ACADEMIA DE ȘTIINȚE A MOLDOVEI

INSTITUTUL DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Cu titlu de manuscris
C.Z.U: 519.872

ȚICU RODICA IONELA

MODELE MATEMATICE ȘI ALGORITMI PENTRU EFICIENTIZAREA ACTIVITĂȚII TERMINALELOR PORTULUI CONSTANȚA

112.03 – CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ȘI CERCETĂRI OPERAŢIONALE

Autoreferatul tezei de doctor în ştiinţe matematice

CHIŞINĂU, 2016

Teza a fost elaborată la Academia de Științe a Moldovei, Chișinău

Conducător științific:
MIȘCOI Gheorghe, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar, academician al Academiei de Științe a Moldovei.

Referenți oficiali:
1. **CONSTANTINESCU Eliodor Mihail**, doctor în matematică, profesor universitar, Universitatea Maritimă din Constanța;
2. **POŞTARU Andrei**, doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar universitar, Universitatea de Stat din Moldova.

Componența consiliului științific specializat:
1. **CATARANCIUC Sergiu**, doctor habilitat în ştiinţe fizico-matematice matematice, profesor universitar USM - președinte al CȘS;
2. **HÂNCU Boris,** doctor în ştiinţe fizico-matematice, conferenţiar universitar USM − secretar științific al CȘS;
3. **LOZOVANU Dumitru,** doctor habilitat în şt. fiz-mat., profesor universitar, Institutul de Matematică şi Informatică al A.Ș.M.;
4. **SOLOMON Dumitru,** doctor habilitat în şt.tehnice, profesor universitar, Universitatea ATIC;
5. **GUȚULEAC Emilian,** doctor habilitat în şt.tehnice, profesor universitar, Universitatea Tehnică din Moldova;
6. **MEMET Florența**, doctor în matematică, lector universitar, Universitatea Maritimă din Constanța.

Susținerea va avea loc la 21.12.2016., ora 13^{00}., în ședința Consiliului științific specializat **D 30.112.03-06** în cadrul Universității de Stat din Moldova, str. A. Mateevici 60, Chișinău, MD-2009, Republica Moldova, bloc IV, sala 222

Teza de doctor și autoreferatul pot fi consultate la biblioteca Universității de Stat din Moldova și pagina web a CNAA (www.cnaa.acad.md).

Autoreferatul a fost expediat la 21.11.2016.

Secretar științific al Consiliului științific specializat,
HÂNCU Boris, doctor în ştiinţe fizico-matematice , conferenţiar universitar USM.

Conducător științific,
MIȘCOI Gheorghe, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar, academician al Academiei de Științe a Moldovei.

Autor
Țicu Rodica Ionela

REPERE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII

Actualitatea temei. Modelele de așteptare ocupă un loc important în Teoria Așteptării, Statistică Matematică cât și în Teoria Probabilităților, dar și în toate cercetările care se realizează pe baza acestor discipline, inclusiv în activitatea portului maritim Constanța. Activitatea portuară fiind foarte complexă, aplicarea modelelor de așteptare, cât și a funcțiilor de repartiție ajută la simplificarea proceselor și activităților desfășurate în cadrul portului maritim. Deoarece portul maritim Constanța este într-o continua dezvoltare ne permite realizarea permanentă a noi procese de eficientizare a întregii activități portuare. Putem spune că activitatea practică a portului maritim este un izvor nesecat de noi și noi idei și direcții de cercetare stiințifică.

În practică, mijloacele materiale investite pentru crearea sau perfecţionarea unui sistem de aşteptare sunt limitate şi obligaţia principală constă în a le utiliza în mod economic eficient şi ştiinţific justificat. Din acest punct de vedere, putem afirma că problema principală de aplicare a Teoriei Aşteptării constă în stabilirea şi justificarea eficienţei cheltuielilor materiale necesare pentru atingerea unui nivel dat al calităţii servirii în fenomenele de aşteptare cu caracter de masă. Rezultă că un rol important îl au indicatorii cantitativi ai calităţii servirii: lungimea şirului de aşteptare (în activitatea unui terminal în cadrul unui port, pentru obţinerea unei legături telefonice, la atelierul de reparaţii etc.), volumul servirilor efectuate într-o unitate de timp şi alţii.

Descrierea situaţiei în domeniul cercetării. Modelele fenomenelor de aşteptare descriu sisteme şi procese de servire cu caracter de masă, care se întâlnesc în cele mai variate domenii ale activităţii practice: industrie, transport, telecomunicaţii, comerţ etc.

Cele mai multe dintre noţiunile utilizate în Teoria Aşteptării pot fi ilustrate chiar prin exemplul furnizat de problema care stă la originea constituirii acestei lucrări şi care constă în determinarea *încărcării* optime a unei nave. Pentru rezolvarea acestei probleme este necesar să se urmărească cererile de servicii care sosesc în mod întâmplător şi să se înregistreze timpul necesar pentru realizarea manevrelor de încărcare și descărcare a navelor întrucât problema de bază constă în satisfacerea cât mai promptă a cererilor de servicii, în condiţii economice cât mai avantajoase Un astfel de model s-a numit model (sistem) de aşteptare (servire).

În cele mai multe probleme de servire se pune problema îmbunătăţirii calităţii servirii. Adesea căile de rezolvare a acestei probleme sunt evidente. Deci calitatea se ridică pe măsura sporirii cheltuielilor pentru aparataj; cu cât sistemul de servire este mai scump, cu atât sunt mai prompt serviţi beneficiarii acestuia. Dar, cu toate că, în principiu, această concluzie este corectă, ea nu poate constitui călăuza unică în acţiunile lucrătorilor care răspund de calitatea funcţionării unor sisteme de servire (aşteptare).

În practică, mijloacele materiale investite pentru crearea sau perfecţionarea unui sistem de aşteptare sunt limitate şi obligaţia principală constă în a le utiliza în mod economic şi ştiinţific justificat. Din acest punct de vedere, putem afirma că problema principală de aplicare a Teoriei Aşteptării constă în stabilirea şi justificarea cheltuielilor materiale necesare pentru atingerea unui nivel dat al calităţii servirii în fenomenele de aşteptare cu caracter de masă.

Evident, modelele de aşteptare descriu proprietăţile generale importante ale fenomenelor și proceselor de aşteptare, independent de natura lor fizică şi materială.

Trăsătura caracteristică comună obţinută la o primă vedere a diverselor sisteme de aşteptare (terminal maritim, centrală telefonică, cabinet medical, atelier de reparaţii etc.) o constituie existenţa unui flux de cereri pentru servire, aşa-numitul flux de intrare. Fluxul de intrare se caracterizează prin numărul de cereri, care intră în sistem într-o unitate de timp. Cererile pot apărea în mod uniform sau neuniform. De cele mai multe ori este imposibil să se prevadă momentele intrării unităţilor care solicită servirea (cererilor) în sistemul de aşteptare. Cu toată verificarea minuţioasă a utilajului înaintea începerii lucrului, în procesul de producţie pot apărea defecţiuni, deci şi cerinţe pentru reparaţii. În fiecare sistem de aşteptare există elemente care efectuează serviciile, numite staţii sau canale de servire. În limbajul Teoriei Aşteptării sistemele pot avea una sau mai multe staţii de servire.

Pentru servirea fiecărei unităţi (cereri) este necesar un timp oarecare în cursul căruia staţia este ocupată şi nu poate servi alte unităţi (nu poate satisface alte cereri). În mod frecvent nu se poate prevedea durata servirii unei anumite unităţi, astfel încât durata serviciului este aleatoare.

Pentru aprecierea obiectivă a calităţii sistemelor de aşteptare este important să se aleagă în mod corect indicatorii de eficienţă ai sistemelor. Desigur, eficienţa unui astfel de sistem depinde de caracterul fluxului de intrare al unităţilor, de numărul staţiilor (canalelor) de servire şi de capacitatea de funcţionare a fiecăreia dintre ele. Este necesară deci o analiză riguroasă a elementelor şi caracteristicilor sistemelor de aşteptare.

Scopul și obiectivele lucrării. Datorită dezvoltării rapide a portului maritim Constanța cât și a sistemelor a apărut necesitatea aplicării unor sisteme îmbunătățite de așteptare care necesită crearea unor noi modele matematice de așteptare.

Prezenta lucrarea are ca scop extinderea rezultatelor deja cunoscute în ceea ce privește Teoria Așteptării, elaborarea unor algoritmi matematici de eficientizare a timpului de așteptare în cadrul unui terminal maritim, toate acestea ducând atât la scăderea timpului de așteptare cât și la reducerea costurilor în cadrul întregii activități portuare.

Pentru realizarea scopului propus, s-au parcurs următoarele obiective ale lucrării:

- prezentarea mai multor modele matematice care se pot aplica în activitatea portului maritim Constanța;
- analiza unor funcții de repartiție din cadrul mai multor modele matematice;
- determinarea cu ajutorul unor metode de calcul a celei mai eficiente funcții de repartiție care poate fi aplicată în cadrul activității portuare;
- prezentarea și analiza a două terminale maritime din portul Constanța;
- elaborarea unui algoritm de calcul in C++ pentru optimizarea timpului de așteptare în cadrul modelului de așteptare M/G/1, realizat pentru mai multe funcții de repartiție;
- descrierea algoritmului realizat în vederea estimării parametrilor funcțiilor de repartiție ce intervin în optimizarea timpului de așteptare al unei nave în cadrul terminalelor maritime.

