Exemplul 3.1.3: În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă nu pot fi preluate imediat la o dană ele așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare. Fluxul este Poisson și repartiția este Erlang de ordinul 3. Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp (λ) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp (b). Valoarea inversă $1/\lambda$

este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B) = \frac{3}{b} \text{ și } M(z_k) = \frac{1}{\lambda}$$

Tabelul 3.4. Repartiție Erlang de ordinul 3

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	2	5	1	3	4
b	3	4	2	7	6
$M(z_k)$	0,5	0,2	1	0,3	0,25
$M(B)$	1	0,75	1,5	0,4	0,5
ρ	2	3,75	1,5	1,3	2

Tabelul 3.5. Repartiție Erlang de ordinul 3

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	2	5	1	3	4
b	7	16	5	9	15
$M(z_k)$	0,5	0,2	1	0,3	0,25
$M(B)$	0,4	0,18	0,6	0,3	0,2
ρ	0,8	0,9	0,6	1	0,8

Din analizele tabelelor 3.4. și 3.5. observăm că sistemul este viabil doar dacă în intervalul de ore stabilit numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp este cât mai mare. De exemplu, dacă la Dana 1 numărul de nave deservite în aceeași unitate de timp a crescut, dana a devenit viabilă.

Exemplul 3.1.4: În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă nu pot fi preluate imediat la o dană ele așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare. Fluxul este Poisson și repartiția este Gamma cu parametrul $\alpha = 4$. Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp (λ) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp (b). Valoarea

inversă $1/\lambda$ este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B) = \frac{\alpha}{b} \text{ și } M(z_k) = \frac{1}{\lambda}$$

Tabelul 3.6. Repartiția Gamma cu parametrul 4

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	5	2	3	7	4
b	9	7	10	5	9
$M(z_k)$	0,2	0,5	0,33	0,14	0,25
$M(B)$	0,4	0,57	0,4	0,8	0,44
ρ	2	1,1	1,2	5,7	1,7

Tabelul 3.7. Repartiția Gamma cu parametrul 4

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	5	2	3	7	4
b	40	10	13,3	33,3	16
$M(z_k)$	0,2	0,5	0,33	0,14	0,25
$M(B)$	0,1	0,4	0,3	0,12	0,25
ρ	0,5	0,8	0,9	0,85	1

Din analizele tabelelor 3.6 și 3.7 observăm că sistemul este eficient doar dacă numărul de nave deservite într-o unitate de timp este mult mai mare față de cel din cazul repartiției exponențiale.

Exemplul 3.1.5: În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă nu pot fi preluate imediat la o dană, așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare. Fluxul este Poisson și repartiția este Gamma cu parametrul $\alpha = 5$. Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp (λ) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp (b). Valoarea

inversă $1/\lambda$ este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B) = \frac{\alpha}{b} \text{ și } M(z_k) = \frac{1}{\lambda}$$

Tabelul 3.8. Repartiția Gamma cu parametrul 5

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	5	2	3	7	4
b	9	7	10	5	6
$M(z_k)$	0,2	0,5	0,33	0,14	0,25
$M(B)$	0,5	0,7	0,5	1	0,9
ρ	2,5	1,4	1,5	7,14	3,6

Tabelul 3.9. Repartiția Gamma cu parametrul 5

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
λ	5	2	3	7	4
b	50	12,5	16,6	41,6	30
$M(z_k)$	0,2	0,5	0,33	0,14	0,25
$M(B)$	0,1	0,4	0,3	0,12	0,16
ρ	0,5	0,8	0,9	0,85	0,64

Din analizele tabelelor 3.8. și 3.9. observăm că sistemul este eficient doar dacă numărul de nave deservite într-o unitate de timp este mare.

Exemplul 3.1.6: În portul maritim sosesc nave în mod aleator, iar dacă nu pot fi preluate imediat la o dană, așteaptă, astfel formându-se un șir de așteptare. Fluxul este Poisson și repartiția este uniformă în intervalul $[a, b]$ dat. Știm numărul mediu de nave ce sosesc în port într-o unitate de timp (λ) și numărul mediu de nave deservite într-o unitate de timp (b).

Valoarea inversă $1/\lambda$ este timpul mediu dintre două sosiri consecutive a navelor, iar valoarea inversă $1/b$ este timpul mediu de servire a unei nave.

$$M(B) = \frac{a+b}{2} \text{ și } M(z_k) = \frac{1}{\lambda}$$

Tabelul 3.10. Repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
a	2	1	3	1	2
b	4	7	5	3	6
λ	3	2	7	5	8
$M(z_k)$	0,2	0,5	0,33	0,14	0,12
$M(B)$	3	4	4	2	4
ρ	15	8	12	10	33

Tabelul 3.11. Repartiția uniformă

Caracteristicile terminalului	Dana 1	Dana 2	Dana 3	Dana 4	Dana 5
a	2	1	3	1	2
b	4	7	5	3	6
λ	0,26	0,22	0,17	0,15	0,3
$M(z_k)$	3,75	4,4	5,7	6,6	3,3
$M(B)$	3	4	4	2	4
ρ	0,8	0,9	0,7	0,3	1,21

Din analiza tabelelor 3.10. și 3.11. observăm că în același interval de timp și pentru același timp mediu de servire al unei nave, mai eficient este sistemul în care numărul de nave sosite în port este mai mic.

Portul Constanța - caracteristici generale. Organigrama Port Constanța

Deoarece vom studia aplicabilitatea teoriei așteptării în portul maritim, respectiv analiza coeficientului de trafic, în continuare vom face o prezentare a portului Constanța.

Conform [83], portul Constanța beneficiază de o poziționare geografică avantajoasă, fiind situat pe rutele a 3 coridoare de transport pan-european: Coridorul IV, Coridorul IX și Coridorul VII (Dunărea) - care leagă Marea Nordului de Marea Neagră prin culoarul Rhin-Main-Dunăre. portul Constanța are un rol major în cadrul rețelei europene de transport intermodal, fiind favorabil localizat la intersecția rutelor comerciale care leagă piețele țărilor fără ieșire la mare din Europa Centrală și de Est cu regiunea Transcaucaz, Asia Centrală și Extremul Orient.

Aproape de portul Constanța sunt situate cele două porturi satelit Mangalia și Midia, care fac parte din complexul portuar maritim românesc aflat sub coordonarea Administrației Porturilor Maritime SA Constanța.



Fig. 3.1. Vedere din satelit a portului Constanța, conform [84]

Portul Constanța este unul dintre principalele centre de distribuție care deservesc regiunea Europei Centrale și de Est, având o serie de avantaje, printre care se numără următoarele, a se vedea [83]:

- Port multifuncțional cu facilități moderne și adâncimi ale apei în bazinul portuar suficiente pentru acostarea celor mai mari nave care trec prin Canalul Suez;
- Acces direct la țările Europei Centrale și de Est prin Coridorul Pan European VII - Dunărea;
- Centru de distribuție a containerelor către porturile din Marea Neagră;

- Legături bune cu toate modalitățile de transport: cale ferată, rutier, fluvial, aerian și conducte;
- Terminale Ro-Ro și Ferry Boat care asigură o legătură rapidă cu porturile Mării Negre și Mării Mediterane;
- Facilități moderne pentru navele de pasageri;
- Disponibilitatea suprafețelor pentru eventualele dezvoltări necesare în viitor;
- Portul Constanța are statutul de Zonă Liberă, ceea ce permite stabilirea cadrului general necesar pentru efectuarea comerțului exterior și a tranzitului de mărfuri către/dinspre Europa Centrală și de Est.

Port maritim

Portul Constanța este situat pe coasta vestică a Mării Negre și are o suprafață totală de 3.926 ha, din care 1.313 ha uscat și 2.613 ha apă. Cele două diguri situate în partea de nord și în partea de sud adăpostesc portul, creând condițiile de siguranță optimă pentru activitățile portuare. Portul Constanța are o capacitate de operare anuală de aproximativ 120 milioane tone, fiind deservit de 156 de dane, din care 140 sunt operaționale. Lungimea totală a cheurilor este de 29,83 km, iar adâncimile variază între 7 și 19 m.

Aceste caracteristici sunt comparabile cu cele oferite de către cele mai importante porturi europene și internaționale, permițând accesul tancurilor cu capacitatea de 165.000 dwt. și a vrachierelor cu capacitatea de 220.000 dwt.

În prezent, se află în derulare mai multe proiecte care au în vedere atât construirea de noi facilități pentru operarea mărfurilor, cât și îmbunătățirea legăturilor de transport dintre portul Constanța și hinterland. Aceste proiecte sunt localizate în principal în partea de sud a portului.

Port fluvial

Portul Constanța este atât port maritim, cât și port fluvial. Facilitățile oferite de portul Constanța permit acostarea oricărui tip de navă fluvială.

Legătura portului Constanța cu Dunărea se realizează prin Canalul Dunăre - Marea Neagră și reprezintă unul dintre principalele avantaje ale portului Constanța. Datorită costurilor reduse și volumului mare de mărfuri care pot fi transportate, Dunărea este unul dintre cele mai rentabile moduri de transport, reprezentând o alternativă eficientă la transportul rutier și feroviar congestionat din Europa.

Conform [85], portul Constanța are mai multe terminale:

- terminalul de vrac lichid: produse petroliere rafinate și nerafinate precum și petrol brut
- terminalul de vrac solid: cărbune, cocs, minereu, cereale, ciment vrac și materiale de construcții
- terminalul de mărfuri generale: produse alimentare, produse chimice, cherestea și produse metalice
- terminalul de containere care este cel mai mare terminal de containere de la Marea Neagră având o capacitate anuală de peste 1.000.000 TEU
- terminalul de ro-ro/ferry în care pot sosi nave ce pot acomoda până la 4.800 de vehicule/legături prin ferry-boat cu alte țări riverane Mării Negre
- terminalul de pasageri cu o capacitate anuală de 100.000 de pasageri.

Organigrama Port Constanța

Administrația Porturilor Maritime "S.A. Constanța"

1. Compartimente în subordinea directorului general

- Compartimentul consilieri
- Serviciul secretariat, comunicare și informații publice
- Serviciul de relații publice, protocol
- Serviciul resurse umane - securitate și sănătate în muncă
- Serviciul juridic și contencios
- Biroul litigii maritime și asigurări
- Biroul audit intern

2. Direcția financiară

3. Direcția comercială

4. Direcția domeniului portuar

5. Direcția exploatare, siguranță și securitate portuară

6. Direcția tehnică - achiziții publice

7. Sucursale

- Sucursala energetică Port Constanța
- Sucursala nave tehnice Port Constanța
- Sucursala de servicii Port Constanța
- Sucursala zonelor libere Constanța Sud și Basarabi

3.2. Algoritmi de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat cu aplicarea în portul maritim

În continuare se precută un model de așteptare cu intrări poissoniene ordonate în 5 clase de priorități, cu servire exhaustivă și funcții de repartiție arbitrare ale serviciilor. În mod general (pentru un număr arbitrar de clase de priorități) acest model, succint notat prin abrevierea $M_r | G_r | 1$, este descris și cercetat în monografiile [86 - 93]. În cărțile menționate sunt obținute principalele caracteristici de performanță ale evoluției modelului, printre care condițiile de staționare și coeficientul de trafic. Însă, atât coeficientul de trafic cât și condițiile de staționare se exprimă, ca regulă, prin transformatele Laplace-Stieltjes ale funcțiilor de repartiție ale serviciilor. Problema constă în faptul că pentru modelarea acestor caracteristici trebuie să aflăm valorile numerice ale transformatelor Laplace-Stieltjes pentru anumite valori ale parametrului fluxului sumar. În modelele cu prioritate se folosesc mai multe legi de prioritate. Mai jos sunt prezentate tabele cu modelări numerice ale coeficientului de trafic pentru 3 strategii ale serviciilor cu prioritate absolută, a se vedea [94-99]:

- 1) cazul cu continuarea servirii întrerupte;
- 2) cazul cu pierderea servirii;
- 3) cazul cu servirea de la început a servirii întrerupte.

