

INSTITUTUL DE FIZICĂ APLICATĂ

Cu titlu de manuscris

C.Z.U: 530.145+535.14

CÂRLIG Sergiu

**STUDIUL DINAMICII REZONATORULUI NANOMECHANIC
CUPLAT CU UN PUNCT CUANTIC EXCITAT CU LUMINĂ
COERENTĂ**

131.01 Fizică matematică

Teză de doctor în științe fizice

Conducător științific:

MACOVEI Mihai,
dr. habil. în științe fizico-matematice,
conferențiar cercetător

Consultant științific:

CANȚER Valeriu,
dr. habil. în științe fizico-matematice,
academician

Autor:

CÂRLIG Sergiu

CHIȘINĂU, 2018

© CÂRLIG Sergiu, 2018

CUPRINS

ADNOTARE	6
LISTA ABREVIERILOR	9
INTRODUCERE	10
1 REZONATOARE MECANICE – PUNTEA ÎNTRE MICRO ȘI MACRO LUME	17
1.1 Microrezonatoare mecanice	20
1.2 Nanorezonatoare mecanice	23
1.3 Sisteme mixte opto-nanomecanice	30
1.3.1 Unele sisteme optomecanice	32
1.3.2 Sisteme cuantice deschise	37
1.4 Concluzii la capitolul 1	43
2. CORELAȚII CUANTICE ÎNTRE FONONI ȘI FOTONI	44
2.1 Modelul și formalismul analitic	45
2.1.1 Cuantificarea câmpului fonic / fononic	46
2.1.2 Influența rezervorului asupra sistemului de interes	49
2.1.3 Sistemul LASER-qubit-rezonator nanomecanic-cavitate	51
2.1.4 Interacțiunea atomului artificial cu radiația electromagnetică sau cu vibrațiile cuantificate	53
2.1.5 Ecuația master	61
2.1.6 Stări îmbrăcate	66
2.1.7 Excluderea variabilelor qubitului	70
2.2 Corelații cuantice fononi-fotoni	73
2.2.1 Dezacord albastru laser-cavitate	73
2.2.2 Ecuația master în reprezentarea Heisenberg	75
2.2.3 Corelații cuantice, cazul staționar	78
2.2.4 Corelații cuantice, cazul nestaționar	86
2.3 Dinamica cuantică a răcirii fononice	88
2.3.1 Dezacord roșu laser-cavitate	88
2.3.2 Răcire cuantică: cazul staționar	92
2.3.3 Răcire cuantică: cazul nestaționar	98
2.4 Concluzii la capitolul 2	100

3 CUPLAREA INTENSĂ DINTRE REZONATORUL NANOMECHANIC ȘI PUNCTELE CUANTICE	101
3.1 Modelul studiat	102
3.1.1 Sistemul LASER-qubiți- rezonator nanomecanic în interacțiune cu rezervorul	102
3.1.2 Hamiltonianul problemei	104
3.1.3 Ecuația master	106
3.1.4 Diagonalizarea hamiltonianului de interacțiune. Stări îmbrăcate	108
3.1.5 Eliminarea qubitului ca sistem rapid oscilant	111
3.2 Corelații cuantice neliniare fononi-fononi	114
3.2.1 Nerespectarea aproximației seculare	114
3.2.2 Dinamica stărilor staționare ale rezonatorului mecanic cuantificat	117
3.2.3 Cazul nestaționar	121
3.3 Concluzii la capitolul 3	125
CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI	126
BIBLIOGRAFIE	128
ANEXE	138
1. Listing-ul programului pentru formarea sistemului de corelatori I	138
2. Listing-ul programului pentru formarea sistemului de corelatori II	142
DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII	143
CURRICULUM VITAE	144

MULȚUMIRI

Autorul aduce cordiale mulțumiri mai multor profesori, colegi care i-au influențat și modificat traiectoria, care i-au servit în calitate de modele și jaloane pe sinuosul drum al cunoașterii, al cărei capăt, se pare, că nu există. Fără a fi exhaustiv țin să îmi exprim gratitudinile profesorului de fizică din școală – Ion Cârlig – care pe lângă suportul curricular manifestat cu pedantism, scrupulozitate, profunzime, responsabilitate și competențe interdisciplinare, a avut grijă ca în afara școlii să continui dezvoltarea curiozității și a încurajat-o în toate modurile posibile, chiar și cu riscul modificării integrității lucrurilor din gospodărie.

O mențiune aparte o merită profesorii de la Facultatea de Fizică a Universității de Stat – Țurcanu Gheorghe, Marinciuc Alexandra, Balmuș Nicolae, Catană Pavel, Secieru Vasile, Guțu Valeriu, Glavan Vasile, Palade Florentin, prin ale căror cursuri de fizică clasică, matematică sau informatică, prin a căror prestață intelectuală, competențe și talent m-au făcut să pătrund și să îndrăgesc fizica. La fel, o influență enormă în dezvoltarea competențelor specifice o pot atribui profesorilor cursurilor sau ale laboratoarelor speciale, cum ar fi profesorii Enache Nicolae, Kliukanov Alexandru, Klokishner Sofia, Coropceanu Veceaslav, Digor Dumitru, Barsuc Alexandru, Efros Petru. Lecțiile acestora ținute cu profesionalism, elan și pasiune m-au marcat profund, iar din personalitatea fiecăruia am reușit mereu să împrumut câte ceva.

Păstrez memoria celor care au fost poate cei mai buni la cursurile pe care le-am frecventat – Gorea Oleg, Cojuhari Dumitru, Pokatilov Eugeniu, Enachi Viorel, Gamurari Visarion, Canțer Valeriu. Acești profesori au contribuit enorm la eradicarea incompetenței în domenii foarte specifice ale fizicii, și s-au jertfit pentru ceea ce numim azi școala de fizică în Republica Moldova.

Nu în ultimul rând, exprim mulțumiri colegilor și prietenilor de la Institutul de Fizică Aplicată – Viorel Ciornea, Corneliu Gherman, Bardetchi Profirie, care prin exemplele de tenacitate, perseverență, compasiune și solidaritate m-au încurajat perpetuu și m-au motivat să nu abandonez cercetările, chiar și în cele mai dificile momente.

O nemărginită recunoștință o exprim conducătorului tezei – Mihai A. Macovei, sub a cărui îndrumare atentă, meticuloasă, exigentă, insistentă și pe alocuri chiar prietenoasă, am reușit să încheg un demers științific rezumat în manuscrisul prezent.

Sentimente de grațitudine îmi inundă memoria pentru cel care a fost Profesorul Valeriu Canțer, care a avut un impact enorm în formarea mea profesională atât ca profesor școlar / universitar cât și ca cercetător. Competența și universalitatea combinate armonios cu bunăvoință și toleranța, sacrificiul și insistența distinsului savant, m-au inspirat și m-au impulsionat să devin măcar un pic mai bun.

Problemele expuse în această teză, deși au fost acceptate și publicate în reviste din domeniu recunoscute, ar fi lăsat loc de pentru mai multe întrebări și neclarități, dacă nu ar fi fost expuse mai devreme la seminarul Institutului de Fizică Aplicată și seminarul laboratorului de Fizică Teoretică. Le sunt recunoscător cercetătorilor IFA dedicați, de marcă, Piotr Hadji, Svetoslav Moscalenco, Igor Belousov ș.a. pentru răbdarea de care au dat dovadă, analiza și clarificarea anumitor aspecte ale subiectelor discutate cât și pentru sugestiile făcute.

În final, sunt recunoscător familiei mele care m-a încurajat și tolerat pe tot parcursul scrierii tezei, în special soției mele – Mări Liliana – pe umerii căreia a căzut tot greul menajului de care m-am detașat, dar care a avut curajul să creadă în mine și să mă susțină în toate pornirile mele științifice.

ADNOTARE

la teza „Studiul dinamicii rezonatorului nanomecanic cuplat cu un punct cuantic excitat cu lumină coerentă”, elaborată de Cârlig Sergiu pentru conferirea gradului de doctor în științe fizice la specialitatea 131.01 „Fizică matematică”.

Structura tezei: Teza a fost perfectată la Institutul de Fizică Aplicată, Chișinău, este scrisă în limba română și constă din introducere, 3 capitole, concluzii generale și recomandări, 163 titluri bibliografice, 127 pagini de text de bază, 26 figuri, o tabelă. Rezultatele prezentate în teză sunt publicate în 12 lucrări științifice.

Cuvinte cheie: nanorezonator mecanic, punct cuantic, corelații cuantice foton-fonon / fonon-fonon, răcire cuantică.

Domeniul de studiu: Optomecanică cuantică.

Scopul tezei: Modelare și analiza proprietăților / efectelor cuantice de interacțiune ale sistemelor mixte formate din rezonator mecanic cuantificat, rezonator optic și atomi artificiali pompați de radiație externă coerentă.

Obiectivele tezei:

- să se analizeze interacțiunea dintre modurile fononice și fotonice în sistemul format din cavitate optică, rezonator nanomecanic și qubit pompat laser;
- să se detecteze fenomenul de răcire cuantică prin detectarea fotonilor emiși în cavitate;
- să se identifice fenomenul de amplificare a corelațiilor fonon-fonon în sistemul qubit-rezonator nanomecanic;
- să se precizeze numeric diferiți parametri pentru identificarea stărilor cuantice corespunzătoare pentru realizare experimentală.

Noutatea și originalitatea științifică: studiul în premieră a proprietăților unui sistem optomecanic mixt format din rezonator nanomecanic și cavitate optică, interacțiunile dintre care sunt intermediare de un punct cuantic pompat coerent cu lumină laser.

Problema științifică soluționată constă în analiza dinamicii rezonatorului nanomecanic pe care sunt plasate unul sau mai multe puncte cuantice pompate, intercalate sau nu într-o cavitate optică, ceea ce a dus la:

1. atestarea corelațiilor cuantice foton-fonon;
2. identificarea fenomenului răcirii cuantice și a posibilității de detectare a acestuia;
3. demonstrarea amplificării semnalului optic prin intermediul celui mecanic, și
4. stabilirea corelațiilor fonon-fonon pentru cuplări puternice qubiți-rezonator mecanic cuantificat.

Semnificația teoretică și aplicativă: În lucrare este prezentat modelul interacțiunii dintre cavitate optică, rezonator nanomecanic și qubit în calitate de agent mediator.

- Sunt dezvoltate două modele formate din cavitate optică, rezonator nanomecanic și qubit sau un set de qubiți pompați cu radiație coerentă externă.
- A fost realizat studiul complet al dinamicii rezonatorului nanomecanic și au fost operate aproximațiile corespunzătoare ale sistemelor propuse.
- Sunt formulate anumite recomandări pentru realizarea experimentelor care implică sisteme optomecanice similare în vederea observării fenomenului răcirii cuantice, obținerii corelațiilor cuantice foton-fonon, sau fonon-fonon pentru cuplări puternice.
- Este recomandată includerea în sistemele optomecanice a punctelor cuantice în scopul îmbogățirii tabloului interacțiuni, dar și a proprietăților cuantice.
- Rezultatele obținute pot fi utilizate în modelarea și analiza proprietăților / efectelor cuantice de interacțiune ale sistemelor mixte formate din rezonator mecanic cuantificat, rezonator optic și atomi artificiali pompați de radiație externă coerentă.

SUMMARY

of the thesis "The dynamic of nanomechanical resonator coupled with a coherent light pumped quantum dot", elaborated by Cărlig Sergiu for conferring the doctoral degree in Physics at the specialty 131.01 "Mathematical Physics".

Structure of the thesis: The thesis was elaborated at the Institute of Applied, Chisinau, is written in Romanian and consists of introduction, 3 chapters, general conclusions and recommendations, 163 bibliographic titles, 127 pages of basic text, 26 figures and one table. The results presented in the thesis are published in 12 scientific papers.

Key words: nanomechanical resonator, quantum dot, phonon-photon / phonon-phonon quantum correlations, quantum cooling.

Field of study: Quantum Optomechanics.

The aim of the thesis: modelling and analysing the interaction quantum properties / quantum effects of mixed systems consisting of nanomechanical resonator, optical resonator and artificial atoms pumped by coherent external radiation.

Objectives of the thesis:

- to analyse the interaction between phononic and photonic modes of the system consisting of optical cavity, nanomechanical resonator and the laser pumped qubit.
- to detect the quantum cooling effect by detecting the emitted photons into the cavity.
- to identify the phenomenon of phonon-phonon correlations amplification in the qubit-nanomechanical resonator system.
- to specify different numerical parameters in order to identify the appropriate quantum states for experimental development.

Scientific novelty and originality: the first study of the properties of a mixed opto-mechanical system consisting of a nanomechanical resonator and an optical cavity, the interactions between which are mediated by a laser pumped quantum dot.

The solved scientific problem consists in analysing the quantum dynamics of the nanomechanical resonator on which are placed one or more pumped quantum dots intercalated or not in an optical cavity, which led to:

1. photon-phonon quantum correlation attestation;
2. identification of the quantum cooling phenomenon;
3. optical signal amplification via mechanical one, and
4. phonon-phonon correlations identifications in strong coupled qubits and nanomechanical resonator.

Theoretical and Applied Significance: in the thesis we present the interaction model between the optical cavity, quantum mechanical resonator and pumped qubit as a mediator.

- There are discussed two models made of an optical cavity, nanomechanical resonator, qubit, and nanomechanical resonator and a set of qubits pumped with coherent radiation
- The full study of nanomechanical resonator dynamics was carried out and the corresponding approximations of the proposed systems were done.
- Some recommendations are made to perform experiments involving similar opto-mechanical systems to observe the quantum cooling phenomenon, quantum photon-phonon correlation, or phonon-phonon correlations for strong qubit-nanomechanical coupling.
- It is recommended to include quantum dots in opto-mechanical systems in order to enrich the interaction setup, but also the quantum properties.
- The obtained results can be used in the modelling and analysis of the interaction quantum properties / quantum effects of mixed systems consisting of nanomechanical resonator, optical resonator and artificial atoms pumped by coherent external radiation.

АННОТАЦИЯ

диссертации «Динамика механического резонатора взаимодействующая с квантовой точкой, возбуждённой когерентным излучением», выполнена Серджиум Кырлиг на соискании докторской степени по специальности 131.01 «Математическая физика».

Структура диссертации: Диссертация была выполнена в Институте Прикладной Физики, Кишинэу, написана на румынском языке и состоит из введения, 3 глав, общих выводов и рекомендаций, 163 библиографических названий, 127 страниц основного текста, 26 рисунков и одной таблицы. Результаты представленные в диссертации опубликованы в 12 научных статьях.

Ключевые слова: механический резонатор, квантовая точка, квантовые корреляции, квантовое охлаждение.

Область исследования: квантовая оптомеханика.

Основная цель диссертации: Моделирование и анализ квантовых свойств / квантовых эффектов взаимодействия смешанных систем, состоящих из механического резонатора, оптического резонатора и искусственных атомов, накачиваемых когерентным внешним излучением.

Цели диссертации:

- проанализировать взаимодействие фононных и фотонных мод в системе, состоящей из оптического резонатора, механического резонатора и накаченного лазером кубита;
- обнаружить явление квантового охлаждения посредством обнаружения фотонов, излучаемых в оптическую полость;
- идентифицировать явление усиления фонон-фононных корреляций в системе кубит-механический резонатор;
- определить численные параметры для идентификации соответствующих квантовых состояний для реальных экспериментов.

Научная новизна и оригинальность: впервые исследованы свойства смешанной оптико-механической системы, состоящей из наномеханического резонатора и оптической полости взаимодействующие опосредовано через квантовую точку.

Решенная научная задача заключается в анализе динамики наномеханического резонатора, на котором размещены одна или несколько накачиваемых квантовых точек, помещённый или нет в оптический резонатор, что привело к:

1. предсказанию существования квантовых фотон-фононных корреляций;
2. выявлению режима квантового охлаждения и возможности его детектирования;
3. демонстрация оптического усиления посредством механического сигнала;
4. установление фонон-фононных корреляций в случае сильного взаимодействия квантовых точек с наномеханическим резонатором.

Теоретическое и прикладное значение диссертации: в работе представлена модель взаимодействия между оптической полостью, механического нано резонатора и кубитом в качестве медиатора.

- Представлены две системы состоящие из оптической полости, механического нано резонатора и накаченного кубита; механического нано резонатора и набор накаченных кубитов.
- Проведено обширное исследование динамики наномеханического резонатора и определены условия применения соответствующих приближений при изучении данных систем.
- Сформулированы ряд рекомендаций для проведения экспериментов с использованием подобных оптико-механических систем с целью наблюдения явлений квантового охлаждения, фотон-фононных или фонон-фононных квантовых корреляций.
- Рекомендовано включение квантовых точек в оптомеханические системы с целью обогатить картину взаимодействия в целом, но и квантовые свойства в частном.
- Полученные результаты могут быть использованы при моделировании и анализе квантовых свойств взаимодействия / квантовых эффектов смешанных систем, состоящих из механического нано резонатора, оптического резонатора и искусственных атомов, накаченных когерентным внешним излучением.

LISTA ABREVIERILOR

UV – ultraviolet

IR – infraroșu

MW – microwave (en) = microunde

RnM – rezonator nanomecanic

qubit – quantum bit (en) = bit cuantic, punct cuantic, atom artificial,

CO – cavitate optică

MEMS – micro electro mechanical system (en) = sistem micro electro mecanic

NEMS – nano electro mechanical system (en) = sistem nano electro mecanic

CSI – Cauchy-Schwartz Inequality (en) = inegalitatea Cauchy-Schwartz

LASER – Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (en) = amplificare a luminii prin stimularea emisiunii radiației, aici dispozitiv care emite radiație coerentă

SQUID – superconducting quantum interference device (en) = interferometru supraconductor cuantic.

RWA – Rotation wave approximation (en) = aproximația undei rotative.

h.c. – hermitic conjugat. (adaugă la expresia anterioară expresia conjugată hermitic. e.g

$$A + h.c. = A + A^\dagger)$$

c.c. – complex conjugat. (adaugă la expresia anterioară expresia conjugată. e.g

$$A + c.c. = A + A^*)$$

\square_S (indice S) cu referire la Sistem

\square_R (indice R) cu referire la Rezervor

\square_{SR} (indice SR) cu referire la interacțiunea Sistem-Rezervor

$\hbar = 1,054\,571\,800(13) \times 10^{-34} \text{ J s}$ constanta lui Planck [1]

$k_B = 1,380\,648\,52(79) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ constanta lui Boltzmann [1]

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2} = 12,566\,370\,614 \dots \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ constanta magnetică (exact) [1]

$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,854\,187\,817 \dots \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ constanta electrică (exact) [1]

$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ viteza luminii în vid (exact) [1]

$e = 1,602\,176\,620\,8(98) \times 10^{-19} \text{ C}$ sarcina elementară [1]

INTRODUCERE

There's plenty of room at the bottom

Richard P. Feynman [2]

Actualitatea temei și importanța problemei abordate

Una dintre problemele stringente ale omenirii, a cărei rezolvare este nemijlocit legată cu progresul științelor exacte sau tehnice, este problema energiei. Resursele energetice tradiționale devin tot mai puține, iar obținerea energiei tot mai complicată și mai scumpă. Conform unor estimări [3], combustibilii fosili ar ajunge pentru circa 200 ani, dacă consumul energetic s-ar conserva la starea actuală. Încercări de soluționare a problemei energiei sunt atestate pe parcursul secolelor: de la folosirea unor combustibili mai eficienți și mai puțin poluanți – renunțarea parțială la cărbune și petrol în favoarea gazului natural sau a combustibilului convențional nuclear – la utilizarea resurselor energetice regenerabile. O altă direcție principală diferită în cursa prezervării energiei, și deseori mai eficientă, este tendința de a folosi dispozitive cu consum mai mic de energie la o eficiență economică sporită. În acest sens, exemplul iluminării domestice sau industriale este concludent: acum circa 50-100 ani becurile erau preponderent de incandescență, cu un randament de 3-5% [4], ulterior substituite cu lămpi fluorescente cu un randament aproape dublu [5], care se pare că cedează lămpilor cu diode luminescente cu un randament de peste 40 % [4, 6]. Progrese tehnologice fulminante se identifică și în dezvoltarea tehnicii de calcul. De exemplu, primele calculatoare electronice consumau puteri de ordinul sutelor de kW, pe când ordinatoarele personale actuale au puteri care depășesc câteva sute de W la performanțe de calcul mult superioare primelor [7]. Micșorarea dimensiunilor dispozitivelor, pe lângă reducerea consumului de energie, creșterea eficienței și micșorarea costurilor, duce la apariția proprietăților noi de natură cuantică care implică schimbarea paradigmei de abordare. Este cunoscut faptul că în electronica micro- și nano-metrică fenomenele tipic cuantice sunt dominante și abordarea se face prin prisma mecanicii cuantice cu toate consecințele de rigoare.

Totuși dimensiunile elementelor active ale acestora sunt de ordinul 10-100 nm, ceea ce le plasează la limitele impuse de fizică [8, 9, 10, 11] care reprezintă așa numitul „prag roșu” al legii lui Moore [8]:

- limita termică: Energia unui semnal trebuie să fie de ordinul câtorva cuante $k_B T$ a energiei medii a fluctuațiilor termice, unde k_B este constanta lui Boltzmann, iar T este temperatura. Astfel nu se poate micșora un dispozitiv, până când semnalul primit/emis să fie sub această

limită.

- limita relativistă: Viteza propagării semnalului nu poate depăși viteza luminii, astfel pentru un dispozitiv electronic cu dimensiuni de ordinul centimetrilor timpul propagării curentului este aproximativ 10^{-10} s, corespunzător unei frecvențe de 10 GHz.

- limita incertitudinii: Relația de nedeterminare dintre energia unui semnal și durata acestuia impune limite la energia minimă a semnalului la ordinul 10^{-19} J, ceea ce nu permite mărirea frecvenței [8].

Toate acestea creează premise pentru determinarea a noi căi de obținere a eficienței dispozitivelor micro și nano-metriche, explorarea a noi direcții, fenomene și aplicații. În particular, una din soluții ar fi explorarea spinului electronului, iar ramura dată este cunoscută ca spintronică [12, 13, 14]. O altă soluție ar fi explorarea dispozitivelor plasate la interfața domeniilor cum ar fi sistemele optomecanice. În ambele cazuri se rămâne în același cadru conceptual și dimensional, dar se explorează caracteristici noi, care duc la efecte și aplicații diverse.

Sistemele optomecanice reprezintă ansambluri din subsisteme optice și mecanice care interacționează între ele. Convențional acestea constau dintr-o cavitate optică, la care una sau ambele oglinzi oscilează, modificând frecvența proprie a cavității și realizând astfel cuplajul optomecanic. Detectarea fenomenului de răcire cuantică a fost realizată de Braginskii și echipa sa [15] încă acum 50 ani, iar ulterior au fost dezvoltate scheme de cuplare optomecanică, inclusiv cu rezonatoare de microunde [16], de exemplu. În prezent sunt cunoscute mai multe tipuri de sisteme optomecanice – oglinzi care oscilează, bare, membrane, microtoroide, excitate sau nu de radiație coerentă externă [10, 11]. Astfel, structuri mecanice nanorezonatoare cuplate cu obiecte cuantice cum ar fi atomii artificiali devin atractive în primul rând datorită multitudinii de proprietăți ce pot fi explorate, dar și posibilității de a cupla la nivel cuantic sistemele implicate [17]. Sunt relatate mai multe dispozitive cu rezonator nanomecanic în care se atestă fenomene de răcire cuantică [18] cunoscute și în alte sisteme [19, 20], mișcare cu caracter cuantic [21] sau corelare coerentă a fotonilor în nanorezonatoare cuplate [22].

Sistemele optomecanice permit combinarea sinergetică a proprietăților subsistemului optic și a celui mecanic, deschizând noi orizonturi ale cunoașterii fundamentale și posibilități largi pentru științele aplicative. Aceste sisteme pot avea mase, dimensiuni și frecvențe într-un spectru larg de valori: ag, nm, GHz – biosenzori, de exemplu, la kg, m, Hz în detectori de unde gravitaționale [10, 23, 24]. Cercetarea teoretică și realizarea experimentală a diferitor structuri optice- cuantice- mecanice reprezintă interese științific și practic în sensul

manipulărilor în regim cuantic. Acestea ar putea permite obținerea cunoștințelor noi legate de decoerența obiectelor masive, măsurări ultrasensibile, crearea dispozitivelor fotonice integrate care vor sta la baza informaticii cuantice și vor realiza stocarea, comutarea sau procesarea informației [25]. În această lucrare vom analiza dinamica cuantică a unor sisteme mixte optomecanice și vom analiza influența punctelor cuantice cuplate cu un rezonator mecanic și vom arăta eficiența acestei multiplicități.

Scopul principal al tezei:

Modelarea și analiza proprietăților / efectelor cuantice de interacțiune ale sistemelor mixte formate din RnM, rezonator optic și atomi artificiali pompați de radiație externă coerentă.

Obiectivele tezei:

- să se analizeze corelațiile cuantice dintre modurile fonon-fotonice în sistemul format din cavitate optică, rezonator nanomecanic și qubit pompat laser;
- să se detecteze fenomenul de răcire cuantică prin detectarea fotonilor emiși în cavitate;
- să se identifice fenomenul de amplificare a corelațiilor fonon-fonon în sistemul qubit rezonator mecanic cuantificat;
- să se precizeze numeric diferiți parametri pentru identificarea stărilor cuantice corespunzătoare pentru realizare experimentală.

Metodologia de cercetare:

Pentru realizarea obiectivelor tezei au fost adaptate și aplicate metodele:

- A fost utilizat formalismul ecuației master generalizat ce conține disipațiile proprii subsistemelor în interacțiune și aplicate aproximațiile dipol, Born-Markov și a undei rotative.
- În ecuația master au fost eliminate variabilele punctului cuantic, care are o dinamică mult mai rapidă decât cea a RnM, și au fost excluși termenii rapid oscilanți, astfel încât să se obțină ecuația master pentru subsistemul fononic – subsistemul de interes.
- A fost obținut sistemul de ecuații diferențiale cu corelatori care descriu sistemul optomecanic studiat.
- Au fost utilizate pachete de calcul analitic și numeric, cum ar fi *Mathematica* sau *MathCad*.

Noutatea științifică a tezei:

A fost analizat în premieră un sistem optomecanic format din rezonator mecanic cuantificat, cu puncte cuantice intercalate pe acesta, pompate de radiație coerentă. În cazul plasării acestui subsistem într-o cavitate optică, a fost identificat fenomenul răcirii cuantice pentru un regim și corelații cuantice fotoni-fononi pentru alt regim. Când sunt mai multe puncte cuantice au fost atestate cuplări puternice cu rezonatorul mecanic cuantificat ceea ce duce la apariția corelațiilor cuantice fonon-fonon.

Problema științifică soluționată și rezultatele obținute:

A fost studiată dinamica rezonatorului nanomecanic pe care sunt plasate unul sau mai multe puncte cuantice pompate intercalate sau nu într-o cavitate optică, ceea ce a dus la identificarea fenomenului răcirii cuantice, sau atestarea corelațiilor cuantice foton-fonon sau fonon-fonon pentru cuplări puternice. A fost stabilită influența numărului punctelor cuantice plasate pe rezonator asupra dinamicii acestuia. Aceste rezultate pot fi utilizate la realizarea experimentelor care implică sisteme optomecanice similare în vederea observării fenomenului răcirii cuantice, obținerii corelațiilor cuantice corespunzătoare sau amplificării numărului mediu de fotoni prin mărirea temperaturii rezonatorului nanomecanic.

Importanța teoretică și valoarea aplicativă a lucrării:

Importanța științifică a lucrării rezidă în elaborarea unor modele realiste care descriu interacțiunea dintre radiația laser coerentă, punctul cuantic, rezonatorul nanomecanic și cavitate optică. Acest model permite stabilirea regimurilor în care se realizează corelații cuantice între fotoni și fononi sau răcirea cuantică a RnM. De rând cu acestea se analizează un sistem format din RnM și puncte cuantice care permite utilizarea acestuia ca senzor pentru determinare a maselor mici.

Rezultatele obținute au fost implementate în cadrul proiectului moldo-german 13.820.05.07/GF și a proiectului instituțional 15.817.02.09F.

Aprobarea rezultatelor:

Rezultate științifice principale ale tezei au fost prezentate la următoarele conferințe:

- 6-th Conference of the Physicists of Moldova, Moldova, Chișinău, 19-21 octombrie, 2017;
- 8-th International Conference on materials science and condensed matter physics, Moldova, Chișinău, 12-16 septembrie 2016;

- 3-rd International conference on nanotechnologies and biomedical engineering, 23-26 septembrie, Chișinău, 2015;
- International Scientific conference light and photonics: Science and Technology, Republica Moldova, 22 mai, Bălți 2015;
- 7-th International conference on materials science and condensed matter physics, Moldova, Chișinău, 16-19 septembrie, 2014;
- 5-th Conference of the Physicists of Moldova, Moldova, Chișinău, 22-25 octombrie, 2014.

Publicații:

Sumar la subiectul tezei au fost realizate **12** publicații, inclusiv **6** rezumate la conferințe științifice, **6** publicații în reviste științifice (2xPhysRevA IF=2,925; JETP Letters IF=1,235;). Dintre acestea **5** sunt publicate fără coautori.

Cuvinte-cheie:

Rezonator nano-mecanic, qubit / atom artificial / punct cuantic, corelații cuantice, răcire cuantică, inegalitatea Cauchy-Schwartz

Volumul, structura și sumarul tezei:

Teza constă din introducere, trei capitole și concluzii generale. Bibliografia conține 163 referințe. Volumul tezei este de 146 pagini. Teza conține 26 figuri.

Conținutul tezei

INTRODUCEREA cuprinde argumentele privind actualitatea temei de cercetare, scopul și obiectivele tezei, noutatea științifică a rezultatelor obținute, tezele înaintate spre susținere și forumurile la care au fost expuse rezultatele principale ale tezei.

În **capitolul unu** – REZONATOARE MECANICE – PUNTEA ÎNTRE MICRO ȘI MACRO LUME – se face o sinteză a literaturii în domeniul de cercetare a tezei și sunt marcate etapele dezvoltării metodelor și aplicațiilor legate de RnM și de sistemele optomecanice. Sunt analizate microrezonatoarele și sistemele micro- electro- mecanice și sunt descrise aplicații ale acestora. Ulterior sunt descrise sistemele nano-electro- mecanice a căror dimensiuni sunt de 100 -1000 de ori mai mici și pentru care se manifestă proprietăți cuantice, deoarece lungimea de undă asociată purtătorilor este comparabilă cu dimensiunile dispozitivelor. În ultima parte

a capitolului 1 sunt analizate sistemele optomecanice, sunt trecute în revistă principalele sisteme fiabile și descrise modalitățile de studiu teoretic a acestora. Sunt descrise sumar schemele modelelor cercetate în această lucrare și sunt analizate succint avantajele acestora.

În **capitolul doi** – CORELAȚII CUANTICE ÎNTRE FONONI ȘI FOTONI – este descris un rezonator nanomecanic pe care este plasat un punct cuantic cu două niveluri, care este pompat de radiație monocromatică coerentă. Întregul subsistem cuanto-mecanic este plasat într-o cavitate optică unimod. Punctul cuantic interacționează cu bara nanomecanică pe care este plasat, dar și cu modul cavității. Hamiltonianul sistemului descrie partea coerentă de interacțiune și vizează energiile libere ale punctului cuantic și barei nanomecanice, energiile de interacțiune dintre punctul cuantic – bară – cavitate – laser. Întregul sistem este descris de ecuația master corespunzătoare, iar pierderile de defazare, emisie spontană și cele fononice / fotonice sunt luate în calcul în aproximația Born-Markov. Ecuația master se scrie în reprezentarea stărilor îmbrăcate, iar variabile punctului cuantic se exclud prin medierea după stările îmbrăcate. Sunt obținute ecuațiile de mișcare pentru corelatorii câmpurilor fononice și fotonice. La pomparea punctului cuantic cu o frecvență ușor mai mare decât frecvența cavității optice are loc absorbția unui foton laser și emisia unui foton în cavitate și a unui fonon în bară. În acest capitol am arătat că fotonul emis în cavitate și fononul din bară sunt corelați cuantic, iar temperatura mediului influențează numărul fotonilor. Gradul de corelare fonon-foton se contabilizează prin funcția de corelare de ordinul doi. Mai mult, inegalitatea Cauchy Schwarz este încălcată ceea ce indică natura cuantică a corelațiilor fonon-foton.

În cazul când frecvența radiației externe incidentă pe punctul cuantic este ușor mai mică decât frecvența modului cavității optice, se atestă fenomenul răcirii cuantice. Absorbția de către punctul cuantic a unui foton laser și a unui fonon din bară este însoțită de emisia unui foton în cavitate. Astfel are loc răcirea modului rezonatorului mecanic, iar această răcire este detectată prin observarea fotonului din cavitatea optică. Este studiată dinamica qubitului pentru un dezacord negativ (roșu) dintre frecvența laserului și frecvența cavității optice. Este dezvoltat formalismul analitic de includere a pierderilor fononice și este obținută ecuația master. Sunt prezentate mai multe dependențe ale numărului mediu de fotoni ai cavității optice sau fononi ai barei mecanice. Maximul numărului de fotoni emiși în cavitate coincide cu minimul numărului de fononi absorbiți din RnM , ceea ce indică răcirea și permite detectarea fenomenului de răcire.