Metodologia cercetării științifice. Suportul metodologic al cercetării este bazat pe noțiuni de teoria așteptării, teoria probabilităților și statistică matematică. Aspectele teoretice prezentate în teză au ca punct de plecare monografiile lui Gh. Mişcoi, Olga Benderschi, Gh. Mihoc, G. Ciucu, Aneta Muja, B.V. Gnedenko, A.D. Solovyev, I. Cuculescu etc.

Noutatea și originalitatea științifică. Au fost generalizate și descrise mai multe modele matematice de aşteptare. În plus au fost analizate mai multe funcții de repartiție pentru fiecare model, aplicarea acestor rezultate conducând la elaborarea algoritmilor de calcul pentru patru funcții de repartiție.

Au fost descrise și analizate buletinele informative din cadrul a două terminale maritime din portul Constanța. În urma acestor analize și în conformitate atât cu modelele matematice abordate, dar și ținând cont de funcțiile lor de repartiție a fost posibilă implementarea în viitor a acestui algoritm matematic de calcul.

Problema științifică importantă soluționată rezidă în determinarea unor timpi de așteptare mai mici a navelor în cadrul terminalelor maritime, rezultate obținute atât în urma analizei modelelor de așteptare, dar și a funcțiilor de repartiție pentru aceste modele.

Semnificația teoretică. Rezultatele teoretice prezentate sunt date de câteva modele de așteptare, funcțiile lor de repartiție, timpul de așteptare și inversa acestei funcții, obținută prin transformata Laplace.

Valoarea aplicativă a lucrării. Implementarea rezultatelor teoretice din teză pe anumite modele de așteptare a permis calculul timpului de așteptare și inversa acestei funcții pentru navele aflate întru-un terminal maritim. Acestea pot fi, cu mici modificări, aplicate și asupra unor modele neabordate din punct de vedere matematic.

Rezultatele științifice principale înaintate spre susținere:

1. A fost ales modelul de așteptare cel mai potrivit pentru activitățile și necesitățile portuare.
2. În cadrul modelului M/G/1 au fost studiate mai multe funcții de repartiție dintre care am aplicat luând de referință patru funcții de repartiție aplicabile în activitatea portuară.
3. Ținând cont de metoda Gnedenko și aplicând testele de concordanță am stabilit cea mai eficientă funcție de repartiție pentru activitatea unui terminal maritim.
4. A fost calculat timpul de așteptare pentru toate cele patru funcții de repartiții.
5. A fost calculată inversa timpului de așteptare cu ajutorul transformatei Laplace.
6. A fost elaborat un algoritm de calcul în C++ pentru optimizarea timpului de așteptare în cadrul modelului de așteptare M/G/1, realizat pentru mai multe funcții de repartiție;
7. A fost descris algoritmul realizat în vederea estimării parametrilor funcțiilor de repartiție ce intervin în optimizarea timpului de așteptare al unei nave în cadrul terminalelor maritime.

Implementarea rezultatelor stiințifice. Algoritmii elaboraţi au fost implementaţi în formă de program soft în limbajul de programare C++; în urma cercetărilor realizate în teză am obținut un act de implementare de la China Shipping (Romania) Agency Co. Ltd.

Aprobarea rezultatelor științifice. Rezultatele de bază ale tezei au fost discutate și aprobate la mai multe conferințe naționale și internaționale: Analele Universitaţii Maritime

Constanţa, România, 2012; The 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2012, România; Conferința științifică internațională „Strategii de dezvoltare socio-economică a societății în condițiile globalizării", Universitatea Liberă Internațională din Moldova; The 21 th conference on applied and industrial mathematics, CAIM 2013, România; Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Moldova; Conferința internațională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Moldova; Conferința internațională Proceedings of the Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova dedicated to the 50th anniversary of the foundation of Institute of Mathematics and Computer Science „IMCS-50"; Analele Universitaţii Maritime Constanţa, România, 2015; International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2015; Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Moldova; International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2016; Computer Science Jounal of Moldova, Ponte Academic Jounal, dar și în mod periodic în cadrul Seminarului Științific al Departamentului Matematici Aplicate a Facultății de Matematică a Universitații de Stat din Moldova; Revista Științifică a Universității de Stat din Moldova „Studia Universitatis Moldaviae", 2016.

Rezultatele științifice obținute au fost aprobate în cadrul proiectului AȘM "Modele de așteptare semi-Markov", Programul Tineri Cercetători, 13.819.18.05A.

Publicații la tema tezei. Rezultatele au fost publicate în 15 lucrări științifice, dintre care 9 lucrări prezentate la conferințe naționale și internaționale, 6 articole în reviste recenzate dintre care 3 lucrări fără coautori.

Volumul și structura tezei. Teza cuprinde: introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie din 137 titluri, 138 pagini de bază, figuri, tabele și 6 anexe.

Cuvinte cheie: transformata Laplace-Stieltjes, teoria așteptării, funcții de repartiție, modele generalizate de așteptare, timpul de așteptare, variabile aleatoare, port maritim.

CONȚINUTUL TEZEI

Rezultatele obținute sunt grupate în trei capitole după cum urmează:

Primul capitol, **Stadiul actual de cunoaștere al sistemelor de așteptare cu o singură stație aplicate în activitatea portuară,** prezintă o sinteză a lucrărilor în domeniul teoriei așteptării

Utilizarea sistemul M/M/1 în activitatea portuară

Să considerăm un sistem de aşteptare în care venirile urmează un proces Poisson de parametru $\lambda(0 < \lambda < \infty)$, iar serviciile sunt efectuate de o singură staţie de servire. Timpul de servire a unei unităţi oarecare este o variabilă aleatoare independentă cu funcţia de repartiţie

$$H(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu x}, dacă\ x \geq 0 \\ 0 \qquad\quad\ , dacă\ x < 0 \end{cases}$$

Unităţile sunt servite în ordinea sosirii lor în sistem şi după servire părăsesc sistemul.

Evident, valoarea medie a intervalelor de timp $\tau_n,\ n \in N$ dintre două intrări consecutive în sistem este $E(\tau_n) = \lambda^{-1}$, iar timpul mediu de servire are valoarea

$$b = \int_0^\infty \mu x e^{-\mu x} dx = \mu^{-1}.$$

Avem deci

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Dacă $\rho \geq 1$ există o aglomerare nelimitată a sistemului, iar dacă $\rho < 1$ capacitatea sistemului este corespunzătoare.

Notând prin $X(t)$ numărul unităţilor care intră în sistem în intervalul de timp $(0, t]$ avem

$$P\{X(t) = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, n \in N^*.$$

Analog, dacă notăm prin $Y(t)$ numărul de unităţi servite care părăsesc sistemul în intervalul de timp $(0, t]$ şi ţinem seama că timpul de servire are o repartiţie exponenţială negativă rezultă că $\{Y(t)\}$ este de asemenea un proces Poisson cu

$$P\{Y(t) = n\} = e^{-\mu t} \frac{(\mu t)^n}{n!}, n \in N^*.$$

Mai mult, intrările şi plecările din sistem care au loc în intervalul de timp $(t, t + u), u > t > 0$ sunt independente de desfăşurarea procesului în intervalul de timp $(0, t]$ [2].

Să considerăm sistemul la momentul iniţial $t = 0$ şi să presupunem că prima unitate soseşte la momentul $h > 0$. Avem

$$P\{X(h) = 1\} = \lambda h e^{-\lambda h} = \lambda h - \frac{\lambda^2 h^2}{2} + \cdots = \lambda h + \lambda h\left(-\frac{\lambda h}{2} + \cdots\right) = \lambda h + h\theta_1(h),$$

unde

$$\lim_{h \to 0} \theta_2(h) = 0,$$

adică

$$P\{X(h) = 1\} = \lambda h + 0(h). \quad (1)$$

În acelaşi mod se arată că probabilitatea ca o unitate servită să plece din sistem la momentul $h > 0$ este dată de

$$P\{Y(h) = 1\} = \mu h + h\theta_2(h)$$

unde $\lim_{h \to 0} \theta_2(h) = 0$.

Așadar

$$P\{Y(h) = 1\} = \mu h + 0(h). \quad (2)$$

Deoarece venirile şi plecările care au loc în intervalul de timp $t, t + h$ sunt independente de desfăşurarea procesului în intervalul $(0, t]$, rezultă că probabilitatea ca o unitate să intre în sistem în intervalul de timp $t, t + h$ este $\lambda h + 0(h)$, iar probabilitatea ca o unitate să părăsească sistemul în intervalul $t, t + h$ este $\lambda h + 0(h)$ [3], [4].

Capitolul al doilea, **Cercetări privind sistemele cu restricții folosite pentru operarea navelor în cadrul terminalelor maritime,** tratează câteva metode și modele cu priorități care se pot aplica în portul Constanța și este organizat în 6 subcapitole.

Metoda lui Gnedenko pentru studiul timpului de așteptare în sistemul M/G/1

Să considerăm sistemul M/G/1 în care servirea se face după principiul ,,primul venit, primul servit”. O unitate care intră în sistem se poate afla într-una din următoarele situaţii:

- sau este refuzată;
- sau iese din şirul de aşteptare după o perioadă de timp oarecare;
- sau aşteaptă începerea serviciului şi apoi părăseşte sistemul înainte de terminarea servirii;
- sau rămâne în sistem până când este servită complet şi apoi iese imediat din

sistem.