Vom introduce următoarele notații:

Vom nota prin $B_k(x)$ funcția de repartiție a serviciilor pentru navele de prioritate k ;

$\beta_k(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} dB_k(x)$ transformata Laplace-Stieltjes a funcției $B_k(x)$;

$\beta_{k1}(x) = \int_0^{\infty} x dB_k(x)$ momentul de ordinul 1 pentru $B_k(x)$;

λ_k - parametrul fluxului de intrare

$\sigma_k = \lambda_1 + \dots + \lambda_k$, unde $k = 1, \dots, 5$.

3.2.1. Cazul sistemului $M_r | G_r | 1$ cu continuarea servirii întrerupte

În acest caz, coeficientul de trafic se calculează după formula:

$$\rho_{k1} = \lambda_1 \beta_{11} + \lambda_2 \beta_{21} + \dots + \lambda_k \beta_{k1}.$$

Sistemul este viabil dacă coeficientul de trafic este mai mic decât 1.

În continuare vom analiza acest coeficient de trafic în cazul în care timpul de servire al navelor din portul maritim are repartiția exponențială, uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$, este o repartiție Erlang de ordinul 2 sau o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$. Pentru aceste cazuri vom concluziona când sistemul este viabil. (coeficientul de trafic trebuie să aibă în toate cazurile valori subunitare)

Exemplul 3.2.1: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție

$B_k(x) = 1 - e^{-b_k x}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k}$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_{k1} = M(x) = \frac{1}{b_k}$.

Tabelul 3.12. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
β_{k1}	0,14	0,2	0,25	0,33	0,16
ρ_k	0,12	0,18	0,36	0,52	0,65

Exemplul 3.2.2: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de

repartiție $B_k(x) = \frac{x - a_k}{b_k - a_k}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \frac{1}{s(b_k - a_k)}(e^{-sa_k} - e^{-sb_k})$,

iar momentul de ordinul 1 este $\beta_{k1} = M(x) = \frac{a_k + b_k}{2}$.

Tabelul 3.13. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
$[a_k, b_k]$	[2,5]	[2,7]	[1,3]	[3,8]	[1,8]
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
β_{k1}	3,5	4,5	2	5,5	4,5
ρ_k	3,15	4,5	5,9	8,65	12,25

Exemplul 3.2.3: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Erlang de ordinul 2, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde transformata Laplace-Stieltjes a funcției de repartiție a timpului de servire este: $\beta_k(s) = \left(\frac{b_k}{s + b_k} \right)^2$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_{k1} = M(x) = \frac{2}{b_k}$.

Tabelul 3.14. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Erlang de ordinul 2

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
β_{k1}	0,28	0,4	0,5	0,66	0,33
ρ_k	0,25	0,37	0,72	1,05	1,31

Exemplul 3.2.4: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 3.15. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Gamma

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
β_{k1}	0,4	0,6	0,75	1	0,5
ρ_k	0.36	0,54	1,06	1,56	1,96

După cum se observă din analiza tabelelor 3.12-3.15, în cazul în care se continuă servirea întreruptă, sistemul eficient este cel în care timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială.

3.2.2. Cazul sistemului $M_r | G_r | 1$ cu pierderea mesajului întrerupt

În acest caz, coeficientul de trafic se calculează după formula:

$$\rho_{k1} = \lambda_1 \beta_1 + \frac{\lambda_2}{\sigma_1} [1 - \beta_2(\sigma_1)] + \dots + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(\sigma_{k-1})],$$

unde $\sigma_k = \lambda_1 + \dots + \lambda_k$.

Sistemul este viabil dacă coeficientul de trafic este mai mic decât 1.

În continuare vom analiza acest coeficient de trafic în cazul în care timpul de servire al navelor din portul maritim are repartiția exponențială, uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$, este o repartiție Erlang de ordinul 2 sau o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$.

Exemplul 3.2.5: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție $B_k(x) = 1 - e^{-b_k x}$ are transformata Laplace-Stieltjes

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k}, \text{ iar momentul de ordinul 1 este } \beta_1 = M(x) = \frac{1}{b_1} = 0,14.$$

Tabelul 3.16. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	0,12	0,17	0,3	0,4	0,49

Exemplul 3.2.6: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție $B_k(x) = \frac{x - a_k}{b_k - a_k}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \frac{1}{s(b_k - a_k)}(e^{-sa_k} - e^{-sb_k})$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_1 = M(x) = \frac{a_1 + b_1}{2} = 3,5$.

Tabelul 3.17. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
$[a_k, b_k]$	[2,5]	[2,7]	[1,3]	[3,8]	[1,8]
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	3,15	3,47	3,98	4,24	4,57

Exemplul 3.2.7: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Erlang de ordinul 2, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție a timpului de

servire are transformata Laplace-Stieltjes: $\beta_k(s) = \left(\frac{b_k}{s + b_k}\right)^3$, iar momentul de ordinul 1 este

$$\beta_1 = M(x) = \frac{2}{b_1} = 0,28.$$

Tabelul 3.18. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Erlang de ordinul 2

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	0,25	0,34	0,57	0,73	0,89

Exemplul 3.2.8: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție a timpului de servire are transformata Laplace-Stieltjes: $\beta_k(s) = \left(\frac{b_k}{s + b_k}\right)^3$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_1 = M(x) = \frac{3}{b_1} = 0,4$.

Tabelul 3.19. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Gamma

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	0,36	0,49	0,8	1	1,21

După cum se observă din analiza tabelelor 3.16-3.19, în cazul în care se pierde mesajul întrerupt, sistemul este eficient în cazul în care timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială sau este repartiție Erlang de ordinul 2.

3.2.3. Cazul sistemului $M_r | G_r | 1$ când mesajul întrerupt se servește de la început

În acest caz, coeficientul de trafic se calculează după formula:

$$\rho_{k1} = \lambda_1 \beta_1 + \frac{\lambda_2}{\sigma_1} \left[\frac{1}{\beta_2(\sigma_1)} - 1 \right] + \dots + \frac{\lambda_k}{\sigma_{k-1}} \left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right],$$

unde $\sigma_k = \lambda_1 + \dots + \lambda_k$. Sistemul este viabil dacă coeficientul de trafic este mai mic decât 1.

În continuare vom analiza acest coeficient de trafic în cazul în care timpul de servire al navelor din portul maritim are repartiția exponențială, uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$, este o repartiție Erlang de ordinul 2 sau o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 4$.

Exemplul 3.2.9: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție

$B_k(x) = 1 - e^{-b_k x}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k}$, iar momentul de ordinul 1

este $\beta_1 = M(x) = \frac{1}{b_1} = 0,14$.

Tabelul 3.20. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	0,12	0,18	0,35	0,51	0,64

Exemplul 3.2.10: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție uniformă în intervalul $[a_k, b_k]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție $B_k(x) = \frac{x - a_k}{b_k - a_k}$ are transformata Laplace-Stieltjes $\beta_k(s) = \frac{1}{s(b_k - a_k)}(e^{-sa_k} - e^{-sb_k})$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_1 = M(x) = \frac{a_1 + b_1}{2} = 3,5$.

Tabelul 3.21. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
$[a_k, b_k]$	[2,5]	[2,7]	[1,3]	[3,8]	[1,8]
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	3,15	11,9	16,4	763,3	824,7

Exemplul 3.2.11: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Erlang de ordinul 2, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 3.22. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Erlang de ordinul 2

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	0,25	0,38	0,78	1,21	1,53

Exemplul 3.2.12: În portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic, unde funcția de repartiție a timpului de servire are transformata Laplace-Stieltjes: $\beta_k(s) = \left(\frac{b_k}{s + b_k} \right)^3$, iar momentul de ordinul 1 este $\beta_1 = M(x) = \frac{3}{b_1} = 0,4$.

Tabelul 3.23. Coeficientul de trafic pentru timpul de servire cu repartiție Gamma

Caracteristicile terminalului	Dana 1				
k	1	2	3	4	5
b_k	7	5	4	3	6
λ_k	0,9	0,3	0,7	0,5	0,8
σ_k	0,9	1,2	1,9	2,4	3,2
ρ_k	0,36	0,57	1,26	2,14	1,79

Analizând tabelele 3.20-3.23, în cazul în care mesajul pierdut se servește de la început, sistemul este viabil doar în cazul în care timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială, în celelalte cazuri de repartiție coeficientul de trafic fiind mai mare sau egal cu 1 în cel puțin 2 situații.

3.3. Algoritmi de modelare a repartiției perioadei de ocupare în activitatea portuară

Următorul algoritm, elaborat de Gh. Mișcoi în lucrarea [99] este un algoritm pentru soluția numerică a k perioadei de ocupare $\pi_k(s)$ cu un k-ciclu de schimbări $v_k(s)$, ciclul k de servire $h_k(s)$ și perioada kk $\pi_{kk}(s)$.

Input: $r, s^*, \varepsilon > 0, \{\lambda_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r, \{c_k(s)\}_{k=1}^r$;

Output: $\pi_k(s^*)$;

Descriere:

If $(k == 0)$ *then* $\pi_0(s^*) := 0$; *Return*

$k := 1$; $q := 1$; $\Lambda_0 := 1$;

Repeat $inc(q)$;

$\Lambda_q := \Lambda_{q-1} + \Lambda_q$;

Until $q == r$;

Repeat $v_k(s) := c_k(s^* + \Lambda_{k-1}[1 - \pi_{k-1}(s^*)])$;

$h_k(s^*) := \beta_k(s + \Lambda_{k-1}) + \left\{ 1 - \frac{\Lambda_{k-1}}{s^* + \Lambda_{k-1}} [1 - \beta_k(s^* + \Lambda_{k-1})] \pi_{k-1}(s^*) v_k(s^*) \right\}^{-1}$;

$\pi_{kk}^{(0)}(s^*) := 0$; $n := 1$;

Repeat $\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*))$;

inc(n);

Until $|\pi_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*)| < \varepsilon$

$\pi_k(s^*) := \frac{\Lambda_{k-1} \pi_{k-1}(s^* + \lambda_k)}{\Lambda_k} + \frac{\Lambda_{k-1}}{\Lambda_k} (\pi_{k-1}(s^* + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s^*)) -$
 $- \pi_{k-1}(s^* + \lambda_k)) v_k(s^* + \lambda_k [1 - \pi_{kk}(s^*)]) + \frac{\lambda_k}{\Lambda_k} v(s^* + \lambda_k - \lambda_k \pi_{kk}(s^*)) \pi_{kk}(s^*)$;

Inc(k);

Until $k == r$;

Sfârșit algoritm.