În **capitolul trei** – CUPLAREA INTENSĂ DINTRE REZONATORUL NANOMECHANIC ȘI PUNCTELE CUANTICE – sunt investigate proprietățile dinamice ale unui rezonator pe care sunt fixate mai multe puncte cuantice pompate din exterior de radiație

coerentă tratată semiclassical. Are loc o cuplare intensă dintre RnM și qubiți grație numărului mare al ultimilor. Modelul presupune mai multe idealizări:

- punctele cuantice nu interacționează între ele;
- rezonatorul nanomecanic este unimod, adică lățimea și grosimea acestuia sunt mult mai mici decât dimensiunea longitudinală;
- radiația laser este intensă, iar câmpul electromagnetic variază slab pe dimensiunea punctului cuantic;
- procesele de interacțiune ale subsistemelor sunt fără memorie, adică sunt procese de tip Markov. Această presupunere este frecvent utilizată în procesarea analitică a unor sisteme similare și este datorată proprietăților termostatului.

Datorită interacțiunii dintre punctele cuantice și RnM în mișcare oscilatorie, are loc deformarea punctelor cuantice, astfel distanța dintre nivelurile energetice ale punctelor cuantice se modifică și se realizează interacțiunea fonon-fonon.

Ecuția master a sistemului care conține atât parte coerentă cât și termenii necoerenți de tip Linblad, a fost scrisă și simplificată în aproximațiile Born, undei rotative și seculară. Variabile punctelor cuantice au fost eliminate, deoarece dinamica acestora este mult mai rapidă decât cea a rezonatorului nanomecanic. Interacțiunea subsistemelor a fost scrisă în reprezentarea stărilor îmbrăcate, reprezentare uzuală a cărei sens fizic este că laserul incident schimbă modul în care atomul artificial interacționează cu radiația electromagnetică. Variabilele punctului cuantic sunt mai rapide decât variabilele rezonatorului mecanic, de aceea au fost eliminate prin trasarea după variabilele qubitului. În ecuația master nu au fost eliminați termenii rapid oscilanți deoarece numărul mai mare de qubiți contribuie la mărirea cuplajului dintre aceștia și RnM.

În final, au fost obținute ecuațiile de mișcare pentru RnM. Au fost trasate graficele numărului mediu de fononi ai barei nanomecanice și a funcției de corelare de ordinul doi fonon-fonon în dependență de dezacordul dintre frecvența de tranziție a punctului cuantic și frecvența laser. Numărul mediu de fononi are un maxim pronunțat care ar permite determinarea frecvenței Rabi sau a frecvenței de vibrație a RnM. În acest capitol sunt făcute calcule analitice aproximative care arată această corelare fonon-fonon.

1 REZONATOARE MECANICE – PUNTEA ÎNTRE MICRO ȘI MACRO LUME

Tot ce ne înconjoară – de la particule elementare, atomi, molecule, virusuri, bacterii, libelule, mamifere, planete, stele galaxii și univers – poate fi clasificat după diferiți parametri fizici cum ar fi dimensiune, masă, energie/temperatură, forță de interacțiune etc. Alegând scara lungimilor, rezonatoarele micro- și nano- mecanice au o poziție intermediară între microcosmos și lumea uzuală în care ne aflăm. Activități științifice recente [26, 27] arată că rezonatoarele mecanice pot cupla chiar și macrocosmosul la percepția umană.

Mecanica cuantică este asociată, de regulă, particulelor microscopice, cum ar fi electroni, atomi sau fotoni. Mecanicii clasice, la rândul său, îi revin particule mari, cum ar fi bilele de biliard, undele de pe lacuri sau sistemul solar. În ultimul timp un loc intermediar în clasificarea domeniilor cognitive ale fizicii îi revine fizicii *mezoscopice*, obiectele de studiu ale căreia sunt corpurile intermediare între cele macro- și micro-scopice. Corpurile mezoscopice sunt macroscopice în sensul că conțin un număr mare de particule și sunt artificiale în sensul că sunt construite de om. Acestea pot fi de la micro și nano circuite electromagnetice, atomi artificiali, rezonatoare mecanice, sisteme mixte etc. Parametrii care îi imprimă sistemului un comportament cuantic depind de proprietățile acestuia și pot fi influențați prin construirea sistemului. Fizica mezoscopică este o nouă arie a cercetării în care se manifestă fenomene noi fără echivalente în lumea microscopică [28].

Plasate într-o scară logaritmică a dimensiunilor lucrurile sunt ordonate de la mai mici la mai mari, iar tehnicile de vizualizare diferă de la un ordin la altul – vezi figura 1.1. Dimensiunile elementelor active ale MEMS (micro-electro-mechanical system = sisteme micro-electro-mecanice), sau NEMS (nano-electro-mechanical system = sisteme nano-electro-mecanice) pot atinge valori comparabile cu lungimile de undă de Broglie ale purtătorilor de sarcină, ceea ce necesită abordare prin prisma teoriilor cuantice. În plus, la dimensiuni de ordinul nm vibrațiile subsistemului mecanic la fel se cuantifică [10] ceea ce modifică esențial felul interacțiunii cu alte subsisteme implicate.

Rezonatoarele mecanice reprezintă elementele de bază pentru sisteme opto-, electro-magneto- mecanice care au o utilizare din ce în ce mai largă. Sistemele optomecanice reprezintă o clasă întregă de dispozitive care conțin, de regulă, un subsistem mecanic și un subsistem optic. Acestea, modelate prin confluența domeniilor, moștenesc proprietăți importante și interesante atât dintr-o parte cât și din alta. De exemplu, în cursa micșorării dimensiunilor sistemele optomecanice sunt în avantaj: Subsistemele optice pot avea dimensiuni reduse și operează cu număr mic de particule și cantități minuscule de energie, iar

subsistemele mecanice permit măsurări ultra fine din micro lume. Utilizarea subsistemelor optice cât și celor mecanice au contribuit și continuă să o facă la dezvoltarea fizicii și a domeniilor conexe. În acest sens menționăm legile atracției universale sau Coulomb care au fost stabilite / precizate grație balanței de torsiune, sau mai recent depistări ale undelor gravitaționale cu ajutorul interferometrului LIGO [27].

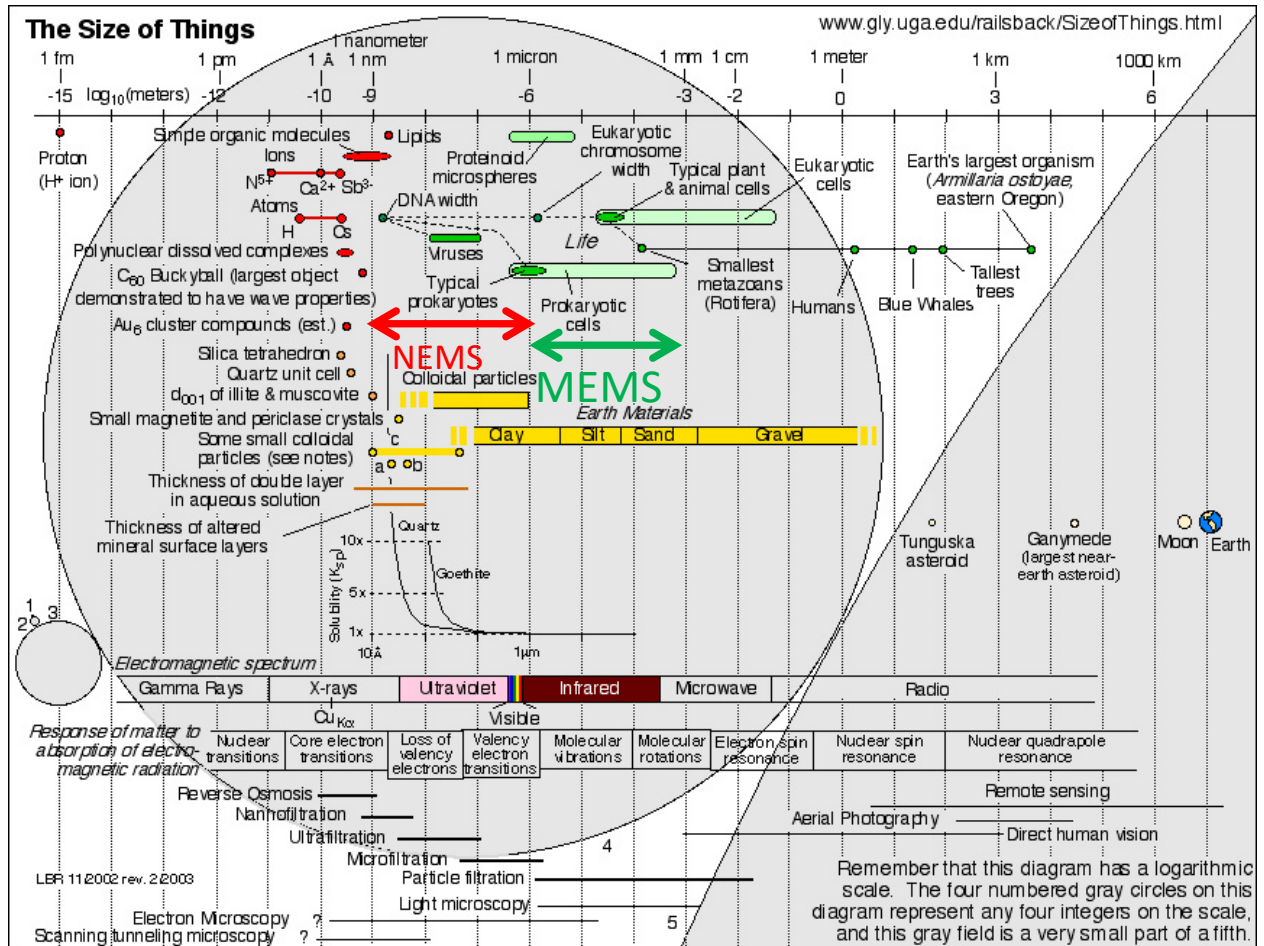


Figura 1.1. Dimensiunile lucrurilor. (color online)

Dispozitivele care conțin rezonatoare mecanice sunt reprezentate în centrul figurii cu titlurile MEMS și NEMS. Imagine adaptată din [29]

Alte exemple de utilizare cu succes ale sistemele combinate opto-electro-mecanice minuscule, sunt sistemele care permit atât dezvoltarea nanotehnologiilor cât și extinderea domeniului de studiu și aplicabilitate al acestora. Printre acestea menționăm microscopul de forță atomică, inventat în 1985 [30], precedat de microscopul cu efect tunel [31], ambele din categoria tehnicilor de vizualizare a microlumii. Aceste descoperiri din zorii nanotehnologiilor au avut (și continuă să aibă) un impact enorm asupra dezvoltării domeniului, de rând cu alte

dispozitive cum ar fi microscopul de forță magnetică, de exemplu. Sisteme mixte electro- opto- mecanice cu moștenire și confluență de proprietăți din fiecare ramură vin să rezolve unele probleme și să provoace noi analize și cercetări. Unde a început hibridizarea sistemelor mecanice cu alte subsisteme, care este starea actuală și până unde se poate ajunge? În cele ce urmează vom face o trecere în revistă a dispozitivelor și sistemelor care au cel puțin un subsistem mecanic, în ordinea descreșterii dimensiunilor – MEMS, NEMS și spre final, vor fi analizate separat sistemele optomecanice, pentru care se vor elucida și aspecte de mecanică / optică cuantică și se vor analiza unele caracteristici distincte. Mai mult, deoarece sistemele analizate interacționează cu mediul înconjurător, va fi descris modul în care se tratează disiparea de energie prin interacțiuni cu vidul.

1.1 Microrezonatoare mecanice

Un capitol aparte în istoria dezvoltării dispozitivelor mixte sunt precursorii dispozitivelor nanoscopice – dispozitivele micrometrice cunoscute în argou ca MEMS-uri, apărute încă din anii 60 ai secolului trecut și intrate în uz comercial de prin anii 80 [32, 33]. Deși acestea, dimensional vorbind, sunt deja depășite de dispozitivele nanometrice, totuși reprezintă dispozitive fiabile cu tehnologii mature, iar o bună parte din efectele și comportamentele tipic cuantice, identificate și studiate în acest cadru, sunt aplicate și la dispozitivele cu ordine de mărime mai mici. Dispozitivele MEMS sunt dispozitivele compuse din subsisteme mixte electrice și mecanice ale căror dimensiuni sunt cuprinse între 1 și 100 μm . Înseși dispozitivele mecanice pot atinge dimensiuni de la 20 μm până la 1 mm. Sistemele micro-mecanice presupun un răspuns electric la o deformare mecanică sau un răspuns mecanic la aplicarea unui câmp electric sau magnetic [9].

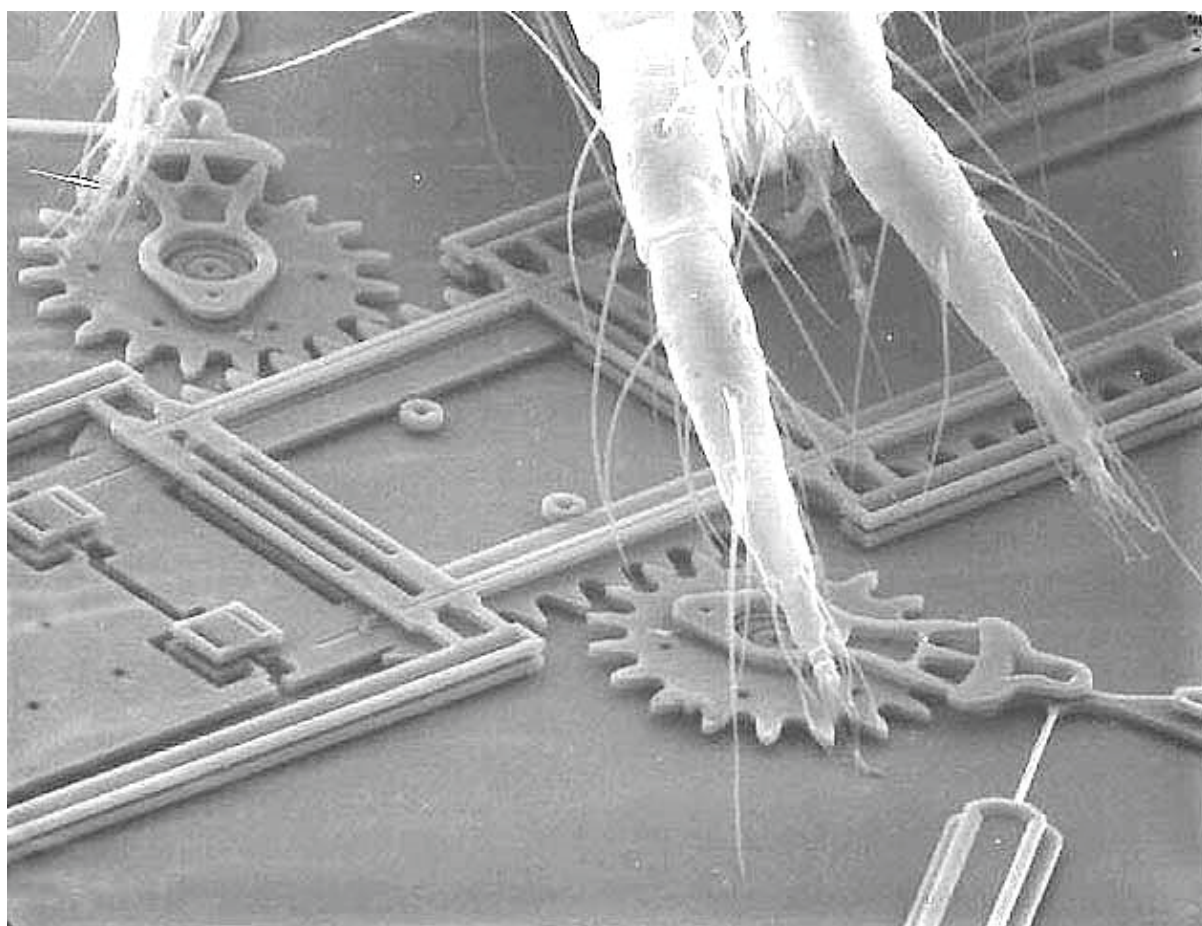


Figura 1.2. Căpușă (*Tetranychus urticae*) pe un sistem cu micro oglinzi.

Mecanismul unei oglinzi cu o căpușă plasată deasupra. Se vede care sunt dimensiunile relative ale unui MEMS de ordinul 10 μm . Imagine preluată din [34]

Principalele avantaje ale dispozitivelor MEMS față de elementele electronicii clasice bazată pe semiconductori sunt multiplicitatea și miniaturizarea – în sensul în care producerea unui număr mare de dispozitive printr-o singură operație cu timp de executare tehnologică redus și micșorarea la limită a dimensiunilor elementelor active – au dus la micșorări cu cel puțin un ordin al costurilor și eficientizarea interacțiunilor dintre componentele incluse.

De obicei, MEMS-ul este alcătuit dintr-un microprocesor și mai multe componente care în calitate de micro senzori interacționează cu mediul ambiant. Atât interacțiunile cu mediul cât și interacțiunile dintre subcomponentele MEMS-urilor trebuie abordate prin prisma fizicii mezoscopice, deoarece apar efecte legate de micșorarea dimensiunilor. Raportul volum suprafață este mult diferit față de elementele macrolumii și aceasta duce, în particular, la evidențierea fenomenului frecării în defavoarea fenomenului inerției elementelor micro-rezonatoare, adică trebuie să se țină cont de efectele de suprafață. Un alt efect este legat de faptul că forțele de interacțiune moleculară pot să depășească forțele mecanice de revenire. Aceste și alte efecte servesc ca și platformă pentru senzori și dispozitive noi [8, 9].

Favorite în industria MEMS-urilor rămâne a fi siliciul, grație utilizării largi a acestuia în electronică, prin urmare, există metode bine puse la punct de obținere, purificare, modelare, prelucrare. Mai mult, oboseala mică a siliciului, respectarea legii deformărilor elastice, lipsa efectului de histerezis la deformare, face ca elementele micro mecanice confecționate din Si să reziste la miliarde de cicluri și mai mult. La fel acest material permite integrarea MEMS în dispozitive electronice existente. De rând cu siliciul se utilizează metalele cum ar fi Ni, Al, Au, Cr, Ti, W, dar și materiale pe bază de polimeri. Ultimele, grație posibilității producerii în serii mari cu proprietăți variate și cheltuieli mici, se regăsesc în medicină sau industria farmaceutică.

Câteva aplicații care au la bază dispozitive micrometrice sunt:

Accelerometrele care reprezintă niște senzori micrometrici utilizați pe larg în industria automobilistică, în particular, la sistemele de securitate, pentru determinarea accelerațiilor critice la frânare bruscă sau în caz de accident. Elementul cheie al acestora este o placă intercalată între armăturile unui condensator, care la o accelerare / decelerare critică își modifică poziția, modificând capacitatea electrică a condensatorului. Semnalul electric preluat permite acționarea sistemului de securitate. Senzorii accelerometrici de dimensiuni micrometrice, pe lângă prețul cu un ordin mai mic au un timp de reacție minor analogilor macroscopici [9].

Sistemele cu micro oglinzi sunt utilizate pentru a controla gradul de reflexie a luminii – fiecare micro oglindă este controlată de un MEMS, astfel, lumina incidentă fie e reflectată fie

este absorbită în dependență de unghiul la care este rotită microoglinda. Astfel de dispozitive sunt utilizate la proiectoare grafice sau la corectarea devierii razei laser în imprimantele laser sau copiatoare (XEROX).

Dispozitivele microcapilare controlate de MEMS sunt utilizate pentru a doza și distribui substanțele, în special, medicamentele. Astfel există deja implanturi micrometrici distribuitori de insulină conectați cu senzori de glicemie. La fel în imprimantele cu get, uzuale de mai bine de două decenii, capurile de imprimare sunt niște dispozitive MEMS cu microcapilare controlate.

Sunt cunoscute MEMS-uri cu microfon și procesor care descompune sunetul în serie Fourier. Componentele acestuia pot fi transmise direct nervului auditiv, ceea ce permite crearea *protezelor auditive* microscopice.

Pe lângă acestea există o gamă variată de alți *senzori de presiune, temperatură, tensiuni mecanice, micro giroscopie* pe baza de MEMS care sunt implementate la scară industrială [9]. Conform prestigioasei reviste Forbes piața dispozitivelor MEMS depășește 10 miliarde de dolari [35] și este în continuă creștere [36]. De rând cu acestea se dezvoltă rapid și o piață paralelă a dispozitivelor mai mici – NEMS. Este curios faptul că piața NEMS este cu trei ordine de mărime mai mică – circa 100 milioane dolari [37]– cam același raport ca și cel al dimensiunilor.

1.2 Nanorezonatoare mecanice

Dezvoltarea vertiginoasă a tehnologiilor cuantice, în special acelea care țin de micșorarea dimensiunilor dispozitivelor – nanotehnologiilor – duce la apariția mai multor structuri care au dimensiuni de la câteva sute la câțiva nm. Printre acestea se regăsesc nanotuburile de carbon, nanofirele, nanomebranele sau nanorezonatoarele mecanice. Multe dintre elementele nanometrice se regăsesc în diferite sisteme din informatica cuantică, senzori ultrasensibili, aparate integrate în nanoelectronică sau în rețele fotonice cu multiple aplicații în biomedicină sau în rețele informatice cuantice fiabile și rapide. Dispozitivele care integrează structuri mecanice nanometrice, elemente electronice de procesare, intrare/ieșire sunt cunoscute ca NEMS (nano-electro-mechanical system). Aceste dispozitive, de regulă, integrează elemente din nanoelectronică și elemente mecanice – pompe, actuatori, motoare etc, și pot servi în calitate de senzori chimici, biologici sau fizici. Dimensiunile foarte mici ale NEMS-urilor (elementele active au de la zeci la sute de nm) favorizează proprietăți fizice deosebite cum ar fi masă mică, frecvențe proprii mari, efecte cuantice evidențiate. În particular, NEMS-urile sunt utilizate în calitate de accelerometre, detectori de substanțe chimice, cântare ultrasensibile etc [9].

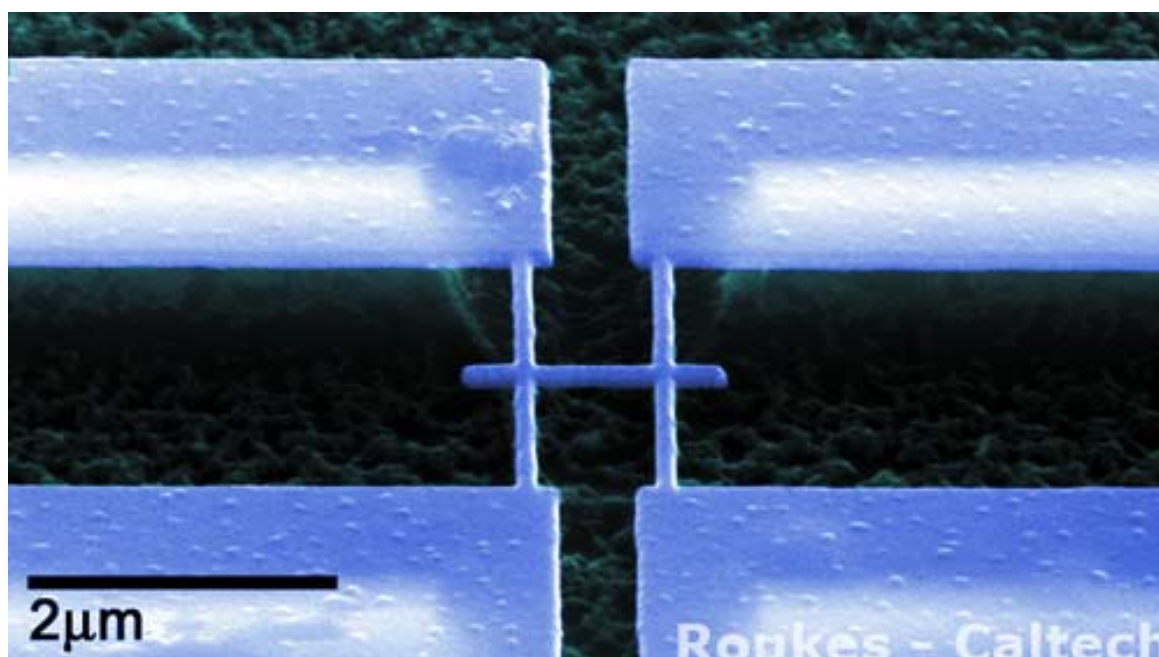


Figura 1.3. Rezonator mecanic. (color online)

Rezonator nanomecanic de frecvență înaltă cu capete libere cu factor de calitate mare.

Imagine preluată din [38]

În natură există sisteme biologice – bacteriile flagelate – flagelii cărora sunt nu altceva decât niște nanomotoare. Mișcarea acestor flageli cauzată de reacții chimice în molecula de ATP (adenozin trifosfat) propulsează bacteriile în mediul lichid. Pentru elaborarea diferitor dispozitive nanomecanice fiabile, este necesar atât să se studieze proprietățile mecanice ale acestora, cât și să se determine condițiile de controlare și manipulare a caracteristicilor, iar analogii funcționali naturali pot furniza informații relevante pentru proiectarea elementelor viabile în fizică și tehnică [9].

Fabricarea NEMS-urile este mai dificilă decât realizarea MEMS-urilor, în special, dacă e vorba de implementare la scară largă. Litografia optică este limitată de lungimea de undă a radiației UV – de circa 200 nm. Aceasta nu este suficientă pentru crearea dispozitivelor de circa 10 – 100 nm, iar dacă s-ar utiliza radiație cu lungime de undă inferioară celei UV, cum ar fi radiația X sau fascicule de electroni, masca pentru litografie și tehnologia de expunere ar fi complexe și scumpe pentru aplicații practice. Una dintre soluțiile de alternativă este litografia nanoimprint, care reprezintă o metodă de sus în jos (top-down). La fel, există o serie de soluții de jos în sus (bottom-up) în care atom cu atom se formează structura dorită [9].

Studiul rezonatoarelor nanomecanice (RnM) prezintă un interes deosebit [10, 39]. Importanța acestor dispozitive este cu atât mai mare cu cât acestea permit determinări ale maselor sau ale deplasărilor ultra-mici [10 (vezi și referințele atașate)]. În special, sunt demne de remarcat efectele cuantice macroscopice în sisteme cu RnM în tandem cu dispozitive clasice existente. De exemplu, în [40] a fost propusă o arhitectură de quantum computing bazată pe integrarea RnM cu qubiți. Rezonatoarele au frecvența de ordinul GHz, iar cuplarea se realizează prin efect piezoelectric. Sistemul este analogul unei colecții de atomi (joncțiuni Josephson) cuplată la rezonatoare electromagnetice. Acesta permite atât posibilități de stocare a qubiților cât și stări de inseparabilitate cuantică cu RnM. O altă schemă de squeezing parametric peste limita zgomotului cuantic al nivelului a fost relatată în [41]. Instalația experimentală constă dintr-un cantilever (rezonator mecanic), pe care este plasată o particulă magnetică, mișcarea căruia este produsă de un câmp magnetic exterior variabil, iar detectarea acesteia se face cu un interferometru cuantic (SQUID). Schema propusă este relativ ușor de implementat și poate fi utilizată într-o întreagă clasă de experimente ce vizează tehnici de detectarea a parametrilor rezonatorului mecanic.

Odată cu micșorarea dimensiunilor se remarcă tot mai pregnant proprietățile cuantice ale sistemelor cu RnM. Astfel, observații asupra mișcării cuantice a RnM au fost raportate în [9]. Natura cuantică a rezonatoarelor mecanice prezintă mereu mici surprize cercetătorilor, iar schema experimentală viabilă de detectare a mișcării cuantice, propusă în lucrarea menționată

mai sus, deschide noi orizonturi pentru observarea și controlul dinamicii cuantice a sistemelor mecanice mezoscopice. Grupul de autori – Safavi et. al. [9] – au demonstrat comportamentul cuantic al unei nanostructuri realizată artificial, ceea ce permite realizarea sistemelor optomecanice fezabile, izolate cu sensibilitatea suficientă pentru măsurări specifice lumii cuantice.

Manipularea coerentă a fononilor în rezonatoare mecanice cuplate a fost dovedită experimental în [22]. Autorii au analizat două RnM lamelare pe bază de GaAs, plasate pe același suport. Deși cuplarea a două oscilatoare (pendule) este cunoscută încă din secolul al XVII-lea, odată cu dezvoltarea nanotehnologiilor înțelegerea dinamicii a două RnM cuplate oferă posibilități de construire a senzorilor de precizie înaltă, filtre de trecere cu factor de calitate mare, amplificatoare de semnal sau porți logice. Okamoto și colegii [22] au demonstrat că două RnM interconectate geometric se pot cupla coerent prin pompaj piezoelectric indus parametric. Tehnica propusă permite cuplarea strânsă a două RnM, chiar și în cazul când frecvențele fundamentale ale acestor diferă ușor. Alt experiment care a arătat cuplarea (entanglarea) a doi oscilatori îndepărtați a fost relatată în [42], iar în [43] a fost demonstrată fiabilitatea cuplării dintre fotoni optici și microunde utilizând un cristal piezoelectric optomecanic. S-a obținut transferul de semnal coerent între câmpurile optic și microunde (MW) prin cuplarea electro-optică parametrică, utilizând modul fononic localizat. Au fost observate interacțiuni coerente între MW și modurile mecanic și optic, manifestate prin transparența optică indusă electromagnetic.

Interfața mecanică dintre fotoni optici și semnale electrice din domeniul microundelor a fost recent demonstrată. Un sistem hibrid electromecanic ce constă din două RnM încărcate electric care interacționează cu ansambluri de atomi de tip Rydberg a fost investigat în [44]. Grupul de cercetători la cuplarea dipol-dipol rezonantă între tranzițiile interne ale atomilor Rydberg și elementele mecanice permit răcirea acestora. Spectrul electronic variat al atomilor de tip Rydberg la care se adaugă și gradul ridicat de control optic creează premise pentru implementarea protocoalelor de control cuantic al oscilatorilor mecanici.

În [45] a fost analizată inseparabilitatea staționară a variabilelor continue ale CO și RnM, interacțiunea cărora este intermediată de un punct cuantic cu două niveluri. Creșterea frecvenței RnM sau micșorarea temperaturii duce la inseparabilitatea cuantică a cavității optice și a barei nanomecanice, cu atât mai pregnant cu cât tăria interacțiunii crește. În această lucrare este remarcabilă prezența unui obiect cuantic intermediar – punctul cuantic – care are rol de mediator al interacțiunii dintre structurile optomecanice.

Rezonatorul nanomecanic reprezintă un element relevant pentru construirea dispozitivelor ultrasensibile. Vinante cu colegii au obținut răcirea prin acțiune inversă a trei

moduri electromecanice ale detectorului de unde gravitaționale AURIGA concomitent [24]. Aceștia au atins performanța răcirii barei detector de la temperatura rezervorului de 4,2 K la 0,17 mK. Această tehnică de răcire permite impunerea unui comportament cuantic unor obiecte masive de ordinul kg și atingerea unor precizii înalte de măsurare, imperioase în cazul undelor gravitaționale.

O serie întreagă de tehnici și dispozitive care permit măsurări ultrasensibile ale maselor sunt prezentate în [46]. Autorii analizează avantajele utilizării rezonatoarelor mecanice față de alte metode, se focusează pe aplicații ale determinărilor de mase mici și au elaborat un protocol ce permite determinarea maselor obiectelor microscopice atașate pe unul sau mai multe rezonatoare cuplate. În sensul determinării maselor evoluția senzorilor este spectaculoasă [47] – în circa o decadă pornind de la determinării ale maselor unor molecule mari (de ordinul fg) se ajunge la determinării ale maselor de ordinul masei atomului de hidrogen (vezi și figura 1.4). Micșorarea masei elementului sensibil (cantileverul) duce la creșterea sensibilității determinării maselor. Într-adevăr, așa cum masa suplimentară plasată pe RnM duce la o modificare a frecvenței de rezonanță dată de:

$$\Delta \nu = -\frac{\nu_0}{2m_0} \Delta m, \quad (1.1)$$

unde:

ν_0 este frecvența proprie a RnM,

m_0 masa RnM,

$\Delta \nu$ modificare frecvenței oscilațiilor,

Δm masa plasată suplimentar pe RnM.

Relația (1.1) se obține dacă dezvoltăm în serie de puteri frecvența unui oscilator armonic și păstrăm doar termenii liniari. Semnul „-” este datorat micșorării frecvenței de oscilație la modificarea masei pendulului. Se observă clar că atât la micșorarea masei elementului oscilant cât și la mărirea frecvenței proprii a acestuia deplasarea frecvenței de oscilație crește la o masă concretă măsurată, ceea ce implicit duce la creșterea preciziei masei măsurate.

Tehnologiile de sus în jos par să piardă teren în fața tehnologiilor de fabricare de jos în sus dacă vorbim de determinări ale maselor mici. Sensori confecționați din nanofire semiconductoare sau de carbon permit cele mai precise determinări ale maselor ultra mici.