Fie $U(\tau) = P\{w \leq \tau\}$ şi $V_x(\tau)$ probabilitatea ca, în ipoteza că aşteaptă în şir o perioadă de timp x, unitatea să stea, pentru servire până în momentul când timpul total de rămânere în sistem devine egal cu τ. Notăm de asemenea

$$W(\tau, t) = P\{w(t) \leq \tau\}$$

Să vedem în ce condiţii are loc inegalitatea $w(t + \Delta t) \leq \tau$. În intervalul de timp $(t, t + \Delta t)$ pot avea loc următoarele modificări, în urma cărora $W(t + \Delta t) \leq \tau$:

1. în momentul $t, w(t) < \tau + \Delta t$ şi în intervalul de timp $(t, t + \Delta t)$ nu soseşte nici o unitate.

2. $w(t) = x < \tau + \Delta t$; în intervalul de timp $(t, t + \theta)(0 < \theta < \Delta t)$ soseşte o unitate care părăseşte sistemul înainte de a fi servită (ea aşteaptă o perioadă de timp egală cel mult cu $x - \theta$.

3. $w(t) = x < \tau + \Delta t$; în intervalul de timp $(t, t + \theta)0 < \theta < \Delta t$, soseşte o unitate care este parţial servită şi părăseşte sistemul înainte de momentul $\tau - x + \Delta t$. Observăm că până când începe serviciul, unitatea aşteaptă o perioadă de timp cel puţin egală cu $x - \theta$.

4. Ca în cazul 3, cu deosebirea că unitatea rămâne în staţie pentru completarea serviciului şi deci, se află în curs de servire o perioadă de timp cel puţin egală cu $\tau - x + \Delta t$ [4].

Scheme particulare pentru studiul timpului de aşteptare.

I. Fie $U(\tau) \equiv 0, V_x(\tau) \equiv 0$. În acest caz, o unitate care intră în sistem şi găseşte staţia ocupată ia loc în şirul de aşteptare; servirea odată începută se efectuează în întregime. Evident, această schemă coincide cu un sistem de aşteptare fără restricţii şi nu vom insista asupra ei.

II. Să presupunem că funcţia U coincide cu funcţia de repartiţie C a variabilei aleatoare τ, adică $U(y) = C(y) = P\{\tau \leq y\}, y > 0$. Atunci, timpul de aşteptare în şir este mărginit (de variabila aleatoare τ) şi servirea odată începută se efectuează în întregime. Deoarece, în cazul unui timp oarecare x de aşteptare în şir – nu se face nici o restricţie privind timpul de aşteptare pentru terminarea serviciului, avem $V_x(y) = 0$, pentru orice $x, y > 0$ [5].

Fie

$$W(y, t) = P\{v(t) < y\}, y > 0$$

fiind procesul definit în teză. În stare staţionară avem $\lim_{t\to\infty} W(y,t) = W(y)$.Ţinând seama de evenimentele ce se pot produce în intervalul de timp $(t, t+\Delta t), \Delta t > 0$ obţinem ecuaţia

$$\begin{aligned} W(y) &= (1-\lambda\Delta t)W(y+\Delta t) \\ &+ \lambda \int_0^{\Delta t} dz \int_0^{y+\Delta t} \{U(x-z) + [1-U(x-z)]V_{x+\Delta t}(y-x+\Delta t) \\ &+ [1-U(x-z)][1-V_{x-z}(y-x+\Delta t)]H(y-x+\Delta t)\}dW(x) \\ &+ 0(\Delta t) \end{aligned} \tag{3}$$

care este, evident, în concordanţă cu (1). Expresia de sub semnul integralei din membrul drept al acestei egalităţi rămâne mai mică sau cel mult egală cu 1, adică

$$|W(y) - (1-\lambda\Delta t)W(y+\Delta t)| \leq \lambda\Delta t + 0(\Delta t)$$

sau

$$\frac{W(y+\Delta t) - W(y)}{\Delta y} \leq 2\lambda + 0(\Delta t)$$

de unde rezultă continuitatea uniformă a funcţiei W pentru $y > 0$. Există, aşadar o constantă K şi o funcţie p cu $p(y) \leq 2\lambda, y > 0$, astfel că

$$W(y) = K + \int_0^y p(t)dt$$

Trecând acum la limită, pentru $\Delta t \to 0$, în ecuaţia (3), găsim

$$\begin{aligned} p(y) - \lambda \int_0^y [1-U(x)][1-V_x(y-x)][1-H(y-x)]\, p(x)dx \\ = \lambda K[1-V_0(y)][1-H(y)], y > 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Deoarece $U(x) = C(x)$ și $V_x(y) = 0$, relaţia (4) se reduce la

$$p(y) = \lambda \int_0^y [1-C(x)][1-H(y-x)]p(x)dx + \lambda K[1-H(y)] \tag{5}$$

Să presupunem că funcţia de repartiţie C este o funcţie în scară, adică pentru orice $y_1, y_2, \dots y_n (0 < y_1 < y_2 < \dots < y_n)$, avem

$$C(y_1+0) - C(y_1) = \Delta_1, \dots, C(y_n+0) - C(y_n) = \Delta_n,$$

cu $\sum_{i=1}^n \Delta_i = 1$. În intervalul $(0, y_1)$ ecuaţia se scrie

$$p(y) = \lambda \int_0^y [1 - H(y - x)]p(x)dx = \lambda K[1 - H(y)] \tag{6}$$

Pentru a putea folosi transformata Laplace vom considera o funcţie f care satisface ecuaţia (6) pe semidreapta $y > 0$, iar în intervalul $(0, y_1)$ coincide cu funcţia p. Notând

$$\bar{f}(s) = \int_0^\infty e^{-sy} f(y)dy$$

$$\bar{H}(s) = \int_0^\infty e^{-sy} dH(y)$$

obţinem

$$\bar{f}(s) = \frac{\lambda K \bar{H}(s)}{1 - \lambda \bar{H}(s)}$$

de unde, cu ajutorul transformării Laplace inverse, se determină $p(y)$ în intervalul $(0, y_1)$.

Considerăm, apoi ecuaţia (5) în intervalul (y_1, y_2)

$$p(y) - \lambda(1 - \Delta_1) \int_{y_1}^y [1 - H(y - x)]p(x)dx$$

$$= \lambda K \left\{ 1 - H(y) + \frac{1}{K} \int_0^{y_1} [1 - H(y - x)]p(x)dx \right\}$$

Putem din nou să extindem această ecuaţie pe intervalul (y_1, ∞) şi cunoscând funcţia p în intervalul $(0, y_1)$ rezolvăm ecuaţia în intervalul (y_1, y_2). Procedând mai departe în acelaşi mod vom afla funcţia p în intervalul $(0, y_n)$, după care, pentru y_1, y_n aplicăm formula

$$p(y) = \lambda \int_0^{y_n} [1 - C(x)][1 - H(y - x)]\, p(x)dx + \lambda K[1 - H(y)]$$

Constanta K se află din condiţia de regularitate. Aşadar

$$W(y) = K + \int_0^y p(t)dt$$

este complet determinată.

III. Timpul cât se află o unitate în sistem (timpul de aşteptare plus timpul de servire) este mărginit de o variabilă aleatoare cu funcţia de repartiţie $C(x)$.

Dacă unitatea poate rămâne în sistem numai un timp $w^* \leq x$ atunci timpul de aşteptare trebuie să fie şi el mărginit de x, ceea ce înseamnă că

$$U(x) = C(x).$$

Mai departe, dacă y^* este valoarea maximă a timpului de rămânere în sistem, iar y este timpul de aşteptare a începerii serviciului, atunci valoarea maximă a timpului de aşteptare pentru terminarea serviciului are aceeaşi repartiţie ca y^* cu condiţia $\{y^* > y\}$. Obţinem astfel:

$$V_y(x) = \frac{U(x+y) - U(y)}{1 - U(y)} = \frac{C(x+y) - C(y)}{1 - C(y)}$$

În acest caz ecuaţia (4) devine

$$p(y) - \lambda[1 - C(y)] \int_0^y [1 - H(y-x)]\, p(x)dx = \lambda K[1 - C(y)][1 - H(y)]$$

$C(y)$ fiind o funcţie în trepte, $p(y)$ se poate determina ca în cazul precedent.

Dacă timpul cât stau unităţile în sistem este mărginit de constanta $\tau > 0$, iar $f(y)$ este soluţia ecuaţiei (5) atunci

$$p(y) = \begin{cases} 0 & , dacă\ y > \tau \\ cf(y) & , dacă\ y < \tau \end{cases}$$

unde $c = const.$ se determină din condiţia

$$K + \int_0^\tau p(y)dy = 1$$

IV. Să ne imaginăm acum că staţia de servire are o zonă oarecare de acţiune, adică ea poate servi numai unităţile care se află în această zonă. Admitem că prin zonă unităţile se mişcă cu o viteză constantă, de exemplu egală cu 1. În momentul când o unitate intră în staţie şi începe a fi servită viteza ei devine egală cu v.

Observăm că pentru $v = 0$ ne aflăm în cazul timpului de aşteptare mărginit (cerinţa „se opreşte" până la finele servirii) iar pentru $v = 1$ avem sistemul cu timpul cumulat (de aşteptare şi de servire) mărginit. Prezintă interes şi cazul când $v < 1$.