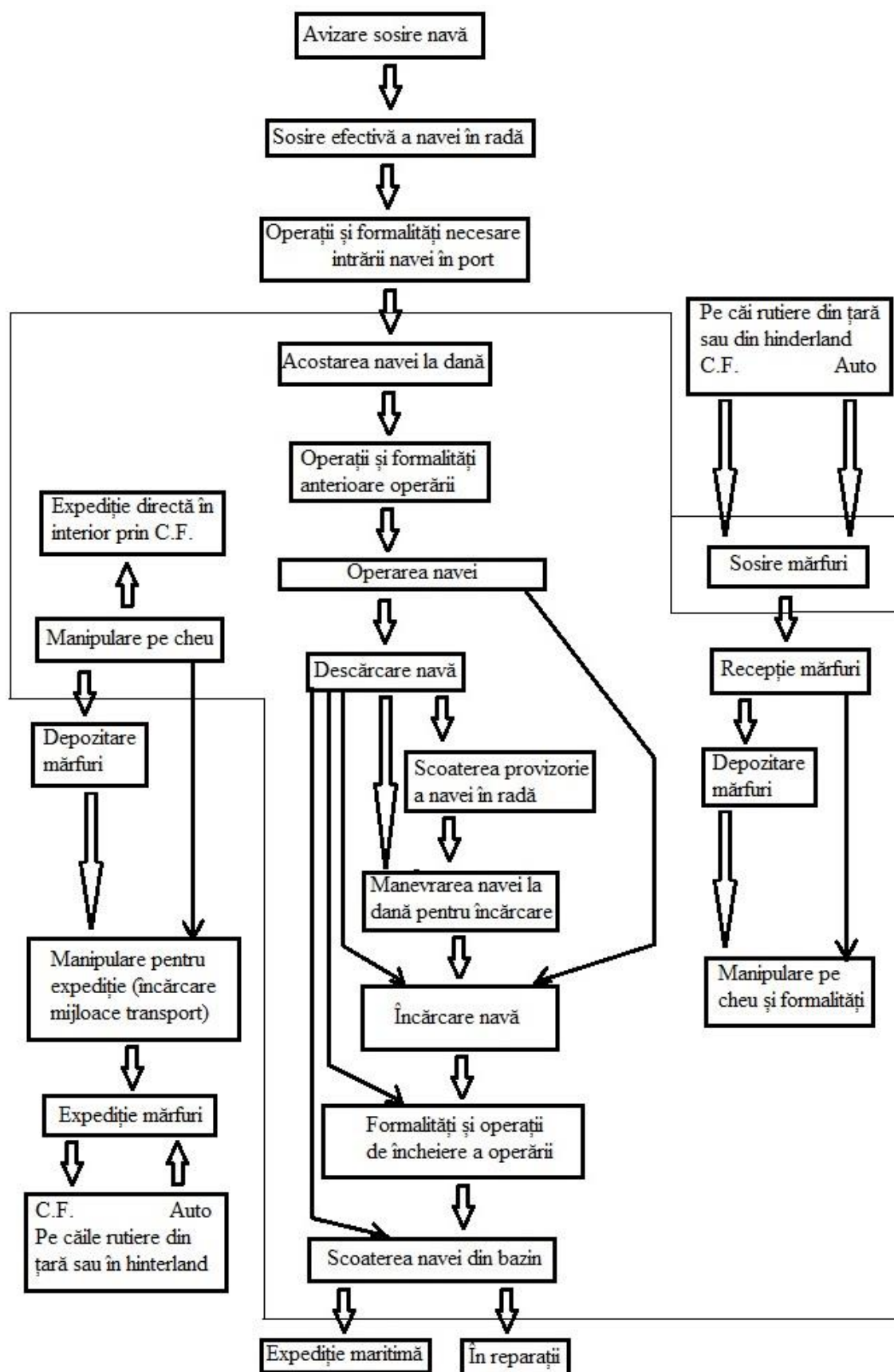


Fig. 3.2. Schema activității de bază în exploatarea portuară

3.4. Algoritmi de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim

3.4.1. Cazul $M_r|G_r|1$ cu continuarea servirii întrerupte

În acest caz, formulele pentru funcțiile de repartiție ale duratei ciclurilor de orientare și a ciclurilor de servire sunt următoarele, iar rezultatele au fost publicate în [100].

$$v_k(s) = c_k(s + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - c_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) \right\}^{-1};$$

$$h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1} [1 - \pi_{k-1}(s) v_k(s)]),$$

Coeficientul de trafic se află din relația:

$$\rho_k = \sum_{k=1}^r a_k b_k,$$

$$b_1 = \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + a_1 c_{11}}, \quad b_k = \Phi_1 \cdot \dots \cdot \Phi_{k-1} \cdot \beta_{k1} \cdot \frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})}, \quad k = 2, \dots, r,$$

$$\Phi_1 = 1, \quad \Phi_k = 1 + \frac{\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1} \cdot \pi_{k-1}(a_k)}{\sigma_{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right), \quad k = 2, \dots, r.$$

Următorul algoritm ne oferă soluția numerică a coeficientului de trafic ρ_k

Input: $r, s^*, \varepsilon > 0, \{a_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r, \{c_k(s)\}_{k=1}^r$;

Output: $\pi_k(s^*), v_k(s^*), h_k(s^*), \rho$;

Descriere:

If $(k == 0)$ then $\pi_0(s^*) := 0$; Return

$k := 1; q := 1; \sigma_0 := 0; \rho := 1;$

$f_1 := 1; p := 1;$

$$b_1 := \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + a_1 c_{11}};$$

$$\rho := a_1 b_1$$

Repeat $inc(q)$;

$$\sigma_q := \sigma_{q-1} + a_q;$$

Until $q == r$;

Repeat ;

$$h_k(s^*) = \beta_k(s^* + \sigma_{k-1}[1 - \pi_{k-1}(s^*)v_k(s^*)])$$

$$v_k(s) = c_k(s^* + \sigma_{k-1})\{1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}}[1 - c_k(s^* + \sigma_{k-1})]\pi_{k-1}(s^*)\}^{-1};$$

$$n := 1; \pi_{kk}^{(0)}(s^*) := 0; \bar{\pi}_{kk}^{(0)}(s^*) := 1$$

Repeat

$$\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \bar{\pi}_{kk}^{(n-1)}(s^*));$$

$$\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*));$$

inc(n);

$$\text{Until } \frac{\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2} < \varepsilon;$$

$$\pi_{kk}(s^*) := \frac{\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) + \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2};$$

$$\pi_k(s^*) := \frac{\sigma_{k-1}\pi_{k-1}(s^* + a_k)}{\sigma_k} + \frac{\sigma_{k-1}}{\sigma_k}(\pi_{k-1}(s^*) + a_k - a_k \pi_{kk}(s^*)) -$$

$$- \pi_{k-1}(s^* + a_k)v_k(s^* + a_k[1 - \pi_{kk}(s^*)]) + \frac{a_k}{\sigma_k}v_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}(s^*))\pi_{kk}(s^*);$$

$$b_k := p \cdot \beta_{k1} \cdot \frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})};$$

$$\rho := \rho + a_k b_k;$$

$$f_k := 1 + \frac{\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1} \cdot \pi_{k-1}(a_k)}{\sigma_{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right);$$

$$p := f_k \cdot p;$$

Inc(k);

Until k == r ;

Sfârșit algoritm.

În continuare vom da câteva exemple pentru analiza coeficientului de trafic al sistemelor de așteptare cu priorități în cazul în care timpii de orientare sunt nenuli aplicând algoritmi prezentați mai sus.

Exemplul 3.4.1. În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametri λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametri b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția exponențială de parametri q_k , $k = 1, \dots, 5$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \text{ și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este: } c_k(s) = \frac{q_k}{q_k + s}.$$

Tabelul 3.24. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
q_k	0,95	0,4	0,2	0,1	0,15
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
b_k	1,35	0,7	0,3	0,15	0,29
ρ_k	0,1351	0,2401	0,2698	0,3371	0,4245

Exemplul 3.4.2: În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametri λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametri b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are

repartiția uniformă în intervalul $[c_1, c_2]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \quad \text{și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este:}$$

$$c_k(s) = \frac{1}{s(c_2 - c_1)} (e^{-sc_1} - e^{-sc_2}).$$

Tabelul 3.25. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
$[c_1, c_2]$	[1,2]	[2,3]	[3,4]	[4,5]	[5,6]
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
ρ_k	0,1874	0,3158	0,5198	1,6093	132,5432

Exemplul 3.4.3: În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \quad \text{și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este } c_k(s) = \left(\frac{q_k}{s + q_k} \right)^3.$$

Tabelul 3.26. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție Gamma

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
b_k	1,35	1.30	9,61	1199,22	483051,87
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
ρ_k	0,1351	0,3305	2,2531	278,0748	145193,6406

Din analiza tabelelor 3.24.-3.26., observăm că în cazul în care repartiția, timpul de servire și timpul de orientare sunt exponențiale, sistemul este viabil, deoarece toate valorile coeficientului de trafic sunt mai mici decât 1, iar în cazul în care timpul de orientare ar avea repartiție uniformă pe un interval dat sau repartiție Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci sistemul începe să nu mai fie viabil, valorile coeficientului de trafic fiind mult mai mari decât 1, mai ales în cazul repartiției Gamma.

3.4.2. Cazul $M_r|G_r|1$ cu pierderea mesajului întrerupt

În acest caz, formulele pentru funcțiile de repartiție ale duratei ciclurilor de orientare și a ciclurilor de servire sunt:

$$v_k(s) = c_k(s + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - c_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) \right\}^{-1};$$

$$h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1}) + \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \cdot \pi_{k-1}(s) v_k(s),$$

Coeficientul de trafic se află din relația:

$$\rho_r = \sum_{k=1}^r a_k b_k,$$

$$b_1 = \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + a_1 c_{11}}, \quad b_k = \Phi_1 \cdot \dots \cdot \Phi_{k-1} \cdot [1 - \beta_k(\sigma_{k-1})] \frac{1}{\sigma_{k-1}} \cdot \frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})}, \quad k = 2, \dots, r,$$

$$\Phi_1 = 1, \quad \Phi_k = 1 + \frac{\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1} \cdot \pi_{k-1}(a_k)}{\sigma_{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right), \quad k = 2, \dots, r.$$

Următorul algoritm ne oferă soluția numerică a coeficientului de trafic ρ_k

Input: $r, s^*, \varepsilon > 0, \{a_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r, \{c_k(s)\}_{k=1}^r$;

Output: $\pi_k(s^*), v_k(s^*), h_k(s^*), \rho$;

Descriere:

If $(k == 0)$ then $\pi_0(s^*) := 0$; Return

$k := 1$; $q := 1$; $\sigma_0 := 0$; $\rho := 1$;

$f_1 := 1$; $p := 1$;

$b_1 := \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + a_1 c_{11}}$;

$\rho := a_1 b_1$

Repeat $inc(q)$;

$\sigma_q := \sigma_{q-1} + a_q$;

Until $q == r$;

Repeat ;

$h_k(s^*) = \beta_k(s^* + \sigma_{k-1}) + \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s^* + \sigma_{k-1})] \cdot \pi_{k-1}(s^*) v_k(s^*)$

$v_k(s) = c_k(s^* + \sigma_{k-1}) \{1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}} [1 - c_k(s^* + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s^*)\}^{-1}$;

$n := 1$; $\pi_{kk}^{(0)}(s^*) := 0$; $\bar{\pi}_{kk}^{(0)}(s^*) := 1$

Repeat

$\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \bar{\pi}_{kk}^{(n-1)}(s^*))$;

$\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*))$;

$inc(n)$;

Until $\frac{\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2} < \varepsilon$;

$\pi_{kk}(s^*) := \frac{\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) + \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2}$;

$\pi_k(s^*) := \frac{\sigma_{k-1} \pi_{k-1}(s^* + a_k)}{\sigma_k} + \frac{\sigma_{k-1}}{\sigma_k} (\pi_{k-1}(s^*) + a_k - a_k \pi_{kk}(s^*)) -$

$$- \pi_{k-1}(s^* + a_k))v_k(s^* + a_k[1 - \pi_{kk}(s^*)]) + \frac{a_k}{\sigma_k} v_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}(s^*)) \pi_{kk}(s^*);$$

$$b_k = p \cdot [1 - \beta_k(\sigma_{k-1})] \frac{1}{\sigma_{k-1}} \cdot \frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})};$$

$$\rho := \rho + a_k b_k;$$

$$f_k := 1 + \frac{\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1} \cdot \pi_{k-1}(a_k)}{\sigma_{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right);$$

$$p := f_k \cdot p;$$

Inc(k);

Until k == r;

Sfârșit algoritm.

Exemplul 3.4.4. În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția exponențială de parametrii q_k , $k = 1, \dots, 5$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Tabelul 3.27. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
q_k	0,95	0,4	0,2	0,1	0,15
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
b_k	1,3	2,1	2,7	2,5	1,9
ρ_k	0,1351	0,4501	0,9915	1,5813	2,1773

Exemplul 3.4.5: În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția uniformă în intervalul $[c_1, c_2]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \quad \text{și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este:}$$

$$c_k(s) = \frac{1}{s(c_2 - c_1)} (e^{-sc_1} - e^{-sc_2}).$$

Tabelul 3.28. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
$[c_1, c_2]$	[1,2]	[2,3]	[3,4]	[4,5]	[5,6]
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
ρ_k	0,1874	0,5725	2,3865	20,2136	914,0269

Exemplul 3.4.6: În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \quad \text{și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este } c_k(s) = \left(\frac{q_k}{s + q_k} \right)^3.$$

Tabelul 3.29. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
b_k	1,35	3,9	85,45	19623,5	3297925
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
ρ_k	0,1351	0,7211	17,8112	4531,2343	993908,75

Din analiza tabelelor 3.27.-3.29., observăm că în nici un caz sistemul nu este viabil, deoarece în toate cele 3 exemple coeficientul de trafic este mai mare decât 1.