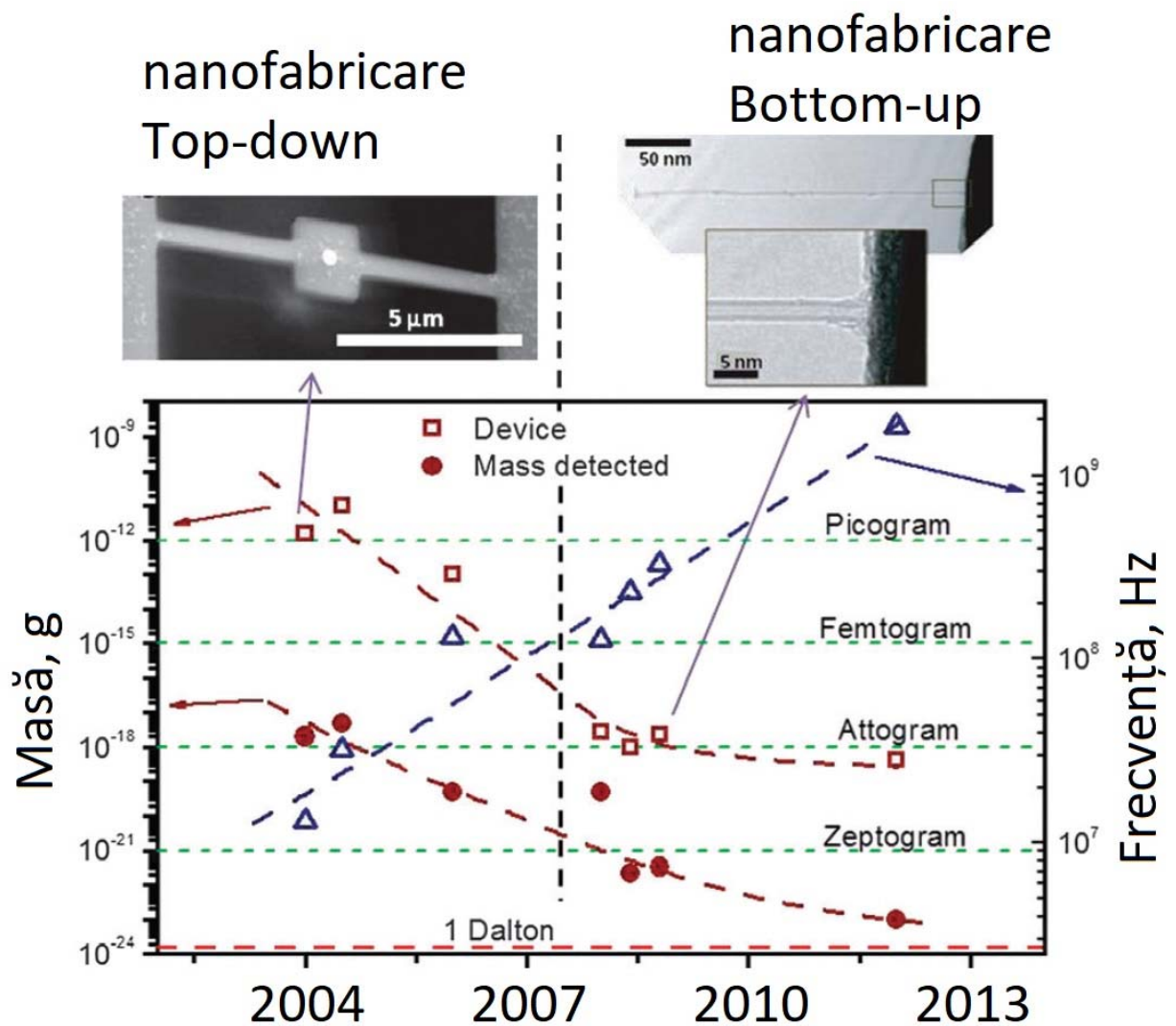


Figura 1.4. Evoluția sensibilității nanorezonatoarelor și a frecvențelor de rezonanță ale acestora. (color online)

În partea de sus a imaginii sunt prezentate două elemente oscilante care permit determinarea maselor confecționate prin tehnologii diferite, top down și bottom up. Graficul conține date despre masele rezonatoarelor (pătrate), masele măsurate de acestea (cercuri) și frecvența de rezonanță. Măsurările se fac în vid la un factor de calitate de ordinul 10 000 . Imagine adaptată după [47]

O problemă care apare la studiul RnM este detectarea experimentală a vibrațiilor mecanice ale acestuia. Sunt elaborate și implementate cu succes mai multe metode care ar permite determinarea caracteristicilor RnM. Printre acestea sunt: metodele magnetică, electrostatică sau optică [10], corespunzător deplasările RnM sunt transformate în semnale ce pot fi prelucrate prin intermediul câmpurilor magnetice, electrostatice sau ca rezultatul

interferenței câmpului electromagnetic [48]. Ultima metodă este limitată de difracția fascicolului incident, ceea ce plafonează dimensiunile cercetate ale RnM-ului. Pe lângă aceste metode de detectare a mișcării RnM sunt aplicate cu succes și altele. Una dintre opțiuni ar fi utilizarea unui interferometru supraconductor cuantic, în care vibrațiile mecanice sunt detectate prin variația câmpului magnetic [49]. Vibrațiile mecanice pot fi detectate și prin tranzistorul cu un singur electron, care este extrem de sensibil la sarcini electrice [50]. Suplimentar poate fi utilizat și efectul de tunelare dintre RnM și un ac cu vârf atomic [51], iar semnalul parvenit la o amplificare corespunzătoare permite detectări ale vibrațiilor mecanice cu sensibilitatea comparabilă celei obținute prin metoda tranzistorului cu un singur electron. Mai mult chiar, monitorizarea optică ultrasensibilă a rezonatorului micro mecanic cu un senzor optomecanic limitat cuantic a fost raportată în [52]. Este de remarcat că mișcarea cuantică a rezonatorului nanomecanic a fost observată experimental în [9]. Posibilitatea detectării în timp real a deplasărilor prin detectarea semnalului de luminiscentă și a fluctuațiilor deplasării prin gradul funcțiilor de coerență de ordinul doi a fost recent demonstrată [53]. O'Connell și colegii [18] au confecționat un RnM de tip sandviș, din nitru de aluminiu incorporată între două plăci de Al, cu proprietăți piezoelectrice. Această structură poate oscila sub influența unui semnal electric, sau viceversa la oscilațiile acestuia se generează semnal electric. Pentru măsurarea stărilor cuantice ale oscilatorului a fost folosit un qubit cuplat cu acesta și s-a arătat că poate fi creat un singur fonon, ceea ce reprezintă o cale de a controla cuantic un rezonator mecanic.

O serie întreagă de abordări care duc la răcirea cuantică a unui rezonator sunt la fel prezentate în [54, 55]. Acestea, împreună cu modelările teoretice și realizările experimentale prezentate mai sus, arată concludent importanța rezultatelor legate de răcirea cuantică a unui rezonator. Deși cuplarea optomecanică între subsistemul optic și cel mecanic este robustă, aceasta nu este singura modalitate de formare a unei cavități. În [56] a fost realizată schema experimentală cu un RnM piezoelectric, dublu ancorat, în care cavitatea fononică este formată prin generarea armonicilor secundare, prin care se obține o răcire a primului mod de oscilație.

Un material promițător pentru fabricarea elementelor dispozitivelor nanomecanice este carbonul încadrat fie ca structură planară – grafen, fie sub formă filiformă – nanotub [57, 58, 59, 60, 61]. Acestea sunt materiale ideale grație densității mici, lipsei defectelor, proprietăților elastice deosebite, factorului de calitate înalt. Utilizarea nanotuburilor de carbon în nanoelectronică este la ordinea zilei, iar recent, a fost prezentat primul tranzistor pe bază de nanotub de carbon cu dimensiuni sub 40 nm [62], iar în [63] este descrisă instalația experimentală care permite măsurări de forțe de ordinul zN. Materialele pe bază de carbon

sunt intens și suficient de bine studiate într-un anumit context, iar utilizarea în domenii afiliate necesită atât adaptarea metodelor de analizare cât și a tehnicilor care ar permite observarea / măsurarea altor efecte noi.

Obținerea unui semnal măsurabil, mult peste zgomotul prezent în oricare sistem este o problemă uneori dificil de rezolvat. Într-adevăr, la dimensiuni mici în urma interacțiunii dintre obiectul supus măsurării și aparatul de măsură se obține informația despre starea comună a acestora și niciodată informații despre starea în care se afla sistemul. Prin urmare, o condiție care trebuie să o respecte aparatul de măsură este ca acesta să nu influențeze deloc, sau cât mai puțin sistemul măsurat. În acest sens, utilizarea unui laser de probă pentru citirea informației din sistemul mecanic este avantajată atât de influența mică a radiației coerente, cât și de precizia mare permisă de semnalul optic. Am prezentat mai sus mai multe cercetări teoretice și experimentale în care elementul cheie este un RnM. Din acestea le menționăm pe cele care au și un subsistem optic și formează un sistem optomecanic. În secțiunea următoare vom analiza mai multe sisteme care combină armonios subsistemul mecanic cu cel optic, iar simbioza respectivă, din câte se pare, imprimă avantaje suplimentare.

1.3 Sisteme mixte opto-nanomecanice

Faptul că lumina poate exercita o forță asupra obiectelor macroscopice este cunoscut de peste 100 ani. Unul dintre primele experimente (interpretat greșit la vremea respectivă) a fost cel al lui Crookes (1873), care a inventat radiometrul omonim [64]. Deși ipoteza despre presiunea luminii a fost emisă încă de către Kepler (1619), fundamentarea teoretică (Maxwell 1862) și dovada experimentală certă (Lebedev 1900), au avut loc mult mai târziu [65]. Oglinzile sunt încadrate sintetic în fizică și deși sunt cunoscute din cele mai vechi timpuri, relativ recent interacțiunea acestora cu radiația a depășit cadrul opticii geometrice. În interferometrul Fabry Perot, de exemplu, pierderile la reflexie deși mici, trebuie luate în calcul dacă fascicolul de lumină se reflectă de mai multe ori. În plus, forța de presiune a luminii, poate modifica frecvența proprie a cavității și aceasta duce la efecte noi. Forța de presiune a luminii este foarte mică: Soarele exercită la suprafața terestră o presiune de ordinul μPa pe o suprafață neagră, și descrește de vreo 10 ori în zona centurii de asteroizi ai sistemului solar. Presiunea luminii poate fi determinată astfel:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{F \Delta t}{S \Delta t} = \frac{P}{S \Delta t} = \frac{E}{S \Delta t c} = \frac{C}{c} \approx \frac{1,4 \text{ kW/m}^2}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}, \quad (1.2)$$

unde:

F este forța exercitată de radiație,

S – aria suprafeței plasată perpendicular pe razele incidente,

P – impulsul sumar al fotonilor incidenti,

E – energia fotonilor incidenti,

– constanta solară (energia radiației incidente timp de o secundă normal pe o suprafață neagră de 1 m^2 , aflată la distanța de 1 ua de la Soare)

Presiunea luminii mică ca valoare în condiții cotidiene, se manifestă la scară mare, cosmică, iar coada cometelor reprezintă o dovadă clară. Pe de altă parte, la scări micro- sau nano-metrice în structuri optomecanice când alte forțe sunt comparabile sau mai mici decât forța de presiune a luminii, ultima influențează sesizabil dinamica sistemului și nu mai poate fi neglijată. Un sistem optomecanic nanometric este tributary fizicii mezoscopice, și deși este format din entități care conțin multe particule $C \approx 1,4 \text{ kW/m}^2$ (atomul artificial are circa 10^6 atomi, iar un RnM și mai mulți) comportamentul acestora nici pe departe nu este clasic, iar efectele care apar sunt tipic cuantice, care nu se întâlnesc la interacțiuni ale particulelor mici. Felul interacțiunilor, caracterul acestora impune un aparat matematic al opticii cuantice,

aproximații uzuale și interpretări adecvate.

Marea parte a sistemelor opto-nanomecanice sunt construite fie cu scopul de a afla mai multă informație despre nano lume (corelații cuantice, depășiri ale limitelor cuantice etc), fie joacă roluri de senzori și traductori minuscule, ultrasensibili, fiabili și ieftini. Ponderea mare a senzorilor optici se menține în trend, datorată, în mare parte, sensibilității mari, bine studiate a componentelor optice, relativ ușor de confecționat și etalonat.

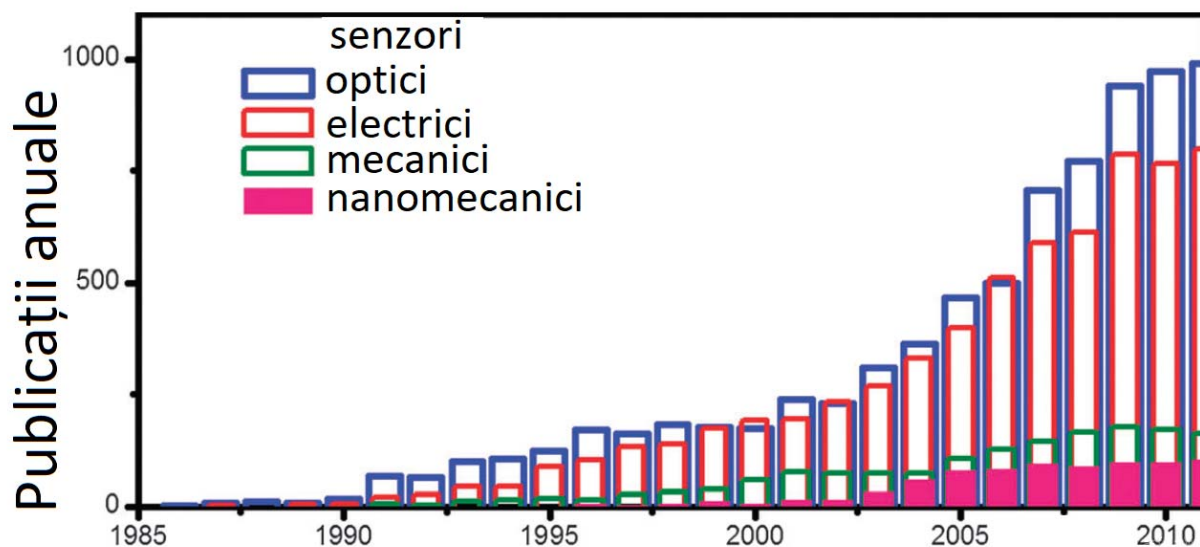


Figura 1.5. Evoluția ponderii subclaselor de biosenzori . (color online)

În dependență de efectul fizic în mediul traductor al unui senzor aceștia se împart în optici, electrici, mecanici și nanomecanici. Se observă ponderea în creștere a senzorilor optici, dar și apariția susținută odată cu dezvoltarea nanotehnologiilor a nanosenzorilor mecanici.

Statistică adaptată după [47]

Pe lângă tendința utilizării prioritare a senzorilor optici se remarcă apariția în ultima decadă a unor senzori nanomecanici și a elementelor combinate opto-mecanice [47].

Iată de ce studiul sistemelor mixte prezintă interes științific și practic, rezultând noi dispozitive, noi efecte, noi explorări și utilizări.

1.3.1 Unele sisteme optomecanice

Exista o gamă mare de sisteme optomecanice, de la macro-, micro- și mezo-scopice. Unul dintre cele mai cunoscute sisteme este, probabil, balanța de torsiune utilizată de Coulomb, adaptată de Cavendish pentru măsurări gravitaționale fine, apoi sisteme similare în care lumina permitea obținerea informațiilor despre deplasări liniare sau unghiulare foarte mici. Ceva mai recent, același caracter de propagare geometrică a luminii a fost folosit în microscopul de forță atomică [30] pentru analiza suprafeței structurilor la nivel nanometric. O rază de lumină incidentă pe suprafața reflectatoare a unui cantilever permitea obținerea informației despre oscilația vârfului acestuia prin detectarea spotului reflectat. Această tehnică este similară celei folosite la balanțele de torsiune, galvanometre sensibile etc. Ulterior microscopul de forță atomică a fost modificat pentru analiza proprietăților magnetice ale straturilor, dar informația de pe cantileverul oscilant (plasat vertical) deja este „citită” grație interferenței fascicolului incident cu cel reflectat. Caracterul coerent al luminii neglijat în primele cazuri, devine un atu pentru microscopul de forță magnetică [66], iar sensibilitatea acestuia ajunge la ordinul câmpurilor magnetice ale protonului separat [66, 10].

Sistemele optomecanice se întâlnesc într-un spectru larg de dimensiuni: de la nanometrice la kilometrice. În interferometre cu lungimea brațelor de ordinul km și mai mari (vezi de exemplu, interferometrul LISA [67]), vibrațiile unei oglinzi modifică substanțial interferograma. La fel și modificarea metricii spațiului duce la efecte combinate optomecanice care au permis depistarea undelor gravitaționale [27], succes soldat cu acordarea premiului Nobel pentru Fizică 2017 [68]. Lumina poate interacționa într-un sistem mixt optomecanic cu subsistemul mecanic, cauzând noi efecte [10]. Sunt cunoscute și intens explorate diverse sisteme optomecanice – la scară mare – interferometrul destinat detectării undelor gravitaționale LIGO [69], iar la scară micro-, nano-metrică cantileverele, microtoroide sau membrane care vibrează [70]. Utilizarea sistemelor nanomecanice în biomedicină în calitate de senzori de masă ultrasensibili face posibilă determinarea maselor unor molecule în parte [10]. Oscilația unei bare nanometrice are diferite frecvențe dacă sunt atașate sau nu molecule pe ea. Informația despre frecvența de oscilație a barei se obține prin diferite metode – capacitativă, inductivă, electrică, dar una dintre cele mai eficiente este metoda interferometrică optică, când fascicolul incident interferă cu fascicolul reflectat. Această metodă permite măsurări ultrasensibile ale deplasărilor (10^{-24} m), forțelor (10^{-21} N), maselor (10^{-21} g) sau inducției ale câmpurilor magnetice [71] de 10 μ T la o rezoluție spațială de ordinul 10 nm [66].

Pe lângă acestea sunt intens studiate sisteme formate din cavități optice în care una sau ambele oglinzi oscilează, iar în dependență de parametrii sistemului pot fi obținute fie efecte

de răcire cuantică, fie efecte de amplificare parametrică a forțelor mici [72, 73]. Prima observare experimentală a amortizării electromagnetice (atât pozitive cât și negative) într-un interferometru Fabry-Perot cu o margine oscilantă a fost relatată în [15]. Prin răcire cuantică se înțelege situația în care are loc micșorarea energiei unui mod de vibrație a subsistemului mecanic, mediul rămânând la temperatură mai mare. Eficiența unei astfel de răcirii a fost demonstrată atât în detectori de unde gravitaționale care reprezintă o bară masivă [74], cât și în sisteme mecanice cu dimensiuni micrometrice [23], unde temperatura efectivă a coborât la ordinul 30 mK, față de temperatura criostatului de 5 K.

O demonstrație experimentală a fenomenului răcirii unui sistem optomecanic format dintr-un fir metalic și un circuit supraconductor a cărui frecvență de rezonanță este influențată de firul care oscilează este demonstrată în [75]. Teufel și colegii săi au arătat că microundele pot influența atât fenomene de răcire, cât și fenomene de amortizare ale microfirului metalic.

Corelarea subsistemelor mecanic și optic permit măsurări sub limita cuantică standard [25, 76], deoarece informații despre starea unui subsistem sunt obținute prin măsurări asupra altui sistem corelat cu primul. Unul dintre experimentele recente care confirmă corelări cuantice între subsistemul fononic și cel fonic este relatat în [77]. Autorii au realizat experimental un rezonator nanomecanic ai cărui fononi sunt corelați cu un singur foton, ceea ce reprezintă o interfață cuantică viabilă pe un singur chip pentru utilizări în comunicări și arhitecturi cuantice. A fost măsurată funcția de corelare de ordinul doi foton-fonon, care a confirmat performanța sistemului și natura cuantică a corelațiilor.

Cuplarea unui punct cuantic cu un oscilator armonic este studiată pentru diferite regimuri în [78], inclusiv cuplare ultra-puternică, pentru constante de cuplare comparabile cu frecvența de tranziție a qubitului, sau cuplare slabă. Sunt analizate prezicerile mai multor modele în vederea preparării stărilor non-clasice a qubitului. Confirmări de observare experimentală a cuplărilor ultra-puternice au fost publicate în [79], și a fost arătat că modelul uzual utilizat (Jaynes-Cummings [80]) nu descrie adecvat sistemul.

Un sistem interesant este analizat în [81] format din cavitate optică, rezonator mecanic și o impuritate, care la temperaturi joase poate fi analizată ca sistem cu două niveluri. Cuplarea dintre impuritate și modurile optic și mecanic, controlarea pierderilor în cavitățile optice sau mecanice deschid posibilități de manipulare a parametrilor și caracteristicilor neliniare ale sistemului.

Entanglarea (inseparabilitatea cuantică) – fenomenul când două sau mai multe sisteme cuantice diferite au stările cuplate – este tot mai des prezisă în sisteme optomecanice [40, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88]. Două cavități coaxiale cuplate mecanic prezintă un interes remarcat de

[87], deoarece prin intermediul presiunii unui foton care saltă între ele, acestea (oglinzile macroscopice) pot fi entanglate. A fost arătat că entanglarea este mai puternică dacă se lucrează într-un regim cu un singur foton și cuplare puternică. Interferometrul Fabry-Perot clasic cu oglindă oscilantă a fost studiat în [89]. Cuplarea acestuia cu un condensat Bose Einstein excitat din exterior de o radiație externă modulată, creează premise pentru obținerea inseparabilității atomi-oglină. În regim de modulare a radiației de pompare atât pentru durate mari, cât și pentru cele mici, se arată o creștere a inseparabilității de mai multe ori, creștere semnificativă cu atât mai importantă cu cât radiația de pompare rămâne monocromatică în sistemul optomecanic hibrid dat. Mai mult, două cavități dublu rezonante cuplate cu un sistem de atomi cu trei (patru) niveluri, a fost studiat în [86]. La o excitare exterioară cu un câmp cu două moduri se arată un transfer de inseparabilitate dintre câmp și oglinzi micromecanice. Regimul de cuplare parametrică puternică reprezintă o cerință pentru păstrarea entanglării și la temperaturi ridicate, ceea ce ar putea servi pentru realizarea unei scheme robuste de entanglare macroscopică.

Un exemplu de entanglare este studiat dintre niveluri excitonice ale unui punct cuantic și o cavitate, rolul căreia îl preia un cristal fonic [90]. A fost arătat că entanglarea este limitată de pierderile fonice ale cavității și au fost propuse soluții concrete pentru realizări experimentale.

În [91] a fost demonstrat experimental o cuplare dintre un rezonator multistrat de grafen și o cavitate supraconductoare. Grație factorului de calitate înalt al rezonatorului mecanic (peste 220000) și utilizând zgomotul termomecanic în calitate de calibrare, a fost atinsă o sensibilitate de $17 \frac{\text{fm}}{\sqrt{\text{Hz}}}$. Cuplarea optomecanică a fost demonstrată prin inducerea reflexiei și absorbțiilor microundelor. S-a observat o amplificare de 17 dB și o acțiune inversă puternică.

Detectarea undelor radio prin intermediul unei membrane nanomecanice este relatată în [92]. Semnalul radio este detectat prin schimbarea fazei semnalului optic incident pe o nanomembrană de înaltă calitate din nitrură de siliciu și Al. Tensiunea de prag de până la 10 V este suficientă pentru a induce o cuplare puternică dintre fluctuațiile tensiunii aplicate, semnalul radio și deplasările mici ale membranei. Deși sistemul poate funcționa la temperatura camerei, sensibilitatea acestuia crește de câteva ori dacă temperatura membranei coboară sub un Kelvin. Această realizare experimentală – conversia semnalului radio în semnal optic prin intermediul mișcărilor mecanice – deschide orizonturi noi de exploatare în domenii cheie ca radioastronomie, comunicare, navigare sau imagistică medicală. Reducerea momentului de inerție al elementului sensibil la măsurarea răsucirilor, inevitabil duce la micșorarea masei

acestui, care la rândul său face dificilă „citirea” semnalului. Utilizarea unei cavități optice pentru cuplări cu un sistem mecanic [93] a sporit sensibilitatea ultimului la măsurări ale momentului forței de mai multe ori, aceasta limitându-se doar la zgomotul termic al elementului sensibil. Dispozitivul descris în lucrarea citată mai sus a atins limita de sensibilitate de $2,9 \frac{\text{yNm}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ la o temperatură de 25 mK, ceea ce e doar de 10 ori peste limita cuantică de măsurare. Cu mici ajustări sensibilitatea menționată ar permite măsurări atât statice cât și dinamice de ordinul 200 – 300 spini electronici.

Rezultate importante despre răcirea RnM în regimuri cuantice au fost expuse în mai multe lucrări. În [94] răcirea rezonatorului nanomecanic se face cu ajutorul unui laser în rezonanță cu tranzițiile fononice ale unui punct cuantic intercalat. Aplicații posibile ale acestei scheme de răcire sunt printre altele și posibilități de generare ale stărilor neclasice ale mișcării mecanice. În [95] este prezentat în premieră un experiment în care un rezonator mecanic este utilizat în calitate de oglindă a unei cavități optice ultra fine și deplasarea acesteia este monitorizată cu o precizie mare. Prin dezacordarea corespunzătoare a frecvenței laserului cu respectarea frecvenței de rezonanță a cavității, s-a observat o răcire drastică a rezonatorului, prin intermedierea presiunii radiației, până la temperatura efectivă de 10 K. În opoziție, la dezacordul opus, se observă o încălzire eficientă a aceluiași sistem. În lucrările [96, 97] se fundamentează teoretic răcirea cuantică a unui rezonator mecanic cuplat cu o cavitare optică. A fost arătat că un cantilever poate fi răcit până la starea fundamentală prin selectarea frecvenței de rezonanță a acestuia mult mai mare decât rata de inundare a cavității (the cavity ringdown rate). Efectul laser manifestat în spectrul vibrațiilor mecanice a fost dezvoltat în [98]. Autorii analizează un rezonator electromecanic vibrațiile cărui sunt excitate / măsurate piezoelectric. Folosind schema cu trei niveluri echivalentă pentru efectul laser optic, sistemul răcit până la 2 K și plasat în vid (0,1 pbar), excitat necoerent în modul superior, emite fononi coerenți în modul inferior. Acest tip de lasing fononic deschide calea investigațiilor efectelor de interferență și coerență a fononilor cu aplicații promițătoare în criptografia cuantică.

Cuplarea dintre undele electromagnetice și vibrațiile mecanice prin intermediul presiunii fotonilor este un instrument atractiv de investigare teoretică și experimentală. Veriga slabă a acestei cuplări este faptul că un singur foton exercită o presiune mică asupra sistemelor macroscopice și detectarea acesteia este o problemă greu de soluționat. În așa caz, un intermediar „inteligent” ar putea mări sensibilitatea, ceea ce ar crea avantaje pentru cuplări inclusiv slabe. În calitate de mediator de amplificare poate servi un punct cuantic [99]. Intercalarea acestuia într-o cavitare îmbogățește tabloul fizic cu neliniarități ce pot fi explorate

atât în scopuri de amplificarea cuplării optomecanice cât și pentru efecte noi. A fost demonstrată mărirea interacțiunii prin presiune a radiației de circa 6 ori, ceea ce implică regimuri de cuplare puternică. S-au observat efecte neliniare la energii ale unui foton așa ca îmbunătățirea amortizării datorate qubitului. Lucrarea deschide perspective pentru cercetări optomecanice neliniare și cercetări ale proprietăților cuantice ale mișcării.

Ținând cont de rolul important jucat de un punct cuantic în vederea sporirii considerabile pe de o parte, a complexității sistemului și interacțiunii, pe de altă parte oferind mai multe instrumente și parametri prin care se poate controla sistemul, în cele ce urmează vom analiza sisteme care conțin unul sau mai mulți qubiți, rezonator mecanic filiform și o cavitate optică.

1.3.2 Sisteme cuantice deschise

Modul uzual de rezolvare a problemelor din mecanica cuantică este abordarea sistemelor izolate – așa cum ar fi particula în groapă potențială, atomul de hidrogen sau oscilatorul armonic. Această abordare presupune că sistemul este completamente descris de hamiltonianul acestuia și restul universului nu are nicio importanță în evoluția sistemului dat. Astfel, putem convențional să împărțim sistemele în izolate și deschise. Cele izolate sunt sistemele care nu interacționează cu mediul înconjurător, iar pentru cele deschise interacțiunea cu mediul înconjurător trebuie luată în considerație.

În realitate, cu excepția Universului însuși, nici un alt sistem nu este completamente izolat – atomul interacționează cu radiația electromagnetică care duce la procese de absorbție sau emisie, electronul dintr-un metal interacționează cu ionii rețelei etc. Astfel sistemele reale interacționează cu altele, adică sunt deschise, iar gradul de deschidere depinde de constantele de interacțiune cu alte subsisteme din mediul înconjurător. Evident, în acest caz se poate forma un operator Hamilton care conține toată informația despre sistemele cercetate și toate interacțiunile dintre ele, astfel încât rezolvarea ecuației Schrödinger să permită obținerea informației despre acestea. Totuși această modalitate întâmpină câteva dificultăți: [100, 101]

1. ecuația Schrödinger obținută este foarte complexă și de cele mai multe ori nerezolvabilă analitic.
2. natura subsistemelor care interacționează cu sistemul de care suntem interesați poate fi cunoscută puțin, la fel ca și tipul de interacțiune dintre acestea. Mai mult, tipul interacțiunii poate să conteze puțin în unele cazuri: e.g. efectul relaxării unui atom de la suprafața unui corp nu depinde de particula emisa – foton sau fonon.
3. de cele mai multe ori suntem interesați de un sistem anume – un atom concret – și mai puțin de vidul electromagnetic, sau de electronul din groapa de potențial și nu de ionii rețelei cristaline în care acesta se mișcă.

Astfel, descrierea unui sistem care interacționează cu alte subsisteme se va face prin utilizarea unui aparat matematic care ține cont de evoluția sistemului dat ca a unui izolat, iar influența mediului exterior va fi contabilizată, în lumina mai multor aproximații (Born-Markov, de exemplu) și prin prezența unor termeni suplimentari într-o ecuație care derivă din ecuația Schrödinger. Această abordare, presupune excluderea (în anumite condiții) a variabilelor sistemelor adiacente și obținerea informațiilor doar despre sistemul de interes. Ideea de bază în teoria sistemelor cuantice deschise este să se studieze dinamica întregului sistem și să se obțină, prin mediere după variabilele rezervorului a informației despre subsistemului de interes. Aplicații ale teoriei sistemelor cuantice deschise se regăsesc în mai

multe arii ale fizicii: optică cuantică, fizica solidului, nanotehnologie, informatica cuantică etc.

Dinamica sistemelor deschise diferă esențial de evoluția sistemelor care nu interacționează cu mediul înconjurător [102], cel puțin din cauză că la interacțiunea cu termostatul informații esențiale din sistem pot fi pierdute irecuperabil. Interesul față de sistemele deschise este datorat progreselor atinse în informatica cuantică, care analizează sisteme reale aflate în medii disipative. Sistemele cuantice care fac schimb de informație (energie) cu mediul exterior pot fi divizate convențional în două categorii în dependență de tipul de interacțiune cu rezervorul. Dacă procesele care au loc în sistem au un timp caracteristic mult mai mare decât timpul de corelare a elementelor rezervorului, atunci termostatul nu are memorie și procesele (sistemele) sunt numite markoviene. În astfel de sisteme orice informație transmisă în rezervor este irecuperabilă. Evoluția sistemelor depinde doar de evenimentele din trecutul imediat al acestora, descrisă de un semigrup dinamic [103]. Din contra, în sistemele în care timpul de relaxare al rezervorului este comparabil cu timpul caracteristic al proceselor ce au loc în sistem, evoluția acestora depinde de întreaga istorie a interacțiunii sistem-termostat. Sistemele evoluează non-markovian, iar dinamica sistemului nu formează un semigrup. Aspecte de dinamică markoviană sau non-markoviană ale sistemelor deschise sunt descrise în [102]. Autorii lucrării menționate au analizat comportamentul markovian al unui sistem de qubiți în calitate de sistem deschis, cuplat la un termostat cu un singur qubit care este reîmprospătat continuu prin răcire cuantică. La fel a fost arătat că rată răcirii băii poate modifica comportamentul de la markovian la non-markovian.

Conform electrodinamicii cuantice, câmpul electromagnetic într-un cub cu latura d poate fi reprezentat printr-o suprapunere de unde plane staționare, unde sferice sau unde progresive $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$. În acest volum complet populat de fotoni distribuția acestora este $n\hbar\omega$, unde n este numărul fotonilor, iar ω este pulsația fotonului corespunzătoare vectorului de undă al acestuia \vec{k} . Interacțiunea fotonilor cu un alt sistem duce la modificarea numărului fotonilor cu ± 1 , corespunzător emisiei sau absorbției acestora. Rezervorul, prin urmare poate fie să absoarbă fotoni (fononi) din sistemul de interes, fie să îi emită. În condițiile menționate mai sus, comportamentul markovian presupune că rezervorul doar absoarbe fotonul (fononul) și aceștia sunt pierduți fără urmă pentru subsistemul de interes.

Hamiltonianul care descrie întregul sistem este dat de [104, 105]:

$$H_{Total} = H_S + H_R + H_{SR}, \quad (1.3)$$

unde

H_S reprezintă operatorul ce descrie sistemul optomecanic,

H_R este partea de hamiltonian care descrie rezervorul fononic și fonic, iar H_{SR} reprezintă energia de interacțiune dintre rezervor și sistemul analizat.

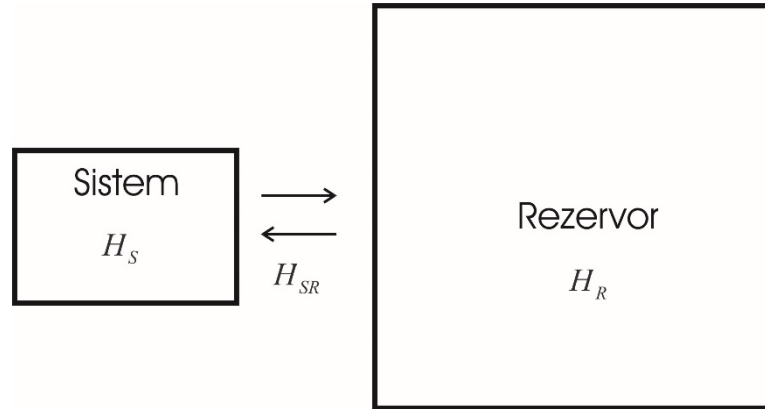


Figura 1.6. Reprezentarea schematică a subsistemelor în interacțiune.