Dacă notăm cu $C(y)$ funcţia de repartiţie a timpului în care unităţile se află în zona de acţiune a staţiei, atunci

$$U(y) = C(y), V_y(x) = \frac{C(vy + x) - C(x)}{1 - C(x)}$$

Acum ecuaţia (6) devine

$$p(y) - \lambda \int_0^y \{1 - U[vy + (1-v)x]\}[1 - H(y-x)]p(x)dx \\ = \lambda K[1 - U(vy)][1 - H(y)] \tag{7}$$

Pentru $v < 1$ şi

$$U(y) = \begin{cases} 1, dacă\; y > \tau \\ 0, dacă\; y \le \tau \end{cases}$$

ecuaţia (7) se scrie

$$p(y) - \lambda \int_0^y [1 - H(y - x)]\; p(x)dx = \lambda K[1 - H(y)] \left(0 < y < \frac{\tau}{v}\right) \qquad (8)$$

$$p(y) - \lambda \int_{\frac{vy-\tau}{v-1}}^{y} [1 - H(y - x)] p(x)dx = 0 \left(\frac{\tau}{v} < y < \tau\right) \qquad (9)$$

Extinzând ecuaţia (8) la orice $y > 0$, putem determina $p(y)$ pentru $0 < y < \frac{\tau}{v}$. Apoi scriem ecuaţia (9) în intervalul $\left(\frac{\tau}{v}, \frac{(2v-1)\tau}{v^2}\right)$ pentru a găsi soluţia când $y > \frac{\tau}{v}$. Avem

$$p(y) - \lambda \int_{\frac{v}{\tau}}^{y} [1 - H(y - x)]\, p(x)dx = \lambda \int_{\frac{vy-\tau}{v-1}}^{\frac{\tau}{v}} [1 - H(y - x)]\, p(x)dx$$

Continuăm acest procedeu la infinit şi determinăm succesiv funcţia p în intervalele $(y_{i-1}, y_i)(i = 3, \dots, n)$, unde

$$y_i = \tau \left[1 - \left(\frac{v-1}{v}\right)^i\right] (i = 3, \dots, n)$$

Numărul iteraţiei necesare pentru aproximarea lui $p(x)$ cu o anumită exactitate se evaluează ţinând seama că $p(x) \le 2\lambda$.

Modele cu șir de așteptare limitat

A. Să considerăm mai întâi modelul M/M/1, cu unităţi provenind dintr-o populaţie infinită, dar pentru care presupunem că şirul de aşteptare are o lungime maximă dată, $N - 1$. Am arătat că ecuaţiile de stare ale sistemului M/M/1, pentru $n \in N^*$ (n reprezintă numărul unităţilor din sistem), în regim staţionar, sunt

$$\lambda p_0 + \mu p_1 = 0$$

$$\mu p_{n+1} + \lambda p_{n-1} - (\lambda + \mu) p_n = 0.$$

În cazul de faţă n ia valori numai între 0 şi N. Pentru $n = N$ avem

$$\lambda p_{N-1} - \mu p_N = 0.$$

Pentru a determina caracteristicile modelului, folosim condiţia

$$\sum_{n=0}^{N} p_n = 1$$

B. Să presupunem acum că sistemul de aşteptare cu S staţii în paralel are un număr fix de locuri de aşteptare (o încăpere cu un volum dat etc). Fie N numărul acestor locuri. Dacă o unitate care soseşte în sistem găseşte o staţie liberă sau un loc liber pentru a aştepta, atunci ea rămâne în sistem; în caz contrar această unitate părăseşte sistemul.

Admiţând că intrările în sistem urmează o lege Poisson de parametru λ_k, iar serviciile o lege exponenţială negativă de parametru μ_k (k reprezintă numărul de unităţi din sistem la un moment oarecare t) observăm că ne aflăm în cazul unui proces de naştere şi moarte pentru care

$$\lambda_k = \begin{cases} 0, & dac\text{ă}\ S+N \le k \\ \lambda, dac\text{ă}\ 0 \le k < S+N \end{cases}$$

iar

$$u_k \begin{cases} 0\,, & dac\text{ă}\ S+N < k \\ S\mu\,, dac\text{ă}\ S \le k \le S+N \\ k\mu\,, & dac\text{ă}\ 1 \le k \le S \end{cases}$$

$$\mu_0 = 0.$$

Obţinem

$$p_k = \lim_{t\to\infty} P_k(t) = \begin{cases} \dfrac{\rho^k}{k!} p_0, & (1 \le k \le S) \\ \dfrac{\rho^k}{S!\,S^{k-S}} p_0\,, & (S \le k \le S+N), \end{cases} \quad (10)$$

unde $P_k(t)$ este probabilitatea ca la momentul $t, t \ge 0$, în sistem să se afle $k(k = \overline{1,N})$ unităţi, $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ iar

$$p_0^{-1} = \sum_{k=0}^{S} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^S}{S!} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\rho}{S}\right).$$

Se observă imediat că pentru $N = 0$ relaţiile (10) ne conduc la formula lui Erlang, iar pentru $N \to \infty$ obţinem probabilitatea corespunzătoare din cazul sistemului cu un număr nelimitat de unităţi.

Modele cu prioritate

Modelele în care disciplina şirului de aşteptare (disciplina de servire), se stabileşte după criterii care nu iau în considerare ordinea intrării unităţilor în sistem, le numim modele cu prioritate. Unităţile unui astfel de model sunt unităţi cu sau fără prioritate.

Distingem:

1. modele cu prioritate;

2. modele cu prioritate absolută.

Pentru a caracteriza aceste două clase de modele să considerăm următorul exemplu. Într-un model de servire cu o staţie intră unităţi (identice sau diferite) care ocupă loc în r şiruri de aşteptare. Se acordă prioritate în ordinea $1,2,\dots,r$, adică o unitate din şirul j este servită după ce unităţile din şirurile $1,2,\dots,j-1$ au fost servite. Să considerăm două şiruri i şi $j, i<j$ şi să admitem că în momentul sosirii în sistem a unei unităţi din şirul i staţia este ocupată de o unitate din şirul j.

Modelul de aşteptare este cu *prioritate* (dar fără prioritate absolută) dacă unitatea din şirul i, care are prioritate faţă de cea din şirul j, aşteaptă până ce aceasta din urmă este servită complet şi apoi îi ia locul în staţie.

Modelul de aşteptare este *cu prioritate absolută*, dacă unitatea din şirul i, care are prioritate absolută faţă de cea din şirul $j(i<j)$, întrerupe serviciul acesteia din urmă şi-i ia locul în staţie.

În paragraful de faţă studiem unele modele cu prioritate.

Să considerăm mai întâi cazul modelelor cu o singură staţie [6].

Fie modelul M/M/1, în care intră K unităţi cu prioritate. Presupunem că parametrul fluxului de intrare poissonian al unităţilor cu prioritate este $K\lambda$ şi al unităţilor fără prioritate (obişnuite) este $(1-K)\lambda$. Timpul de servire are o repartiţie exponenţială negativă de parametru μ, acelaşi pentru toate unităţile.

În acest caz o stare a sistemului este $E_{\alpha mn}$ unde : primul indice $\alpha = 1,2$ arată dacă unitatea în curs de servire este cu prioritate (1) sau fără prioritate (2); al doilea indice $m(m \in N^*)$ corespunde numărului de unităţi cu prioritate în sistem, indicele $n(n \in N^*)$ corespunde numărului de unităţi fără prioritate din sistem. Starea E_0 indică faptul că nu există nici o unitate în sistem.

Mai presupunem că în interiorul fiecăreia din cele două clase de unităţi (cu şi fără prioritate) se respectă disciplina „primul venit, primul servit”.

Modele cu prioritate absolută

Să considerăm un sistem de aşteptare cu o singură staţie de servire, în care timpul de servire are o repartiţie oarecare H şi să presupunem că servirea cu prioritate absolută se face în conformitate cu una din schemele care urmează.

1. În sistem sosesc unităţi de două tipuri, cele de primul tip având prioritate asupra celorlalte. La sosirea unei unităţi de primul tip se întrerupe servirea celei de al doilea tip ; după ce sunt servite toate unităţile de primul tip existente în sistem, staţia reîncepe servirea unităţii de al doilea tip din punctul în care a fost întreruptă (adică timpul rămas pentru servirea ei se micşorează cu cel în cursul căruia a avut loc servirea până în momentul sosirii unei unităţi de primul tip).

2. Se păstrează ipotezele de mai sus cu singura deosebire că serviciul unităţii de al doilea tip se reia, fără a se ţine seama că ea fusese servită parţial; serviciul începe din nou şi se efectuează în întregime.

3. La sosirea unei unităţi de primul tip, serviciul unităţii de al doilea tip încetează complet şi această ultimă unitate se pierde.

Mai presupunem, că în toate cele trei scheme ale sistemului cu prioritate, intrările în sistem ale celor două tipuri de unităţi sunt independente şi urmează o lege exponenţială de parametrii λ_1 şi λ_2. Timpul de serviciu pentru o unitate de tipul $i(i = 1,2)$ este reprezentat printr-o variabilă aleatoare cu funcţia de repartiţie $H_i(x)$, a cărei transformată Laplace-Stieltjes este

$$\overline{H}_i(s) = \int_0^\infty e^{-sx} dH_i(x)$$

Modelul M/G/1 cu intrări în grup

Am menţionat proprietatea de dualitate a modelelor GI/M/1 şi M/G/1, în baza căreia studiul unuia din aceste modele se reduce la studiul celuilalt, dacă se permută funcţiile de repartiţie ale intrărilor şi serviciilor. În consecinţă, deoarece am prezentat modelul GI/M/1, ne vom limita aici la a prezenta pe scurt unele rezultate mai importante. Menţionăm că Gaver în face un studiu detaliat al sistemului pe care îl avem aici în vedere.