3.4.3. Cazul $M_r|G_r|1$ când mesajul întrerupt se servește de la început

În acest caz, formulele pentru funcțiile de repartiție ale duratei ciclurilor de orientare și a ciclurilor de servire sunt:

$$v_k(s) = c_k(s + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - c_k(s + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s) \right\}^{-1};$$

$$h_k(s) = \beta_k(s + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s + \sigma_{k-1})] \cdot \pi_{k-1}(s) v_k(s) \right\}^{-1},$$

Coeficientul de trafic se află din relația:

$$\rho_r = \sum_{k=1}^r a_k b_k,$$

$$b_1 = \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + a_1 c_{11}}, \quad b_k = \Phi_1 \cdot \dots \cdot \Phi_{k-1} \cdot \left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right] \frac{1}{\sigma_{k-1}} \cdot \frac{1}{c_{k-1}(\sigma_{k-1})}, \quad k = 2, \dots, r,$$

$$\Phi_1 = 1, \quad \Phi_k = 1 + \frac{\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1} \cdot \pi_{k-1}(a_k)}{\sigma_{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{c_{k-1}(\sigma_{k-1})} - 1 \right), \quad k = 2, \dots, r.$$

Următorul algoritm ne oferă soluția numerică a coeficientului de trafic ρ_k

Input: $r, s^*, \varepsilon > 0, \{a_k\}_{k=1}^r, \{\beta_k(s)\}_{k=1}^r, \{c_k(s)\}_{k=1}^r$;

Output: $\pi_k(s^*), v_k(s^*), h_k(s^*), \rho$;

Descriere:

If $(k == 0)$ *then* $\pi_0(s^*) := 0$; *Return*

$k := 1$; $q := 1$; $\sigma_0 := 0$; $\rho := 1$;

$f_1 := 1$; $p := 1$;

$b_1 := \frac{\beta_{11} + c_{11}}{1 + a_1 c_{11}}$;

$\rho := a_1 b_1$

Repeat *inc*(q);

$\sigma_q := \sigma_{q-1} + a_q$;

Until $q == r$;

Repeat;

$$h_k(s^*) = \beta_k(s^* + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}} [1 - \beta_k(s^* + \sigma_{k-1})] \cdot \pi_{k-1}(s^*) v_k(s^*) \right\}^{-1}$$

$$v_k(s) = c_k(s^* + \sigma_{k-1}) \left\{ 1 - \frac{\sigma_{k-1}}{s^* + \sigma_{k-1}} [1 - c_k(s^* + \sigma_{k-1})] \pi_{k-1}(s^*) \right\}^{-1}$$
;

$n := 1$; $\pi_{kk}^{(0)}(s^*) := 0$; $\bar{\pi}_{kk}^{(0)}(s^*) := 1$

Repeat

$\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \bar{\pi}_{kk}^{(n-1)}(s^*))$;

$\pi_{kk}^{(n)}(s^*) := h_k(s^* + a_k - a_k \pi_{kk}^{(n-1)}(s^*))$;

inc(n);

Until $\frac{\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) - \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2} < \varepsilon$;

$$\pi_{kk}(s^*) := \frac{\bar{\pi}_{kk}^{(n)}(s^*) + \pi_{kk}^{(n)}(s^*)}{2};$$

$$\begin{aligned} \pi_k(s^*) := & \frac{\sigma_{k-1}\pi_{k-1}(s^* + a_k)}{\sigma_k} + \frac{\sigma_{k-1}}{\sigma_k}(\pi_{k-1}(s^*) + a_k - a_k\pi_{kk}(s^*)) - \\ & - \pi_{k-1}(s^* + a_k))v_k(s^* + a_k[1 - \pi_{kk}(s^*)]) + \frac{a_k}{\sigma_k}v_k(s^* + a_k - a_k\pi_{kk}(s^*))\pi_{kk}(s^*); \end{aligned}$$

$$b_k = p \cdot \left[\frac{1}{\beta_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right] \frac{1}{\sigma_{k-1}} \cdot \frac{1}{c_{k-1}(\sigma_{k-1})};$$

$$\rho := \rho + a_k b_k;$$

$$f_k := 1 + \frac{\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1} \cdot \pi_{k-1}(a_k)}{\sigma_{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{c_k(\sigma_{k-1})} - 1 \right);$$

$$p := f_k \cdot p;$$

Inc(k);

Until k == r ;

Sfârșit algoritm.

Exemplul 3.4.7. În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția exponențială de parametrii q_k , $k = 1, \dots, 5$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \text{ și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este: } c_k(s) = \frac{q_k}{q_k + s}.$$

Tabelul 3.30. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție exponențială

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
q_k	0,95	0,4	0,2	0,1	0,15
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
b_k	1,35	2,62	6	14,1	11
ρ_k	0,1351	0,5289	1,7470	4,9910	8,2942

Exemplul 3.4.8: În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția uniformă în intervalul $[c_1, c_2]$ dat, atunci putem calcula coeficientul de trafic Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \quad \text{și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este:}$$

$$c_k(s) = \frac{1}{s(c_2 - c_1)} (e^{-sc_1} - e^{-sc_2}).$$

Tabelul 3.31. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție uniformă

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
$[c_1, c_2]$	[1,2]	[2,3]	[3,4]	[4,5]	[5,6]
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
ρ_k	0,1874	0,6687	4,7502	102,80	5049,19

Exemplul 3.4.9: În cazul sistemului cu priorități $M_5|G_5|1$, în portul maritim timpul dintre două sosiri a navelor are repartiție exponențială cu parametrii λ_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de servire a navelor este o repartiție exponențială cu parametrii b_k , $k = 1, \dots, 5$ și timpul de orientare are repartiția Gamma cu parametrul $\alpha = 3$, atunci putem calcula coeficientul de trafic.

Transformata Laplace-Stieltjes pentru funcția de repartiție a timpului de servire este:

$$\beta_k(s) = \frac{b_k}{s + b_k} \text{ și pentru funcția de repartiție a timpului de orientare este } c_k(s) = \left(\frac{q_k}{s + q_k} \right)^3.$$

Tabelul 3.32. Coeficientul de trafic pentru timpul de orientare cu repartiție Gamma

Caracteristicile terminalului	Datele din portul Constanța				
k	1	2	3	4	5
b_k	1,35	4,8	192,2	107930,2	18248624
λ_k	0,1	0,15	0,2	0,23	0,3
ρ_k	0,1351	0,8676	39,3203	24863,2	5499450,5

Din analiza tabelelor 3.30.-3.32., observăm că, la fel ca în cazul în care se pierdea mesajul de la început, în nici un caz sistemul nu este viabil, deoarece în toate cele 3 exemple coeficientul de trafic este mai mare decât 1.

Sistemul de operare utilizat în portul Constanța

Pentru gestionarea și monitorizarea activității de operare a navelor și a planificării întregii activități se folosesc diverse sisteme de operare. În majoritatea cazurilor, așa cum se întâmplă și în cazul terminalului CSCT (Constanța South Container Terminal SRL), a se vedea [101] sistemul de operare utilizat este TOS-EDI (Terminal Operating System-Electronic Data Interchange). Astfel, se utilizează Express (baza de date) și Sparcs (interfața grafică). Prin intermediul acestor programe se gestionează și se monitorizează întreaga activitate de operare a navelor și de planificare a activității.

WebAccess este interfața folosită de client pentru a efectua operațiuni Pre-gate și diverse rapoarte. Navis Support este programul utilizat pentru găsirea unor soluții pentru diversele probleme apărute în cadrul activității desfășurate în terminal.

EDI este folosit în cadrul terminalului pentru eficientizarea schimbului de documente operative cu partenerii și furnizorii. EDI folosește două tipuri de fișiere: fișiere COARRI (prin intermediul cărora se raportează mișcarea de încărcare sau de descărcare de la navă) și fișiere CODECO (prin intermediul cărora se ține evidența containerelor intrate sau ieșite pe Gate/Rail).

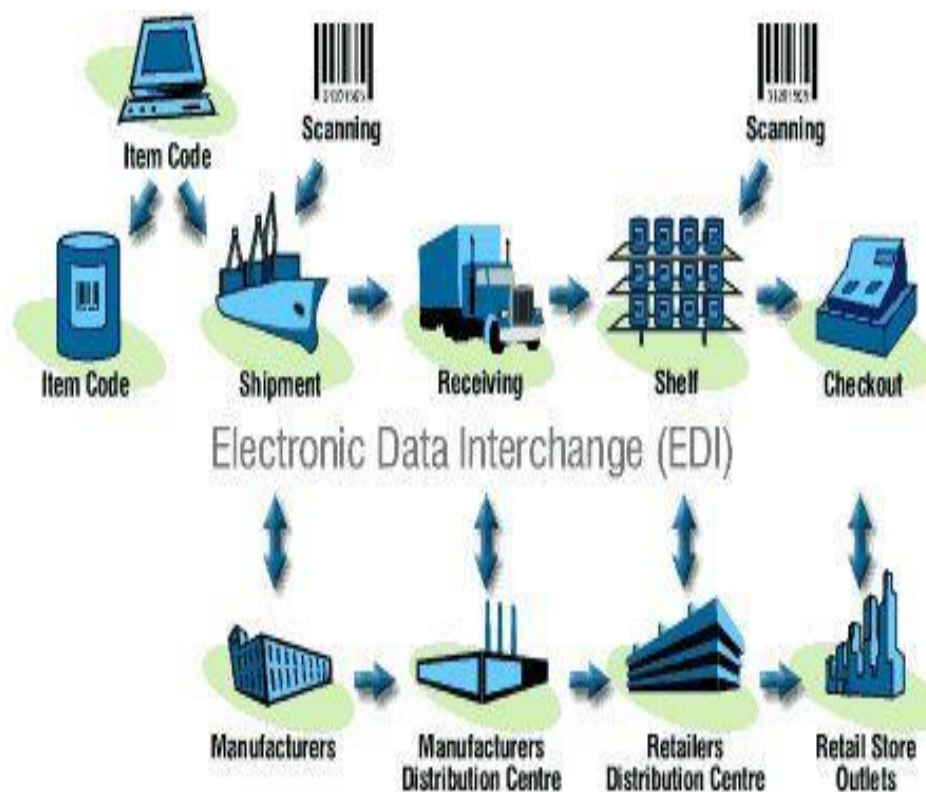


Fig. 3.3. Schimbul electronic de date



Fig. 3.4. Schema operațiunilor efectuate în sistem

Operațiunile desfășurate într-un terminal, (în cazul nostru, CSCT) sunt:

- Formalitățile vamale;
- Operarea navelor;
- Planificarea navelor la dane;
- Operațiuni de descărcare;
- Operațiuni de încărcare;
- Acostarea și plecarea navei;
- Stivuirea și amaraarea în containere a mărfurilor.

În continuare vom da un exemplu de cum se operează informațiile în sistem.

Deliver Empty

Proces current:

1. Comanda de lucru este transmisă via email către CSCT de către agentul liniei/casa de expediții (gate@cscpty.t.ro). Procesul pregate se încheie odată cu introducerea informațiilor în EXPRESS de către personalul CSCT.

2. Procesul INGATE presupune validarea datelor din sistemele CSCT, confruntate cu mijlocul de transport prezent la main gate. Șoferul primește “pickup ticket” cu poziția curentă a containerului, BAT #

3. Procesul OUTGATE încheie tranzacția deliver empty odată cu validarea datelor din sistemele CSCT confruntate cu inspecția fizică a containerului (caracteristicile containerului, avarii). Conducătorul auto primește EIR care certifică starea fizică a containerului.

Notă:

Orice discrepanță constatată între înregistrările din sistemele CSCT și starea fizică a containerului va fi anunțată și poate atrage anularea tranzacției.

Proces via webaccess:

1. Agentul de linie/casa de expediții accesează portalul WEBACCESS al CSCT. În meniul Gate selectează “PreGate Deliver Empty” pentru inițierea etapei de pregate. Se vor introduce datele tranzacției în câmpurile relevante asigurând transmiterea setului minim de informații agreed.