Sistemul studiat nefiind izolat poate fi privit ca un sistem aparte pierderile căruia sunt analizate ca interacțiuni slabe cu rezervorul. Ultimul este mult mai mare (în sensul că are o infinitate de grade de libertate) și nu se simte afectat de influența sistemului studiat, iar sistemul este cel care suferă pierderi, fie prin defazare sau emisie spontană, fie pierde fononi / fotoni. [106]

Sistemele optomecanice studiate în dependență de subsistemele incluse sunt destul de complexe și pot avea comportamente diferite în dependență de componentele considerate sau felul interacțiunii dintre acestea. În unele situații pentru constante de cuplare mici, interacțiunea poate fi liniarizată, iar dacă constantele de cuplare sunt comparabile cu frecvențele caracteristice ale subsistemelor care interacționează hamiltonianul de interacțiune conține termeni pătratici și superiori.

Câteva dintre cele mai uzuale subsisteme și hamiltonianul care le descrie sunt:

Cavitate optică unimod [101]

$$H = \hbar\omega_c \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right). \quad (1.4)$$

Rezonator mecanic separat de cavitate [45]

$$H = \hbar\omega \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right). \quad (1.5)$$

Oglindă (-zi) a (ale) cavității care oscilează [81]

$$H = \hbar g (a^\dagger + a)(b^\dagger + b). \quad (1.6)$$

Atom artificial cu două niveluri încorporat în rezonatorul mecanic [101].

$$H = \hbar \omega_0 \frac{|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|}{2}, \quad (1.7)$$

unde

ω_c , ω , ω_0 sunt frecvențele modurilor corespunzătoare,

g este constantă de cuplare oglindă rezonator,

$\{a^\dagger, a\}$, $\{b^\dagger, b\}$, $\{|e\rangle\langle e|, |g\rangle\langle g|\}$ sunt operatorii uzuali fonic, fononici și atomici, care vor fi definiți mai jos.

Laserul (unul sau mai multe) pompează sau analizează sistemul și în dependență de intensitatea acestuia este tratat clasic, la intensitate mare, sau cuantic, dacă intensitatea este mică.

Subsistemele concrete incluse într-un sistem dat pot sau nu să interacționeze între ele, ceea ce modifică hamiltonianul total al sistemului deschis, care interacționează și cu termostatul. Unele lucrări care rezumă realizările experimentale și punctează teoriile viabile la momentele respective sunt [107, 108].

Hamiltonianul de referință pentru sisteme optomecanice este modelul propus de Jaynes-Cummings [vezi de exemplu 101]. Acesta conține termenii care descriu modul cavității, atomul artificial și interacțiunea acestora. Sunt cunoscute soluțiile exacte ale acestui model și de aceea în unele cazuri pot fi adăugați noi termeni perturbativi și aplicată teoria perturbațiilor. În această lucrare modul de abordare este puțin mai diferit, deoarece:

1. Hamiltonianul total al sistemului conține mulți termeni.
2. Termenii suplimentari (energia modului vibronic, interacțiunile atom fonon laser) nu sunt mici față de termenii hamiltonianului Jaynes-Cummings și deci nu poate fi aplicată teoria perturbațiilor.

Rezervorul este modelat printr-o infinitate de oscilatori cu toate frecvențele posibile care interacționează cu subsistemele cercetate. Energia acestora este dată de [109]:

$$H_R = \int_0^\infty \nu a^\dagger(\nu) a(\nu) d\nu. \quad (1.8)$$

Hamiltonianul total al sistemului se compune din termenii 1.4 -1.7 în dependență de subsistemele implicate, termeni care descriu interacțiunile dintre subsisteme și termenii legați de rezervor – energia modurilor rezervorului și energia de interacțiune a subsistemelor componente cu acesta.

Informația statistică despre sistem este conținută în operatorul matricei de densitate [101, 110]:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi|, \quad (1.9)$$

unde $|\psi\rangle$ este funcția de undă care descrie sistemul.

Unele proprietăți ale operatorului de densitate sunt:

$$\rho = \rho^\dagger \text{ – hermiticitate;} \quad (1.9a)$$

$$\text{Tr}\{\rho\} = 1 \text{ – normalitate;} \quad (1.9b)$$

$$\rho \geq 0 \text{ – pozitiv definit.} \quad (1.9c)$$

Ultima proprietate înseamnă că valorile proprii ale operatorului ρ sunt pozitiv definite.

Evoluția sistemului în caz coerent este descrisă de ecuația temporală Schrödinger sau echivalentul acesteia von Neuman pentru matricea de densitate:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho = [H, \rho], \quad (1.10)$$

iar pentru cazul necoerent de ecuația master [111, 112]. Aceasta pentru cuplări slabe cu rezervorul are forma Redfield [113], iar după aplicarea aproximației seculare are forma Linblad [114]. În formă diagonală aceasta poate fi scrisă:

$$\frac{d}{dt} \rho = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \sum_i \gamma_i \left(L_i \rho L_i^\dagger - \frac{1}{2} \{L_i^\dagger L_i, \rho\} \right), \quad (1.11)$$

unde

γ_i sunt parametrii care descriu amortizarea (interacțiunea cu rezervorul) fiecărui subsistem în parte,

L_i sunt numiți operatorii Linblad ai sistemului, iar

parantezele $\{A, B\} = AB + BA$ definesc anticomutatorul operatorilor A și B .

În ecuația 1.11 au fost operate medieri după variabilele rezervorului și aproximațiile Born-Markov și seculară.

O hartă conceptuală a sistemelor cuantice deschise în dependență de tipul sistemului este analizată în [112], prezentată în figura 1.7. Pentru cazurile analizate în teză sistemele sunt markoviene și locul acestora este marcat cu un chenar punctat. Condițiile când aceste sisteme pot fi tratate anume așa sunt expuse în text.

În această lucrare vom analiza două sisteme optomecanice oarecum similare. Primul constă dintr-un rezonator nano mecanic pe care este încadrat un punct cuantic excitat cu radiație coerentă externă. Întregul sistem cuanto-mecanic este plasat între oglinzile unui rezonator optic. Al doilea model constă dintr-o bară nanomecanică pe care sunt depuse mai multe puncte cuantice excitate din exterior de un laser. Acest sistem nu conține niciun rezonator optic.

Ambele structuri sunt sisteme cuantice deschise adică interacționează cu rezervorul fie fonic fie fononic. Analiza ambelor sisteme presupune excluderea variabilelor rezervorului și a variabilelor punctului cuantic ca sistem rapid oscilant. În ambele structuri prezența punctelor cuantice îmbunătățește și îmbogățește proprietățile sistemelor, iar dinamica rezonatorului nanomecanic este influențată de dinamica punctului cuantic pompat. Deși variabilele punctului cuantic vor fi eliminate proprietățile acestuia sunt prezente în ecuațiile finale prin diferiți parametri caracteristici. Ecuațiile vor descrie statistica fotonilor / fononilor în dependență de parametrii sistemului.

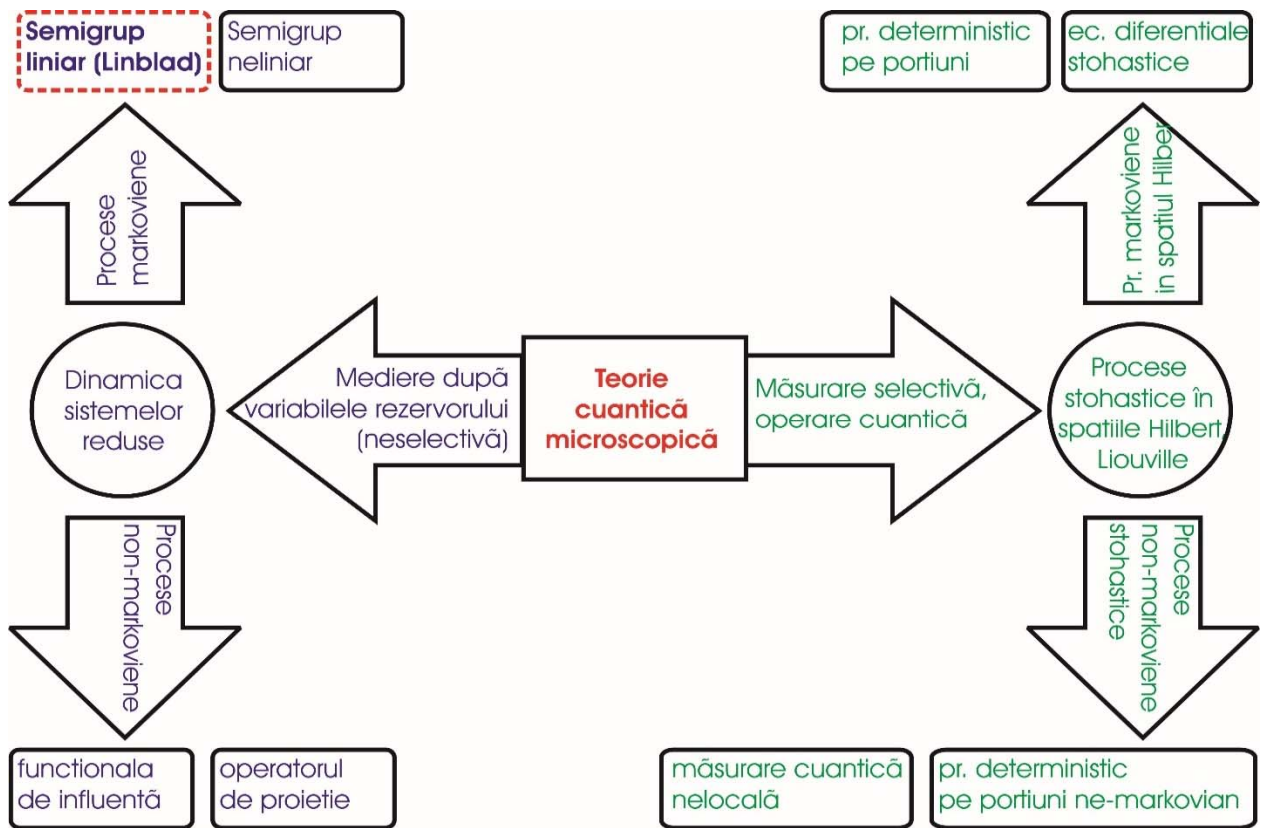


Figura 1.7. Conceptele și metodele fundamentale utilizate în teoria sistemelor cuantice deschise. (color online)

Clasificarea sistemelor optomecanice în dependență de tipul sistemului, aproximațiile utilizate și teoriile utilizate [112]

Locul studiului din această lucrare în harta prezentată în figura 1.7 este marcat cu linie roșie întreruptă. Sistemul analizat este markovian, iar dinamică redusă a acestuia presupune excluderea variabilelor punctului cuantic și medierea după variabilele rezervorului.

1.4 Concluzii la capitolul 1

În acest capitol a fost făcută o sinteză bibliografică a situației din domeniul legat de rezonatoarele nanomecanice. Au fost expuse cronologic cercetările din domeniu pornind de la microrezonatoare, nanorezonatoare și finalizând cu sisteme mixte optomecanice, cu exemple concrete de realizări experimentale. Au fost analizate succesiv și comparativ fiecare categorie și au fost evidențiate mai multe aplicații și utilizări ale acestora. În calitate de sisteme cu rezonator nanomecanic au fost descrise mai multe sisteme, iar structurile analizate în această lucrare au fost puse în evidență și caracterizate avantajele acestora.

Diferite manifestări ale micro și nano lumii, cum ar fi mărirea raportului suprafeței la volum cu aproape un ordin, de exemplu, duc la ponderea mai mare a efectelor legate de frecare sau interacțiuni electrostatice neglijate în cazul corpurilor mari. Acestea creează premise și sunt valorificate în industria electronică, prin urmare cercetarea teoretică este imperios necesară, cu atât mai mult că interacțiunile se cuantifică și teoriile clasice nu mai sunt valabile.

Micro și nano- rezonatoarele care sunt elementele cheie ale MEMS-urilor și NEMS-urilor, sunt mult mai eficiente, mai ieftine și mai fezabile decât analogii macroscopici. Aceste avantaje pe lângă micșorarea costurilor totale ale beneficiilor civilizației moderne, oferă o gamă întreagă de efecte și fenomene noi care duc la dezvoltarea științei și la progresul social. Iată de ce studiul dispozitivelor cu nano-, micro- rezonatoare este important și executat cu atenție va conduce la punerea în valoare a unor aplicații cu impact în societatea bazată pe cunoaștere.

Sistemele optomecanice mixte conferă precizie și sensibilitate sporite față de analogii electro- magneto-mecanici, iar uneori creează noi efecte și aplicații. La includerea unui sau mai multor puncte cuantice în sistemul optomecanic se obțin nelinearități ce îmbunătățesc tabloul fizic și extind spectrul aplicațiilor. Orice sistem este într-un fel deschis și trebuie tratat corespunzător pentru obținerea rezultatelor adecvate.

2. CORELAȚII CUANTICE ÎNTRE FONONI ȘI FOTONI

Capitolul este organizat după cum urmează: în partea 2.1 este conturat modelul studiat. Sunt descrise consecutiv formalismele de cuantificare a câmpurilor fononice și fotonice, sunt stabilite componența, influența și tipul interacțiunii rezervorului asupra sistemului de interes. Este obținută energia de interacțiune dintre radiația coerentă intensă și punctul cuantic. Este prezentat hamiltonianul sistemului și sunt justificați termenii acestuia. Este descris formalismul analitic aplicat, obținută ecuația master. În partea 2.2 este studiat sistemul pentru cazul când radiația laser este în dezacord albastru cu frecvența modului cavității optice. Sunt obținute ecuațiile de mișcare care caracterizează corelațiile între modurile optice și fononice prin intermediul punctului cuantic. În partea 2.3 este analizat fenomenul răcirii cuantice și sunt discutate rezultatele obținute. Răcirea cuantică se atestă pentru cazul când radiația laser este în dezacord roșu cu frecvența tranziției qubitului. În acest capitol se va analiza o frecvență a laserului ușor diferită de frecvența cavității. În cazul când frecvențele radiației laser este ușor superioară frecvenței modului optic al cavității vom avea procese în care absorbția de către punctul cuantic a unui foton laser va duce la emisia unui foton în cavitate și a unui vibron a barei nanomecanice, ceea ce va duce la corelații cuantice. Pentru situația când frecvența fotonului laser este inferioară ușor frecvenței tranziției punctului cuantic, pentru completarea absorbției de către qubit a fotonului laser este necesar un fonon al RnM-ului ceea ce va duce la micșorarea energiei barei și, implicit, la răcirea acesteia.

2.1 Modelul și formalismul analitic

Sistemele mixte opto-mecanice sunt formate dintr-un subsistem optic și unul mecanic care interacționează. Subsistemul cuanto-mecanic reprezintă un punct cuantic plasat pe o bară nanomecanică, iar subsistemul optic este rezonatorul optic și laserul care excită qubitul. Intensitatea radiației coerente este astfel încât aceasta poate fi tratată clasic, iar atomul artificial cuantificat. Oglindzile rezonatorului sunt fixate, astfel că modurile de vibrație fononică a acestora nu vor fi considerate. Pierderile fononice sau fotonice vor fi luate în calcul prin interacțiunea subsistemelor respective (RnM și atomul artificial) cu termostatul fononic sau cel electromagnetic – rezervorul, care este considerat mare și pentru care timpul de relaxare este mic. Ultimul raționament implică posibilitatea excluderii variabilelor rezervorului, iar parametrii legați de acesta (defazarea și emisia spontană a qubitului, pierderile fononice sau fotonice) se vor conține în ecuația master. Acest mod de tratament analitic al pierderilor este frecvent utilizat în analiza sistemelor în optica cuantică [100, 115] însemnând o amnezie selectivă. Variabilele subsistemelor adiacente vor fi excluse, iar variabilele sistemului de interes vor rămâne, iar toate efectele cauzate de subsistemele complementare se vor include în dinamica sistemului printr-o ecuație mult mai elegantă prezentată în această secțiune.

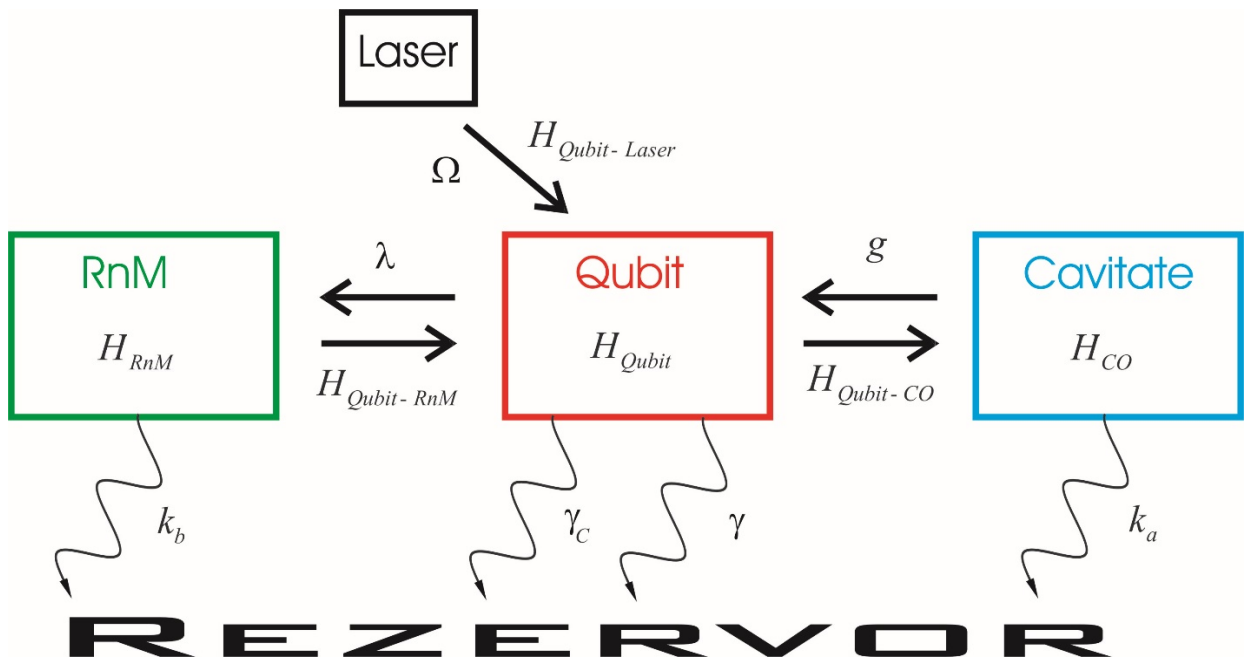


Figura 2.1. Schema interacțiunilor dintre subsisteme. (color online)

Subsistemele implicate, energiile de interacțiune și constantele de cuplare.

2.1.1 Cuantificarea câmpului fonic / fononic

Câmpul electromagnetic cu care interacționează punctul cuantic în această problemă provine din următoarele surse: radiația laser, modul cavității optice și vidul electromagnetic. Sursa de radiație coerentă este intensă, ceea ce permite tratarea semiclassicală a câmpului acesteia, iar vidul electromagnetic și cavitatea optică se cuantifică,

Considerăm o cavitate cu lungimea L , coaxială cu axa Oz . Câmpul electric, polarizat linear poate fi dezvoltat după modurile rezonatorului [116]:

$$E_x(z,t) = \sum_j \sqrt{\frac{2\nu_j^2}{V\varepsilon_0}} q_j(t) \sin\left(\frac{j\pi}{L}z\right), \quad (2.1)$$

unde ν_j este frecvența modului j , iar q_j este amplitudinea acestuia. Sumarea se face după toate modurile cavității.

Ținând cont că intensitatea câmpului magnetic este dată de

$$H_y(z,t) = \sum_j \sqrt{\frac{2\nu_j^2}{V\varepsilon_0}} \left(\frac{\dot{q}_j \varepsilon_0}{j\pi} L\right) \cos\left(\frac{j\pi}{L}z\right), \quad (2.2)$$

hamiltonianul clasic al câmpului electromagnetic poate fi scris: [101]

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_V d\vec{r} (\varepsilon_0 E_x^2 + \mu_0 H_y^2), \quad (2.3)$$

unde

$$\dot{q}_j = p_j, \quad (2.4)$$

este impulsul canonic al modului j .

Cuantificarea se face atribuind mărimilor q_j , p_j operatorii \hat{q}_j , \hat{p}_j care respectă relațiile de comutare:

$$[\hat{q}_j, \hat{p}_k] = i\hbar \delta_{jk}, \quad (2.5a)$$

$$[\hat{q}_j, \hat{q}_k] = 0, \quad (2.5b)$$

$$[\hat{p}_j, \hat{p}_k] = 0. \quad (2.5c)$$

Trecând de la operatorii \hat{q}_j , \hat{p}_j la a_j , a_j^\dagger definiți prin:

$$a_j e^{-i\nu_j t} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\nu_j}} (\nu_j \hat{q}_j + i\hat{p}_j), \quad (2.6)$$

$$a_j^\dagger e^{i\nu_j t} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\nu_j}} (\nu_j \hat{q}_j - i\hat{p}_j), \quad (2.7)$$

se obține hamiltonianul cuantificat

$$\mathcal{H}_e = \hbar \sum_j \nu_j \left(a_j^\dagger a_j + \frac{1}{2} \right). \quad (2.8)$$

Relațiile de comutare pentru operatorii a_j, a_j^\dagger sunt:

$$[a_n, a_m^\dagger] = \delta_{mn}, \quad (2.9a)$$

$$[a_n^\dagger, a_m^\dagger] = 0, \quad (2.9b)$$

$$[a_n, a_m] = 0. \quad (2.9c)$$

Astfel câmpul unei cavități unimod cu frecvența ω_c poate fi descrisă de hamiltonianul care derivă din 2.8:

$$H_{CO} = \hbar \omega_c a^\dagger a, \quad (2.10)$$

unde termenul $\frac{\hbar \omega_c}{2}$ – energia oscilațiilor nule – a fost omis deoarece duce doar la deplasarea nivelurilor energetice.

Similar, procedurii descrise mai sus pot fi cuantificate modurile vibronice, iar hamiltonianul acestora este:

$$\mathcal{H}_v = \hbar \sum_j w_j \left(b_j^\dagger b_j + \frac{1}{2} \right), \quad (2.11)$$

unde

w_j este frecvența modului j , iar

b_j, b_j^\dagger sunt operatorii de anihilare, respectiv generare a modului fononic j , cu relațiile de comutare standarde pentru operatori bozonici [110, 117]:

$$[b_n, b_m^\dagger] = \delta_{mn}, \quad (2.12a)$$

$$[b_n^\dagger, b_m^\dagger] = 0, \quad (2.12b)$$

$$[b_n, b_m] = 0. \quad (2.12c)$$

Ținând cont că RnM întrunește condițiile pentru a oscila unimod (atunci când grosimea este mult inferioară lățimii, care la rândul său este mult mai mică decât lungimea rezonatorului mecanic) avem:

$$H_{RnM} = \hbar \omega b^\dagger b. \quad (2.13)$$

Termenul $\frac{\hbar \omega}{2}$ din energia modului mecanic al barei a fost neglijat deoarece acesta doar renormează energia și nu modifică tabloul fizic. Atât rezonatorul optic cât și cel mecanic sunt

considerate unimod. Această condiție se realizează pentru cavitatea optică cu un factor de calitate înalt, alegând corespunzător distanța dintre oglinzi, iar pentru rezonatorul mecanic atunci când lungimea RnM este mult mai mare decât lățimea acestuia, care la rândul său este mult inferioară grosimii barei rezonatoare.

Procedura de cuantificare a câmpului electromagnetic dintr-o cavitate mărginită poate fi extinsă și la un volum infinit, noțiunea de cavitate deformându-se la un domeniu al spațiului ale cărui margini nu sunt precizate. Intensitatea câmpului electric, în acest caz poate fi scrisă [101]:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_k \left(\vec{\epsilon}_k E_k a_k e^{-iv_k t + i\vec{k}\vec{r}} + \vec{\epsilon}_k E_k a_k^\dagger e^{iv_k t - i\vec{k}\vec{r}} \right), \quad (2.14)$$

unde $\vec{\epsilon}_k$ este vectorul unitar corespunzător polarizării undeii,

$$\vec{k} = \{k_x, k_y, k_z\}, \quad (2.15)$$

este vectorul de undă după valorile discrete ale căruia se face sumare.

E_k este amplitudinea undeii definită de :

$$E_k = \sqrt{\frac{\hbar v_k}{2\epsilon_0 V}}. \quad (2.16)$$

Potențialul vectorial al undeii $\vec{A}(\vec{r}, t)$ poate fi scris ca [101]:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(t) \exp\{i\vec{k} \cdot \vec{r}\} = \vec{A}(t) \{1 + i\vec{k} \cdot \vec{r} + \dots\}, \quad (2.17)$$

iar în aproximația dipol acesta nu mai depinde de coordonat spațială. Ținând cont că

$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A}, \quad (2.18)$$

reiese că unda nu își schimbă intensitatea pe dimensiunile atomului artificial, astfel intensitatea câmpului electric cuantificat are forma:

$$\vec{E}(0, t) = \sum_k \vec{\epsilon}_k E_k (a_k + a_k^\dagger). \quad (2.19)$$

În cazul unor câmpuri intense, cum ar fi cel al laserului, intensitatea câmpului rămâne necuantificată și are expresia:

$$E(0, t) = E \cos \omega_L t. \quad (2.20)$$

Câmpurile electromagnetice intense sunt caracterizate de un număr mare de fotoni și atunci cuantificarea își pierde sensul. Efectele cuantice apar la un număr mic de particule, atunci când se manifestă caracterul discret al materiei / energiei.

2.1.2 Influența rezervorului asupra sistemului de interes

Sistemul care îl studiem, la fel ca și marea parte a sistemelor reale, interacționează cu mediul înconjurător, emite și absoarbe fotoni – dacă e vorba despre atomul artificial, sau fononi – când e vorba de bara nanomecanică (vezi figura 2.1 pentru mai multă relevanță). Pierderile fotonice, fononice sau cele legate de defazarea qubitului sunt luate în calcul prin interacțiunea subsistemelor date cu rezervorul sau baia termică.

Rezervorul, atât fonic cât și fononic reprezintă un conglomerat de oscilatori, care sunt descriși de:

$$H_{R \text{ fonic}} = \sum_j \hbar v_j \left(a_j^\dagger a_j + \frac{1}{2} \right), \quad (2.21)$$

$$H_{R \text{ fononic}} = \sum_j \hbar w_j \left(b_j^\dagger b_j + \frac{1}{2} \right), \quad (2.22)$$

unde

w_j și v_j sunt frecvențele modurilor termostatului, iar suma se face pentru toate frecvențele. Așa cum rezervorul este mare vom avea o infinitate de frecvențe ale radiației sau ale modurilor vibronice.

Operatorii a_j^\dagger , a_j și b_j^\dagger , b_j sunt operatorii de generare și anihilare pentru modurile fotonice și fononice ale rezervorului cu relațiile de comutare date de relațiile 2.9a, 2.9b, 2.9c și 2.12a, 2.12b, 2.12c. Termenul $\frac{1}{2}$ va fi omis în calculele ulterioare, deoarece duce doar la deplasarea nivelurilor energetice.

Oscilatorii care modelează vidul interacționează cu sistemul optomecanic, iar energia de interacțiune este dată de trei termeni care descriu interacțiunile dintre RnM și rezervor, cavitatea optică și rezervor și punct cuantic și rezervor, corespunzător:

$$H_{SR} = H_{RnM-R} + H_{CO-R} + H_{Q-R}, \quad (2.23)$$

$$H_{RnM-R} = \exp\{i\omega t\} \sum_j \beta_j b^\dagger b_j \exp\{-i w_j t\} + \exp\{-i\omega t\} \sum_j \beta_j^* b b_j^\dagger \exp\{i w_j t\}, \quad (2.24)$$

$$H_{CO-R} = \exp\{i\omega_c t\} \sum_j \alpha_j a^\dagger a_j \exp\{-i v_j t\} + \exp\{-i\omega_c t\} \sum_j \alpha_j^* a a_j^\dagger \exp\{i v_j t\}, \quad (2.25)$$

$$H_{Q-R} = \sum_j g_j (a_j e^{-i\omega_j} S^+ + a_j^\dagger e^{i\omega_j} S^-), \quad (2.26)$$

unde

β_j , α_j , g_j sunt constantele de interacțiune dintre RnM, CO, qubit și modurile rezervorului, corespunzător.

În expresiile 2.24- 2.26 suma se face după toate modurile rezervorului.

2.1.3 Sistemul LASER-qubit-rezonzator nanomecanic-cavitate

Modelul cercetat este următorul (vezi figura 2.2): un punct cuantic cu două niveluri energetice cu frecvența de tranziție ω_0 este fixat pe o structură filiformă (membrană îngustă) în interiorul unei cavități optice. Punctul cuantic este pompat din exterior de către radiația coerentă a unui laser. Interacțiunea rezonantă dintre un câmp laser coerent cu vectorul de undă \vec{k}_L și atomul artificial cuantificat cu două niveluri duce la corelații între vibrațiile mecanice și fotonii împrăștiați.

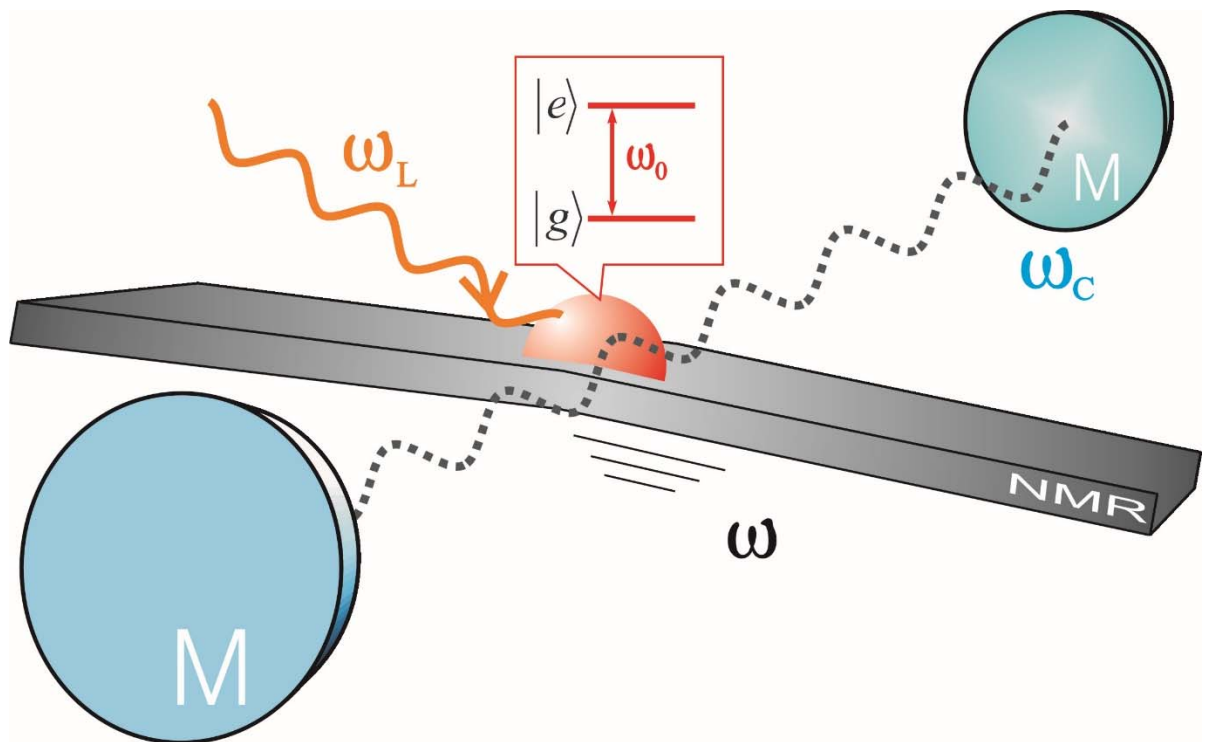


Figura 2.2. Modelul studiat. (color online)

Un atom artificial excitat laser este plasat pe un RnM, intercalat într-o cavitate optică. Frecvența radiației laser este ω_L , frecvența tranziției punctului cuantic – ω_0 , iar frecvențele cavității și a rezonatorului nano-mecanice sunt ω_c și ω . Stările $|e\rangle$ și $|g\rangle$ reprezintă stările electronice ale punctului cuantic excitată și, respectiv fundamentală.

Dacă grosimea barei de suspensie este mai mică decât lățimea acesteia, rezonanța la energie mică corespunde modului de flexiune fundamentală cu frecvența de ordinul GHz. Flexiunile RnM induc extensiuni și compresioni în volumul punctului cuantic, modificând dimensiunile acestuia și, respectiv, parametrii nivelurilor energetice. Punctul cuantic

reprezintă un conglomerat de atomi (de ordinul 10^6) care pot fi modelați energetic, în cel mai simplu caz printr-o groapă de potențial cu bariere infinite. Astfel, așa cum lățimea gropii influențează energia nivelurilor energetice din groapă [118],

$$W_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m d^2}, \quad (2.27)$$

avem o dependență dintre oscilațiile barei nanomecanice și dimensiunile punctului cuantic, respectiv, distanța dintre două niveluri convenabile.

Aici

m este masa purtătorului de sarcină,

d este lățimea gropii cu pereți infiniți, iar

$n = 1, 2, 3, \dots$ este numărul cuantic principal care determină numărul nivelului energetic.

Concomitent emițătorul artificial cu două niveluri interacționează cu modul cavității optice. Frecvențele modurilor optice și de vibrație sunt ω_c și ω , respectiv. Frecvența tranziției punctului cuantic este corespunzătoare frecvenței radiației incidente sau emise în cavitate.