Aşadar, să presupunem că în sistemul M/G/1 intrările au loc în grup şi să notăm cu τ_n intervalul de timp dintre momentele sosirii a două grupe consecutive (a n-a şi a $(n + 1)$-a). Avem

$$F(x) = P(\tau_n \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}, 0 < \lambda < \infty, x > 0$$

Dacă în a n-a, grupă (grupele fiind numerotate în ordinea intrărilor în sistem) sunt r_n unităţi, fie

$$P\{r_n = j\} = \pi_j, n \in N \tag{11}$$

Atunci, numărul de unităţi care sosesc în intervalul de timp $0, t,\ t > 0$ este egal cu $\sum r_i$, unde $i \in N$ ia acele valori pentru care $0 < \sum_{\alpha=1}^{i} \tau_\alpha < t$. (Amintim că $\sum_{\alpha=1}^{n} \tau_\alpha$ reprezintă momentul în care intră în sistem a n-a grupă). Stările sistemului sunt determinate prin numărul de unităţi în sistem în momentul t_n^* al plecării celei de a n-a, unităţi şi prin momentul t_n^* în care părăseşte sistemul (după servire) a n-a, unitate. Aşa cum am văzut, şirul acestor stări formează un lanţ Markov. Fie $\xi(t_0)$numărul de unităţi în sistem la momentul $t_0(t_0 \geq 0)$ şi $\xi(t_n^* + 0) = \xi_n^*$, numărul unităţilor din sistem imediat după plecarea celei de a n-a, unităţi. Să notăm prin

$$P_{ij}^{(n)}(t) = P\{\xi_n^* = j, t_n^* > t_0 + t | \xi(t_0) = i\}\ i, j \in N$$

în ipoteza că sistemul nu s-a eliberat niciodată în intervalul $(t_0, t_n^*]$. Probabilitatea $P_{ij}^{(n)}(t)$ satisface ecuaţia Chapman-Kolmogorov

$$P_{ij}^{(n+1)}(t) = \sum_{k=-1}^{j-1} \int_0^t P_{ij-k}^{(n)}(t-u) P_{k+1}(u) dH(u) \tag{12}$$

unde H este funcţia de repartiţie a serviciilor, iar

$$P_n(t) = P\left\{\sum_{i=1}^{t} r_i = n\right\}, \left(0 < \sum_{\alpha=1}^{i} \tau_\alpha < t\right)$$

Soluţia ecuaţiei (12) se determină folosind transformata Laplace-Stieltjes şi funcţia generatoare. Se calculează apoi caracteristicile modelului. Găsim că lungimea medie a perioadei de ocupare $E[\theta]$ este egală cu

$$E[\theta] = \frac{b}{1 - \lambda b E[r_n]}$$

unde $0 \leq b = E[s_n] < \infty$ este valoarea medie a timpului de servire s_n a celei de a n-a unităţi. Obţinem de asemenea

$$D^2[\theta] = \frac{D^2[s_n] + \lambda b E[r_n^2] E[s_n^2]}{1 - \lambda b E[r_n]}$$

Numărul mediu de unităţi U_Γ servite în perioada de ocupare şi dispersia $\sigma_{U_\Gamma}^2$ a acestuia sunt date, respectiv, prin relaţiile

$$U_\Gamma = \frac{1}{1 - \lambda b E[r_n]}$$

$$\sigma_{U_\Gamma}^2 = \frac{\lambda b\{E[r_n^2] + \lambda b D^2[s_n]\}}{\{1 - \lambda b E[r_n]\}^3}$$

Găsim că funcţia generatoare a probabilităţii $p_j = \lim_{t\to\infty} P_{ij}(t) = \lim_{t\to\infty} P\{\xi(t) = j|\xi(0) = i\}$ pentru $\lambda b E[r_n] < 1$, are expresia

$$G(u) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j u^j = \frac{(1-u)\{1 - \lambda b E[r_n]\}\bar{H}\{\lambda[1 - \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j u^j]\}}{\bar{H}\{\lambda[1 - \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j u^j]\} - u} \tag{13}$$

unde probabilitatea π_j este definită prin (1), iar $|u| < 1$. Ca de obicei, am notat prin $\bar{H}(s)$ $(Re(s) \geq 0)$ transformata Laplace-Stieltjes a funcţiei de repartiţie H.

Folosind (13) se pot determina caracteristicile modelului, în cazul echilibrului statistic. Lăsăm acest exerciţiu în seama cititorului.

Modele în care prioritatea se atribuie prin clasificarea unităților

Să presupunem acum că unităţile care sosesc într-un sistem M/G/1 se împart (după intrarea în sistem) în două clase, în scopul reducerii timpului mediu de aşteptare în şir. Se acordă prioritate clasei căreia îi corespunde un timp mediu de servire mai mic. Dacă această clasificare este corectă se reduce timpul mediu de aşteptare pentru unităţile din ambele clase.

Într-adevăr, dacă H este funcţia de repartiţie a duratelor de servire cu media $\frac{1}{\mu}$, iar λ este parametrul repartiţiei sosirilor, se ştie că timpul mediu de aşteptare, W^*, în regim staţionar, este

$$W^* = \frac{\lambda E_2(x)}{2(1-\rho)} \tag{14}$$

unde $E_2(x) < \infty$ este momentul de ordinul doi al repartiţiei $H(x)$, iar $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$.

Să presupunem acum că unităţile sunt împărţite în două clase C_1 şi C_2, cu funcţiile de repartiţie ale timpului de servire H_1 şi H_2 respectiv, şi cu mediile $\frac{1}{\mu_1} < \frac{1}{\mu_2}$. Unităţile din clasele C_1 şi C_2, sosind independent cu ratele λ_1 şi λ_2, rezultă că repartiţia timpului de servire al unei unităţi selectate aleator este

$$B(x) = H_1(x)\frac{\lambda_1}{\lambda} + H_2(x)\frac{\lambda_1}{\lambda}$$

unde $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$, iar

$$\frac{1}{\mu} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\lambda}\left(\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}, i = 1,2\right)$$

Admiţând că staţia de servire este liberă, prima unitate care va fi servită, este cea care ocupă primul loc din şirul format de unităţile din clasa C_1 (clasa unităţilor cu prioritate, deoarece $\frac{1}{\mu_1} < \frac{1}{\mu_2}$), cu excepţia cazului când nu există astfel de unităţi care să aştepte şi deci este servită o unitate din clasa C_2.[4] Dacă notăm prin W_1^* și W_2^* timpul mediu de aşteptare a unităţilor din clasele C_1 şi C_2 respectiv, în ipoteza acordării priorităţii, obţinem

$$W_u^* = \frac{\lambda_1 W_1^* + \lambda_2^* W_2^*}{\lambda}$$

sau

$$W_u^* = \frac{\lambda\left[1 - \frac{\lambda_1}{\mu}\right] E_2(x)}{1(1-\rho)(1-\rho_1)} \tag{15}$$

Din (14) și (15) obținem

$$\frac{W_u^*}{W^*} = \frac{1 - \frac{\lambda_1}{\mu}}{1 - \rho_1} \tag{16}$$

de unde rezultă că într-adevăr timpul mediu de aşteptare s-a redus.

Avem $W_u^* < W^*$, deoarece $\frac{1}{\mu_1} < \frac{1}{\mu} < \frac{1}{\mu_2}$.

Mai observăm că eficienţa clasificării propuse este mare dacă timpul mediu de servire a unităţilor cu prioritate este mic şi dacă factorul de serviciu este mare. [8]

Capitolul trei, Modele matematice și algoritmi pentru eficientizarea activității terminalelor din portul Constanța validează rezultatele teoretice obținute anterior.

Se discută aplicarea modelului de aşteptare cu intrări poissoniene în activitatea portuară. Se modelează numeric procesul de sosire a navelor în terminalul maritim şi se determină anumiţi parametri pentru funcţiile de repartiţie ale servirilor şi intrărilor în scopul stabilirii timpilor de aşteptare a navelor în portul maritim [13], [14].

Sistemul de aşteptare M/G/1

Fie a parametrul fluxului de intrare Poisson. Repartiția timpului de așteptare (în termeni de transformată Laplace-Stieltjes) este dată de formulele [5]:

1) Servire în ordine directă (FIFO)

$$w(s) = (1 - a\beta_1)\frac{as}{s-a+a\beta(s)};$$

2) Servire în ordine inversă (LIFO)

$$w(s) = (1 - a\beta_1) + \frac{a(1-\pi(s))}{s+a-\pi(s)}.$$

unde transformata Laplace-Stieltjes a funcţiei de repartiţie a perioadei de ocupare $\pi(s)$ se determină numeric din ecuaţia funcţională Kendall $\pi(s) = \beta(s + a - a\pi(s))$.

Funcţia de repartiţie a timpului de aşteptare $W(x)$ se calculează prin inversarea numerică a lui $w(s)$.

Modelările se realizează pentru următoarele repartiții ale servirii: repartiţia uniformă pe un interval de timp dat, repartiţia exponenţială, repartiţia Erlang de ordinul k şi repartiţia Gamma.

Folosind algoritmi de inversare numerică se stabilesc valori concrete ale timpului de aşteptare, elaborând concluzii în funcţie de rezultatele obţinute pentru fiecare repartiţie [13], [14],[15].

Cazul sistemului M/G/1

În cadrul acestui sistem de aşteptare vom studia timpul de aşteptare dat de

1. Servire în ordine inversă (LIFO)

$$w(s) = \left(1 - \alpha\beta_1 + \frac{\alpha(1 - \pi(s))}{s + a - a\pi(s)}\right)$$

unde transformata Laplace-Stieltjes a funcţiei de repartiţie a perioadei de ocupare $\pi(s)$ se determină numeric din ecuaţia funcţională Kendall $\pi(s) = \beta(s + a - a\pi(s))$.