- Compania de transport
 - Linia containerului
 - Tipul și dimensiunea containerului
- În câmpul chs Type se va selecta “OWN”

Informațiile vor fi introduse pentru etapa de noapte până la ora 11 cel târziu și pentru etapa de zi a zilei următoare până la ora 19 cel târziu.

navis WebAccess

Today | Gate | Containers

WebAccess > Gate > PreGate Deliver Empty Mar 27, 2013 02:56:53 PM EET

New Deliver Empty

Trucking Company*		Chassis Type	
Container Number			
Line			
ISO Code			
Size Type Height*			
Booking Number			
License Number*			
Notes			

Search For

☒ Equipment

☐ Booking

☐ Gate Transactions

Search

Submit

Fig. 3.5. Fereastră pentru o livrare nouă

Butonul “Submit” încheie procesul de introducere a datelor, informațiile fiind salvate în baza de date CSCT. Un PIN # este generat identificând tranzacția .

Transaction Completed!

You have successfully created a Pre-Gate. Click Done to return to the Pre-Gate form. Please take note of your [Transaction ID | PIN].

[Transaction ID PIN]
7816

Fig. 3.6. Fereastră pentru tranzacția completă

Agentul de linie sau casa de expediție va transmite PIN-ul conducătorului .

2. Procesul INGATE presupune identificarea tranzacției cu PIN# comunicat de către conducătorul auto, nominarea containerului precum și confruntarea datelor introduse via webaccess cu mijlocul de transport prezent la main gate.

Șoferul primește “pickup ticket” cu poziția curentă a containerului, BAT #

3. Procesul OUTGATE încheie tranzacția deliver empty odată cu validarea datelor din sistemele CSCT confruntate cu inspecția fizică a containerului (caracteristicile containerului, avarii)

Conducătorul auto primește EIR care certifică starea fizică a containerului.

Notă:

- Orice discrepanță constatată între înscrisurile din documente și datele introduse în interfață Webaccess va fi anunțată, și poate atrage anularea tranzacției ce va impune refacerea procesului PREGATE via Webaccess.

- Pentru orice discrepanță constatată între starea fizică a containerului și înscrisurile din documente (comanda de lucru) se vor aplica procedurile curente ale terminalului.

Pentru perioada pilot cele două procese vor funcționa în paralel (modul curent de lucru și modul de operare prin introducerea datelor în interfața Webaccess).

Receive Empty

Proces current:

1. Comanda de lucru este transmisă via email către CSCT de către agentul liniei sau casa de expediții (gate@csct.ro). Procesul pregate se încheie odată cu introducerea informațiilor în EXPRESS de către personalul CSCT.

2. Procesul INGATE presupune validarea datelor din documente, confruntate cu inspecția fizică a containerului (caracteristicile containerului, avarii). Șoferul primește “dropoff ticket” cu poziția alocată containerului, BAT # precum și EIR care certifică starea fizică a containerului.

Orice discrepanță constatată între înscrisurile din documente și starea fizică a containerului va fi anunțată și poate atrage anularea tranzacției.

3. Procesul OUTGATE încheie tranzacția receive empty.

Proces via webaccess:

1. Agentul de linie sau casa de expediții accesează portalul WEBACCESS al CSCT. În meniul Gate selectează “PreGate Receive Empty” pentru inițierea etapei de pregate. Se vor introduce datele tranzacției în câmpurile relevante asigurând transmiterea setului minim de informații agreed:

- ID Container
- Compania de transport
- Linia containerului

- Tipul și dimensiunea containerului
- În câmpul chs Type se va selecta “OWN”.

Informațiile vor fi introduse pentru etapa de noapte până la ora 11 cel târziu a zilei în curs și pentru etapa de zi a zilei următoare până cel târziu la ora 19 a zilei în curs.

The screenshot shows the Navis WebAccess interface. The top navigation bar includes 'Today | Gate | Containers'. The left sidebar has a 'Find Pre-Gate' section with links to 'PreGate Receive Empty', 'PreGate Receive Export', 'PreGate Receive Import', 'PreGate Receive Chassis', 'PreGate Deliver Import', 'PreGate Deliver Empty', 'PreGate Deliver Export', and 'PreGate Deliver Chassis'. Below this is a 'Search For' section with radio buttons for 'Equipment', 'Booking', and 'Gate Transactions', followed by a search input field and a 'Search' button. The main content area shows the breadcrumb 'WebAccess > Gate > PreGate Receive Empty' and the timestamp 'Mar 27, 2013 02:45:35 PM EET'. The title is 'New Receive Empty'. The form contains several input fields: 'Trucking Company*', 'Container Number*', 'ISO Code', 'Size Type Height*', 'Line', 'Owner*', 'License Number*', 'Group Code', and 'Notes'. A 'Submit' button is located at the bottom right of the form.

Fig. 3.7. Fereastră pentru o primire nouă

Butonul “Submit” încheie procesul de introducere a datelor, informațiile fiind salvate în baza de date CSCT. Un PIN # este generat identificând tranzacția .

The screenshot shows a confirmation message: 'Transaction Completed!'. The text reads: 'You have successfully created a Pre-Gate. Click Done to return to the Pre-Gate form. Please take note of your [Transaction ID | PIN].'. Below this message, there is a box with the text '[Transaction ID | PIN]' and the value '7816'.

Fig. 3.8. Tranzacție încheiată

Agentul de linie sau casa de expediție va transmite PIN-ul conducătorului auto.

2. Procesul INGATE presupune identificarea tranzacției cu PIN# comunicat de către conducătorul auto și confruntarea datelor introduse via webaccess cu inspecția fizică a containerului (caracteristicile containerului, avarii). Șoferul primește “dropoff ticket” cu poziția alocată containerului, BAT # precum și EIR care certifică starea fizică a containerului .

Notă:

- Orice discrepanță constatată între înscrisurile din documente și datele introduse în interfața Webaccess va fi anunțată și poate atrage anularea tranzacției ce va impune refacerea procesului PREGATE via Webaccess.

- Pentru orice discrepanță constatată între starea fizică a containerului și înscrisurile din documente (comanda de lucru) se vor aplica procedurile curente ale terminalului.

3. Procesul OUTGATE încheie tranzacția receive empty

Pentru perioada pilot cele două procese vor funcționa în paralel (modul curent de lucru și modul de operare prin introducerea datelor în interfata Webaccess).

3.5. Concluzii la capitolul 3 În acest capitol au fost formulați algoritmi pentru calculul coeficientului de trafic în cazul în care timpii de servire sau timpii de orientare au anumite legi de repartiție, mai exact repartiția exponențială, cea Erlang de ordinul 2, repartiția uniformă sau Gamma.

Astfel s-au detaliat:

- algoritmi de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat,
- algoritmi de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim
- aplicarea algoritmilor pe baza datelor furnizate de portul maritim Constanța și de Autoritatea Navală Română. Rezultatele obținute se încadrează în schema generală a cercetărilor efectuate în capitolul 2 și se finalizează cu aplicarea lor în portul maritim.

S-au realizat modelări numerice ale coeficientului de trafic în funcție de caracteristicile inițiale date de terminalul maritim. Ca parametri inițial dați se consideră funcțiile de repartiție ale serviciilor cu parametrii lor numerici precum și parametrii fluxului de intrare pentru clasa dată. Variind acești parametri putem obține valori ale coeficientului de trafic mai mici ca 1, asigurând prin aceasta un proces normal de lucru fără supraîncărcarea terminalului.

Modelările ne mai indică și clasa de prioritate în care trebuie să intervenim pentru a asigura exploatarea terminalului fără supraîncărcare.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

Studiul realizat în prezenta lucrare conduce la următoarele concluzii și recomandări.

Concluzii generale asupra rezultatelor obținute: Problema examinată în teza de doctor *“Modelarea matematică a traficului informațional și activității portului maritim”* face parte de direcția de cercetare din teoria așteptării ce ține de formularea și aplicarea algoritmilor și metodelor corespunzătoare obținerii staționarității unui sistem cu aplicații în portul maritim Constanța. Rezultatele teoretice obținute în legătură cu algoritmi de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat cu aplicarea în portul maritim precum și algoritmi de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim Constanța, conduc la următoarele concluzii:

1. S-au analizat mai multe modelele de așteptare clasice și contemporane și s-au prezentat rezultatele analitice. [32, 47, 82]

2. S-au elaborat metode și algoritmi numerici pentru determinarea caracteristicilor sistemului de așteptare, care s-au aplicat în activitatea portuară pentru diverse legi de repartitie. [37, 41]

3. S-a analizat coeficientul de trafic în sistemele de așteptare cu priorități și s-a stabilit încărcarea sistemului în dependență de parametrii sosirilor și servirii navelor. [41, 82]

4. S-au aplicat datele colectate din Buletinele informative și Rapoartele anuale furnizate de portul Constanța și Autoritatea Navală Română în algoritmi de evaluare a caracteristicilor sistemului de așteptare generalizat. Algoritmi elaborați s-au realizat în limbajul de programare C++. [94, 100]

Teza conține o componentă practică, realizată în baza modelărilor numerice a coeficientului de trafic, aceste modelări fiind aplicate pentru a analiza situația portului maritim Constanța. [94, 95, 100]

Rezultatele prezentate în lucrare pot servi ca suport pentru continuarea cercetărilor din domeniul teoriei așteptării, putându-se realiza algoritmi și pentru alte scheme ale sistemului de așteptare cu priorități.

Problema științifică importantă soluționată constă în aplicarea algoritmilor necesari stabilirii staționarității unui sistem aplicând datele din portul maritim Constanța pentru a stabili dacă mai este nevoie de modificări pentru a se eficientiza fluxul informațional în activitatea portuară. Modelările matematice ale coeficientului de trafic s-au realizat în funcție de mai multe legi de repartitie.

S-au studiat modele de așteptare cu intrări poissoniene și priorități în activitatea portuară. [37, 41] S-a modelat numeric procesul de sosire a navelor în terminalul maritim și s-au determinat anumiți parametri pentru funcțiile de repartiție ale serviciilor și intrărilor în scopul stabilirii unui proces staționar.

Recomandări: În calitate de recomandări putem spune că în stadiul actual activitatea în portul maritim Constanța este eficientă, dar se preconizează o creștere a activității, astfel că propunem:

- Extinderea spre sud a danei de gabare din portul Constanța
- Pentru eficientizarea operațiunilor portuare în vederea sporirii atractivității față de utilizatori și creșterea traficului de nave în portul maritim, propunem extinderea spre sud a danei de gabare din portul Constanța prin crearea unui teritoriu suplimentar de aproximativ 10.000 mp, care conferă condiții pentru realizarea unor lucrări de suprastructură.
- Deoarece în momentul actual în portul Constanța nu există o linie regulată de feriboturi RoRo, dar se preconizează că se va înființa o linie de feribot care să lege Constanța de regiunea Caucazului, astfel mărindu-se volumul prognozat de mărfuri, propunem instalarea unui terminal RoRo complet specializat care să acopere volumul de trafic preconizat.
- Algoritmii aplicați pentru stabilirea eficientizării unui sistem pot fi aplicați și în alte domenii.