Modelul studiat este unul din sistemele optomecanice care datorită prezenței RnM și a qubitului (qubiților) posedă proprietăți îmbogățite legate de prezența fononilor, de parametri de cuplare suplimentari. Operatorul Hamilton care descrie sistemul optomecanic dat este:

$$H_S = H_{CO} + H_{RnM} + H_{Qubit} + H_{Qubit-CO} + H_{Qubit-Laser} + H_{Qubit-RnM}, \quad (2.28)$$

unde primii trei termeni descriu energiile libere ale modurilor optic, mecanic și ale atomului artificial cu două niveluri, corespunzător. Termenii patru și cinci caracterizează respectiv interacțiunile dintre punctul cuantic și modul optic al rezonatorului sau câmpul laser. Ultimul termen descrie interacțiunea dintre gradele de libertate de vibrație ale RnM și radiator [94]. În această lucrare a fost ales modul de tratare a pierderilor qubitului sau RnM ca interacțiuni cu rezervorul, ceea ce va duce la completarea ecuației master cu termeni necoerenți, iar hamiltonianul sistemului studiat nu va conține termenii de interacțiune dintre subsistemele respective și băile fononice sau fotonice.

2.1.4 Interacțiunea atomului artificial cu radiația electromagnetică sau cu vibrațiile cuantificate

Interacțiunea atomului cu radiația este una dintre problemele fundamentale ale opticii cuantice și se rezolvă exact în unele cazuri (atom cu două niveluri, aproximații realiste etc). Deși atomul real nu are doar două niveluri, această idealizare este valabilă când radiația incidentă sau emisă este în rezonanță (sau cu mici abateri de la rezonanță) cu frecvența de tranziție dintre nivelurile atomice.

Interacțiunea dintre modurile cavității și atomul artificial este scrisă în aproximațiile dipol și a unei rotative termenii anti-rotativi care nu duc la respectarea legii conservării energiei sunt omiși. Termenul de interacțiune dintre laser și punctul cuantic presupune radiația laser intensă, tratată deci clasic, iar punctul cuantic cuantificat cu operatorii respectivi S^+ și S_- . Parametrii g și λ sunt constantele de interacțiune între emițătorul cu două niveluri și modurile optic și mecanic corespunzătoare, iar Ω este frecvența Rabi datorată pompării laser.

Energia liberă a punctului cuantic

Fie S_{ij} este operatorul tranzițiilor atomice definit astfel:

$$S_{ij} = |i\rangle\langle j|, \quad (2.29)$$

unde

$|i\rangle$ reprezintă setul complet de stări energetice proprii ale atomului, astfel că are loc relația de completare:

$$\sum_i |i\rangle\langle i| = 1, \quad (2.30)$$

și care respectă ecuația pentru valori proprii și funcții proprii:

$$H_{Qubit} |i\rangle = E_i |i\rangle. \quad (2.31)$$

Pentru cazul când atomul are două niveluri, respectiv două stări fundamentală și excitată ale punctului cuantic $|g\rangle$ și $|e\rangle$, putem scrie:

$$H_{Qubit} |g\rangle = E_g |g\rangle, \quad (2.32)$$

$$H_{Qubit} |e\rangle = E_e |e\rangle, \quad (2.33)$$

Înmulțind ecuațiile 2.32, 2.33 din stânga cu $\langle g|$, respectiv $\langle e|$, folosind relația de

completare 2.30 în forma

$$|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e| = 1, \quad (2.30a)$$

avem:

$$\begin{aligned} H_{Qubit} &= \sum_i E_i |i\rangle\langle i| = E_g |g\rangle\langle g| + E_e |e\rangle\langle e| = \\ &= \frac{1}{2} \hbar \omega_0 (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) + \frac{1}{2} (E_g + E_e). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Ultimul termen din hamiltonian se va omite (ca rezultat doar se vor deplasa energiile nivelurilor energetice), și se va folosi notația:

$$2S_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|. \quad (2.35)$$

Acest operator descrie inversia populației de pe stările excitată și fundamentală.

În cele din urmă, hamiltonianul atomului devine:

$$H_{Qubit} = \hbar \omega_0 S_z \quad . \quad (2.36)$$

Interacțiunea punctului cuantic cu câmpul cavității

Interacțiunea atomului cu câmpul cavității are loc în cadrul aproximației dipol – intensitatea câmpului este aceeași pe toată dimensiunea atomului. Astfel energia de interacțiune dintre aceste două entități este:

$$H_{Qubit-CO} = -e\vec{r} \cdot \vec{E}, \quad (2.37)$$

unde

$e = 1,602\ 176\ 620\ 8(98) \times 10^{-19}$ C este sarcina elementară, iar

\vec{r} este vectorul ce determină poziția electronului din atom.

Pentru momentul dipolar putem aplica transformarea:

$$e\vec{r} = \sum_{i,j} e |i\rangle\langle i|\vec{r}|j\rangle\langle j| = \sum_{i,j} \vec{d}_{ij} |i\rangle\langle j|, \quad (2.38)$$

unde

$$\vec{d}_{ij} = e \langle i|\vec{r}|j\rangle, \quad (2.39)$$

este elementul de matrice al tranziției dipol.

Ținând cont că intensitatea câmpului este dată de 2.19, iar atomul artificial este cu două

niveluri, obținem:

$$H_{\text{Qubit-CO}} = \hbar \sum_k g_k (S^+ + S^-)(a_k + a_k^\dagger), \quad (2.40)$$

unde constanta de interacțiune este:

$$g_k = g_k^{ij} = g_k^{ji} = -\frac{\vec{d}_{ij} \cdot \vec{\epsilon}_k E_k}{\hbar}, \quad (2.41)$$

și am considerat echiprobabilă tranziția de pe un nivel pe altul.

Operatorii qubitului S^\pm sunt operatori tranzițiilor din starea fundamentală pe cea excitată și viceversa. Aceștia sunt definiți după cum urmează:

$$S^+ = |e\rangle\langle g| \quad (2.42)$$

– operatorul tranziției din starea fundamentală în starea excitată, iar

$$S^- = |g\rangle\langle e| \quad (2.43)$$

este operatorul tranziției din starea $|e\rangle$ în starea $|g\rangle$: Aceștia satisfac relațiile standard de comutare

$$[S_z, S^+] = S^+, \quad (2.44a)$$

$$[S_z, S^-] = -S^-, \quad (2.44b)$$

$$[S^+, S^-] = 2S_z. \quad (2.44c)$$

În expresia hamiltonianului de interacțiune sunt patru termeni: $a_k^\dagger S^-$ care corespunde situației când atomul trece din starea excitată pe cea fundamentală cu emisia unui foton și $a_k S^+$ care corespunde cazului când absorbția unui foton duce la tranziția de jos în sus a atomului. În ambele cazuri are loc respectarea legii conservării energiei. Alți doi termeni $a_k S^-$ și $a_k^\dagger S^+$ corespund situației când energia atomului fie crește cu $2\hbar\omega_0$ fie scade cu aceeași valoare. Acești termeni care nu respectă legea conservării energiei sunt neglijați, ceea ce corespunde aproximației unei rotative. Astfel,

$$H_{\text{Qubit-CO}} = \hbar \sum_k g_k (a_k S^+ + a_k^\dagger S^-). \quad (2.45)$$

În final, pentru cavitatea optică *unimod* hamiltonianul de interacțiune cu punctul cuantic poate fi scris:

$$H_{\text{Qubit-CO}} = \hbar g (a^\dagger S^- + a S^+), \quad (2.45a)$$

unde

a^\dagger și a sunt operatorii de generare, respectiv, anihilare pentru fotonii din modul cavității, care

respectă relațiile de comutare:

$$[a, a^\dagger] = 1, \quad (2.46a)$$

$$[a^\dagger, a^\dagger] = [a, a] = 0. \quad (2.46b)$$

Interacțiunea punctului cuantic cu radiația coerentă intensă

Interacțiunea atomului artificial cu radiația laser este principial diferită de interacțiunea atomului cu modurile câmpului electromagnetic din rezervor. Datorită intensității mult mai mari a radiației coerente o bună aproximare / tratarea a acesteia este teoria semiclassicală. Aceasta prevede tratarea atomului ca un obiect cuantificat, iar câmpul – clasic. Astfel avem:

$$E(t) = E_L \cos(\omega_L t), \quad (2.47)$$

unde

E_L este amplitudinea câmpului laser, iar

ω_L este frecvența acestuia.

Ținând cont de relația (2.38), energia interacțiunii qubit laser se transformă:

$$\begin{aligned} H_{Qubit-Laser} &= -e x E(t) = (d_{eg} |e\rangle\langle g| + d_{ge} |g\rangle\langle e|) E(t) = d_{eg} (S^+ + S^-) E \cos(\omega_L t) = \\ &= \hbar\Omega (S^+ + S^-) (\exp(i\omega_L t) + \exp(-i\omega_L t)). \end{aligned} \quad (2.48)$$

La obținerea relației 2.48 s-a ținut cont de definițiile 2.42, 2.43, iar

$$\Omega = \frac{d_{eg} E_L}{2\hbar}, \quad (2.49)$$

este frecvența Rabi. Momentul dipolar al atomului oscilează cu frecvența Ω , ceea ce face interacțiunea atomului cu un câmp intens similară cu interacțiunea atomului ce are un spin semiîntreg cu un câmp magnetic. Atomul efectuează tranziții dintre stările $|g\rangle$ și $|e\rangle$ cu frecvența determinată de 2.49.

Eliminând termenii anti-rotativi care nu respectă legea conservării energiei avem:

$$H_{Qubit-Laser} = \hbar\Omega (S^+ e^{-i\omega_L t} + S^- e^{i\omega_L t}). \quad (2.50)$$

Valabilitatea aproximației unde rotative se extinde pentru frecvența laserului mult mai mare decât dezacordul dintre frecvența cavității și cea a laserului cât și frecvența Rabi.

$$\omega_L \gg |\omega_C - \omega_L|, \quad (2.51a)$$

$$\omega_L \gg \Omega. \quad (2.51b)$$

Atât la deducerea expresiei 2.50 cât și la obținerea hamiltonianului 2.45 a fost

considerată doar intensitatea câmpului electric al unde, neglijând tacit componenta magnetică. Acesta este valabil deoarece, conform teoriei electronice clasice radiația acționează asupra particulelor cu sarcină – electroni sau ioni. Ultimii, din cauza masei mult mai mari nu oscilează sub acțiunea unor unde cu frecvența de ordinul 10^{15} Hz. Forța Lorentz care acționează asupra electronilor este dată de [119]:

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e\mu_0\vec{v} \times \vec{H}, \quad (2.52)$$

unde

\vec{E} și \vec{H} sunt componentele electrică și magnetică a câmpului electromagnetic, \vec{v} este viteza electronului.

Comparând contribuția termenilor din 2.52 trebuie să ținem cont că viteza luminii de ordinul $c \sim 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ este mult mai mare decât viteza electronului ($v \sim 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), astfel:

$$|\mu_0\vec{v} \times \vec{H}| \leq \mu_0vH = \frac{v}{c}E \ll E. \quad (2.53)$$

Prin urmare contribuția termenului determinat de câmpul magnetic poate fi neglijată, fără a pierde din rezultatele esențiale.

Interacțiunea punctului cuantic cu un oscilator mecanic

Punctul cuantic este fixat pe rezonatorul mecanic și flexiunile ultimului influențează dimensiunile primului. În acest caz energia, respectiv frecvența de tranziție dintre niveluri se modifică puțin:

$$H_{\text{Qubit}} = \hbar(\omega_0 + \delta\omega_0)S_z. \quad (2.54)$$

Abaterea frecvenței poate fi determinată considerând atomul artificial din punct de vedere energetic o groapă infinită, a cărei niveluri energetice sunt determinate de relația 2.27, iar frecvența tranziției dintre niveluri devine:

$$\hbar(\omega_0 + \delta\omega_0) = W_{n+1} - W_n \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{2m} \frac{(2n+1)}{d_0^2} \left\{ 1 + \frac{2x}{d_0} \right\}, \quad (2.55)$$

unde

d_0 este lățimea gropii de potențial, iar

x este abaterea lățimii gropii de la valoarea d_0 , astfel că

$$d = d_0 + x. \quad (2.56)$$

La obținerea relației 2.55 am folosit dezvoltarea:

$$\frac{1}{(1+x)^2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + O(x)^4, \quad (2.57)$$

din care au fost neglijați termenii pătratici și mai mari. Ținând cont că coordonata x se cuantifică conform:

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (b^\dagger + b), \quad (2.58)$$

unde

ω este frecvența oscilațiilor RnM, iar

b^\dagger și b sunt operatorii de generare, respectiv, anihilare pentru subsistemul fononic. Aceștia satisfac relațiile de comutare pentru operatori bozonici:

$$[b, b^\dagger] = 1, \quad (2.59a)$$

$$[b^\dagger, b^\dagger] = [b, b] = 0. \quad (2.59b)$$

Hamiltonianul de interacțiune qubit RnM devine:

$$H_{\text{qubit-RnM}} = \hbar\lambda S_z (b^\dagger + b), \quad (2.60)$$

unde λ este constanta de interacțiune qubit oscilator nano-mecanic.

Evident, în relația 2.55 pot fi scriși și termenii superiori celor liniari, a căror contribuție este mai mică. Neglijarea acestora este echivalentă condiției:

$$x \ll d_0, \quad (2.61)$$

adică cazului când amplitudinea oscilațiilor cuantificate ale RnM sunt mult mai mici decât dimensiunile punctului cuantic.

Modelul analizat, deși este unul simplu, permite obținerea hamiltonianului de interacțiune dintre modurile vibronice și punctul cuantic care este utilizat frecvent în analiza acestor sisteme [78, 120]. Totuși tratarea unui punct cuantic ca o groapă infinită, chiar cu simetrie sferică, este intuitiv, dar nu descrie complet modelul real și este valabil doar în anumite condiții. În particular, influența benzii de valență în cazul punctelor cuantice semiconductoare în descrierea de mai sus este neglijată, dacă considerăm profilul potențial al acestuia o groapă de potențial infinită.

Un punct cuantic reprezintă o mică regiune a unui material semiconductor (cu un număr de atomi de ordinul milioane) plasat pe altă structură semiconductoare. În particular, acesta poate fi o insulă de InAs pe un substrat de GaAs. Diferența dintre constantele de rețea a fiecărui material duce la tensionarea straturilor și formarea unei structuri radial contorsionate, în care, din cauza diferitelor energii ale benzilor interzise, se modifică esențial spectrul electronic care

devine discret, similar spectrului atomic. Totodată limitarea dimensională are loc pe toate trei dimensiuni, astfel punctul cuantic este o structură convențional zero dimensională. Punctul cuantic posedă moment dipolar de tranziție, permițând prin intermedierea excitării optice atât absorbția / emisia fotonilor cât și defazarea sau emisia spontană [120] a dipolului. Dincolo de similitudinea dintre atom și punctul cuantic, ultimul prezintă diferențe majore la interacțiunea cu radiația electromagnetică deoarece atomul solitar interacționează cu aceasta, iar punctul cuantic este nemijlocit legat de substratul pe care e crescut. Datorită structurii și substratului solid al punctului cuantic câmpul electromagnetic schimbă distribuția sarcinilor în acesta, ceea ce duce la perturbarea echilibrului ionilor rețelei. Prin urmare, excitonul (perechea electron-gol) este sensibilă la modurile fononice sau la temperatura mediului. Cuplarea exciton fonon a fost observată în spectrul de fotoluminescență sau în spectrele de fluorescență rezonantă [121, 122].

Punctul cuantic semiconductor are două stări distincte: starea $|g\rangle$ și $|e\rangle$. Stările $|g\rangle$ îi corespunde vacuumul semiconductor – niciun electron excitat în banda de conducție, iar starea $|e\rangle$ reprezintă starea excitonului formată dintr-o singură pereche electron-gol. Această idealizare este valabilă pentru câmpuri de pompaj cu frecvențe apropiate de frecvența de tranziție dintre stările $|g\rangle$ și $|e\rangle$. La fel aproximarea la două niveluri impune limite asupra temperaturii mediului ambiant, astfel încât să nu fie excitate stări superioare. Pentru suprimarea despicării fine a stării excitonice, care complică extrem structura de niveluri energetice, polarizarea radiației de pompaj se alege astfel încât să se obțină o singură tranziție excitonică [123].

Interacțiunea dintre oscilatorul mecanic și punctul cuantic are loc prin potențialul de deformare: mișcările RnM modifică poziția ionilor rețelei punctului cuantic, iar excitonul care apare la pompaj extern este influențat de aceștia. Excitarea electronului în banda de conducție alterează distribuția de sarcină în cristalul semiconductor, la fel și poziția de echilibru a ionilor, ceea ce duce la cuplarea exciton – fonon. Energia de interacțiune exciton-fonon poate fi scrisă [120]:

$$H_{electron-ioni} = \int d\vec{r} \sigma(r) \sum_m V(\vec{r} - \vec{R}_m), \quad (2.62)$$

unde

$$\sigma = \sum_{jk} \psi_j^* \psi_k c_j^\dagger c_k, \quad (2.63)$$

este operatorul densității de sarcină în solid. Aici electronul are funcțiile de undă ψ_k și

operatorii de generare și anihilare corespunzători c_j^\dagger și c_k .

V este potențialul creat de electron și ionii rețelei cu

\vec{r} vectorul de poziție al electronului, iar

\vec{R}_m vectorul de poziție al ionului cu indicele m .

Domeniul de integrare este în limitele punctului cuantic, iar suma se face după toți ioni rețelei.

Dezvoltând potențialul $V(\vec{r} - \vec{R}_m)$ în serie de puteri ale abaterii ionilor de la poziția de echilibru, păstrând termenii liniari, și considerând cuantificată mișcarea ionilor, vom obține un factor proporțional cu $(b^\dagger + b)$.

Ținând cont că punctul cuantic are două niveluri corespunzător stărilor $|g\rangle$ și $|e\rangle$, integrala din expresia 2.62 va genera patru termeni – doi diagonali și doi nediagonali. Ținând cont că energia de tranziție din $|g\rangle$ în $|e\rangle$ este mult mai mare decât energia modului fononic, termenii nediagonali pot fi neglijați, ceea ce va duce la un hamiltonian

$$H_{e-f} \sim |e\rangle\langle e|(b^\dagger + b), \quad (2.64)$$

similar celui obținut mai sus în 2.60. Într-adevăr prin renormarea operatorilor b^\dagger , b și prin utilizarea relației de completare 2.30 expresia 2.64 devine identică 2.60.

Prin urmare, chiar dacă la începutul acestei secțiuni a fost folosit un model simplificat al interacțiunii punct cuantic RnM (groapă cuantică cu pereți oscilanți), pentru un atom artificial real care interacționează cu modurile fononice caracterul interacțiunii nu se modifică, iar energia de interacțiune are aceeași expresie. În aceeași ordine de idei în [81] este analizată o impuritate încorporată într-o bară rezonatoare. Așa cum impuritatea încorporată în rezonatorul mecanic este tratată ca o structură cu două gropi de potențial, iar tunelarea barierei dintre gropi este similară tranziției de pe nivelul fundamental pe cel excitat, interacțiunea cu modurile fononice ale rezonatorului este descrisă de un hamiltonian similar celui folosit în sistemele studiate în această teză, obținut printr-o metodă destul de apropiată cu modelarea 2.54-2.60.

2.1.5 Ecuția master

Rezervorul este considerat a fi mare și nu este afectat de interacțiunea cu sistemul, iar procesele de relaxare în acesta sunt foarte rapide. Sistemul este considerat mic și este afectat profund de către rezervor, mai mult, orice excitație a sistemului cuplată cu rezervorul este pierdută irecuperabil [105]. Ecuția master în forma care va fi prezentată în această secțiune conține termeni care vor lua în calcul pierderile fononice ale RnM, fotonice ale CO și pierderile prin defazare și emisie spontană a qubitului, iar variabilele care descriu rezervorul vor fi omise.

Pentru un sistem concret există un vector de stare $|\psi\rangle$ care conține toată informația despre sistem. Odată ce ne interesează o anumită informație din acest sistem este necesar să se medieze operatorul concret A [101]:

$$\langle A \rangle = \langle \psi | A | \psi \rangle. \quad (2.65)$$

Această mediere este cunoscută ca medierea cuantomecanică. În unele situații nu este cunoscut $|\psi\rangle$ ci doar probabilitatea P_ψ că sistemul se află în starea $|\psi\rangle$. În acest caz pe lângă medierea 2.65 este necesar să se facă și media după ansamblul unor sisteme identice preparate la fel.

$$\langle \langle A \rangle \rangle = \text{Tr} \{ A \rho \}, \quad (2.66)$$

unde

ρ este operatorul matricei de densitate definit:

$$\rho = \sum P_\psi |\psi\rangle \langle \psi|, \quad (2.67)$$

iar suma se ia după toate stările sistemului.

Pentru cazul când P_ψ este nul pentru toate stările cu excepția uneia expresia 2.67 devine:

$$\rho = |\psi\rangle \langle \psi|, \quad (2.68)$$

iar starea respectivă $|\psi\rangle$ este numită pură.

Derivând după timp expresia pentru operatorul matricei de densitate și substituind din ecuația Schrödinger pentru întregul sistem,

$$\frac{d}{dt} |\psi\rangle = -\frac{i}{\hbar} H(t) |\psi\rangle, \quad (2.69)$$

expresiile pentru $\frac{d}{dt} |\psi\rangle$, obținem o ecuație cunoscută și ca ecuația Liouville–von Neumann sau ecuația master:

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}[H(t), \rho(t)]. \quad (2.70)$$

Ecuția de mișcare a operatorului de densitate este mai generală decât ecuația Schrödinger, deoarece conține și informația statistică despre sistem [101, 111, 112, 124].

Problema este pe de o parte în complexitatea enormă a calculelor, pe de altă parte, modurile rezervorului nu sunt interesante, motiv pentru care se procedează altfel. Așa cum interacțiunea termostatului (rezervorului) cu sistemul de interes este slabă (parametrii de cuplare cu rezervorul α_j , β_j , g_j sunt inferiori constantelor λ sau g , de exemplu), iar acesta este mare (cu o infinitate de moduri), variabilele acestuia vor fi eliminate, fără a pierde informația despre pierderile care afectează sistemul studiat [125]. Presupunând interacțiunea dintre sistem și rezervor slabă avem:

$$\rho(0) = \rho_S(0)\rho_R(0), \quad (2.71)$$

dar și

$$\rho(t) = \rho_S(t)\rho_R(t). \quad (2.72)$$

Rezervorul are un număr mare de grade de libertate, timpul său de corelare este mic și relaxarea acestuia este rapidă. Înainte ca orice modificări ale stării sistemului analizat să se producă, rezervorul are suficient timp să ajungă la starea de echilibru termodinamic, astfel acesta nu este afectat de interacțiunea cu sistemul, prin urmare, operatorul matricei de densitate care descrie întregul sistem poate fi aproximat la:

$$\rho(t) \approx \rho_S(t)\rho_R(0), \quad (2.73)$$

scriind operatorul matricei de densitate în reprezentarea interacțiunii

$$\rho \rightarrow e^{\frac{i}{\hbar}(H_S+H_R)t} \rho e^{-\frac{i}{\hbar}(H_S+H_R)t} \quad (2.74)$$

și integrând formal ecuația master 2.70 avem:

$$\rho(t) = \rho(0) + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t [H_{SR}(t'), \rho(t')] dt', \quad (2.75)$$

substituind relația pentru $\rho(t')$ similară expresiei (2.75) în relația de mai sus, limitându-ne la aproximația a doua, obținem expresia pentru operatorul matricei de densitate în aproximația Born:

$$\rho(t) \approx -\frac{i}{\hbar}[H_{SR}(t), \rho(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t [H_{SR}(t), [H_{SR}(t'), \rho(t')]] dt'. \quad (2.76)$$

Considerând termostatul lipsit de memorie (adică procesele care au loc în rezervor sunt procese markoviene, cu alte cuvinte ceea ce va fi în viitor depinde de ceea ce este în prezent

și nu de ceea ce a fost în trecut) avem [125]:

$$\rho_S(t) \approx \rho_S(t'), \quad (2.77)$$

unde

t' este un moment de timp anterior momentului t și integrarea în 2.76 se poate face în anumite condiții.

Procedând astfel pentru fiecare termen din H_{SR} se obțin termeni suplimentari în ecuația 2.70, care în aproximațiile Born-Markov devine:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho + \frac{i}{\hbar} [H_S, \rho] = & -\gamma \left\{ [S^+, S^- \rho] + [\rho S^+, S^-] \right\} - \\ & -\gamma_C \left\{ [S_z, S_z \rho] + [\rho S_z, S_z] \right\} - k_a \left\{ [a^\dagger, a \rho] + [\rho a^\dagger, a] \right\} - \\ & -k_b (n_{th} + 1) \left\{ [b^\dagger, b \rho] + [\rho b^\dagger, b] \right\} - k_b n_{th} \left\{ [b, b^\dagger \rho] + [\rho b, b^\dagger] \right\}, \end{aligned} \quad (2.78)$$

unde

γ și γ_C reprezintă ratele tranziției spontane și a defazării qubitului, invers proporționale timpului de viață al atomului pe nivelul excitat sau timpului de defazare.

$$\begin{aligned} \gamma & \sim \frac{1}{\tau_{emisie\ spont.}}, \\ \gamma_C & \sim \frac{1}{\tau_{defazare}}, \end{aligned} \quad (2.79)$$

iar k_a și k_b sunt ratele pierderilor fotonice și fononice selectate corespunzător:

$$k_a \gg k_b. \quad (2.80)$$

n_{th} este numărul mediu de fononi ai RnM corespunzător temperaturii mediului ambiant. Acesta se supune statisticii Bose-Einstein:

$$n_{th} = \frac{1}{\exp\left\{\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right\} - 1}, \quad (2.81)$$

iar pentru temperaturi ușor sub 1 K și frecvențe ω de ordinul GHz, corespunzător frecvenței de vibrație fononice, numărul mediu de fononi poate fi $n_{th} \approx 10$.

În cazul pierderilor RnM prezența a ultimilor doi termeni în (2.78) se explică astfel: primul proporțional cu $(n_{th} + 1)$ este datorat emisieii fononului, iar cel proporțional cu n_{th} - absorbției fononului din rezervor. Termenii care descriu pierderile în cavitatea optică nu au aceeași structură, deoarece numărul mediu de fotoni optici cu frecvența tranziție de circa 10^{15} Hz, corespunzători temperaturii date de la temperaturi criogenice până la temperatura camerei (dar

și mult mai mari) conform statisticii date de (2.81) este neglijabil, vezi tabelul 2.1.

Tabelul 2.1

Numărul bozonilor corespunzător frecvenței și temperaturii mediului ambiant

T, K	0,01	0,1	1	10	100	300
$\omega, 2\pi \text{ Hz}$						
10^9	0	2	20	200	2000	6000
10^{12}	0	0	0	0	2	6
10^{15}	0	0	0	0	0	0

Termenii din partea dreaptă a ecuației master (2.78) descriu amortizarea (damping-ul) subsistemelor opto- cuanto-mecanice. Ținând cont de superoperatorul Linblad ecuația master devine:

$$\dot{\rho} + \frac{i}{\hbar} [H_S, \rho] = \gamma L(S^-) + \gamma_c L(S_z) + k_a L(a) + k_b (n_{th} + 1) L(b) + k_b n_{th} L(b^\dagger) \quad (2.82)$$

Operatorul Linblad care descrie amortizarea necoerentă este definit [90]:

$$L(O) = 2O\rho O^\dagger - O^\dagger O\rho - \rho O^\dagger O \equiv [O\rho, O^\dagger] + h.c., \quad (2.83)$$

unde

O este un operator ce descrie sistemul, iar

ρ este operatorul matricei de densitate.

Informația despre interacțiunea sistemului descris în figura 2.2 cu termostatul se conține în partea dreaptă a ecuației 2.82, numită partea necoerentă a ecuației master. Aceasta nu conține direct variabilele termostatului, dar conține suficientă informație despre influența acestuia asupra sistemului de interes.

Pentru o simplificare a expresiei 2.82 vom trece în reprezentarea interacțiunii:

$$H_S \rightarrow \exp\left\{\frac{i}{\hbar} H_0 t\right\} (H_S - H_0) \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H_0 t\right\}, \quad (2.84)$$

unde

$$H_0 = \hbar\omega_L S_z + \hbar\omega_L a^\dagger a. \quad (2.85)$$

Astfel hamiltonianul sistemului scris în sistemul de coordonate care se rotește cu

frecvența laserului devine:

$$H_S = \hbar\omega b^\dagger b - \hbar\Delta_1 a^\dagger a + \hbar\Delta S_z + \hbar g(a^\dagger S^- + a S^+) + \hbar\Omega(S^+ + S^-) + \hbar\lambda S_z(b^\dagger + b), \quad (2.86)$$

unde

$$\Delta = \omega_0 - \omega_L, \quad (2.87)$$

este abaterea frecvenței de tranziție în sistemul cu două niveluri de la frecvența laserului, iar

$$\Delta_1 = \omega_L - \omega_C, \quad (2.88)$$

este abaterea frecvenței laserului ω_L de la frecvența modului cavității.

2.1.6 Stări îmbrăcate

Rezolvarea ulterioară a ecuației master, este încă dificilă și în scopul simplificării acesteia se va trece în reprezentarea stărilor îmbrăcate [110, 126, 127, 128, 129, 130]. Acestea reprezintă stări noi ale atomului pompat și au următoarea semnificație fizică: radiația modifică modul în care atomul pompat interacționează cu câmpul electromagnetic.

$$\begin{aligned} |g\rangle &= \sin\theta|+\rangle + \cos\theta|-\rangle, \\ |e\rangle &= \cos\theta|+\rangle - \sin\theta|-\rangle, \end{aligned} \quad (2.89)$$

unde

$|+\rangle$ și $|-\rangle$ sunt stările îmbrăcate corespunzătoare stărilor excitată și fundamentală ale punctului cuantic,

θ e un parametru liber, alegerea căruia va fi dictată de reducerea operatorului Hamilton la o formă diagonală (vezi expresiile 2.97 și 2.99)

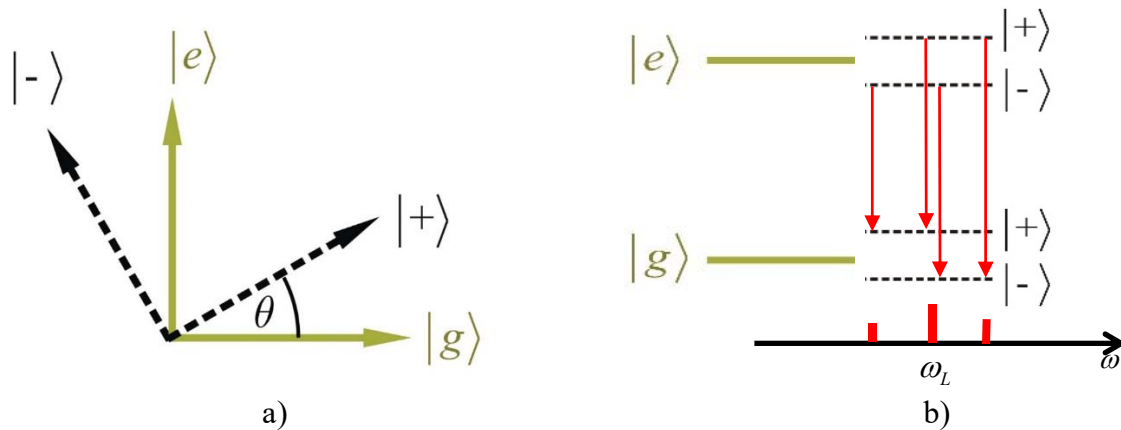


Figura 2.3. Stări îmbrăcate. (color online)

- a) Stările $|+\rangle$ și $|-\rangle$ reprezintă noi stări ale atomului care interacționează cu radiația. În spațiul Hilbert sunt doi vectori de stare obținuți prin rotirea sub unghiul θ a vectorilor $|e\rangle$ și $|g\rangle$.
- b) Fiecare stare a atomului artificial cu două niveluri se despică în stările $|+\rangle$ și $|-\rangle$. Tratarea interacțiunilor atomului cu radiația coerentă prin teoria stărilor îmbrăcate este justificată de prezența în spectrul de emisie a tripletului Mollow [101]. Distanța dintre nivelurile $|+\rangle$ și $|-\rangle$ este Ω , astfel sateliții frecvenței convențional notate cu ω_L sunt $\omega_L \pm \Omega$.

Operatorii punctului cuantic care descriu stările acestuia în reprezentarea stărilor îmbrăcate sunt definiți după cum urmează:

$$R_z = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-| \quad (2.90)$$

– operatorul inversiei populației pe stările $|+\rangle$ și $|-\rangle$,

$$R_{\pm} = |+\rangle\langle-| \quad (2.91)$$

– operatorul tranziției de pe starea $|-\rangle$ pe $|+\rangle$

$$R_{\mp} = |-\rangle\langle+| \quad (2.92)$$

– operatorul tranziției de pe starea $|+\rangle$ pe $|-\rangle$

care satisfac relațiile standarde de comutare ale algebrei $su(2)$:

$$[R_{\pm}, R_{\mp}] = R_z, \quad (2.93)$$

$$[R_{\pm}, R_z] = -2R_{\pm}, \quad (2.94)$$

$$[R_{\mp}, R_z] = 2R_{\mp}. \quad (2.95)$$

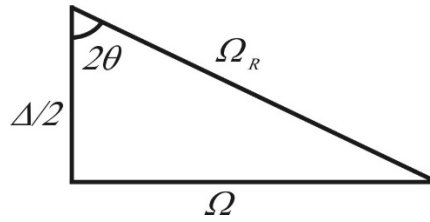


Figura 2.4. Spațiul imaginat al frecvențelor

În spațiul imaginat al frecvențelor triunghiul corespunzător definește unghiul sub care se rotesc vectorii de stare $|+\rangle$ și $|-\rangle$ față de vectorii $|e\rangle$ și $|g\rangle$. Catetele sunt corespunzător: frecvența Rabi și jumătate din dezacordul dintre frecvența tranziției qubitului și laser, iar

$$\text{ipotenuza este frecvența Rabi generalizată } \Omega_R = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + \Omega^2}.$$

Hamiltonianul care descrie atomul și interacțiunea acestuia cu laserul (parte componentă a 2.86) este:

$$H_{Atom-Laser} = \hbar\Delta S_z + \hbar\Omega(S^+ + S^-), \quad (2.96)$$

iar la trecerea în reprezentarea stărilor îmbrăcate devine:

$$H_{Atom-Laser} = \hbar\left(\frac{\Delta}{2}\cos 2\theta + \Omega\sin 2\theta\right)R_z + \hbar\left(-\frac{\Delta}{2}\sin 2\theta + \Omega\cos 2\theta\right)(R_{\pm} - R_{\mp}). \quad (2.97)$$

Simplificarea expresiei acestuia se va face anulând termenul al doilea, nondiagonal, grație parametrului liber θ . Astfel,

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\Omega}{\Delta} \quad (2.98)$$

și 2θ e unghiul dintr-un triunghi dreptunghic într-un spațiu imaginat al frecvențelor, conform figurii 2.4.