Funcţia de repartiţie a timpului de aşteptare $W(x)$ se calculează prin inversarea numerică a lui $w(x)$ prin transformata Laplace-Stieltjes. Astfel stabilim valori concrete ale funcţiei $W(x)$ folosind câţiva algoritmi de inversare numerică. În cazul repartițiilor uniforme și exponențiale, pentru a afla parametrii utilizați în modelări am aplicat metoda Pearson numită și metoda momentelor [12], [13]. Utilizând această metodă am aflat estimaţiile pentru funcţiile de repartiţie. Acestea sunt:

Momentul iniţial (empiric) de ordin k, aflat din formula: $v_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k$, unde $X_1, X_2, \ldots, X_n$ este o selecţie de ordinul n, din repartiţia teoretică Poisson cu parametrul a.

$$v_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (17)$$

În acest caz estimația este estimaţie statică și putem spune că estimaţia (17) este nedeplasată deoarece parametrul fluxului de intrare este dat de:

$$M(v_1) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M(X_i) = a$$

Observație. Estimaţia (17) este suficientă deoarece converge în probabilitate către parametrul a din legea numerelor mari (I. Cebişev) rezultă

$$P\{|v_1 - a| < \varepsilon \to 1\} \text{ pentru } n \to \infty$$

Pentru a estima parametrul fluxului de intrare a, am folosit pentru repartitia uniforma urmatoarea formula: $a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,

unde $X_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$ sunt momentele sosirii în port a n nave într-un interval de timp.

În cazul repartiţiei exponenţiale am utilizat formula:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad (18)$$

unde X_i este timpul de servire a navei i . Astfel se determină parametrul b.

a). Dacă timpul de aşteptare al mesajelor este repartizat uniform pe intervalul de timp $[a^*, b]$, funcţia de repartiţie $B(x) = \frac{x-a^*}{b-a^*}$ are momentul de ordinul 1 $\beta_1 = M(x) = \frac{a^*+b}{2}$ şi are transformata Laplace-Stieltjes $\beta(s) = \frac{1}{s(b-a^*)}(e^{-sa} - e^{sb})$, $s > 0$. [8], [9], [15]

Tabelul 1. Dependenţa de parametrul fluxului de intrare

Nr. crt.	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{a^*}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{w(s)}$	$\boldsymbol{W(x)}$
1.	1	1	5	0,20	2	0,5577276	0,0582281
2.	1	1	5	0,25	2	0,4405438	0,2048543
3.	1	1	5	0,28	2	0,3691526	0,3234092
4.	1	1	5	0,30	2	0,3211335	0,4218430
5.	1	1	5	0,35	2	0,1996819	0,7911617

Tabelul 2. Dependenţa de paramentrii a*,b ai repartiţiei uniforme

Nr. crt.	s	a^*	b	a	x	$w(s)$	$W(x)$
1.	1	2	5	0,20	2	0,4632012	0,1725427
2.	1	3	7	0,20	2	0,1658784	0,9506897
3.	1	4	6	0,20	2	0,1662321	0,9488037
4.	1	1	6	0,20	2	0,4595204	0,1776430
5.	1	2	8	0,20	2	0,1649017	0,9559255

Tabelul 3. Dependenţa de paramentrul s din determinarea timpului de aşteptare

Nr. crt.	s	a^*	b	a	x	$w(s)$	$W(x)$
1.	1	1	3	0,3	2	0,6122375	0,0041842
2.	2	1	3	0,3	2	0,5279578	0,0910943
3.	3	1	3	0,3	2	0,4904466	0,1364511
4.	4	1	3	0,3	2	0,4696650	0,1637194
5.	5	1	3	0,3	2	0,4565786	0,1817598

b). Dacă timpul de aşteptare al mesajelor este repartizat exponenţial, atunci funcţia de repartiţie $B(x) = 1 - e^{-bx}$ are momentul de ordinul $1 \cdot \beta_1 = M(x) = \frac{1}{b}$ şi transformata Laplace-Stieltjes $\beta(s) = \frac{b}{s+b}$

Tabelul 4. Dependenţa de parametrul b din repartiţia exponenţială

Nr. crt.	b	s	x	a	$w(s)$	$W(x)$
1.	10	1	2	16	0,2783011	0,5275267
2.	11	1	2	16	0,4116243	0,2495373
3.	12	1	2	16	0,5190001	0,1015047
4.	13	1	2	16	0,6059155	0,0100826
5.	9	1	2	16	0,1111112	1,3303402

Tabelul 5. Dependenţa de paramentrul s din determinarea timpului de aşteptare

Nr. crt.	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{w(s)}$	$\boldsymbol{W(x)}$
1.	10	1	2	12	0,6000005	0,0156847
2.	10	2	2	12	0,5101022	0,1120998
3.	10	3	2	12	0,4479205	0,1940898
4.	10	4	2	12	0,4000001	0,2687076
5.	10	5	2	12	0,3610134	0,3388641

Tabelul 6. Dependenţa de parametrul fluxului de intrare

Nr. crt.	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{w(s)}$	$\boldsymbol{W(x)}$
1.	10	1	2	13	0,5258346	0,0935392
2.	10	1	2	14	0,4468874	0,1955827
3.	10	1	2	15	0,3641102	0,3329298
4.	10	1	2	16	0,2783011	0,5275267
5.	10	1	2	17	0,1900982	0,8325626

2. În cazul în care servirea este în ordine directă (FIFO)

$$w(s) = (1 - a\beta_1)\frac{s}{s - a + a\beta(s)}$$

a). Dacă timpul de aşteptare al mesajelor este repartizat uniform pe intervalul de timp $[a^*, b]$, aplicând aceleaşi formule indicate în cazul LIFO [15], obţinem următoarele date:

Tabelul 7. Dependenţa de parametrul fluxului de intrare

Nr. crt.	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{a^*}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{w2(s)}$	$\boldsymbol{W2(x)}$
1.	1	1	5	0,17	2	0,5796426	0,0356066
2.	1	1	5	0,19	2	0,5198547	0,1005006
3.	1	1	5	0,20	2	0,4889634	0,1383438
4.	1	1	5	0,23	2	0,3920251	0,2822969
5.	1	1	5	0,25	2	0,3235947	0,4163370

Tabelul 8. Dependenţa de paramentrul repartiţiei uniforme

Nr. crt.	s	a^*	b	a	x	$w2(s)$	$W2(x)$
1.	1	2	5	0,20	2	0,3710239	0,3199197
2.	1	3	5	0,20	2	0,2486619	0,6139755
3.	1	1	4	0,20	2	0,6073089	0,0087747
4.	1	1	6	0,20	2	0,3682717	0,3250601
5.	1	2	6	0,20	2	0,2479412	0,6162432

Tabelul 9. Dependenţa de paramentrul s din determinarea timpului de aşteptare

Nr. crt.	s	a^*	b	a	x	$w2(s)$	$W2(x)$
1.	1	1	3	0,3	2	0,5349640	0,0831249
2.	2	1	3	0,3	2	0,4678460	0,1661854
3.	3	1	3	0,3	2	0,4440361	0,1997278
4.	4	1	3	0,3	2	0,4323522	0,2170991
5.	5	1	3	0,3	2	0,4255136	0,2275648

b). Dacă timpul de aşteptare al mesajelor este repartizat exponenţial, obţinem:

Tabelul 10. Dependenţa de paramentrul s din determinarea timpului de aşteptare

Nr. crt.	b	s	x	a	$w2(s)$	$W2(x)$
1.	5	1	3	4	0,6000000	0,0156852
2.	5	2	3	4	0,4666667	0,1677913
3.	5	3	3	4	0,4000000	0,2687077
4.	5	4	3	4	0,3600000	0,3408206
5.	5	5	3	4	0,3333333	0,3950777

Tabelul 11. Dependenţa de parametrul fluxului de intrare

Nr. crt.	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{s}$	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{w2(s)}$	$\boldsymbol{W2(x)}$
1.	5	1	3	4,1	0,5684211	0,0470317
2.	5	1	3	4,3	0,4941176	0,1318006
3.	5	1	3	4,5	0,4000000	0,2687077
4.	5	1	3	4,7	0,2769231	0,5312752
5.	5	1	3	4,8	0,2000000	0,7898325

Pentru elaborarea acestor calcule în cadrul modelului matematic M/G/1 am elaborat un algoritm de programare în C++ cu ajutorul căruia am calculat timpii de aşteptare, cât şi inversele acestor funcţii prin transformata Laplace-Stieltjes. [15]

În urma cercetărilor făcute atât în cadrul portului maritim Constanţa, unde am analizat buletinele informative pentru activitatea navelor în cadrul terminalelor maritime în interval de o lună (februarie 2016), cât şi în simulările făcute în lucrare am constatat că timpul de aşteptare al unei nave se poate reduce considerabil, cea mai indicată repartiţie fiind cea exponenţială.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

Concluzii generale asupra rezultatelor obținute

Lucrarea de față contribuie cu rezultate inovatoare cu privire la aplicarea teoriei așteptării și implicit a modelelor de așteptare în portul maritim Constanța. Ținând cont de specificul modelelor de așteptare și de realitatea din port, rezultatele cercetării contribuie la eficientizarea calității și cantității operărilor din cadrul unui terminal maritim.