BIBLIOGRAFIE

1. Whittle P. Networks. Optimization and Evolution. Statistical Laboratory. University of Cambridge, Cambridge Univer. Press, 2007. 282 p.
2. Janos S. Basic queueing theory. GlobeEdit, 2016. 125 p.
3. Mishkoy Gh., Giordano S., Bejan A., Benderschi O. Generalized priority models for QoS and CoS network technologies. Comput. Sci. J. Moldova. vol. 15. nr. 2, 2007. p. 217-242.
4. Mishkoy Gh., Giordano S., Bejan A. Priority queueing systems and prioritization phenomena in information networks. Meridian Ingineresc, 2006. p. 11-14.
5. Mishkoy Gh. Priority queueing involving orientation and the problems of their software implementation. Computers Math. Applic., 1990. p. 109-113.
6. Erlang A. K. Theory of Probabilities and Telephone Conversation. Nyt Tidsskrift for Matemaik, Ser. B. vol. 20, 1909. p.33-39.
7. Erlang A.K. Solution of Some Probability Problems of Significance for Automatic Telephone Exchanges. Elektroteknikeren. vol. 13, 1917. p. 5-13.
8. Kolmogorov A. N. Sur le probleme d'attente. Mat. Sbornik. 38. Nr. 1-2, 1931. p. 101-106.
9. Molina E. C. Application of the theory of probability to telephone trunking problems. Bell Syst. Tech. vol. 6, 1927. p. 461-494.
10. Lee A. M. Applied queueing theory. The Macmillan Press Limited. London, 1966. 244 p.
11. Buzacott J.A., Shanthikumar J.G. Stochastic Models of Manufacturing Systems. Prentice-Hall. New York, 1992. p. 1-45.
12. Gross D., Harris C.M. Fundamentals of Queueing Theory. 3rd Ed. John Wiley and Sons Inc. NY, 1998. 528 p.
13. Asmussen S. Ruin Probabilities. volume 2 of Advanced Series on Statistical Science & Applied Probability. London: World Scientific, 2000. 385p.
14. Asmussen S., Bladt M. Renewal theory and queueing algorithms for matrix-exponential distributions. In: Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Matrix-analytic methods in stochastic models. Dekker. New York, 1997. vol. 183. p. 313-341.
15. Bejan A. On algorithms of busy time period evaluation in priority queues with orientation time. in: Proceedings of the Second Conference of the Mathematical Society of the Republic of Moldova. Chisinau: Evrica, 2004. p. 32-36.
16. Constantinescu E. Modelare și optimizare în transport maritim. Ed. Sigma. București, 1999. 126 p.

17. Constantinescu E. The role played by the port of Constanța in the development containerized traffic. *Analele Universității Maritime Constanța: Year VIII. vol 10. ISSN 1582-3601. România, 2007. p. 29-32.*
18. Kendall D.G. Some problems in the theory of queues. *J. Roy. Statist. Soc. (B), 1951. p. 151-185.*
19. Abate J., Valko P. Multi-precision Laplace transform inversion. *Int. J. Numer. Meth.Engng, 2004. p. 979-993.*
20. Abate J., Choudhury G.L., Whitt W. An introduction to numerical transform inversion and its application to probability models. In *Computational Probability. W. Grassman. Kluwer. Boston, 1999. p. 257-323.*
21. Abate J., Whitt W. An operational calculus for probability distributions via Laplace transforms. *Advances in Applied Probability, 1996. p. 75-113.*
22. Abate J., Whitt W. Numerical inversion of Laplace transforms of probability distributions. *ORSA Journal on Computing, 1995. p. 38-43.*
23. Abate J., Whitt W. Solving probability transform functional equations for numerical inversion. *Operation Research Letters, 1992. p. 275-281.*
24. Benderschi O. Analiza sistemelor de așteptare cu priorități și trafic critic. Teză de doctor în științe fizico-matematice. Chișinău, 2009
25. Bejan A. Modelarea timpului de orientare în sisteme de așteptare cu priorități. Teză de doctor în științe fizico-matematice. Chișinău, 2007
26. Danzig D.V. Chaines of Markof dans les ensembles abstraits et applications aux processus avec regions absorbantes et an probleme des boucles. *Ann. de l'Inst. H. Poincare, 1955. fasc. 3, p. 145-199.*
27. Kasten H., Runnenburg J. The Priority in waiting line problems. Amsterdam, 1957. 25 p.
28. Климов Г. П. Стохастические системы обслуживания. Второе издание. Москва, 2011. 244 p.
29. Gnedenko B.V. ș. a. Sisteme de așteptare cu prioritate. MGU. Moscova, 1973 (în rusă). 224 p.
30. Климов Г. П., Мишкой Г. К. Приоритетные системы обслуживания с ориентацией. Изд-во МГУ. Москва, 1979. 222 p.
31. Мишкой Г. К. Обобщенные приоритетные системы. Кишинев, Știința, 2009. 200 p.
32. Mișcoi Gh., Costea A. Metode bazate pe aparatul transformatelor Laplace și Laplace-Stieltje. Academia de Transporturi, Informatică și Comunicații. Conferința internațională Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale. ISBN 978-9975-941-88-4. Chișinău, 2012. p. 106-114.

33. Stehfest H. Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms. Communications of the ACM, 1970. p. 47-49.
34. Dubner H., Abate J. Numerical inversion of Laplace transforms and the Finite Fourier Transform. J. ACM, 1986. p. 115-123.
35. Veillon F. Numerical inversion of Laplace transforms. Comm. ACM. v. 17. N 10., 1974. p. 587-589.
36. N. Tian, Z. G. Zhang. Vacation Queueing Models. Theory and Applications. Springer, 2006. 386 p.
37. Groza O., Mişcoi Gh., Mitev L., Costea A. Method of catastrofes and its application to analyze generalized queueing models. Revista ştiinţifică Studia Universitatis. Universitatea de Stat din Moldova. Nr. 2 (52). ISSN 1857-2073. Republica Moldova, 2012. p. 5-11.
38. Adan I., Resing J. Queueing systems. Department of Mathematics and Computing Science Eindhoven University of Technology. the Netherlands, 2015. 182 p.
39. Mevert P. A Priority System with Setup Times. Oper. Res. v. 16. N 3, 1968. p. 602-613.
40. Van der Mei R., Winands E. Heavy traffic analysis of polling models by mean value analysis. In: Performance Evaluation, 2008. vol. 65(6-7). p. 400-416.
41. Mişcoi Gh., Costea A., Ţicu R.I. Aplicarea sistemului de aşteptare cu o singură linie în portul maritim, Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale. ISBN 978-9975- 62-365-0. Chişinău: Republica Moldova, 2014. p. 142-146.
42. Cassandras C.G., Discrete event systems: modeling and performance analysis. Aksen Associates Inc. Publishers, Homewood, Il and Boston, 1993. 26 p.
43. Mihoc Gh., Micu N. Teoria probabilităţilor şi statistică matematică. Ed. Didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1980. 289 p.
44. Matcovschi M-H, Lanţuri şi sisteme de aşteptare markoviene. Ed. Gh. Asachi. Iaşi, 2003. 208 p.
45. Bolch G., ş.a Queueing networks and Markov chains: Modeling and performance evaluation with computer science applications. John Wiley and Sons. New York, 1998. 896 p.
46. Testul Kolmogorov-Smirnov. UMF. Carol Davila. Bucureşti, 2013. <http://www.scribd.com/doc/56794524/86/Testul-KOLMOGOROV-SMIRNOV>. (vizitat 14.12.2013)
47. Mişcoi Gh., Ţicu R.I., Costea A. Distribution rules in seaport activities modeling. Analele Universităţii Maritime Constanţa. Year XIII. vol 17. ISSN 1582-3601. România, 2012. p. 211-212.
48. Cohen J.W. The single server queue. North-Holland: Amsterdam, 1982. p. 37-50.

49. Filipowicz B., Kwiecien J. Queueing systems and networks. Models and applications. Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. Vol 56. No. 4, 2008. p. 379-390.
50. Bejan A. Numerical treatment of the Kendall equation in the analysis of priority queueing systems. Bul. Acad. Stiinte Repub. Mold. Mat., 2006. p. 17-28.
51. Mişcoi Gh., Bejenari D. Algoritmi numerici pentru perioada de ocupare în modele exhaustive Polling. În: Analele Universităţii Libere Internaţionale din Moldova. Seria Economie. Chişinău: ULIM, 2010. vol. 10. p. 54-63.
52. Mişcoi Gh., Bejenari D., Usatfi L. Modelarea perioadei de ocupare şi a repartiţiei şirului de aşteptare pentru sisteme Polling cu servire exhaustivă. În: Materialele Conferinţei Ştiinţifice Internaţională "Modelare Matematică, Optimizare şi Tehnologii Informaţionale". Chişinău: Evrica, 2010. p. 168-176.
53. Mişcoi Gh., Benderschi O. Cu privire la calculul intensităţii de trafic in sistemele de aşteptare generalizate. În: Materialele Conferinţei Ştiinţifice Internaţională "Modelare Matematică, Optimizare şi Tehnologii Informaţionale". Chişinău: Evrica, 2008. p. 167-174.
54. Griza Iu., Koroliuk V., Mamonova A., Mishkoy Gh. Queueing systems with semi-Markov flow in average and diffusion approximation schemes. In: Abstracts of the 16th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM. Romania. Oradea, 2008. p. 28-29.
55. Mişcoi Gh. A virtual analog of Pollaczek-Khintchin transform equation. Buletinul Academiei de Ştiinţe a Republicii Moldova: Matematica. Nr. 2, 2008. p. 81-91.
56. Mishkoy Gh., Bejenari D., Mitev L. An analog of the Pollaczek-Khintchin transform equation. In: Abstracts of the 7-th Congress of Romanian Mathematicians. România: Braşov, 2011. p. 79.
57. Mishkoy Gh., Bejenari D., Mitev L. Method of catastrophes and numerical problems in queueing theory. In: Abstracts of the Mathematics & Information Technologies: Research and Education. Chişinău: USM, 2011. p. 73-74.
58. Panayiotopoulos J.-C. Solving queueing systems with increasing priority numbers. J.Operational Research Society, 1980. p. 637-646.
59. Shimshak D.G., Gropp Damico D., Burden H.D. A priority queueing model of a hospital pharmacy unit. European J. of Operational Research, 1981. p. 350-354.
60. Murata M., Takagi H. Mean waiting times in nonpreemptive priority M/G/1 queues with server switchover times. Teletraffic Anal. Proc. Int. Semin. Amsterdam. June 2-6, 1986. p. 395-407.
61. Kapadia A.S., Chiang Y.K., Kazmi M.F. Finite-capacity priority-queues with potential health applications. Computers and Operational Research, 1985. p. 411-420.
62. Van der Mei R., Winands E. Heavy traffic analysis of polling models by mean value analysis. In: Performance Evaluation, 2008. vol. 65(6-7). p. 400-416.

63. Van Vuuren M., Winands E. Iterative approximation of k-limited polling systems. In: Queueing Systems, 2007. vol. 55(3). p. 161-178.
64. Vlasious M., Adan I., Boxma O. A two-station queue with dependent preparation and service times. In: European Journal of Operational Research, 2009. vol.195(1). p. 104-116.
65. Allen A.O. Probability, statistics and queueing theory with computer science applications. New York: Academic Press, 1978. 390 p.
66. Asmussen S. Applied probability and queues. Wiley: New York, 1987. 438 p
67. Mihoc Gh., Ciucu G., Muja A. Modele matematice ale așteptării. Editura Academiei R.S.R.: București, 1973. 465 p.
68. Takagi H. Queueing analysis.of polling systems. North-Holland: Amsterdam, 1990. p.267-318
69. Mishkoy Gh., Bejenari D. Numerical k-busy periods algorithms for Polling systems with semi-Markov switching. In: Romai J., 2009. vol. 5 (2). p. 119-126.
70. Mișcoi Gh., Bejenari D., Usatfi L. Modele semimarkoviene de servire cu priorități. În: Analele Universității Libere Internaționale din Moldova, Seria Economie. Chișinău: ULIM, 2011. vol. 11. p. 95-105.
71. Mișcoi Gh., Rykov Gh., Andronati N., Bejenari D. Probabilitățile stărilor pentru sisteme Polling cu schimb semi-Markov și așteptare nelimitată. In: Proceedings of the 33rd ARA Congress Modernism and Progress in Arts and Sciences. România. Sibiu, 2009. vol. 2. p. 149-151.
72. Griza Iu., Korolyuk V., Mamonova A., Mishkoy Gh. Queueing Systems with semi-Markov Flow in the Series Scheme. In: Preprint. Bielefeld University. Germany, 2008. 28 p.
73. Rege K.M., Sengupta B. A prioity-based admission scheme for a multiclass queueing system. AT&T Technical J., 1985. p. 1731-1753.
74. Taylor I.D.S, Templeton J.G.C. Waiting time in a multi-server cuto®-priority queue, and its application to an urban ambulance service. Operations Research 28, 1979. p. 1168-1188.
75. Grama I., Mishkoy G. The object oriented programming for queueing system. Comp.Sc. J. of Moldova. vol. 1. N.1, 1993. p. 85-104.
76. Bogunovic N. Processes scheduling procedure for a class of real-time computer systems. IREE Trans. Ind. Electron. v. 34. N 1.,1987. p. 29-34.
77. Mișcoi D. Un algoritm numeric de soluționare a ecuației de trafic. Ulim. Symposia Professorum. Seria Economie. Chișinău, 1999. p. 32-34.
78. Mișcoi G., Mișcoi D. Condițiile de trafic pentru sisteme de așteptare cu fluxuri de intrare neomogene. Ulim. Symposia Professorum. Seria Economie. Chișinău, 1999. p. 29-32.
79. Mishkoy D. Numerical inversion of Laplace transform. Studii în metode de analiză numerică și optimizare. Vol. 2. n. 2(4). Chișinău, 2000. p. 180-186.