Hamiltonianul 2.97, după alegerea parametrului θ conform 2.98, devine:

$$H_{Atom-Laser} = \hbar\Omega_R R_z. \quad (2.99)$$

În reprezentarea stărilor îmbrăcate (**dressed states**) Hamiltonianul 2.86 poate fi scris:

$$H_d = H_0 + H_i, \quad (2.100)$$

unde

$$H_0 = \hbar\Omega_R R_z - \hbar\Delta_1 a^\dagger a + \hbar\omega b^\dagger b \quad (2.101)$$

este partea care descrie energiile libere ale atomului îmbrăcat, și ale modurilor cavității optice și fononice, iar

$$H_i = AR_z + B^\dagger R_+ e^{-2i\Omega_R t} + BR_- e^{2i\Omega_R t}, \quad (2.102)$$

descrie acțiunile reciproce ale atomului și modurile cavității optice și a rezonatorului nano mecanic, scris în reprezentarea interacțiunii.

$\Delta_1 = \omega_L - \omega_c$ este abaterea frecvenței laserului de la cea a cavității, iar

$$\Omega_R = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 + \Omega^2}, \quad (2.103)$$

este frecvența Rabi generalizată. A se vedea și figura 2.4 cu triunghiul imaginat al frecvențelor pentru explicație suplimentară.

Parametrii care figurează în relația 2.102 sunt:

$$A = \frac{\hbar}{2} \left(g \left(a e^{i\Delta_1 t} + a^\dagger e^{-i\Delta_1 t} \right) \sin 2\theta + \lambda \left(b e^{-i\omega t} + b^\dagger e^{i\omega t} \right) \cos 2\theta \right), \quad (2.104)$$

$$B = \hbar g \left(a e^{i\Delta_1 t} \cos^2 \theta - a^\dagger e^{-i\Delta_1 t} \sin^2 \theta \right) - \frac{\hbar}{2} \lambda \sin 2\theta \left(b e^{-i\omega t} + b^\dagger e^{i\omega t} \right). \quad (2.105)$$

Aceștia conțin atât constantele de interacțiune cât și operatorii cavității și RnM, prin urmare, sunt niște operatori. Astfel, Hamiltonianul 2.102 nu conține doar operatorii atomului artificial, dar și operatori ai câmpurilor fonic și fononic.

Ecuția master în reprezentarea stărilor îmbrăcate se obține substituind expresiile pentru operatorii qubitului S^+ , S^- și S_z prin operatorii R_+ , R_- și R_z , iar ecuația master prin operatorii stărilor îmbrăcate devine:

$$\dot{\rho} + \frac{i}{\hbar}[H, \rho] = -\gamma_0[R_z, R_z \rho] - \gamma_+[R_+, R_+ \rho] - \gamma_-[R_-, R_- \rho] - \kappa_a[a^\dagger, a \rho] - \kappa_b(1 + n_{th})[b^\dagger, b \rho] - \kappa_b n_{th}[b, b^\dagger \rho] + h.c., \quad (2.106)$$

Constantele

$$\gamma_0 = \frac{\gamma \sin^2 2\theta + \gamma_c \cos^2 2\theta}{4}, \quad (2.107)$$

$$\gamma_+ = \gamma \cos^4 \theta + \frac{\gamma_c}{4} \sin^2 2\theta, \quad (2.108)$$

$$\gamma_- = \gamma \sin^4 \theta + \frac{\gamma_c}{4} \sin^2 2\theta. \quad (2.109)$$

descriu procesele spontane de tranziție între stările îmbrăcate corespunzătoare:

γ_0 – rata tranziției de pe starea de pe $|+\rangle$ pe $|+\rangle$ și de pe $|-\rangle$ pe $|-\rangle$,

γ_+ – rata tranziției de pe starea $|+\rangle$ pe $|-\rangle$, iar

γ_- – rata tranziției de pe starea $|-\rangle$ pe $|+\rangle$.

În ecuația 2.106 termenii care descriu amortizarea fonică și fononică își păstrează structura identică cu cea din ecuația 2.78, deoarece variabilele punctului cuantic comută cu variabilele care descriu modurile fononice sau fotonice, astfel încât în reprezentarea stărilor îmbrăcate sau a interacțiunii aceștia nu au fost afectați. S-a efectuat aproximația seculară în termenii care descriu emisia spontană și defazarea qubitului. Această aproximație este valabilă pentru $\Omega \gg \gamma_c$, respectiv $\Omega \gg \gamma$.

2.1.7 Excluderea variabilelor qubitului

Ecuția master 2.106 este destul de complexă și soluționarea analitică a acesteia nu este posibilă. Totuși pentru scopurile noastre aceasta poate fi simplificată semnificativ. În particular, vom cerceta situația când dinamica punctului cuantic pompat este mai rapidă decât cea a subsistemului format din fotonii din cavitate și fononii de vibrație. Respectiv, variabilele punctului cuantic pot fi eliminate din descrierea dinamică a sistemului, iar această aproximație este valabilă pentru

$$\Omega \gg \gamma \gg \kappa_{a,b} \quad (2.110)$$

și

$$\Omega \gg \{g, \lambda\}. \quad (2.111)$$

Vom remarca că această aproximație este pe larg utilizată în alte sisteme oarecum similare [84, 85, 86, 131, 132, 133, 134, 135], iar în studiul dinamicii vom aplica metodele expuse în referințele citate. În continuare vom urma metoda dezvoltată de [117, 134] adaptată la modelului problemei.

Pentru a exclude variabilele rapid oscilante vom scrie operatorul matricei de densitate ca produsul a doi operatori:

$$\rho = \rho_f \rho_q, \quad (2.112)$$

unde ρ_q este operatorul matricei de densitate a qubitului, iar ρ_f este operatorul matricei de densitate pentru câmpurile fononic și fonic. Variabilele care descriu punctul cuantic variază mai rapid decât cele ale cavității și RnM-ului, astfel putem media 2.106, în care este substituită expresia 2.112, după gradele de libertate ale punctului cuantic. Ca rezultat se obține:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_f = & -i[A, \rho_{++} - \rho_{--}] - i[B^\dagger, \rho_{+-}] e^{-2i\Omega_R t} - i[B, \rho_{-+}] e^{2i\Omega_R t} - \\ & -\kappa_a [a^\dagger, a \rho_f] - \kappa_b (1 + n_{th}) [b^\dagger, b \rho_f] - \kappa_b n_{th} [b, b^\dagger \rho_f] + h.c., \end{aligned} \quad (2.113)$$

unde

$$\rho_{++} = \rho_f \langle + | \rho_q | + \rangle, \quad (2.114)$$

$$\rho_{--} = \rho_f \langle - | \rho_q | - \rangle, \quad (2.115)$$

$$\rho_{+-} = \rho_f \langle + | \rho_q | - \rangle, \quad (2.116)$$

$$\rho_{-+} = \rho_f \langle - | \rho_q | + \rangle. \quad (2.117)$$

Pentru simplitatea expresiilor în ecuația 2.113, constanta lui Planck a fost considerată $\hbar = 1$. La calcule finale această constantă va avea valoarea tabelară cunoscută. Explicit elementele matriciale 2.114, 2.115, 2.116, 2.117 pot fi obținute din ecuația 2.106.

$$\frac{d}{dt}\rho_{+-} = -\Gamma_{\perp}\rho_{+-} - i(A\rho_{+-} + \rho_{+-}A) - i(B\rho_{--} - \rho_{++}B)e^{2i\Omega_R t}, \quad (2.118)$$

$$\frac{d}{dt}\rho_{++} = -2\gamma_+\rho_{++} + 2\gamma_-\rho_{--} - i(A\rho_{++} - \rho_{++}A) - i(B\rho_{-+}e^{2i\Omega_R t} - \rho_{+-}B^{\dagger}e^{-2i\Omega_R t}), \quad (2.119)$$

$$\frac{d}{dt}\rho_{--} = 2\gamma_+\rho_{++} - 2\gamma_-\rho_{--} + i(A\rho_{--} - \rho_{--}A) + i(\rho_{-+}Be^{2i\Omega_R t} - B^{\dagger}\rho_{+-}e^{-2i\Omega_R t}), \quad (2.120)$$

cu

$$\Gamma_{\perp} = 4\gamma_0 + \gamma_+ + \gamma_-. \quad (2.121)$$

Pentru soluționarea ecuației 2.118, de exemplu, se va proceda astfel:

- I.** se va neglija al doilea termen din partea dreaptă deoarece soluția aproximativă obținută din 2.118, substituită în ecuația 2.113 va genera un termen rapid oscilant $\sim e^{4i\Omega_R t}$. Această aproximație este cunoscută ca aproximație seculară.

$$\frac{d}{dt}\rho_{+-} = -\Gamma_{\perp}\rho_{+-} - i(B\rho_{--} - \rho_{++}B)e^{2i\Omega_R t}. \quad (2.122)$$

- II.** Se rezolvă ecuația prin metoda variației constantelor

$$\rho_{+-}(t) = C(t)e^{-\Gamma_{\perp}t}, \quad (2.123)$$

$$\rho_{+-}(t) = -i \int_{-\infty}^t dt' e^{(2i\Omega_R + \Gamma_{\perp})t'} (B(t')\rho_{--}(t') - \rho_{++}(t')B(t')). \quad (2.124)$$

- III.** Se consideră procesele analizate procese de tip Markov, adică

$$\rho_{++}(t') \approx \rho_{++}(t), \quad (2.125a)$$

$$\rho_{--}(t') \approx \rho_{--}(t). \quad (2.125b)$$

Astfel în aproximația seculară și în prima aproximație a parametrilor de interacțiune $\{g, \lambda\}$, soluția ecuației 2.118 este:

$$\rho_{+-} = -ie^{2i\Omega_R t} (\bar{B}\rho_{--} - \rho_{++}\bar{B}), \quad (2.126)$$

Similar se procedează și pentru ecuațiile 2.119 și 2.120, obținându-se:

$$\rho_{++} - \rho_{--} = -i(\bar{A}\rho_f - \rho_f\bar{A}), \quad (2.127)$$

unde:

$$\bar{A} = \frac{g}{2} \left(\frac{a^{\dagger} e^{-i\Delta_1 t}}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1} + \frac{a e^{i\Delta_1 t}}{\Gamma_{\parallel} + i\Delta_1} \right) \sin 2\theta + \frac{\lambda}{2} \left(\frac{b^{\dagger} e^{i\omega t}}{\Gamma_{\parallel} + i\omega} + \frac{b e^{-i\omega t}}{\Gamma_{\parallel} - i\omega} \right) \cos 2\theta, \quad (2.128)$$

$$\begin{aligned} \bar{B} = & -\frac{\lambda}{2} \left(\frac{\sin 2\theta b^\dagger e^{i\omega t}}{\Gamma_\perp + i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{\sin 2\theta b e^{-i\omega t}}{\Gamma_\perp + i(2\Omega_R - \omega)} \right) + \\ & + g \left(\frac{a \cos^2 \theta e^{i\Delta_1 t}}{\Gamma_\perp + i(2\Omega_R + \Delta_1)} - \frac{a^\dagger \sin^2 \theta e^{-i\Delta_1 t}}{\Gamma_\perp + i(2\Omega_R - \Delta_1)} \right), \end{aligned} \quad (2.129)$$

iar

$$\Gamma_\parallel = \gamma(1 + \cos^2 2\theta) + \gamma_c \sin^2 2\theta. \quad (2.130)$$

Substituind soluțiile (2.126, 2.127) în ecuația 2.113, obținem ecuația master pentru operatorii câmpurilor fotonice și fononice:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_f = & - \left(\frac{1}{2} A \bar{A} + P_- B^+ \bar{B} \right) \rho_f - \rho_f \left(\frac{1}{2} \bar{A} A + P_- \bar{B} B^+ \right) + \\ & + \frac{1}{2} \left(\bar{A} \rho_f A + P_- A \rho_f \bar{A} \right) + P_+ B^+ \rho_f \bar{B} + P_- \bar{B} \rho_f B^+ + h.c. \end{aligned} \quad (2.131)$$

Variabilele A, \bar{A}, B, \bar{B} nu conțin decât *parametri* ai punctului cuantic și *operatori* ai câmpurilor, definiți în 2.128 și 2.129, astfel am exclus variabilele punctului cuantic. Această excludere este cauzată de *medierea* după variabilele punctului cuantic. P_+ și P_- definesc gradul de populare a stărilor îmbrăcate, definite de:

$$\begin{aligned} P_+ = & \frac{\gamma_-}{\gamma_+ + \gamma_-}, \\ P_- = & \frac{\gamma_+}{\gamma_+ + \gamma_-} \end{aligned} \quad (2.132)$$

cu parametrii γ_+ și γ_- definiți în 2.108 și 2.109. Pentru o clarificare a sensului acestora se poate vedea figura 3.3.

2.2 Corelații cuantice fononi-fotoni

2.2.1 Dezacord albastru laser-cavitate

Corelațiile cuantice reprezintă situațiile în care se manifestă legături dintre două subsisteme diferite. Acestea pot fi atât clasice, cât și cuantice, atunci când dimensiunile sistemelor implicate favorizează cuantificarea. Natura cuantică a corelațiilor va fi demonstrată prin încălcarea inegalității Cauchy- Schwarz – vezi relația 2.180. S-a demonstrat că în sisteme care conțin atomi cu două niveluri diverse neliniarității contribuie la corelații fotonice mai intense [136]. În acest paragraf vom analiza corelațiile cuantice dintre subsistemele de fononi și fotoni, care se vor atesta pentru un dezacord pozitiv dintre frecvențele laser și cea a cavității, adică:

$$\Delta_1 = \omega_L - \omega_C > 0. \quad (2.133)$$

Pentru un dezacord mic frecvența laserului este ușor mai mare decât cea a cavității. Așa cum radiația laser excită punctul cuantic, dezexcitarea acestuia are loc prin emiterea unui foton în cavitate și a unui fonon în bara pe care se află punctul cuantic (vezi figura 2.5).

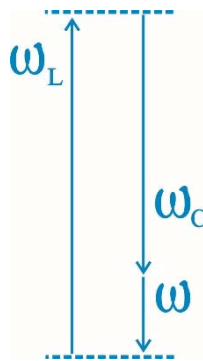


Figura 2.5. Schema absorbției / emisieii fotonilor / fononilor. (color online)

Dezacordul dintre frecvența laserului și cea a cavității este pozitiv, sau așa numit, **albastru**

$$\Delta_1 > 0.$$

Substituind în ecuația 2.131 expresiile pentru constantele A , B , (2.104 și 2.105) de rând cu \bar{A} , \bar{B} , (2.128 și 2.129) se vor obține termeni care oscilează cu frecvențele $\pm 2\Delta_1, \pm(\Delta_1 \pm \omega), \pm 2\omega$. Deoarece vom examina regimuri când abaterea frecvenței laserului de la frecvența rezonatorului optic este de ordinul frecvenței modului mecanic al RnM

$$\Delta_1 \approx \omega,$$

termenul $e^{\pm i(\Delta_1 - \omega)t}$ variază lent față de termenii $e^{\pm 2i\Delta_1 t}$, $e^{\pm i(\Delta_1 + \omega)t}$, $e^{\pm 2i\omega t}$, prin urmare, ultimii pot fi ignorați ca termenii rapid oscilanți. Astfel, după unele simplificări și optimizări ecuația master devine:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho(t) - \frac{i}{2}(\Delta_1 - \omega)[a^\dagger a + b^\dagger b, \rho] = & -A_1[\rho a, a^\dagger] - B_1[a^\dagger, a\rho] - A_2[\rho b, b^\dagger] - \\ & -B_2[b^\dagger, b\rho] + C_1[b^\dagger, a^\dagger \rho] + D_1[\rho a^\dagger, b^\dagger] + C_2[a^\dagger, b^\dagger \rho] + D_2[\rho b^\dagger, a^\dagger] + h.c. \end{aligned} \quad (2.134)$$

aici și mai departe indicele f (*field*) al operatului matricei de densitate va fi omis pentru simplitatea expresiilor, iar parametrii $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$ sunt definiți după cum urmează:

$$A_1 = \frac{1}{4} \frac{g^2 \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\Delta_1} + \frac{g^2 P_- \sin^4 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \Delta_1)} + \frac{g^2 P_+ \cos^4 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \Delta_1)}, \quad (2.135)$$

$$A_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda^2 \cos^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\omega} + \frac{\lambda^2 P_- \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{\lambda^2 P_+ \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \omega)} \right) + \kappa_b n_{th}, \quad (2.136)$$

$$B_1 = \frac{1}{4} \frac{g^2 \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\Delta_1} + \frac{g^2 P_+ \sin^4 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \Delta_1)} + \frac{g^2 P_- \cos^4 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \Delta_1)} + k_a, \quad (2.137)$$

$$B_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda^2 \cos^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\omega} + \frac{\lambda^2 P_+ \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{\lambda^2 P_- \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \omega)} \right) + \kappa_b (n_{th} + 1), \quad (2.138)$$

$$C_1 = \frac{P_+}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \Delta_1)} - \frac{P_-}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \Delta_1)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1}, \quad (2.139)$$

$$C_2 = \frac{P_-}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \omega)} - \frac{P_+}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \omega)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\omega}, \quad (2.140)$$

$$D_1 = \frac{P_-}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \Delta_1)} - \frac{P_+}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \Delta_1)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1}, \quad (2.141)$$

$$D_2 = \frac{P_+}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \omega)} - \frac{P_-}{2} \frac{g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \omega)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\omega}. \quad (2.142)$$

2.2.2 Ecuția master în reprezentarea Heisenberg

Pentru exprimarea evoluției corelatorilor care conțin operatorii câmpurilor – $a^\dagger, a, b^\dagger, b$ – vom scrie ecuația 2.134 în reprezentarea Heisenberg, utilizând identitatea:

$$Tr\{\dot{\rho}(t)Q\}=Tr\{\dot{Q}(t)\rho\}, \quad (2.143)$$

iar ecuația master pentru orice operator al subsistemelor fononic și fonic, care descrie dinamica cuantică a subsistemelor fononice și fotonice pentru o cavitate cu factorul de calitate înalt este:

$$\begin{aligned} \langle \dot{Q} \rangle + \frac{i}{2}(\Delta_1 - \omega) \langle [a^\dagger a + b^\dagger b, Q] \rangle = \\ = \langle [Q, a](-A_1^* a^\dagger + D_2^* b) + (B_1^* a^\dagger - C_2^* b)[Q, a] \rangle + \\ + \langle [Q, a^\dagger](-B_1 a + C_2 b^\dagger) + (A_1 a - D_2 b^\dagger)[Q, a^\dagger] \rangle + \\ + \langle [Q, b](D_1^* a - A_2^* b^\dagger) + (B_2^* b^\dagger - C_1^* a)[Q, b] \rangle + \\ + \langle [Q, b^\dagger](C_1 a^\dagger - B_2 b) + (A_2 b - D_1 a^\dagger)[Q, b^\dagger] \rangle. \end{aligned} \quad (2.144)$$

În continuare vom analiza statisticile pentru numărul mediu de fononi / fotoni, calculând funcțiile de corelare de ordinul doi. Pentru aceasta vom defini operatorul

$$Q = a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m, \quad (2.145)$$

(unde $\{j, k, l, m\}$ sunt oricare numere întregi) ca un operator general care aparține ambelor subsisteme fononice și fotonice. Astfel comutatorii din relația 2.144 vor fi:

$$[Q, a^\dagger a] = (k - j) a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m, \quad (2.146)$$

$$[Q, a] = -j a^{\dagger j-1} a^k b^{\dagger l} b^m, \quad (2.147)$$

$$[Q, a^\dagger] = k a^{\dagger j} a^{k-1} b^{\dagger l} b^m, \quad (2.148)$$

$$[Q, b^\dagger b] = (m - l) a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m, \quad (2.149)$$

$$[Q, b] = l a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l-1} b^m, \quad (2.150)$$

$$[Q, b^\dagger] = m a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^{m-1}, \quad (2.151)$$

Ecuțiile de mișcare pentru oricare corelatori pot fi obținute mai întâi în formă generală, apoi selectiv pentru fiecare corelator în parte până la completarea sistemului de ecuații. Executarea calculelor analitice cu operatori în pachetul *Mathematica* a fost posibilă prin setarea parametrului *Ordless* în funcția *Time*. Aceasta a permis păstrarea pozițiilor operatorilor în expresiile operatoriale, și formarea sistemului de corelatori – vezi Anexe, pg.138.

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \langle a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m \rangle = \\
& \langle a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m \rangle \left\{ (A_1^* - B_1^*)j + (A_1 - B_1)k + (A_2^* - B_2^*)l + (A_2 - B_2)m - \right. \\
& \left. - \frac{i}{2}(\Delta_1 - \omega)(j - k + l - m) \right\} + \langle a^{\dagger j+1} a^k b^{\dagger l} b^{m-1} \rangle (C_1 - D_1)m + \\
& + \langle a^{\dagger j-1} a^k b^{\dagger l} b^{m+1} \rangle (C_2^* - D_2^*)j + \langle a^{\dagger j} a^{k+1} b^{\dagger l-1} b^m \rangle (C_1^* - D_1^*)l + \\
& + \langle a^{\dagger j} a^{k-1} b^{\dagger l+1} b^m \rangle (C_2 - D_2)k + \langle a^{\dagger j-1} a^k b^{\dagger l-1} b^m \rangle (C_1^* + C_2^*)jl + \\
& + \langle a^{\dagger j-1} a^{k-1} b^{\dagger l} b^m \rangle (A_1 + A_1^*)jk + \langle a^{\dagger j} a^{k-1} b^{\dagger l} b^{m-1} \rangle (C_1 + C_2)km + \\
& + \langle a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l-1} b^{m-1} \rangle (A_2 + A_2^*)lm.
\end{aligned} \tag{2.152}$$

Selectând, de exemplu, indicii

$$\{j, k, l, m\} = \begin{cases} \{1, 1, 0, 0\}, \\ \{0, 0, 1, 1\}, \\ \{0, 1, 0, 1\}, \\ \{1, 0, 1, 0\}, \end{cases} \tag{2.153}$$

vom obține explicit ecuațiile de mișcare pentru valorile medii ale numerelor de fotoni, fononi și corelatorii corespunzători de ordinul 1. Sistemul de patru ecuații pentru corelatorii $\langle a^{\dagger} a \rangle$, $\langle b^{\dagger} b \rangle$, $\langle a b \rangle$, $\langle a^{\dagger} b^{\dagger} \rangle$ este un sistem închis și permite stabilirea evoluțiilor valorilor medii ale fononilor sau fotonilor.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle a^{\dagger} a \rangle &= \langle a^{\dagger} a \rangle (A_1 - B_1 + A_1^* - B_1^*) + \langle ab \rangle (C_2^* - D_2^*) + \langle a^{\dagger} b^{\dagger} \rangle (C_2 - D_2) + \\
&+ A_1 + A_1^*,
\end{aligned} \tag{2.154}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle b^{\dagger} b \rangle &= \langle b^{\dagger} b \rangle (A_2 - B_2 + A_2^* - B_2^*) + \langle ab \rangle (C_1^* - D_1^*) + \langle a^{\dagger} b^{\dagger} \rangle (C_1 - D_1) + \\
&+ A_2 + A_2^*,
\end{aligned} \tag{2.155}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle ab \rangle &= \langle ab \rangle (A_1 - B_1 + A_2 - B_2 + i(\Delta_1 - \omega)) + \langle a^{\dagger} a \rangle (C_1 - D_1) + \\
&+ \langle b^{\dagger} b \rangle (C_2 - D_2) + C_1 + C_2,
\end{aligned} \tag{2.156}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle a^{\dagger} b^{\dagger} \rangle &= \langle a^{\dagger} b^{\dagger} \rangle (A_1^* - B_1^* + A_2^* - B_2^* - i(\Delta_1 - \omega)) + \langle a^{\dagger} a \rangle (C_1^* - D_1^*) + \\
&+ \langle b^{\dagger} b \rangle (C_2^* - D_2^*) + C_1^* + C_2^*.
\end{aligned} \tag{2.157}$$

Evaluarea statisticii numărului de fononi / fotoni pentru stările staționare este necesară pentru stabilirea tipului de corelații care există în sistemul dat. La procesarea numerică ulterioară în ecuațiile care derivă din 2.154-2.157 se vor norma toate frecvențele (ratele) la

rata tranziției spontane γ , ceea ce va duce la evitarea calculelor pentru construirea graficelor cu numere foarte mari sau foarte mici și, implicit, la evitarea erorilor care pot să apară la reprezentarea valorilor acestora în sistemul binar. Adică considerând $\gamma = 1$, obținem un rezultat similar dacă am fi adimensionalizat problema. O altă soluție pentru evitarea erorilor de rotunjire sau reprezentare pe calculator a fracțiilor ar fi trecerea la un sistem de unități de măsură a mărimilor implicate [137], dar deoarece mărimile țintă – numărul mediu de fononi / fotoni sunt adimensionale și nu necesită o renormare a altor unități, am ales procesarea numerică a ecuațiilor cu parametrul $\gamma = 1$ ales ca etalon. Evident, valoarea unitară a ratei emisie spontane nu va afecta în nici un fel rezultatele finale, atâta timp cât celelalte frecvențe vor păstra valorile proporționale acesteia, dar vor simplifica complexitatea procesării numerice și va permite prevenirea erorilor legate de rotunjire într-un sistem computațional dat.

2.2.3 Corelații cuantice, cazul staționar

Din sistemul de ecuații 2.154-2.157 se poate determina atât evoluția valorilor medii ale numărului fotonilor cât și numărul mediu de fononi. Deoarece durata proceselor de relaxare sunt determinate de ratele pierderilor fononice sau fononice, suntem interesați în mare parte de valori caracteristice ale subsistemelor fotoni sau fononi departe de momentele inițiale, atunci când se instalează regimul de stări staționare. Aceasta înseamnă că mediile corelatorilor implicați în 2.154-2.157 nu depinde de timp și, prin urmare, partea stângă a sistemului dat va fi nulă. Astfel sistemul în formă matriceală poate fi scris:

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 & K_2^* & K_2 \\ 0 & M_2 & K_1^* & K_1 \\ K_1 & K_2 & M & 0 \\ K_1^* & K_2^* & 0 & M^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle a^\dagger a \rangle \\ \langle b^\dagger b \rangle \\ \langle ab \rangle \\ \langle a^\dagger b^\dagger \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ c \\ c^* \end{pmatrix}, \quad (2.158)$$

unde elementele matricei sistemului și termenii liberi sunt:

$$M_i = A_i - B_i + c.c., \quad (2.159)$$

$$M = A_1 - B_1 + A_2 - B_2 + i(\Delta_1 - \omega), \quad (2.160)$$

$$K_i = C_i - D_i, \quad (2.161)$$

$$a_i = -(A_i + A_i^*), \quad (2.162)$$

$$c = -(C_1 + C_2). \quad (2.163)$$

Soluțiile sistemului 2.158 pot fi ușor obținute:

$$\langle a^\dagger a \rangle = \frac{F_2 + F_2^*}{T}, \quad (2.164)$$

$$\langle b^\dagger b \rangle = \frac{F_1 + F_1^*}{T}, \quad (2.165)$$

$$F_i = a_1 K_1 K_i^* M + a_2 K_1^* M + c^* K_i (K_1^* K_2 - K_1 K_2^* + M M_i) + \frac{1}{2} a_{(i+(-1)^{i-1})} M_i M^* M, \quad (2.166)$$

$$T = J(J - 2J^* + M M_2 + M_1 M^*) + J^*(J^* - M M_1 + M_2 M^*) + M_2 M_1 M M^*, \quad (2.167)$$

$$J = K_1^* K_2. \quad (2.168)$$

Folosind expresiile pentru $\langle a^\dagger a \rangle$ și $\langle b^\dagger b \rangle$ pot fi trasate graficele pentru diferiți parametri ai punctului cuantic, cavității, pompării laser etc, în funcție de dezacordul laser-cavitate. Parametri cât mai apropiați de valorile experimentelor reale [10, 11, 61, 63, 77, 99] au fost folosiți la procesarea numerică, doar că au fost renormați la rata emisiei spontane γ .

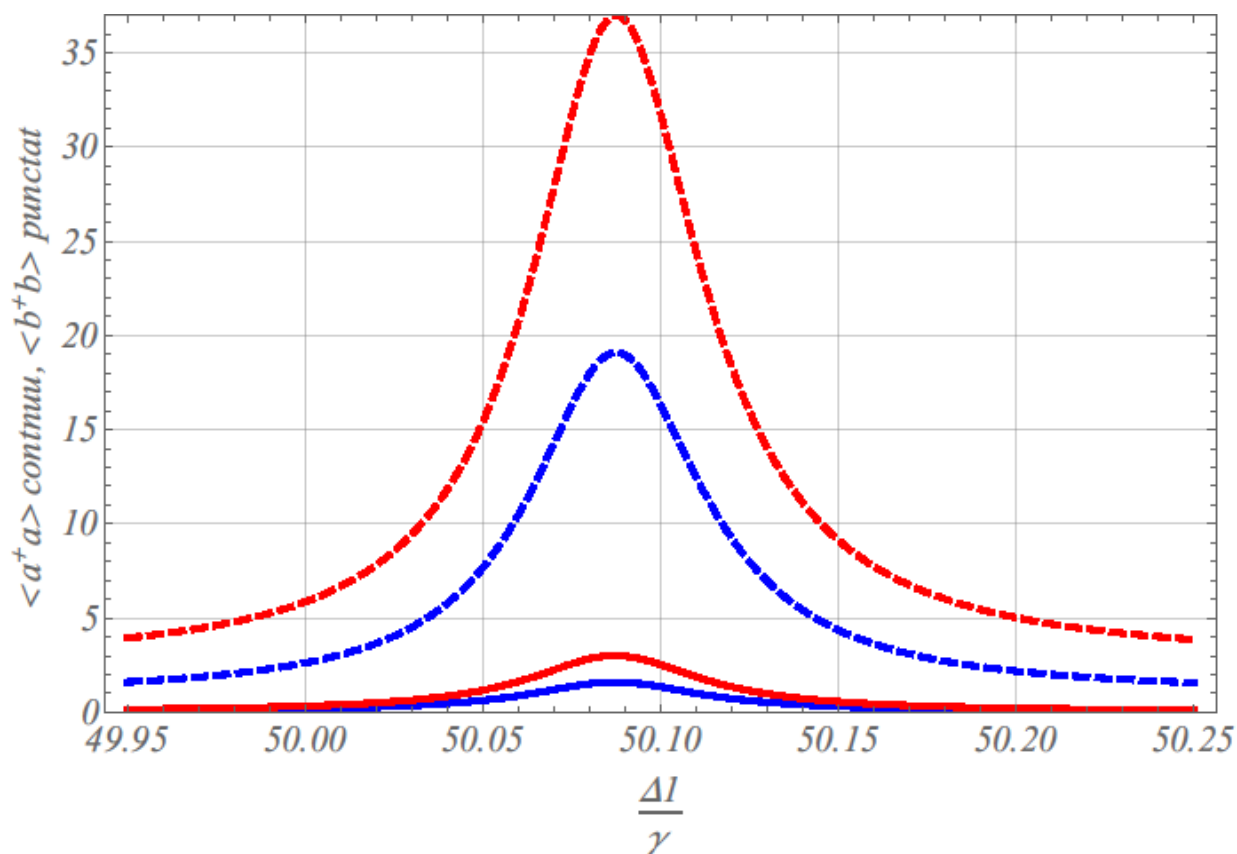


Figura 2.6. Numărul mediu de fononi $\langle b^\dagger b \rangle$, fotoni $\langle a^\dagger a \rangle$ în dependență de $\Delta l / \gamma$.

(color online) culoare roșie $n_{th} = 2$, iar culoare albastră pentru $n_{th} = 0.5$. Linia continuă corespunde numărului mediu de fotoni, iar cea întreruptă – numărului mediu de fononi.

Parametrii pentru care a fost trasat graficul sunt:

$$\gamma_c / \gamma = 0.3, \quad g / \gamma = 3, \quad \lambda / \gamma = 5, \quad \Omega / \gamma = 50, \quad \omega / \gamma = 50, \quad \Delta / (2\Omega) = -0.263, \quad \kappa_a / \gamma = 0.09, \\ \kappa_b / \gamma = 0.009.$$

Conform figurii 2.6 maximul numărului mediu de fotoni și a celui de fononi se atestă pentru același dezacord laser cavitate (curbele continue și cele întrerupte), ceea ce arată corelarea modurilor fotonice cu cele vibronice. Mai mult, creșterea temperaturii – creșterea numărului mediu de fononi termali n_{th} – duce la creșterea numărului de fotoni emiși în cavitate (A se vedea curbele de culoare roșie și cele de culoare albastră, întrerupte și continue). Prin urmare, modificând temperatura mediului în care se află RnM afectăm numărul fotonilor din cavitate.