Contribuții originale

Aşa cum rezultă şi din cele prezentate în cadrul lucrării, se pot evidenţia unele din principalele contribuţii personale – cu un pronunțat caracter de originalitate, astfel:

1. sintetizarea importanței strategice a promovării modelelor de așteptare în portul maritim Constanța, în contextul respectării cadrului juridic internaţional;
2. analiza și identificarea, în contextul tehnologic actual, a unei noi posibilități de aplicare a unor modele matematice și teorii în activitatea portuară;
3. identificarea și analizarea timpului de așteptare în cadrul terminalelor maritime;
4. a fost descris și implementat un algoritm de calcul pentru timpul de așteptare;
5. sintetizarea metodelor de calcul a funcțiilor de repartiție aplicate în modelul M/G/1;
6. utilizarea C++ pentru calculul timpului de așteptare aplicat în port, anlizând activitatea a doua terminale, CSCT și Socep, din cadrul portului maritim Constanța.
7. Drept urmare, au fost generalizate unele rezultate cunoscute în acest domeniu, scoțând în evidență noi posibilități de aplicare implicate în studiu, introducând noi modele/distibuții probabiliste pentru îmbunătățirea timpului de așteptare din cadrul unui terminal maritim.

O parte din rezultatele obținute în teză pot servi ca suport pentru continuarea cercetării științifice din domeniul Teoriei Așteptării, și, de asemenea, pot fi aplicate în alte domenii: Matematici Actuariale, Teoria Riscului, Teoria Probabilităților, rezultate ce pot fi modelate cu ajutorul timpului de așteptare.

Avantajele și valoarea elaborărilor propuse: Rezultatele prezentate constau în realizarea algoritmilor necesari pentru eficientizarea timpului de așteptare într-un terminal maritim. Drept urmare, au fost generalizate unele rezultate cunoscute în acest domeniu, scoțând în evidență noi domenii de aplicare, cum ar fi portul Constanța.

O parte din rezultatele obținute pot servi ca suport pentru continuarea cercetării științifice din domeniul Teoria Așteptării, aplicându-le și în alte domenii: Teoria Riscului sau Teoria Proceselor de Reînoire, Matematici Actuariale, Statistică Matematică.

Recomandări:

Din punctul nostru de vedere, rezultatele obținute sunt remarcabile prin faptul că aplicarea modelului matematic M/G/1 și calcularea timpului de așteptare în cadrul terminalelor maritime este relevantă. Această lucrare de cercetare deschide calea unor viitoare perspective de cercetare și dezvoltare a domeniului conex teoriei așteptării, ce transced domeniul matematicii aplicate, cu privire la folosirea timpului de așteptare, astfel:

1. implementarea algoritmilor realizați în C++;
2. reducerea considerabilă a timpului de așteptare;
3. abordarea aspectelor legate de prelucrarea statistică a datelor ce vizează funcționarea activității în cadrul unui terminal maritim;
4. echiparea terminalelor cu mai multe dane și mai multe mijloace fixe pentru a se putea realiza manevrele de operare într-un timp cât mai scurt.

Teza conține și o componentă practică: a fost realizat un cod sursă în C++ atât în vederea validării unor teoreme și algoritmi cu aplicație în teoria așteptării, cât și a simulării statistice a timpilor de așteptare calculați pentru patru funcții de repartiție și pentru două tipuri de servire (FIFO și LIFO). De asemenea, au fost analizate din punct de vedere statistic și prelucrate date reale din portul maritim Constanța, respectiv buletine informative și progame de nave, din arhivele Autoritatății Navale Române, terminalelor DP World Constanța CSCT și Socep S.A.

În cadrul tezei am arătat că îmbunătăţirea randamentului unui port este un proces permanent şi că în prezent randamentul manipulării încărcăturilor este afectat de factorii următori care ar trebui – în măsura în care este posibil – să fie rezolvaţi în viitor:

1. Numărul mare de nave mici şi vechi care încarcă cherestea şi fier vechi, cu o productivitate zilnică relativ scăzută;
2. Nave de cherestea cu destinaţie Damietta/Egipt care iau la bord tractoare (încărcarea şi procedurile de amarare sunt dificile);
3. Viteza de încărcare a navelor de cherestea este determinată de viteza de scoatere din depozitele vechi; posibilităţi scăzute de depozitare a mărfurilor pe chei (tractoare, remorci şi macarale mobile);

4. Restricţiile de pescaj duc la aglomerarea mărfurilor ceea ce duce la mărirea duratelor de aşteptare a navelor, la creşterea costurilor de deplasare şi măreşte numărul operaţiilor de manipulare a mărfurilor;

5. În perioadele de recoltare a cerealelor se produce aglomerarea căilor de acces şi apar interferenţe între operaţiile de preluare/predare şi cele de transfer pe chei;

6. Cifrele planificate privind randamentul sau cantitatea minimă de mărfuri garantată pot fi susţinute în prezent doar de un număr mic de operatori; condiţiile existente de închiriere nu permit operatorilor să controleze randamentul;

7. Capacităţile financiare, tehnice şi operaţionale limitate ale operatorilor de terminale mai mici; nu se aplică întotdeauna o scară economică de gestionare şi exploatare a terminalelor;

8. Principiile de zonare a portului şi cele de utilizare a terenului nu sunt aplicate pentru o perioadă lungă de timp; un număr mare de parcele mici sunt închiriate sectorului privat.

LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE LA TEMA TEZEI

1. Costea, A., **Ţicu, R. I. Descartes' rule of signs**. Analele Universitaţii Maritime din Constanţa, România, 2011, Year XIII, vol 16, ISSN 1582-3601, pag. 225-228.
2. Mişcoi, Gh., **Ţicu, R. I.**, Costea, A. **Distribution rules in seaport activities modeling**. Analele Universitaţii Maritime Constanţa, România, 2012, Year XIII, vol 17, ISSN 1582-3601, pag. 211-212.
3. Mişcoi, Gh., **Ţicu, R. I.**, Costea, A. **Application of some performance characteristics of the queueing Theory for improvement of seaport activities**. The 20th Conference on Applied and Industrial Mathematics - CAIM 2012, pag. 165-166.
4. Mişcoi, Gh., Bejenari, D., Mitev, L., **Ţicu, R. I.**, Costea, A. **Algoritmi numerici cu aproximații successive în soluționarea caracteristicilor modelelor exhaustive Polling**. Conferința științifică internațională "Strategii de dezvoltare socio-economică a societății în condițiile globalizării",Universitatea Liberă Internațională din Moldova, Chișinău, 15-16 octombrie 2012, pag. 321-328.
5. Mişcoi, Gh., Costea, A., **Ţicu, R. I. A modelling system for seaport activities**. The 21 th conference on applied and industrial mathematics, CAIM 2013, 19-22 September 2013, Bucharest, Romania, pag. 66.
6. Mişcoi, Gh., Costea, A., **Ţicu, R. I. Aplicarea sistemului de așteptare cu o singură linie în portul maritim**. Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", ISBN 978-9975-62-365-0, 2014, Chişinău, Republica Moldova, pag. 142-146.
7. Mişcoi, Gh., **Ţicu, R. I. Metode de colorare si aplicarea ei in cercetarea modelelor fenomenelor de aspeptare**. Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", ISBN 978-9975-941-88-4, 2012, Chişinău, pag. 99-106.
8. **Ţicu, R. I. Queuing models in the port activity**. Proceedings of the Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova dedicated to the 50th anniversary of the foundation of Institute of Mathematics and Computer Science "IMCS-50", Chişinău, 19-23 august 2014, pag. 414-417.

9. Costea, A., **Țicu, R. I.**, Ion, L., Mishkoy, Gh. **The role of the traffic coefficient in the analysis of information processes in a seaport**. Analele Universitaţii Maritime Constanţa, România, 2015, Year XVI, vol 23, ISSN 1582-360, pag. 135- 138.
10. **Țicu, R. I. Mathematical models with S queueing stations in series**. International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2015, 2-5 iulie 2015, Chișinău, Republica Moldova, pag. 83-84.
11. Mişcoi, Gh., Costea, A., **Ţicu, R. I. Modelarea activității terminalului maritim în baza coeficientului de trafic**. Academia de Transporturi, Informatică şi Comunicaţii, Conferinţa internaţională „Modelare matematică, optimizare şi tehnologii informaţionale", ISBN 978-9975-3099-8-1, 2016, Chişinău, Republica Moldova, pag 242-252.
12. Mişcoi, Gh., **Țicu, R. I.,** Costea, A., Pomazan, C. **Evaluation algorithms of the waiting time of ships in a seaport**. International Scientific Conference Mathematics & IT: Research and Education, MITRE 2016, 24-26 iunie 2016, Chișinău, Republica Moldova, pag. 45-46.
13. Mishkoy, Gh., Bejenari, D., Mitev, L., **Țicu R. I**. **Numerical solutions of Kendall and Pollaczek-Khintchin equations for ehhaustive Polling systems with semi-Markov delays**. Computer Science Jounal of Moldova, V.24, N.2(71) , 2016, pag. 255-272.
14. Mișcoi, Gh., Costea, A., **Țicu, R. I**., Pomazan, C. **Algorithms of evaluation of the waiting time and the modelling of the terminal activity based on the traffic coefficient of ships in the seaport.** Ponte Academic Jounal, August 2016, Volume 72, Issue 8, ISSN:0032-423X, Factor impact: 0.724, pag. 237-248.
15. **Țicu R. I. Algoritmi de modelare a timpului de așteptare în cazul sistemului de așteptare generalizat, aplicații în portul maritim Constanța**. Studia Universitatis Moldaviae, Universitatea de Stat a Moldovei, nr. 2 (92),ISSN 1857-2073, Republica Moldova, 2016, pag. 60-66.