80. Mishkoy Gh., Andronaty N., Mishkoy D. Virtual queues in a multiprocessor network. Proceedings of the 10th International Symposium on Applied Stochastic Models and Data-Analysis-Amsda-2001. Compiègne. 12-15 June. France, 2001. p. 754-760.
81. Autoritatea Navală Română. Raport anual 2014. <http://portal.rna.ro/SiteAssets/PDF/Raport%20anual%20ANR%20-%202014.pdf>. (vizitat 15.01.2015)
82. Costea A., Țicu R.I., Ion L., Mishkoy Gh. The role of the traffic coefficient in the analysis of information processes in a seaport. *Analele Universității Maritime Constanța*: Year XVI. vol 23. ISSN 1582-3601. România, 2015. p. 135-138.
83. Prezentare portul Constanța. http://www.portofconstantza.com/apmc/portal/static.do?package_id=infgen_port_maritim&x=load. (vizitat 13.12.2011)
84. Hărți și planuri. Harta Portului Constanța. <http://www.romcargomaritim.ro/ro/harti-si-planuri/> (vizitat 12.03.2012)
85. Autoritatea Navală Română. Căpitănia zonală Constanța. <http://portal.rna.ro/căpităniei/prezentare/cz-constantza>. (vizitat 21.07.2012)
86. Gnedenko B.V., Kovalenko I.I.N. Introducere în Teoria Așteptării. Moscova, 2005. 315 p.
87. Cooper R.B. Introduction to queueing theory. Second edition. North Holland, 1977. 361 p.
88. Deng Y., Tan J. Priority queueing model with changeover times and switching threshold. *J. Appl. Probab.*, 2001. p. 263-273.
89. W. Feller. An introduction to probability theory and its applications. New York: Wiley, 1971. vol II. 683 p.
90. Kingman J.F.C. Poisson processes. Clarendon Press. Oxford, 1992. 112 p.
91. Gnedenko B.V. ș. a. Sisteme de așteptare cu priorități. Moscova, 1974 (în Rusă). 215 p.
92. Klimov G. Probability theory and Mathematical statistics. Mir Publishers. Moscow, 1986. 333 p.
93. Lee A.M. Teoria așteptării cu aplicații. Editura Tehnică. București, 1976. 241 p.
94. Mișcoi Gh., Costea A., Țicu R.I. Modelarea activității terminalului maritim în baza coeficientului de trafic. Academia de Transporturi, Informatică și Comunicații, Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale”. ISBN 978-9975-3099-8-1. Chișinău: Republica Moldova, 2016. p. 242-252.
95. Mișcoi Gh., Țicu R.I., Costea A. Evaluation algorithms of the waiting time of ships in a seaport. International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education. Chișinău: Republica Moldova, 2016. p.45-46.
96. Firescu. D., Muja A. Asupra timpului de orientare în sistemele de servire cu prioritate absolută. *An. Univ. București Mat.-Mec. Anul. XX. N 2*, 1971. p. 91-97.

97. Kendall D.G. Some problems in the theory of queues. In: J. Roy. Statist. Soc., 1953. vol. 13(2B). p. 151-180.
98. Autoritatea Navală Română. Serviciul Vtmis Constanța. <http://portal.rna.ro/servicii/vts-traffic-maritim>. (vizitat 09.03.2014)
99. Mișcoi Gh. Generalized priority systems. Analytical results and numerical algorithms. *Serdica Journal of Computing*. No. 3. Bulgaria, 2014. p. 281-290.
100. Mișcoi Gh., Costea A., Țicu R.I., Pomazan C. Algorithms of evaluation of the waiting time and the modelling of the terminal activity based on the traffic coefficient of ships in the seaport. *Ponte Academic Journal*. Volume 72. Issue 8. ISSN: 0032-423X. Factor impact: 0,724, 2016. p. 237-248.
101. Chițac. V. Constanța South Container Terminal. Academia Navală Mircea cel Bătrân. <http://www.practica.navala.ro/stagii/CSCT.pdf>. (vizitat 15.06.2014)

ANEXE

Anexa 1. Codul sursă pentru coeficientul de trafic în cazul în care se continuă servirea întreruptă

```
#include<iostream>
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
#include <cstdlib>
using namespace std;
int r;
const float epsilon=0.00001;
float s=1;
float l[100], q[100], c[100], sigma[100];
float Get_Pi_kk(int k, float p);
float Get_Pi_k(int k, float p);
float nu(int k, float p);
void Initialize(void)
{
    system("cls");
    int i; cout<<"Parametri initiali\n";
    cout<<"r = "; cin>>r;
    for (i=1; i<=r; i++) {
        cout<<"l["<<i<<"] = "; cin>>l[i];
    }
    for (i=1; i<=r; i++) {
        cout<<"q["<<i<<"] = "; cin>>q[i];
    }
    for (i=1; i<=r; i++) {
        cout<<"c["<<i<<"] = "; cin>>c[i];
    }
    sigma[0]=0;
    cout<<endl;
    for (i=1; i<=r; i++)
        sigma[i]=sigma[i-1]+l[i];
}
```



```

}
float beta(int k, float p) {return q[k]/(p+q[k]); }
float gamma(int k, float p) {return c[k]/(p+c[k]); }
float h_k_Calc(int k, float p) {
    float h_k, pk,niu,expr1;
    if (k==1)
        h_k=beta(1, p);
    else {
        pk=Get_Pi_k(k-1, p);
        expr1=gamma (k, p+sigma[k-1]);
        niu=expr1/ (1-sigma[k-1]*(1-expr1)*pk/(p+sigma[k-1]));
        h_k=beta(k, p+sigma[k-1]*(1-pk*niu) );
    }
    return h_k;
}
float Get_Pi_kk (int k, float p){
    float vrem1=0, vrem2=0, dif=0, P_kk_D,
    P_kk_U, P_kk; P_kk_D=0; P_kk_U=1;
    if (k==0) return 0.0;
    do{
        vrem1=P_kk_D;
        vrem2=P_kk_U;
        P_kk_D=h_k_Calc(k, p+l[k]*(1-vrem1));
        P_kk_U=h_k_Calc(k, p+l[k]*(1-vrem2));
        dif =fabs(P_kk_U-P_kk_D)/2.0;
    } while (dif>epsilon);
    P_kk= fabs(P_kk_U+P_kk_D)/2.0;
    return P_kk;
}
float Get_Pi_k (int k, float p) {
    float pikk=0, pik=0, pika=0, pikak=0, ss=0;
    float expr1=0, expr2=0, expr3=0, niu=0;
    if (k==1) {

```

```

        pikk=Get_Pi_kk(1,p);
        pik=l[k]*gamma(k,p+1[1])*(1-pikk)+sigma[k-1]*pikk/sigma[k];
    } else {
        pikk=Get_Pi_kk(k,p);
        pika=Get_Pi_k(k-1,p+1[k]);
        pikak=Get_Pi_k(k-1,p+1[k]*(1-pikk));
        ss=p+1[k]*(1-pikk);
        expr1=gamma(k,ss+sigma[k-1]);
        expr2=1-sigma[k-1]*(1-expr1)*pikak/(ss+sigma[k-1]);
        niu=expr1/expr2;
        expr1=sigma[k-1]*pika;
        expr2=sigma[k-1]*(pikak-pika)*niu;
        expr3=l[k]*niu*pikk;
        pik=(expr1+expr2+expr3)/sigma[k];
    }
    return pik;
}

float nu (int k, float p) {
    float expr1, expr2=1;
    expr1=gamma(k, p+sigma[k-1]);
    if (k>1) expr2=1-sigma[k-1]*(1-expr1)*Get_Pi_k(k-1,p)/(p+sigma[k-1]);
    return expr1/expr2;
}

int main (void){
    int i;
    float ro=0, b[10], f[10], pr=1, pk, g;
    Initialize();
    b[1]=(beta(1,1)+c[1])/(1+l[1]*c[1]);
    ro=l[1]*b[1];
    f[1]=1;
    pr=f[1];
    for (i=2; i<=r; i++) {

```

```

pr=pr*f[i-1];
g=gamma(i,sigma[i-1]);
b[i]=pr*q[i]/((1-q[i])*g);
ro=ro+l[i]*b[i];
pk=Get_Pi_k(i-1, l[i]);
f[i]=1+(1/g-1)*(sigma[i]-sigma[i-1]*pk)/sigma[i-1];
printf("i=%i\npr=%f\ng=%f\nb[%i]=%f\nro=%f\npk=%f\nf[%i]=%f\n-
-----\n", i, pr, g, i, b[i], ro, pk, i,
f[i],b[1]);
}
printf("\nro = %f", ro);
return 0;
}

```

Anexa 2. Codul sursă pentru coeficientul de trafic în cazul în care se pierde servirea

```
#include<iostream>
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
#include <cstdlib>

using namespace std;

int r;
const float epsilon=0.00001;
float s=0, nc=1, pk=0;
float a[100], b1[100], b2[100], c[100], sigma[100];
float Get_Pi_kk(int k, float p);
float Get_Pi_k(int k, float p);
float nu(int k, float p);

void Initialize(void)
{
    system("cls");
    int i; cout<<"Parametri initiali\n";
    cout<<"r = "; cin>>r;
    for (i=1; i<=r; i++) {

        a[i]=1; b1[i]=0; b2[i]=1; c[i]=100;
    }

    sigma[0]=0;
    cout<<endl;
    for (i=1; i<=r; i++)
        sigma[i]=sigma[i-1]+a[i];
```

```

}

float beta(int k, float p) {return (-exp(-b1[k]*p)-exp(-
b2[k]*p))/(b2[k]-b1[k]); }

float gamma(int k, float p) {return c[k]/(p+c[k]); }

float h_k_Calc(int k, float p) {
    float b=0, h_k=0, pk,niu,expr1;
    if (k==1)
        h_k=beta(1, p);
    else {

        b=beta(k,p+sigma[k-1]);
        pk=Get_Pi_k(k-1, p);
        expr1=gamma (k, p+sigma[k-1]);
        niu=expr1/ (1-sigma[k-1]*(1-expr1)*pk/(p+sigma[k-1]));
        h_k=b+sigma[k-1]*(1-b)*pk*niu/(p+sigma[k-1]);
    }

    return h_k;
}

float Get_Pi_kk (int k, float p){
    float vrem1=0, vrem2=0, dif=0, P_kk_D,
    P_kk_U, P_kk; P_kk_D=0; P_kk_U=1;
    if (k==0) return 0.0;
    do{
        vrem1=P_kk_D;
        vrem2=P_kk_U;
        P_kk_D=h_k_Calc(k, p+a[k]*(1-vrem1));
        P_kk_U=h_k_Calc(k, p+a[k]*(1-vrem2));
        dif =fabs(P_kk_U-P_kk_D)/2.0;
    }