În scopul analizei statisticii fononilor / fotonilor vom calcula varianța V și o vom

compara cu numărul mediu de particule $\langle n \rangle$:

$$V = \langle \Delta n^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle (a^\dagger a)^2 \rangle - \langle a^\dagger a \rangle^2, \quad (2.169)$$

sau folosind relațiile de comutare pentru operatorii câmpului obținem:

$$V - \langle n \rangle = \langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle - \langle a^\dagger a \rangle^2. \quad (2.170)$$

Prin urmare, funcția de corelare de ordinul 2 foton-foton [138, 77]:

$$g_1^{(2)}(0) = \frac{\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2}, \quad (2.171)$$

va conține informația despre abaterea varianței de la numărul mediu de fotoni.

Pentru lumină clasică (haotică/termală) avem statistica fonică super-poissoniană și:

$$g_1^{(2)}(0) > 1. \quad (2.172)$$

Pentru stări coerente (câmp laser, de exemplu) – statistica fonică conform distribuției Poisson și :

$$g_1^{(2)}(0) = 1, \quad (2.173)$$

iar pentru lumină neclasică statistica sub-poissoniană

$$g_1^{(2)}(0) < 1. \quad (2.174)$$

Similar cazului câmpului fonic, pentru perechea fonon–fonon se poate defini funcția de corelare de ordinul doi:

$$g_2^{(2)}(0) = \frac{\langle b^\dagger b^\dagger b b \rangle}{\langle b^\dagger b \rangle^2}, \quad (2.175)$$

iar pentru foton–fonon:

$$g_3^{(2)}(0) = \frac{\langle a^\dagger a b^\dagger b \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle \langle b^\dagger b \rangle}. \quad (2.176)$$

Astfel, dacă funcțiile de corelare de ordin 1 [138]

$$g_1^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t) E(t+\tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle}, \quad (2.177)$$

caracterizează fluctuațiile în timp a *intensităților câmpurilor* electrice, atunci funcțiile de corelare de ordinul doi

$$g_1^{(2)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t) E(t) E^*(t+\tau) E(t+\tau) \rangle}{\langle E^*(t) E(t) \rangle \langle E^*(t+\tau) E(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle I(t) I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle}, \quad (2.178)$$

descriu fluctuațiile în timp a *intensităților* radiației.

În scopul determinării funcțiilor de corelare de ordinul 2 se vor procesa suplimentar ecuațiile de mișcare 2.152 pentru obținerea corelatorilor corespunzători încrucișați, care apar în expresiile 2.171, 2.175, 2.176. Aceștia pot fi obținuți din 2.152 prin utilizarea setului de numere:

$$\{j, k, l, m\} = \begin{cases} \{2, 2, 0, 0\}, \\ \{0, 0, 2, 2\}, \\ \{1, 1, 1, 1\}, \\ \{1, 0, 2, 1\}, \\ \{0, 1, 1, 2\}, \\ \{2, 1, 1, 0\}, \\ \{1, 2, 0, 1\}, \\ \{2, 0, 2, 0\}, \\ \{0, 2, 0, 2\}. \end{cases} \quad (2.179)$$

Aceste seturi de numere corespund corelatorilor: $\langle a^\dagger a^\dagger aa \rangle$, $\langle b^\dagger b^\dagger bb \rangle$, $\langle a^\dagger a b^\dagger b \rangle$, $\langle a^\dagger b^\dagger b^\dagger b \rangle$, $\langle ab^\dagger bb \rangle$, $\langle a^\dagger a^\dagger ab^\dagger \rangle$, $\langle a^\dagger aab \rangle$, $\langle a^\dagger aab \rangle$, $\langle a^\dagger a^\dagger b^\dagger b^\dagger \rangle$, $\langle aa bb \rangle$.

Un instrument eficient pentru investigarea caracteristicilor cuantice ale corelațiilor dintre fononi și fotoni este inegalitatea Cauchy-Schwarz (*CSI*), definită conform [139, 140]:

$$CSI = \frac{g_1^{(2)}(0)g_2^{(2)}(0)}{g_3^{(2)}(0)g_3^{(2)}(0)} = \frac{\langle a^\dagger a^\dagger aa \rangle \langle b^\dagger b^\dagger bb \rangle}{\langle a^\dagger a b^\dagger b \rangle \langle a^\dagger a b^\dagger b \rangle}. \quad (2.180)$$

Amintim că în fizica clasică inegalitatea Cauchy-Schwarz poate fi aplicată mărimilor care fluctuează X, Y și înseamnă limitarea superioară a corelațiilor încrucișate $\langle XY \rangle$ de către auto-corelațiile fiecărei mărimi

$$|\langle XY \rangle| \leq \sqrt{\langle X^2 \rangle \langle Y^2 \rangle}, \quad (2.181)$$

sau

$$CSI_{clasic} = \frac{\sqrt{\langle X^2 \rangle \langle Y^2 \rangle}}{|\langle XY \rangle|} \geq 1. \quad (2.182)$$

Ultima inegalitate se respectă pentru doi curenți clasici care provin de la aceeași sursă. În lumea cuantică corelațiile sunt mai puternice decât limita impusă de 2.182. Astfel, corelații non-clasice au fost demonstrate în repetate rânduri [141 vezi și referințele atașate]. În particular, corelațiile induse sunt de natură cuantică dacă

$$CSI < 1, \quad (2.183)$$

adică

$$\sqrt{\langle a^\dagger a^\dagger aa \rangle \langle b^\dagger b^\dagger bb \rangle} < \langle a^\dagger a b^\dagger b \rangle. \quad (2.184)$$

Dependența CSI de dezacordul laser cavitate este prezentat în figura de mai jos pentru două valori ale temperaturii la care se poate afla sistemul.

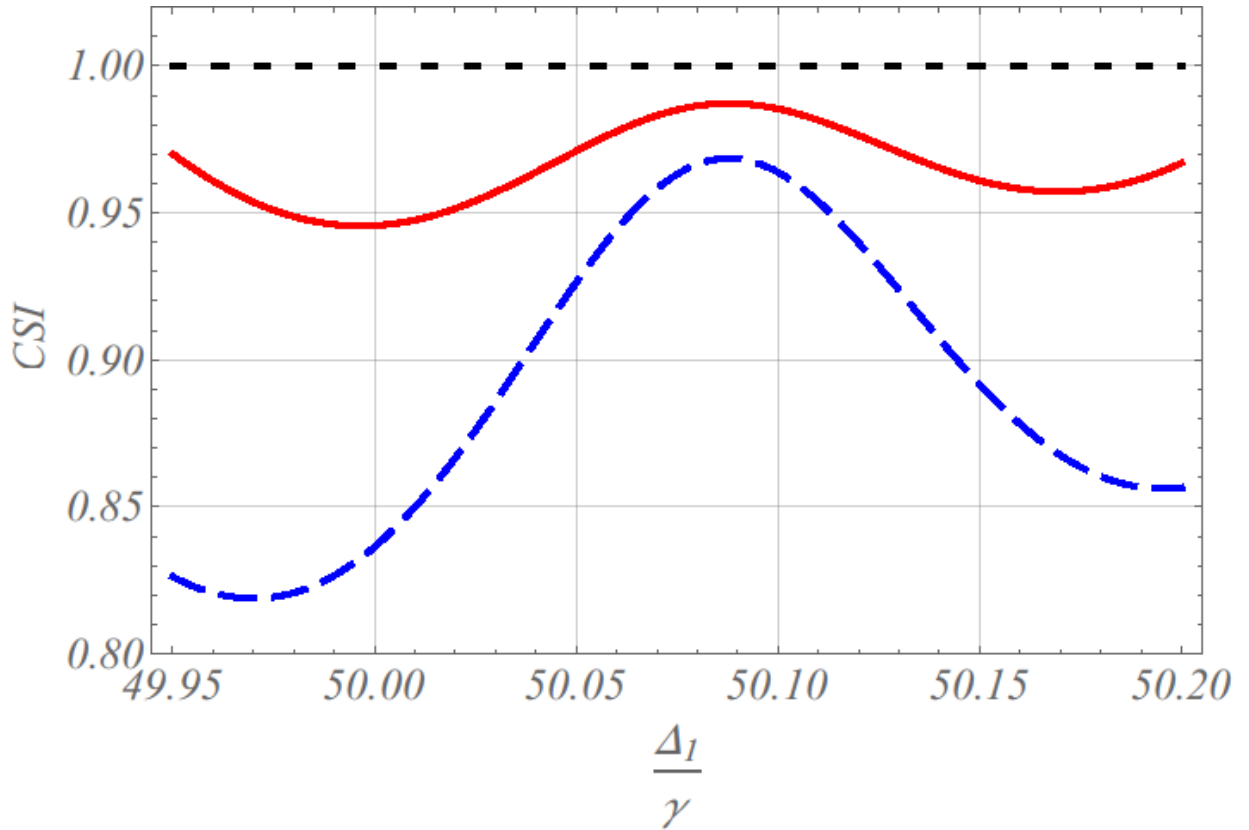


Figura 2.7. Valorile pentru CSI în stările staționare versus Δ_1 / γ . (color online)

Curbele de **culoare roșie continuă** sunt pentru $n_{th} = 2$, iar **culoare albastră întreruptă** –

$$n_{th} = 0.5.$$

Parametrii pentru care au fost trasate graficele sunt:

$$\gamma_c / \gamma = 0.3, \quad g / \gamma = 3, \quad \lambda / \gamma = 5, \quad \Omega / \gamma = 50, \quad \omega / \gamma = 50, \quad \Delta / (2\Omega) = -0.263, \quad \kappa_a / \gamma = 0.09,$$

$$\kappa_b / \gamma = 0.009.$$

Încălcarea CSI apare sub linia orizontală punctată, corespunzătoare valorii 1.

Sistemul analizat, descris în secțiunea 2.1.3 cu dezacordul 2.133, prezintă corelații, iar natura cuantică a acestora este demonstrată prin încălcarea inegalității CSI care se atestă în graficul prezentat în figura de mai sus.

În figurile 2.6 și 2.7 sunt prezentate valorile numerelor medii de fononi și fotoni în stări staționare și CSI pentru parametrii particularizați apropiați de cei analizați în alte lucrări [10, 39, 45, 94, 127, 142].

Pentru cuplări mai puternice dintre qubit și cavitate se observă un maxim al acestor mărimi în jurul:

$$\Delta_1 \approx \omega, \quad (2.185)$$

adică atunci când absorbția unui foton laser este însoțită de generarea unui fonon și a unui foton optic în cavitate, pe când

$$\Delta_1 \neq \Delta. \quad (2.186)$$

Este de menționat că deplasarea frecvențelor datorită efectelor neliniare care există în limita dispersivă aplicată aici (vezi [85, 86, 131, 132, 133, 137]), este responsabilă pentru rezonanța în jurul lui ω , dar nu exact la valoarea acesteia.

Mai mult decât atât, temperatura mediului care influențează explicit gradele de libertate de vibrație, influențează implicit numărul mediu de fotoni în modul rezonatorului optic (a se vedea liniile continuă și întreruptă din graficul prezentat în figura 2.6) demonstrează astfel existența corelațiilor între fotoni și fononi. Natura cuantică a acestor corelații este demonstrată și de încălcarea inegalității *CSI* dată de relația 2.182, a cărei dependență de parametrul Δ_1 / γ este prezentat în figura 2.7. Inegalitatea Cauchy-Schwarz este încălcată, dacă $CSI < 1$ (sub dreapta punctată neagră din figura 2.7), pentru $\Delta_1 \approx \omega$, unde valorile pentru numerele medii de fononi și fotoni sunt maxime.

În ceea ce urmează vom opera cu anumite aproximații, vom prezenta expresiile analitice pentru observabilele implicate și vom discuta condițiile de încălcare ale *CSI*.

Dacă expresiile pentru numărul mediu de fononi / fotoni care se obțin în cazul stărilor staționare din sistemul 2.154-157 au fost obținute, expresiile explicite 2.171, 2.175, 2.176 și 2.180, ar necesita zeci de pagini, dacă le-am prezenta aici! Totuși acestea pot fi simplificate simțitor dacă considerăm aproximațiile:

$$\{\Delta_1, \omega\} \gg \Gamma_{\parallel}, \quad (2.187)$$

$$2\Omega_R \pm \Delta_1 \gg \Gamma_{\perp}, \quad (2.188)$$

$$2\Omega_R \pm \omega \gg \Gamma_{\perp}. \quad (2.189)$$

În acest caz expresiile 2.135-2.142 se vor modifica simțitor (numitorul se va simplifica), iar în final vom obține următoarele expresii staționare ale numerelor medii de fononi sau fotoni și corelațiile corespunzătoare de ordinul unu sau doi pentru stările.

$$\langle a^\dagger a \rangle = \frac{\kappa_b (1+n_{th}) \Sigma^2}{(\kappa_a + \kappa_b)(\kappa_a \kappa_b - \Sigma^2)}, \quad (2.190a)$$

$$\langle b^\dagger b \rangle = n_{th} + \frac{\kappa_a (1+n_{th}) \Sigma^2}{(\kappa_a + \kappa_b)(\kappa_a \kappa_b - \Sigma^2)}, \quad (2.190b)$$

$$\langle ab \rangle = \frac{i\kappa_a \kappa_b (1+n_{th}) \Sigma}{(\kappa_a + \kappa_b)(\kappa_a \kappa_b - \Sigma^2)}, \quad (2.190c)$$

cu

$$\langle a^\dagger b^\dagger \rangle = \langle a b \rangle^\dagger, \quad (2.191)$$

iar pentru a evita rezultate fără sens fizic produsul $\kappa_a \kappa_b$ trebuie să fie mai mare decât Σ^2 ,

adică

$$\kappa_a \kappa_b > \Sigma^2, \quad (2.192)$$

Respectiv:

$$g_1^{(2)}(0) = g_2^{(2)}(0) = 2, \quad (2.193a)$$

$$g_3^{(2)}(0) = 1 + \frac{\kappa_b \kappa_a^2 (1+n_{th})}{\kappa_a \kappa_b (\kappa_a + \kappa_b) n_{th} + (\kappa_a - \kappa_b n_{th}) \Sigma^2}. \quad (2.193b)$$

Aici,

$$\Sigma = \frac{g\lambda}{2} (P_+ - P_-) \frac{2\Omega_R \cos 2\theta - \omega \sin 2\theta}{4\Omega_R^2 - \omega^2}, \quad (2.194)$$

la fel, am presupus:

$$\Delta_1 - \omega \approx \delta_a + \delta_b, \quad (2.195)$$

unde δ_a și δ_b descriu deplasări de frecvențe observate în figura 2.6 și sunt definite de:

$$\delta_a = g^2 (P_+ - P_-) \left\{ \frac{\sin^4 \theta}{2\Omega_R - \Delta_1} + \frac{\cos^4 \theta}{2\Omega_R + \Delta_1} \right\}, \quad (2.196)$$

$$\delta_b = \lambda^2 \Omega_R (P_+ - P_-) \frac{\sin^2 2\theta}{4\Omega_R^2 - \omega^2}. \quad (2.197)$$

Utilizând expresiile analitice date de 2.193 și 2.190, *CSI* ia forma:

$$CSI = 4 \left[\frac{\kappa_a \kappa_b (\kappa_a + \kappa_b) n_{th} + (\kappa_a - \kappa_b n_{th}) \Sigma^2}{\kappa_a \kappa_b (\kappa_a + \kappa_b n_{th} + 2\kappa_a n_{th}) + (\kappa_a - \kappa_b n_{th}) \Sigma^2} \right]^2. \quad (2.198)$$

Din expresia de mai sus,adică 2.198, urmează că încălcarea *CSI* se reduce la condiția:

$$(\kappa_a - \kappa_b n_{th})(\Sigma^2 - \kappa_a \kappa_b) < 0. \quad (2.199)$$

Deoarece $\kappa_a \kappa_b > \Sigma^2$ (vezi explicația la relațiile 2.192), încălcarea *CSI* necesită realizarea ambelor condiții:

$$\begin{cases} \kappa_a > \kappa_b n_{ih} \\ \kappa_a \kappa_b > \Sigma^2 \end{cases} \quad (2.200)$$

Este notabil că, caracteristicile cuantice ale acestor corelații vor dispărea pentru $|\Delta_1 - \omega| \gg \gamma$. (2.200)

Acest fapt poate fi observat din ecuația master 2.152 unde termenii responsabili de corelațiile încrucișate între două moduri diferite vor dispărea în regimul când

$$\frac{|\Delta_1 - \omega|}{\gamma} \gg 1. \quad (2.201)$$

La moment sunt cunoscute o multitudine de tehnici care permit detectarea vibrațiilor mecanice fine [10, 144] care în combinație cu schemele tradiționale de detectare ale fotonilor pot permite măsurarea corelațiilor între cuantele optice și cele de vibrație cercetate în acest capitol.

2.2.4 Corelații cuantice, cazul nestaționar

Deși sistemul a fost studiat atunci când se ajunge în stare staționară, prezintă interes și evoluția acestuia până la această stare. Din ecuațiile 2.154-2.157 pentru valori medii ale operatorilor dependente de timp, obținem un sistem de ecuații diferențiale, a cărei soluționare permite studierea dependenței de timp a corelatorilor și a mărimilor de interes. Condițiile inițiale sunt:

$$\begin{aligned}\langle b^\dagger b \rangle(t=0) &= n_{th}, \\ \langle a^\dagger b^\dagger \rangle(t=0) &= 0, \\ \langle ab \rangle(t=0) &= 0, \\ \langle a^\dagger a \rangle(t=0) &= 0.\end{aligned}\tag{2.202}$$

Evoluția temporală a numărului mediu de fononi sau fotoni se arată a fi un proces de tranziție cu o rată de atingere a stării staționare cu atât mai rapidă cu cât suntem mai departe de rezonanță (față de parametrul $\frac{\Delta_1}{\gamma}$). Timpul de atingere a stării staționare (timpul de relaxare) este mai mic pentru stările fononice corespunzător la circa 10 de unități $\frac{1}{\gamma}$. Aceste valori corespund inversului ratei de pierderi fononice care este de circa 10-100 ori mai mic decât γ . Similar, stările fononice sunt caracterizate de timpi de relaxare de ordinul inversului ratei pierderilor fononice și corespund valorilor de ordinul 100 unități $\frac{1}{\gamma}$.

În toate cazurile numărul mediu de fotoni sau fononi în limita unui interval de timp mare, coincide cu valorile obținute din graficul prezentat în figura 2.6. În același grafic sunt prezentate familii de curbe pentru numărul mediu de fotoni sau fononi, iar pentru valorile maxime din aceeași figură, dependența de timp este prezentată în familia de curbe din figura 2.8 limitate de curbele cu culoare neagră. Această curbă corespunde parametrului $\frac{\Delta_1}{\gamma}$ la rezonanță, conform figurii 2.6.

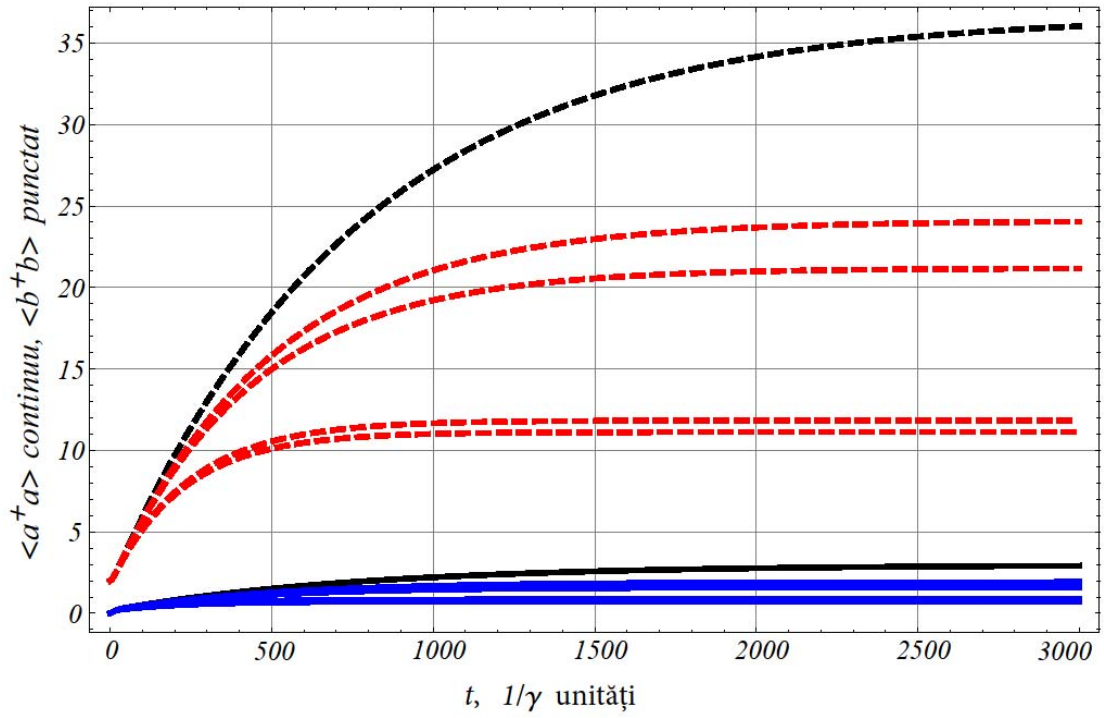


Figura 2.8. Dependența de timp a numărul de **fotoni** (continuu) / **fononi** (întrerupt). (color online)

Parametrul $\frac{\Delta_1}{\gamma}$ a luat valori în jurul frecvenței modului fononic $\frac{\omega}{\gamma} = 50,09; \pm 0,025; \pm 0,05$.

Liniile de culoare neagră care mărginesc familia de curbe cu linii întrerupte sau continue sunt construite pentru frecvența de rezonanță care corespunde maximului numărului de fononi sau fotoni din figura 2.6.

Alți parametri pentru care au fost trasate graficele sunt:

$$\gamma_c / \gamma = 0.3, \quad g / \gamma = 3, \quad \lambda / \gamma = 5, \quad \Omega / \gamma = 50, \quad \Delta / (2\Omega) = -0.263, \quad \kappa_a / \gamma = 0.09, \quad \kappa_b / \gamma = 0.009.$$

2.3 Dinamica cuantică a răcirii fononice

2.3.1 Dezacord roșu laser-cavitate

Situația descrisă în paragraful precedent când un foton laser este absorbit de punctul cuantic și sunt emiși un foton în cavitate și un fonon în bară nu este unicul mod posibil. De exemplu, frecvența fotonului radiației coerente poate fi inferioară frecvenței de tranziție dintre nivelurile qubitului. Astfel, se atestă situația când qubitul absoarbe un foton laser și un fonon al barei nanomecanice, iar ca rezultat se emite un foton în cavitate, conform figurii:

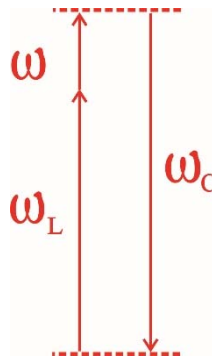


Figura 2.9. Schema absorbției / emisieii fotonilor / fononilor. (color online)

Dezacordul dintre frecvența laserului și cea a cavității este negativ, sau așa numit, **roșu**

$$\Delta_1 < 0.$$

Astfel, așa cum energia barei nanomecanice se micșorează (sunt absorbiți fononii care completează cuantele de energie absorbite de qubit pentru emiterea unui foton în cavitate) temperatura efectivă a acesteia se micșorează. Dezacordul dintre frecvența radiației coerente externe și frecvența modului cavității optice este negativ,

$$\Delta_1 = \omega_L - \omega_C < 0, \quad (2.203)$$

ceea ce va modifica esențial aproximațiile ce se vor opera în ecuația master. Ratele pierderilor în cavitățile optice și mecanice sunt mult mai mici decât ratele pierderilor cauzate de defazare și tranziție spontană a qubitului, iar acestea sunt mult inferioare frecvenței Rabi corespunzătoare radiației laser intensă, adică

$$\Omega \gg \{\gamma, \gamma_c\} \gg \kappa_{a,b}. \quad (2.204)$$

În aceeași cheie, radiația coerentă intensă implică superioritatea frecvenței Rabi față de constantele de interacțiune dintre punctul cuantic și cavitățile optică și mecanică, sau explicit

$$\Omega \gg \{g, \lambda\} > \{\gamma, \gamma_c\}. \quad (2.205)$$

Prin urmare dinamicele subsistemelor fotonilor cavității și a fononilor RnM sunt mai lente decât cea a punctului cuantic și pot fi eliminate variabilele punctului cuantic (vezi și [86, 94, 143]). Această procedură va începe de la ecuația master 2.131 în care constantele 2.104 și 2.105 au fost substituite explicit. Unii termeni intră în ecuația master ca termeni oscilanți cu frecvențele

$$\pm 2\Delta_1, \pm 2\omega, \quad (2.206)$$

alții – cu frecvențele

$$\pm(\Delta_1 \pm \omega). \quad (2.207)$$

Deoarece are loc condiția 2.203, dar și $\Delta_1 \approx -\omega$, termenii

$$e^{\pm 2i\Delta_1 t}, \quad (2.208)$$

$$e^{\pm i(\Delta_1 - \omega)t}, \quad (2.209)$$

$$e^{\pm 2i\omega t}, \quad (2.210)$$

sunt rapid oscilanți față de termenul lent

$$e^{\pm i(\Delta_1 + \omega)t}, \quad (2.211)$$

ceea ce înseamnă că primii pot fi neglijați, iar ecuația master care descrie cavitatea și gradele de libertate ale RnM va căpăta forma:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho(t) + \frac{i}{2}(\Delta_1 + \omega)[b^\dagger b - a^\dagger a, \rho] = \\ -A_1^*[a, a^\dagger \rho] - B_1^*[a^\dagger, a \rho] - A_2^*[b, b^\dagger \rho] - \\ B_2^*[b^\dagger, b \rho] + C_1^*[b, a^\dagger \rho] + D_1^*[b^\dagger, a \rho] + \\ + C_2^*[a^\dagger, b \rho] + D_2^*[a, b^\dagger \rho] + h.c. \end{aligned} \quad (2.212)$$

Prin * s-a notat operația de conjugare complexă

$$A_1^* = \frac{1}{4} \frac{g^2 \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1} + \frac{g^2 P_- \sin^4 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \Delta_1)} + \frac{g^2 P_+ \cos^4 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \Delta_1)}, \quad (2.213)$$

$$A_2^* = \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda^2 \cos^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\omega} + \frac{\lambda^2 P_- \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{\lambda^2 P_+ \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \omega)} \right) + \kappa_b n_{th}, \quad (2.214)$$

$$B_1^* = \frac{1}{4} \frac{g^2 \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1} + \frac{g^2 P_+ \sin^4 \theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \Delta_1)} + \frac{g^2 P_- \cos^4 \theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \Delta_1)} + k_a, \quad (2.215)$$

$$B_2^* = \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda^2 \cos^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\omega} + \frac{\lambda^2 P_+ \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{\lambda^2 P_- \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \omega)} \right) + \kappa_b (n_{th} + 1), \quad (2.216)$$

$$C_1^* = \frac{P_+ g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \Delta_1)} - \frac{P_- g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \Delta_1)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1}, \quad (2.217)$$

$$C_2^* = \frac{P_- g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \omega)} - \frac{P_+ g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \omega)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\omega}. \quad (2.218)$$

$$D_1^* = \frac{P_- g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \Delta_1)} - \frac{P_+ g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \Delta_1)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\Delta_1}, \quad (2.219)$$

$$D_2^* = \frac{P_+ g\lambda \sin 2\theta \cos^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \omega)} - \frac{P_- g\lambda \sin 2\theta \sin^2 \theta}{2 \Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \omega)} - \frac{1}{4} \frac{g\lambda \sin 2\theta \cos 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\omega}. \quad (2.220)$$

Parametrii Γ_{\perp} , Γ_{\parallel} , γ_0 , γ_{\pm} , P_{\pm} sunt definiți de 2.121, 2.130, 2.107-2.109 și 2.132, respectiv. Deși notațiile variabilelor sunt similare celor din secțiunea 2.2, ecuația master 2.212 este semnificativ diferită de cea scrisă pentru cazul corelațiilor cuantice 2.134, atât prin prezența altor termeni cât și prin parametrii A_i , B_i , C_i , D_i . Acestea au fost cauzate de omiterea diferitor termeni rapizi oscilanți datorati schemelor de absorbție-emisie diferite.

Urmând aceeași procedură de scriere a ecuației master în reprezentarea Heisenberg dată de identitatea 2.143, obținem ecuația de mișcare pentru un operator al câmpurilor fononic sau fonic:

$$\begin{aligned} \langle \dot{Q} \rangle + \frac{i}{2} (\Delta_1 + \omega) \langle [a^{\dagger} a - b^{\dagger} b, Q] \rangle = \\ = \langle [Q, a] (D_2^* b^{\dagger} - A_1^* a^{\dagger}) + (B_1^* a^{\dagger} - C_2^* b^{\dagger}) [Q, a] \rangle + \\ + \langle [Q, a^{\dagger}] (B_1 a - C_2 b^{\dagger}) + (A_1 a - D_2 b) [Q, a^{\dagger}] \rangle + \\ + \langle [Q, b] (C_1 a^{\dagger} - A_2 b^{\dagger}) + (B_2^* b^{\dagger} - D_1 a^{\dagger}) [Q, b] \rangle + \\ + \langle [Q, b^{\dagger}] (D_1^* a - B_2 b) + (A_2 b - C_1^* a) [Q, b^{\dagger}] \rangle. \end{aligned} \quad (2.221)$$

În ceea ce urmează vom descrie dinamica răcirii corelate a stărilor staționare ale gradelor de libertate de vibrație. De fapt ajustând frecvența laserului la condiția

$$\omega + \Delta_1 \approx 0, \quad (2.222)$$

vom obține situația când absorbția simultană a unui foton laser și a unei cuante de vibrații este însoțită de emisia unui foton în modul cavității, în conformitate cu schema dată în figura 2.9. Definind operatorul Q conform 2.145, rescriem ecuația 2.221 în forma 2.223. Procesarea ulterioară a acestei ecuații în scopul obținerii sistemului de corelatori a fost executată în pachetul Mathematica (vezi Anexe, pg. 141).

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m \rangle &= \langle a^{\dagger j} a^k b^{\dagger l} b^m \rangle \left(\frac{i}{2} (\Delta_1 + \omega) (-j + k + l - m) + \right. \\
&+ A_1 k + A_1^* j + A_2 m + A_2^* l - B_1 k - B_1^* j - B_2 m - B_2^* l \left. \right) + \\
&+ (A_1 j k + A_1^* j k) \langle a^{\dagger(j-1)} a^{(k-1)} b^{\dagger l} b^m \rangle + (D_1 c m - C_1^* m) \langle a^{\dagger j} a^{(k+1)} b^{\dagger l} b^{(m-1)} \rangle + \\
&+ (C_2 k - D_2 k) \langle a^{\dagger j} a^{(k-1)} b^{\dagger l} b^{(m+1)} \rangle + (-C_1 k l - D_2 k l) \langle a^{\dagger j} a^{(k-1)} b^{\dagger(l-1)} b^m \rangle + \\
&+ (A_2 l m + A_2^* l m) \langle a^{\dagger j} a^k b^{\dagger(l-1)} b^{(m-1)} \rangle + (-C_1^* j m - D_2^* j m) \langle a^{\dagger(j-1)} a^k b^{\dagger l} b^{(m-1)} \rangle + \\
&+ (D_1 l - C_1 l) \langle a^{\dagger(j+1)} a^k b^{\dagger(l-1)} b^m \rangle + (C_2^* j - D_2^* j) \langle a^{\dagger(j-1)} a^k b^{\dagger(l+1)} b^m \rangle.
\end{aligned} \tag{2.223}$$

Utilizând ecuația master (2.223), cu setul de numere

$$\{j, k, l, m\} = \begin{cases} \{1, 1, 0, 0\}, \\ \{0, 0, 1, 1\}, \\ \{1, 0, 0, 1\}, \\ \{0, 1, 1, 0\}, \end{cases} \tag{2.224}$$

pot fi obținute următoarele ecuații de mișcare pentru numărul mediu de fotoni și fononi.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle a^{\dagger} a \rangle &= \langle a^{\dagger} a \rangle (A_1 - B_1 + A_1^* - B_1^*) + \langle a^{\dagger} b \rangle (C_2^* - D_2) + \langle b^{\dagger} a \rangle (C_2 - D_2^*) + \\
&+ A_1 + A_1^*, \\
\frac{d}{dt} \langle b^{\dagger} b \rangle &= \langle b^{\dagger} b \rangle (A_2 - B_2 + A_2^* - B_2^*) - \langle a^{\dagger} b \rangle (C_1^* - D_1) - \langle b^{\dagger} a \rangle (C_1 - D_1^*) + \\
&+ A_2 + A_2^*, \\
\frac{d}{dt} \langle a^{\dagger} b \rangle &= \langle a^{\dagger} b \rangle (A_1^* - B_1 + A_2 - B_2^* - i(\Delta_1 + \omega)) - \langle a^{\dagger} a \rangle (C_1 - D_1^*) + \langle b^{\dagger} b \rangle (C_2 - D_2^*) - \\
&- C_1 - D_2^*, \\
\frac{d}{dt} \langle b^{\dagger} a \rangle &= \langle b^{\dagger} a \rangle (A_1 - B_1^* + A_2^* - B_2 + i(\Delta_1 + \omega)) - \langle a^{\dagger} a \rangle (C_1^* - D_1) + \langle b^{\dagger} b \rangle (C_2^* - D_2) - \\
&- C_1^* - D_2.
\end{aligned} \tag{2.225}$$

Ultimele două ecuații din sistemul 2.225 indică clar sensul schemei absorbției / emisiei fotonilor / fononilor: $a^{\dagger} b$ semnifică generarea unui foton în cavitate însoțită de anihilarea unui fonon în RnM, iar $b^{\dagger} a$ – generarea unui fonon este însoțită de anihilarea unui foton. În baza ecuațiilor (2.225) pot fi analizate stările staționare ale numărului mediu de fotoni din cavitate și numărul mediu al fononilor RnM pentru stările staționare.