ADNOTARE

la teza de doctor **„*Modele matematice și algoritmi pentru eficientizarea activității terminalelor portului Constanța*”**

înaintată de către Țicu Rodica Ionela pentru obținerea titlului de doctor în științe matematice la specialitatea 112.03- Cibernetică Matematică și Cercetări Operaționale

Teza a fost elaborată la Academia de Științe a Moldovei, Chișinău, în anul 2016.

Structura tezei: Teza este scrisă în limba română și conține introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie ce cuprinde 137 titluri, 6 anexe. Lucrarea conține 139 pagini de text de bază. Rezultatele obținute sunt publicate în 15 lucrări științifice.

Cuvinte cheie: transformata Laplace-Stieltjes, modele generalizate de așteptare, timpul de așteptare, variabile aleatoare, teoria așteptării.

Domeniul de studiu al tezei: Teoria sistemelor de așteptare

Scopul și obiectivele lucrării. Datorită dezvoltării rapide a portului maritim Constanța cât și a sistemelor a apărut necesitatea aplicării unor sisteme imbunătățite de așteptare care necesită crearea unor noi modele matematice de așteptare.

Teza are ca scop extinderea rezultatelor deja cunoscute în ceea ce privește Teoria Așteptării, elaborarea unor algoritmi matematici de eficientizare a timpului de așteptare in cadrul unui terminal maritime, toate acestea ducand atat la scaderea timpului de așteptare cât și la reducerea costurilor în cadrul întregii activități portuare.

Pentru realizarea scopului propus, s-au parcurs urmatoarele obiective ale lucrării:

- prezentarea mai multor modele matematice care se pot aplica în activitatea portului maritim Constanța;
- analiza unor funcții de repartiție din cadrul mai multor modele matematice;
- determinarea cu ajutorul unor metode de calcul a celei mai eficiente funcție de repartiție care poate fi aplicată in cadrul activității portuare;
- prezentarea și analiza a doua terminale maritime din portul Constanța;
- elaborarea unui algoritm de calcul în C++ pentru optimizarea timpului de așteptare in cadrul modelului de așteptare M/G/1, realizat pentru mai multe funcții de repartiție;
- descrierea algoritmului realizat în vederea estimării parametrilor funcțiilor de repartiție ce intervin în optimizarea timpului de așteptare al unei nave în cadrul terminalelor maritime.

Noutatea și originalitatea științifică constă în elaborarea algoritmilor necesari pentru evaluarea timpului de așteptare și aplicarea lor în activitatea portuară.

Problema științifică importantă soluționată rezidă în determinarea unor timpi de așteptare mai mici a navelor în cadrul terminalelor maritime, rezultate obținute atât în urma analizei modelelor de așteptare, dar și a funcțiilor de repartiție pentru aceste modele.

Semnificația teoretică. Rezultatele teoretice prezentate sunt date de câteva modele de așteptare, funcțiile lor de repartiție, timpul de așteptare și inversa acestei funcții obținută prin transformata Laplace.

Valoarea aplicativă a lucrării. Implementarea rezultatelor teoretice din teză pe anumite modele de așteptare a permis calculul timpului de așteptare și inversa lui pentru navele aflate întru-un terminal maritim. Acestea pot fi, cu mici modificări, aplicate și asupra unor procese de așteptare neabordate din punct de vedere matematic.

Implementarea rezultatelor stiințifice. Algoritmii elaboraţi pentru procesele de așteptare au fost implementaţi în formă de program soft în limbajul de programare C++.

АННОТАЦИЯ (rusă)

к кандидатской диссертации "Математические модели и алгоритмы для эффективной деятельности морских терминалов порта г.Констанца"

представленная Родикой-Ионела Цику для получения звания доктора математических наук по специальности 112.03-Математическая кибернетика и оперативные исследования.

Диссертация была разработана в Академии Наук Молдовы, Кишинёв, 2016 г.

Структура диссертации: Диссертация написана на румынском языке и содержит введение, три главы, выводы и рекомендации, библиография содержащая 137 наименований, 6 приложения к ней. Она содержит 139 страниц основного текста.
Результаты исследования опубликованы в 15 научных работах.

Ключевые слова: Преобразование Лапласа-Стилтьеса, обобщённые модели ожидания, время ожидания, случайные величины, теории ожидания.

Область исследования диссертации: Теория систем ожидания.

Цель и задачи. Благодаря быстрому развитию морского порта г.Констанцы и его систем, возникла необходимость применения усовершенствованных систем ожидания, которые требуют создания новых математических моделей ожидания.

Наша диссертация направлена на расширение уже известных результатов касающихся Теории Ожидания, разработку математических алгоритмов для оптимизации времени ожидания в морском терминале, ведущие к сокращению времени ожидания и расходов в общей деятельности морского порта.

Для достижения поставленной цели, были выполнены следующие задачи :

- представление нескольких математических моделей, которые могут быть применены в деятельности морского порта г.Констанца;
- анализ функций распределения для некоторых математических моделей;
- определение с помощью численных методов наиболее эффективной функции распределения, которая может быть применена в деятельности порта;
- представление и анализ двух морских терминалов в порту г.Констанца;
- разработка алгоритма в С++ для оптимизации времени ожидания в моделях ожидания M/G/1, выполненной для многих функций распределения;
- описание разработанного алгоритма, оценки параметров функций распределения, которые влияют в оптимизации времени ожидания судна в морских терминалах.

Научная новизна заключается в разработке алгоритмов для оценки времени ожидания и их применение в портовой деятельности.

Важная научная проблема которая была решена состоит в установлении наименьщего времени ожидания судов в морских терминалах, результаты полученные из анализа моделей ожидания, а также функций распределения для таких моделей.

Теоретическое значение. Полученые теоретические результаты представленны в виде нескольких моделей ожидания,их функции распределения,время ожидания и его противоположность установленная с помощью преобразования Лапласа.

Практическая ценность. Внедрение теоретических результатов диссертации на некоторых моделях ожидания позволит вычислить время ожидания и его противоположность для судов находящихся в морском терминале. Они могут быть с незначительными изменениями применены и на других моделях к которым не был использован математический подход.

Внедрение научных результатов. Разработанные алгоритмы процессов ожидания были реализованы в виде программного обеспечения на языке программирования С++.

ANNOTATION (engleză)

to the PhD thesis ***"Mathematical models and numerical algorithms for the efficient activity of Constanța Sea Port"***

submitted by Ticu Rodica Ionela for obtaining the PhD title in mathematical sciences for the specialty 112.03- Mathematical Cybernetics and Operational Research

The thesis was developed at the Academy of Sciences of Moldova, Chisinau, in 2016.

Structure of the thesis: The thesis is written in Romanian and contains an introduction, three chapters, general conclusions and recommendations, a bibliography comprising137 titles, 6 annexes. The thesis contains 139 pages of main text. The results obtained are published in 15 scientific papers.

Keywords: Laplace-Stieltjes transform, generalized waiting models, waiting time, random variables, queuing theory.

Field of study of the thesis: The Theory of waiting systems

The purpose and objectives of the work. Because of the rapid development of Constanta Sea Port, as well as of systems, the need for applying upgraded waiting systems requiring the creation of new mathematical waiting models has appeared.

The thesis aims at expanding the results already known in terms of the queuing theory and at developing mathematical algorithms to streamline the waiting time in a marine terminal, all that leading both to lowering the waiting time and to reducing the costs within the entire port activity.

The following objectives of the work have been browsed in order to achieve its purpose:

- the presentation of several mathematical models that can be applied in the activity of Constanta Sea Port;
- the analysis of distribution functions from several mathematical models;
- the determination with the help of calculating methods, of the most efficient distribution function which can be applied in the port activity;
- the presentation and analysis of two maritime terminals in the port of Constanta;
- the development of an algorithm in C ++ for optimizing the waiting time within the waiting model M / G / 1 conducted for several distribution functions;
- the description of the algorithm developed to estimate the parameters of the distribution functions that occur in optimizing the waiting time of a ship in the maritime terminals.

The scientific novelty and originality of the thesis lie in the development of algorithms needed to evaluate the waiting times and their application in the port activity.

The important scientific problem solved lies in establishing smaller waiting times of ships in the sea terminals, results obtained from the analysis of waiting models and also of distribution functions for these models.

The theoretical significance. The theoretical results presented are determined by several waiting models, their distribution functions, the waiting time and its reverse obtained by the Laplace transform.

Applicative value of the work. The implementation of the theoretical results of the thesis on several waiting models has allowed the calculation of the waiting time and its reverse for ships found in a marine terminal. With slight modifications, they may be also applied on models unapproached from mathematical point of view.

The implementation of the scientific results. The developed algorithms were implemented as software program in the programming language C ++.

ȚICU RODICA IONELA

MODELE MATEMATICE ȘI ALGORITMI PENTRU EFICIENTIZAREA ACTIVITĂȚII TERMINALELOR PORTULUI CONSTANȚA

112.03– CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ȘI CERCETĂRI OPERAȚIONALE

Autoreferatul tezei de doctor în științe matematice

Aprobat spre tipar:21.11.2016	Formatul hârtiei 60x84 1/16
Hârtie ofset. tipar ofset.	Tirajul 50 ex.
Coli de tipar: 1.75	Comanda nr.145/16