```

```

    } while (dif>epsilon);
    P_kk= fabs(P_kk_U+P_kk_D)/2.0;
    return P_kk;
}

float Get_Pi_k (int k, float p) {
    float pikk=0, pik=0, pika=0, pikak=0, ss=0;
    float expr1=0, expr2=0, expr3=0, niu=0;
    if (k==1) {
        pikk=Get_Pi_kk(1,p);
        pik=a[k]*gamma(k,p+a[1])*(1-pikk)+sigma[k-1]*pikk/sigma[k];
    } else {
        pikk=Get_Pi_kk(k,p);
        pika=Get_Pi_k(k-1,p+a[k]);
        pikak=Get_Pi_k(k-1,p+a[k]*(1-pikk));
        ss=p+a[k]*(1-pikk);
        expr1=gamma(k,ss+sigma[k-1]);
        expr2=1-sigma[k-1]*(1-expr1)*pikak/(ss+sigma[k-1]);
        niu=expr1/expr2;
        expr1=sigma[k-1]*pika;
        expr2=sigma[k-1]*(pikak-pika)*niu;
        expr3=a[k]*niu*pikk;
        pik=(expr1+expr2+expr3)/sigma[k];
    }
    return pik;
}

float nu (int k, float p) {
    float expr1, expr2=1;
    expr1=gamma(k, p+sigma[k-1]);
    if (k>1) expr2=1-sigma[k-1]*(1-expr1)*Get_Pi_k(k-1,p)/(p+sigma[k-1]);

```

```

        return expr1/expr2;
    }

int main (void){
    int i;
    float ro=0, b[10], f[10], pr=1, pk, g;
    Initialize();
    b[1]=((b1[1]+b2[1])/2+nc/c[1])/(1+nc*a[1]/c[1]);
    ro=a[1]*b[1];
    f[1]=1;
    pr=f[1];
    for (i=2; i<=r; i++) {
        pr=pr*f[i-1];
        g=gamma(i,sigma[i-1]);
        b[i]=pr*(1-beta(i,sigma[i-1]))/(sigma[i-1]*g);
        ro=ro+a[i]*b[i];
        pk=Get_Pi_k(i-1, a[i]);
        f[i]=1+(1/g-1)*(sigma[i]-sigma[i-1]*pk)/sigma[i-1];

printf("i=%i\npr=%f\ng=%f\nb[%i]=%f\nro=%f\npk=%f\nf[%i]=%f\n----
-----\n", i, pr, g, i, b[i], ro, pk, i,
f[i]);
    }
    printf("\nro = %f", ro);
    return 0;
}

```

Anexa 3. Codul sursă pentru coeficientul de trafic în cazul în care mesajul întrerupt se servește de la început

```
#include<iostream>
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<stdlib.h>
#include <cstdlib>

using namespace std;

int r;
const float epsilon=0.00001;
float s=1;
float l[100], q[100], c[100], sigma[100];
float Get_Pi_kk(int k, float p);
float Get_Pi_k(int k, float p);
float nu(int k, float p);

void Initialize(void)
{
    system("cls");
    int i; cout<<"Parametri initiali\n";
    cout<<"r = "; cin>>r;
    for (i=1; i<=r; i++) {
        cout<<"l["<<i<<"] = "; cin>>l[i];
    }
    for (i=1; i<=r; i++) {
        cout<<"q["<<i<<"] = "; cin>>q[i];
    }
    for (i=1; i<=r; i++) {
        cout<<"c["<<i<<"] = "; cin>>c[i];
```



```

    }
    sigma[0]=0;
    cout<<endl;
    for (i=1; i<=r; i++)
        sigma[i]=sigma[i-1]+l[i];
}

float beta(int k, float p) {return q[k]/(p+q[k]); }

float gamma(int k, float p) {return c[k]/(p+c[k]); }

float h_k_Calc(int k, float p) {
    float h_k, pk,niu,expr1;
    if (k==1)
        h_k=beta(1, p);
    else {
        pk=Get_Pi_k(k-1, p);
        expr1=gamma (k, p+sigma[k-1]);
        niu=expr1/ (1-sigma[k-1]*(1-expr1)*pk/(p+sigma[k-1]));
        h_k=beta(k,p+sigma[k-1])/(1-sigma[k-1]*(1-beta(k,p+sigma[k-1]))*pk*niu/(p+sigma[k-1]));
    }

    return h_k;
}

float Get_Pi_kk (int k, float p){
    float vrem1=0, vrem2=0, dif=0, P_kk_D,
    P_kk_U, P_kk; P_kk_D=0; P_kk_U=1;
    if (k==0) return 0.0;
    do{
        vrem1=P_kk_D;
        vrem2=P_kk_U;

```

```

        P_kk_D=h_k_Calc(k, p+l[k]*(1-vrem1));
        P_kk_U=h_k_Calc(k, p+l[k]*(1-vrem2));
        dif =fabs(P_kk_U-P_kk_D)/2.0;
    } while (dif>epsilon);
    P_kk= fabs(P_kk_U+P_kk_D)/2.0;
    return P_kk;
}

float Get_Pi_k (int k, float p) {
    float pikk=0, pik=0, pika=0, pikak=0, ss=0;
    float expr1=0, expr2=0, expr3=0, niu=0;
    if (k==1) {
        pikk=Get_Pi_kk(1,p);
        pik=l[k]*gamma(k,p+l[1])*(1-pikk)+sigma[k-1]*pikk/sigma[k];
    } else {
        pikk=Get_Pi_kk(k,p);
        pika=Get_Pi_k(k-1,p+l[k]);
        pikak=Get_Pi_k(k-1,p+l[k]*(1-pikk));
        ss=p+l[k]*(1-pikk);
        expr1=gamma(k,ss+sigma[k-1]);
        expr2=1-sigma[k-1]*(1-expr1)*pikak/(ss+sigma[k-1]);
        niu=expr1/expr2;
        expr1=sigma[k-1]*pika;
        expr2=sigma[k-1]*(pikak-pika)*niu;
        expr3=l[k]*niu*pikk;
        pik=(expr1+expr2+expr3)/sigma[k];
    }
    return pik;
}

float nu (int k, float p) {
    float expr1, expr2=1;
    expr1=gamma(k, p+sigma[k-1]);

```

```

        if (k>1) expr2=1-sigma[k-1]*(1-expr1)*Get_Pi_k(k-1,p)/(p+sigma[k-
1]);
        return expr1/expr2;
    }

int main (void){
    int i;
    float ro=0, b[10], f[10], pr=1, pk, g;
    Initialize();
    b[1]=(beta(1,1)+c[1])/(1+l[1]*c[1]);

    ro=l[1]*b[1];
    f[1]=1;
    pr=f[1];

    for (i=2; i<=r; i++) {
        pr=pr*f[i-1];
        g=gamma(i,sigma[i-1]);
        b[i]=pr*(1/beta(i,sigma[i-1])-1)/(sigma[i-1]*g);
        ro=ro+l[i]*b[i];
        pk=Get_Pi_k(i-1, l[i]);
        f[i]=1+(1/g-1)*(sigma[i]-sigma[i-1]*pk)/sigma[i-1];
        printf("i=%i\npr=%f\ng=%f\nb[%i]=%f\nro=%f\npk=%f\nf[%i]=%f\n-
-----\n", i, pr, g, i, b[i], ro, pk, i,
f[i],b[1]);
    }
    printf("\nro = %f", ro);

    return 0;
}

```

Anexa 4. Act de implementare

中国海运（罗马尼亚）代理有限公司 CHINA SHIPPING (Romania) Agency Co. Ltd.

REPRESENTATIVE OF: COSCO CONTAINER LINES CO., LTD. – SHANGHAI, P.R. OF CHINA

Bucharest Head Office:

86 Splaiul Unirii, 1st -2nd Floor, District 4, Postal Code 040038

Area Code: + 40 21

Tel: 210.95.19; 610.30.30

Fax: 210.88.96

Commercial Register No. J40 / 21095 / 2005 Fiscal Code Ro 18217836

Constanta Branch Office:

6 Petru Rares Str., 2nd Floor, Postal Code 900745

Area Code: +40 241

Tel: 737.233

Fax: 737.235

E-mail: office@csromania.ro



ACT DE IMPLEMENTARE

Doamna Costea Alina, student doctorand al Academiei de Științe a Moldovei, a studiat în cadrul societății noastre CHINA SHIPPING (ROMANIA) AGENCY CO. LTD S.R.L. Constanța buletinele informative referitoare la traficul navelor portuare în portul maritim Constanța.

Doamna Costea Alina a propus algoritmul de modelare a coeficientului de trafic în portul maritim Constanța precum și modalități de eficientizare a traficului portuar în condițiile actuale de trafic portuar. CHINA SHIPPING (ROMANIA) AGENCY CO. LTD S.R.L. consideră valoroși și de luat în considerare algoritmi elaborați în cadrul acestei teze de doctorat.

Informația pusă la dispoziția doamnei Costea Alina este confidențială și nu poate fi folosită în lucrarea acesteia cu excepția datelor care fac obiectul informațiilor publice prin lege.

HORNET LAURENTIU

DIRECTOR – SUCURSALA CONSTANTA

CHINA SHIPPING (ROMANIA) AGENCY CO. LTD S.R.L.



DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII

Subsemnata, declar pe răspundere personală că materialele prezentate în teza de doctorat sunt rezultatul propriilor cercetări și realizări științifice. Conștientizez, că în caz contrar, urmează să suport consecințele în conformitate cu legislația în vigoare.

Costea Alina

Semnătura:

Data: 12.10.2016

CURRICULUM VITAE

Numele de familie și prenumele: Costea Alina

Data nașterii: 11.03.1980

Locul nașterii: Constanța, România

Studii:

Licență: Universitatea “Ovidius”, Constanța, Facultatea de Matematică și Informatică,
Specializarea Matematică, 1998-2002

Masterat: Universitatea “Ovidius”, Constanța, Facultatea de Matematică și Informatică,
Specializarea Matematică didactică, 2009-2011

Doctorat: Academia de științe a Moldovei, 2011-2016, specialitatea 112.03-Cibernetică
Matematică și Cercetări Operaționale

Domenii de interes științific: teoria așteptării, metode de eficientizare a traficului portuar.

Activitatea profesională:

Liceul Callatis Mangalia, Profesor de matematică, 2003-2006

Universitatea Maritimă Constanța, Departamentul de Științe Fundamentale și Umaniste,
Colaborator extern, 2006-2008

Universitatea Maritimă Constanța, Departamentul de Științe Fundamentale și Umaniste
Preparator universitar, 2008-2009

Universitatea Maritimă Constanța, Departamentul de Științe Fundamentale și Umaniste
Asistent universitar, 2009-prezent

Participări la proiecte științifice naționale și internaționale:

1. Membru în proiectul „GLOBE - Influența modificărilor geo-climatice globale și regionale asupra dezvoltării durabile în Dobrogea”, Programul 4 – Parteneriate în domeniile prioritare, 2009-2011
2. Membru în grupul țintă în proiectul: „MARCON – Dezvoltarea și implementarea unui sistem calitativ de formare inițială și continuă a cadrelor didactice din învățământul superior de marină

și furnizarea de programe de perfecționare în conformitate cu cerințele industriei maritime”, 2009-2011

3. Membru în grupul țintă în proiectul POSDRU NR. 57/1.3/s/17884: „Specializarea personalului didactic universitar pentru funcția de supervisor de practică tehnologică și de cercetare”, 2009- 2012

4. Membru în proiectul Modele de așteptare semi-Markov, Programul Tineri Cercetători, Institutul de Matematică și Informatică, 2013-2014

Participări la foruri științifice:

1. Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale”, ATIC, Chișinău, 2012

2. The 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2012, Chișinău, 22-25 august 2012

3. Conferința Științifică Internațională “Strategii de dezvoltare socio-economică a societății în condițiile globalizării”, Universitatea Liberă Internațională din Moldova, Chișinău, 15-16 octombrie 2012

4. The 21 th conference on applied and industrial mathematics, CAIM 2013, Bucharest, România, 19-22 september 2013

5. Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale”, Chișinău, Republica Moldova, 2014

6. The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, Chisinau, Republica Moldova, 19-23 August 2014

7. International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2015, Chișinău, Republica Moldova, 2-5 iulie 2015

8. Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale”, Chișinău, Republica Moldova, 2016

9. International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2016, Chișinău, Republica Moldova, 24-26 iunie 2016

Lucrări științifice publicate: Articole - 7, teze ale comunicațiilor științifice – 9, cărți – 3.

Cunoașterea limbilor: română – maternă, engleză – bine

Date de contact: Strada Mircea cel Bătrân 104, Constanța, **Telefon:** 0241 664 740, **alina.costea2009@yahoo.com**