2.3.2 Răcire cuantică: cazul staționar

Stările staționare ale unui sistem se instalează după un anumit interval de timp. Acesta depinde de cât de intense sunt interacțiunile și de regulă se numește timp caracteristic de relaxare. În cazul sistemului analizat qubit-cavitate-RnM-laser acesta depinde de ratele de pierderi fotonice / fononice. Pentru durate de timp mult peste inversul ratei pierderilor fotonice dependența de timp a sistemului fizic cercetat este nesemnificativă, ceea ce impune anularea părții stângi a sistemului 2.225 și transformarea acestuia dintr-un sistem de ecuații diferențiale într-un sistem algebric de ecuații. Astfel,

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 & K_2^* & K_2 \\ 0 & M_2 & -K_1^* & -K_1 \\ -K_1 & K_2 & M & 0 \\ -K_1^* & K_2^* & 0 & M^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle a^\dagger a \rangle \\ \langle b^\dagger b \rangle \\ \langle a^\dagger b \rangle \\ \langle ab^\dagger \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ c \\ c^* \end{pmatrix}, \quad (2.226)$$

unde elementele matricei sistemului și termenii liberi sunt:

$$M_i = A_i - B_i + c.c., \quad (2.227)$$

$$M = A_1 - B_1 + A_2 - B_2 + i(\Delta_1 - \omega), \quad (2.228)$$

$$K_i = C_i - D_i^*, \quad (2.229)$$

$$a_i = -(A_i + A_i^*), \quad (2.230)$$

$$c = C_1 + D_2^*. \quad (2.231)$$

Sistemul (2.226) este diferit atât prin matricea sistemului de 2.158, cât și prin variabilele sale. Soluțiile sistemului linear menționat sunt:

$$\langle a^\dagger a \rangle = \frac{F_2 + F_2^*}{T}, \quad (2.232)$$

$$\langle b^\dagger b \rangle = \frac{F_1 + F_1^*}{T}, \quad (2.233)$$

unde

$$F_i = (-1)^{i-1} a_i K_1 K_i^* M - a_2 K_1^* M + c^* (-1)^i K_i (K_1 K_2^* - K_1^* K_2 + M M_i) + \frac{1}{2} a_{(i+(-1)^{i-1})} M_i M^* M, \quad (2.234)$$

$$T = J(J - 2J^* + M M_2 + M_1 M^*) + J^*(J^* - M M_1 + M_2 M^*) + M_2 M_1 M M^*, \quad (2.235)$$

$$J = -K_1^* K_2. \quad (2.236)$$

Pentru trasarea dependențelor grafice vom utiliza diferiți parametri ai sistemului, apropiați de valorile sistemelor oarecum similare [10, 11, 61, 63, 77, 99]

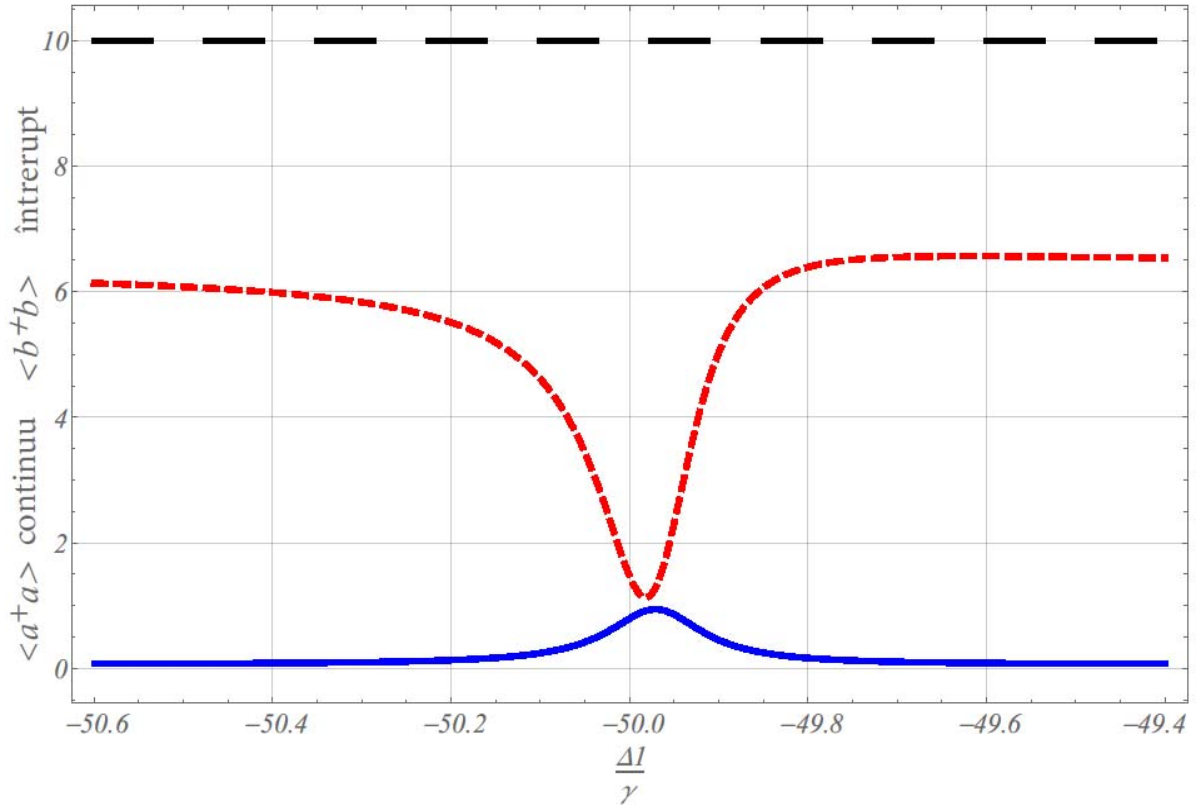


Figura 2.10 Numărul mediu de **fotoni** $\langle a^\dagger a \rangle$ **fononi** $\langle b^\dagger b \rangle$, în dependență de Δ_1 / γ .

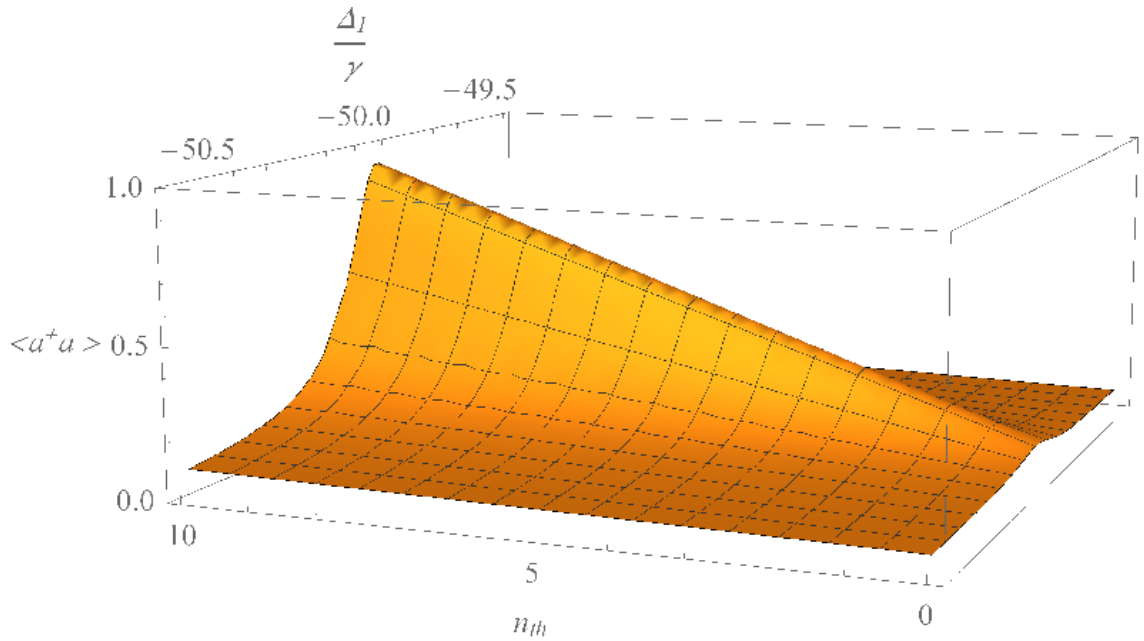
(color online) Linia neagră întreruptă lung corespunde valorii $n_{th} = 10$, linia întreruptă roșie pentru numărul de fononi, iar linia continuă pentru numărul de fotoni.

Aici $\gamma_c / \gamma = 0.3$, $g / \gamma = 2$, $\lambda / \gamma = 4$, $\Omega / \gamma = 50$, $\omega / \gamma = 50$, $\Delta / (2\Omega) = 0.5$,

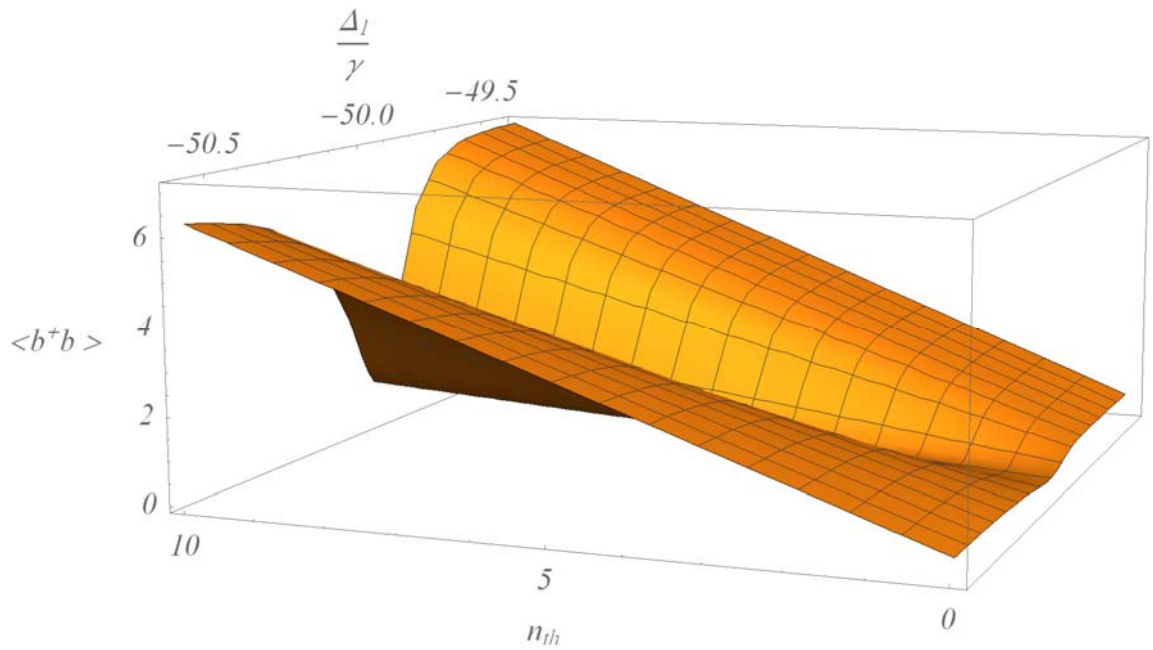
$\kappa_a / \gamma = 0.01$ și $\kappa_b / \gamma = 0.001$.

Maximul numărului de fotoni detectați corespunde numărului minim de fononi ai RnM în jurul $\Delta_1 + \omega \approx 0$.

Răcirea cuantică apare pentru cazul când numărul mediu de fononi trece sub pragul numărului de fononi determinați de rezervorul necoerent exterior i.e. $\langle b^\dagger b \rangle < n_{th}$ (curba roșie din figura 2.10 este sub linia neagră întreruptă lung). Pentru stabilirea influenței numărului de fononi termici, datorati temperaturii la care se află sistemul vom construi graficele tridimensionale în care n_{th} va fi o coordonată din grafic.



a)



b)

Figura 2.11 a) Dependența numărului de fotoni din cavitate $\langle a^\dagger a \rangle$ și b) fononi ai barei nanomecanice $\langle b^\dagger b \rangle$ de parametrul Δ_1 și de numărul mediu de fononi din sistem. (color online)

Rata de defazare este $\gamma_c = 0,3$, frecvența barei nanomecanice $\omega = 50$, frecvența Rabi $\Omega = 50$, constantele de interacțiune a qubitului cu cavitatea și bara nanomecanică $g = 3$; $\lambda = 5$, ratele pierderilor fotonice, fononice sunt $k_a = 0,02$; $k_b = 0,002$ și parametrul $\Delta/2\Omega = 0,5$. Toate frecvențele sunt normate la rata de dezintegrare a qubitului γ .

Numărul mediu de fononi al rezonatorului nanomecanic variază în dependență de parametrul sistemului. Astfel se atestă coborârea valorii acestuia sub numărul mediu de fononi din sistem, ceea ce indică apariția fenomenului de răcire cuantică (vezi Figura 2.11 b). Minimul numărului de fononi corespunde maximumului numărului de fotoni emiși în cavitate, ceea ce permite detectarea fenomenului de răcire (vezi Figura 2.11 a) pentru diferite valori ale numărului inițial de fononi în RnM.

Acest comportament poate fi înțeles ținând cont că pentru o oarecare valoare pozitivă a abaterii frecvenței laser de la frecvența qubitului, nivelul cel mai de jos al stărilor îmbrăcate $|-\rangle$ este cel mai populat. Aceasta înseamnă că procesele de generare ale fononilor sunt minimizate pe când absorbția fononului urmată simultan de absorbția fotonului laser este însoțită de emisia unui foton în modul cavității. Iată de ce maximumul fotonilor detectați în cavitate implică minimumul cuantelor de vibrație ceea ce înseamnă detectarea răcirii RnM. Este de remarcat o mică deplasare dintre frecvențele corespunzătoare maximumului fotonilor și minimumului fononilor detectați (vezi și ecuația 2.241). În final, o răcire eficientă apare pentru regimurile necorelate ale proceselor de detectare fonon-foton, adică când

$$\Delta_1 + \omega \gg \gamma, \quad (2.237)$$

pe când regimurile corelate apar pentru

$$\Delta_1 + \omega \ll \gamma. \quad (2.238)$$

Deși în aceste cazuri (regimuri necorelate) este dificilă obținerea unei emisii maxime de fotoni în cavitate corespunzătoare unei proces de răcire a RnM, deoarece aceste procese sunt necorelate. Vom arăta expresiile aproximative analitice ale variabilelor de interes în stările staționare. Aceasta va permite comprehensiunea comportamentului reprezentat în figurile 2.10 și 2.11. Dacă se vor face aproximațiile

$$\{\Delta_1, \omega\} \gg \Gamma_{\perp}, \quad (2.239)$$

$$2\Omega_R \pm \Delta_1 \gg \Gamma_{\perp} \text{ și} \quad (2.240)$$

$$2\Omega_R \pm \omega \gg \Gamma_{\perp},$$

ecuația master 2.221 cu constantele 2.213-2.220 care se vor simplifica considerabil, iar ecuația master va deveni:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho(t) = & \frac{i}{4} (\Delta_1 + \omega - \bar{\delta}_a + \bar{\delta}_b) [a^\dagger a - b^\dagger b, \rho] + i\eta [ab^\dagger, \rho] - \\ & - \kappa_a [a^\dagger, a\rho] - \kappa_b (1 + n_{th}) [b^\dagger, b\rho] - \kappa_b \bar{n} [b, b^\dagger \rho] + h.c. \end{aligned} \quad (2.241)$$

Aici abaterea mică $\bar{\delta}_a - \bar{\delta}_b$ observată și în figurile 2.10 este descrisă de următoarele

expresii:

$$\bar{\delta}_a = g^2 (P_+ - P_-) \left\{ \frac{\sin^4 \theta}{2\Omega_R + \omega} + \frac{\cos^4 \theta}{2\Omega_R - \omega} \right\}, \quad (2.242)$$

$$\bar{\delta}_b = \Omega_R \lambda^2 (P_+ - P_-) \frac{\sin^2 2\theta}{4\Omega_R^2 - \omega^2}, \quad (2.243)$$

pe când

$$\eta = g\lambda (P_+ - P_-) \sin 2\theta \frac{\Omega_R \cos 2\theta + \omega/2}{4\Omega_R^2 - \omega^2}. \quad (2.244)$$

Ultimul termen din prima linie a relației 2.241 cu partea sa auto adjuncă descrie emisia fononilor urmați de procesele de absorbție ale fotonului cavității și viceversa, intermediată de câmpul laser și este responsabilă de răcire și detectare a gradelor de libertate de vibrație.

Respectiv, în baza ecuațiilor 2.241 sistemul de ecuații pentru valori medii ale corelatorilor $\langle a^\dagger a \rangle$, $\langle b^\dagger b \rangle$, $\langle a^\dagger b \rangle$, $\langle ab^\dagger \rangle$ poate fi redus la:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \langle a^\dagger a \rangle = -i\eta \langle x \rangle - 2\kappa_a \langle a^\dagger a \rangle, \\ \frac{d}{dt} \langle x \rangle = 2i\eta (\langle b^\dagger b \rangle - \langle a^\dagger a \rangle) - (\kappa_a + \kappa_b) \langle x \rangle, \\ \frac{d}{dt} \langle b^\dagger b \rangle = i\eta \langle x \rangle - 2\kappa_b \langle b^\dagger b \rangle + 2\kappa_b n_{th}, \end{cases} \quad (2.245)$$

unde:

$$x = ab^\dagger - a^\dagger b. \quad (2.246)$$

Am presupus că

$$\Delta_1 + \omega = \bar{\delta}_a - \bar{\delta}_b, \quad (2.247)$$

adică suntem interesați ca maximum numărului mediu de fotoni să corespundă valorii maxime a numărului mediu de fononi, respectiv (vezi și figura 2.10). Pentru stările staționare din ecuația 2.245 se obține:

$$\kappa_a \langle a^\dagger a \rangle + \kappa_b \langle b^\dagger b \rangle = \kappa_b n_{th}. \quad (2.248)$$

Cu ajutorul acestor expresii se poate estima numărul mediu de fononi dacă se cunoaște numărul mediu de fotoni (detectați). Expresiile explicite pentru stările staționare pentru numărul mediu de fotoni și fononi sunt:

$$\langle a^\dagger a \rangle = \frac{n_{th} \kappa_b \eta^2}{(\kappa_a + \kappa_b)(\kappa_a \kappa_b + \eta^2)}, \quad (2.249)$$

$$\langle b^\dagger b \rangle = \frac{n_{th} \kappa_b}{\kappa_a + \kappa_b} \left(1 + \frac{\kappa_a^2}{\kappa_a \kappa_b + \eta^2} \right), \quad (2.250)$$

sau

$$\langle b^\dagger b \rangle = \langle a^\dagger a \rangle \left(1 + \frac{\kappa_a (\kappa_a + \kappa_b)}{\eta^2} \right). \quad (2.251)$$

Ecuatiile 2.249 și 2.250 caracterizează dinamica stărilor staționare ale răcirii vibrațional fononice în lumina aproximațiilor făcute, care pot fi considerate condiții pentru ca efectul de răcire să aibă loc. Mai mult decât atât expresiile (2.248) și (2.249) descriu eficiența metodei de răcire propusă. În particular, dacă

$$\kappa_a \gg \kappa_b, \quad (2.252)$$

pe când

$$\left(\frac{\kappa_a}{\eta} \right)^2 \ll 1, \quad (2.253)$$

atunci

$$\langle b^\dagger b \rangle \approx \langle a^\dagger a \rangle \approx \frac{\kappa_b}{\kappa_a} n_{th}, \quad (2.254)$$

care poate fi mult subunitar, i.e.,

$$\langle b^\dagger b \rangle < 1. \quad (2.255)$$

În final, schemele de detectare ale fononilor optici sunt destul de avansate la moment, la fel sunt înregistrate progrese remarcabile în detectarea vibrațiilor mecanice ultra mici [10].

2.3.3 Răcire cuantică: cazul nestaționar

Descrierea sistemului la intervale de timp mari presupune că acesta a ajuns la starea staționară când dependența de timp nu mai contează. Totuși până la atingerea acesteia sistemul evoluează, iar dependența de timp a parametrilor acestuia poate fi determinată din sistemul pentru corelatori (2.225) cu condițiile inițiale

$$\begin{aligned}\langle b^\dagger b \rangle(t=0) &= n_{th}, \\ \langle a^\dagger b \rangle(t=0) &= 0, \\ \langle ab^\dagger \rangle(t=0) &= 0, \\ \langle a^\dagger a \rangle(t=0) &= 0.\end{aligned}\tag{2.256}$$

Soluțiile obținute nu vor fi prezentate acestea au un caracter informativ, pentru justificarea soluționării sistemului 2.225 în cazul staționar.

Instalarea stării staționare are loc pentru un interval de circa câteva sute din inversul ratei emisie spontane a qubitului, care corespunde inversului ratei pierderilor fononice. Astfel rezolvarea sistemului 2.225 cu partea stângă nulă, este justificată. Rezumând cele expuse, și ținând cont de viabilitatea modelului aplicat putem afirma că sistemul cercetat reprezintă unul în care se manifestă fenomenul răcirii cuantice, însoțit de emisia fotonilor în cavitatea optică ceea ce permite detectarea acestui fenomen.

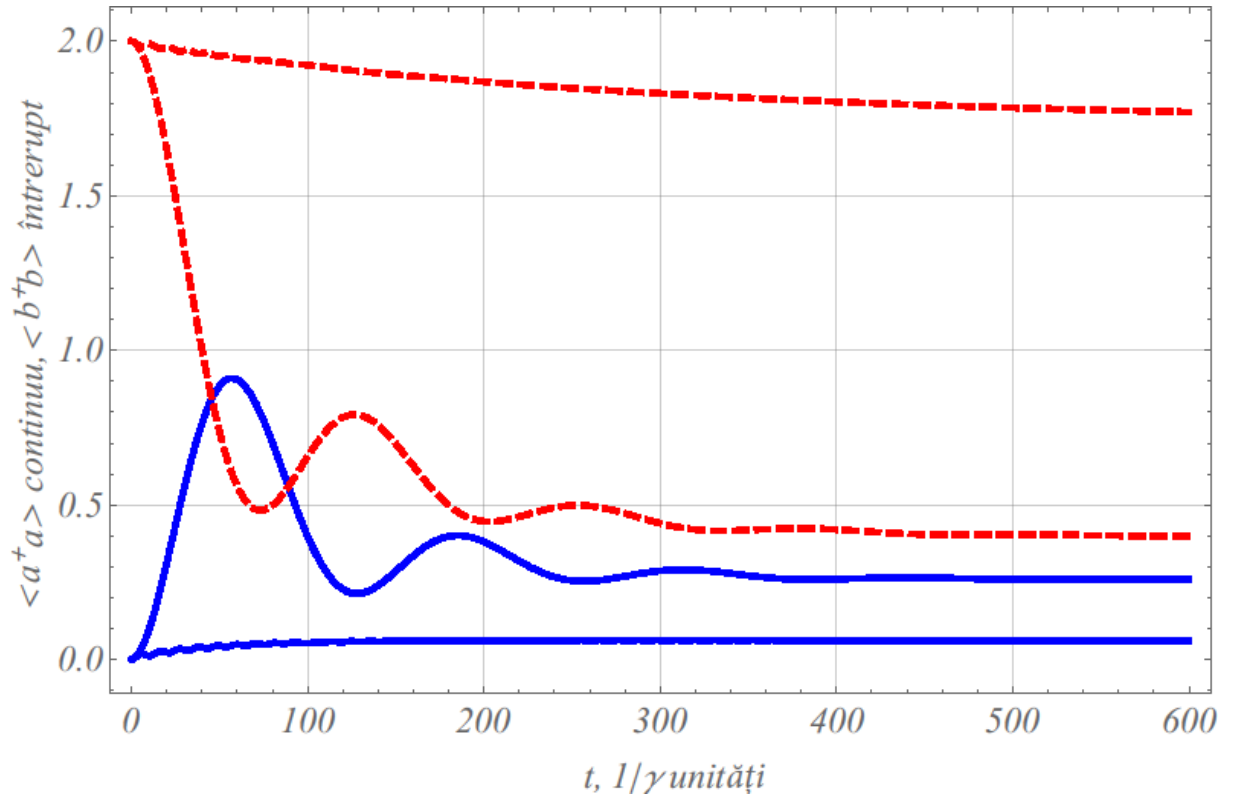


Figura 2.12 Numărul mediu de **fotoni** $\langle a^\dagger a \rangle$, **fononi** $\langle b^\dagger b \rangle$, în dependență de timp. (color online)

Perechea de curbe din extremele sus și jos sunt pentru cazul când $\Delta_1 \approx \omega = -49,4\gamma$ corespunzător maximului (minimului) numărului de fotoni (fononi) din figura 2.11, iar celelalte sunt pentru cazul $\Delta_1 = -50\gamma$

Alți parametri sunt: $\gamma_c / \gamma = 0.3$, $g / \gamma = 2$, $\lambda / \gamma = 4$, $\Omega / \gamma = 50$, $\omega / \gamma = 50$,

$\Delta / (2\Omega) = 0.5$, $\kappa_a / \gamma = 0.01$ și $\kappa_b / \gamma = 0.001$, $n_{th} = 2$

2.4 Concluzii la capitolul 2

A fost analizat un sistem compus dintr-un punct cuantic cu două niveluri fixat pe un RnM suspendat într-o cavitate optică. Punctul cuantic este pompat din exterior cu un laser. Au fost luate în calcul atât emisia spontană și defazarea qubitului, cât și ratele de amortizare ale modurilor optice și de vibrație. S-a cercetat regimul când dinamica punctului cuantic este mai rapidă decât dinamica altor subsisteme implicate, adică pentru o cavitate cu factorul de calitate înalt. În acest fel se poate reduce întregul sistem la dinamica cuantică a două moduri – de vibrație și optic.

Au fost calculate corelațiile cuantice între cuantele de vibrație și optice în cazul unei interacțiuni puternice între punctul cuantic și rezonator.

S-a demonstrat încălcarea inegalității Cauchy-Schwarz (*CSI*) definită ca produsul funcțiilor de corelare de ordinul doi de tip foton-foton și fonon-fonon raportate la pătratul funcțiilor de corelare încrucișate foton-fonon. Mai mult ca atât, a fost arătat că temperatura mediului care afectează explicit subsistemul mecanic, modifică și numărul mediu de fotoni în modul rezonatorului optic, demonstrând existența corelațiilor dintre modurile fononice și fotonice.

Dincolo de interesul sub aspect științific fundamental, corelațiile cuantice între cuantele de vibrație și optice pot servi ca bază pentru elaborarea diferitor dispozitive care ar amplifica frecvențe optice înalte prin intermediul oscilațiilor mecanice de frecvență mică. Așa tip de convertoare prezintă un interes pentru rețeaua de informație cuantică (vezi și [144]).

A fost arătat că modelul propus în acest capitol prin qubitul plasat pe RnM imprimă avantaje suplimentare de sensibilitate, iar cuplarea optomecanică conduce la corelații cuantice.

La fel s-a propus o schemă de răcire a modurilor fononice ale RnM și a fost sugerată modalitatea de detectare a răcirii vibrațional-fononice ale unui oscilator nanomecanic în stare staționară. Ideea este bazată pe corelarea gradelor de libertate de vibrație cu cele ale punctului cuantic pompat laser când primul este fixat pe o structură filiformă nanomecanică, care interacționează cu rezonatorul optic. Mai exact, când dinamica punctului cuantic este mai rapidă decât cea corespunzătoare subsistemelor implicate, este necesară ajustarea frecvenței laser, astfel încât absorbția fotonului laser și a fononului RnM să fie însoțită de emisia unui foton în modul optic al cavității. De aceea detectarea fotonilor din cavitate este urmată de răcirea rezonatorului nanomecanic. În finalul capitolului au fost prezentat expresiile analitice aproximative pentru variabilele de interes care descriu și eficiența metodei de răcire.

Rezultatele principale obținute în acest capitol au fost publicate în [145, 146, 147, 148, 149, 150].

3 CUPLAREA INTENSĂ DINTRE REZONATORUL NANOMECHANIC ȘI PUNCTELE CUANTICE

Sisteme optomecanice în care sunt studiate conglomerate de subsisteme sunt cunoscute și destul de des întâlnite. Mai multe subsisteme permit în anumite condiții obținerea unui efect mai pronunțat, iar în cazul când sunt identice aparatul matematic poate fi simplificat. Punctele cuantice plasate pe un rezonator mecanic sunt adesea preferate în calitate de subsisteme, deoarece oferă o cuplare cuanto-mecanică a oscilațiilor și deschid perspectivele explorării unor noi proprietăți, cu neliniarități ce pot fi utilizate în proiectarea dispozitivelor nanometrice. Sistemul de puncte cuantice poate fi cercetat de rând cu alte modele, deoarece oferă posibilități de amplificare a unor efecte, dar și apariția efectelor noi. În particular, numărul mare de qubiți, nu permite neglijarea unor termeni în aproximația seculară, aproximație uzuală pentru cazul unui singur qubit, iar statistica corelațiilor cuantice fonon-fonon se modifică substanțial. Sisteme similare analizate sub diverse aspecte a fost analizate în [151, 152] și au fost demonstrate proprietăți îmbunătățite datorate colectivelor de atomi.

Procedeu matematic de soluționare a problemei interacțiunii dintre rezonator, sistem de qubiți, laser și rezervoarele optic și vibronic va fi similar celui utilizat în capitolul precedent – se va scrie ecuația master, apoi se vor opera simplificările / aproximațiile corespunzătoare și se vor obține ecuațiile de mișcare pentru operatorii R_nM .

Trebuie să menționăm că sistemul optomecanic analizat în acest capitol este diferit esențial de cel analizat în capitolul precedent:

- i) prin absența cavității optice și
- ii) prin prezența unui număr mai mare de qubiți care modifică esențial tabloul fizic.

În ceea ce urmează se va analiza interacțiunea a două subsisteme – R_nM și un set de puncte cuantice excitate de un laser. Capitolul este structurat astfel: în partea 3.1 se va descrie modelul și se vor analiza aproximațiile / idealizările operate, se va prezenta hamiltonianul sistemului și se va obține ecuația master corespunzătoare. Va fi analizată dinamica sistemului în reprezentarea stărilor staționare și vor fi eliminate variabilele subsistemelor rapid oscilante. În paragraful 3.3 se vor descrie corelațiile cuantice care apar în sistemul studiat. Vor fi analizate anumite aproximații uzuale și se vor argumenta necesitatea sau refuzul aplicării acestora în cazuri concrete. Se va determina numărul mediu de fononi ai R_nM -ului în dependență de diferiți parametri ai sistemului și se va analiza statistica fononilor atât în evoluție temporală cât și cea staționară. Rezultatele pot fi utilizate la determinarea frecvenței Rabi sau a frecvenței de oscilație a barei nanomecanice

3.1 Modelul studiat

3.1.1 Sistemul LASER-qubiți- rezonator nanomecanic în interacțiune cu rezervorul

Vom analiza un sistem din N puncte cuantice identice plasate pe o bară nanomecanică. Punctele cuantice nu interacționează între ele, iar frecvența de tranziție este ω_0 . Bara nanomecanică oscilează unimod cu frecvența ω . Din exterior sistemul este acționat de radiație coerentă cu frecvența ω_L . Lungimea de undă a radiației coerente este suficient de mare în raport cu dimensiunile liniare ale unui singur qubit, astfel încât să fie posibilă aplicarea aproximației dipol. Pe de altă parte, dezideratele considerării punctelor cuantice independente și a barei mecanice care le conține unimod, impune limite la dimensiunile barei. Condiția ca bara să oscileze cu o singură frecvență este

$$L \gg l \gg h, \quad (3.1)$$

unde L , l , h sunt respectiv lungimea, lățimea și, respectiv, grosimea.

Ținând cont că, dimensiunea unui punct cuantic este de ordinul câțiva nm, pentru ca aceasta să nu interacționeze cu vecinii săi distanța până la acesta trebuie să fie cel puțin 10 nm. Astfel, la un număr de câteva zeci de atomi artificiali lățimea barei trebuie să fie de ordinul μm .

Sistemul analizat este deschis, pierderile vor fi luate în calcul prin defazarea și emisia spontană a qubitului, dar și prin pierderi fononice.

Cuplarea dintre punctul cuantic cu două niveluri și rezonatorul mecanic este realizată astfel: dacă grosimea rezonatorului mecanic este mai mică decât lățimea acestuia, rezonanța vibrațional fononică cu energie minimă, corespunde modurilor de flexiune fundamentală cu frecvența de ordinul GHz. Flexiunile induc extensiuni și compresii în structură, modificând cuplarea potențialului de deformare a punctelor cuantice încorporate, astfel modificând și nivelurile energetice [94]. Mai mult, efectul mecanic provocat de radiația laser este mult inferior interacțiunii prin potențialul de deformare qubit-fonon [45]. Menționăm că sistemul cercetat nu conține rezonator optic și este diferit de sistemul analizat în capitolul precedent sau de sistemele optomecanice cercetate de alți autori [81, 153, 154, 155, 156].

Reamintim că un sistem optomecanic deschis poate fi analizat ca format din două subsisteme – S și R. Subsistemul S reprezintă partea coerentă, iar R este numită rezervor (baie sau termostat). Subsistemul S și termostatul formează un sistem închis, pe când subsistemul S poate fi considerat un sistem deschis. În cazul nostru, în calitate de sistem care interacționează cu baia sunt rezonatorul mecanic și qubiții plasat pe acesta.

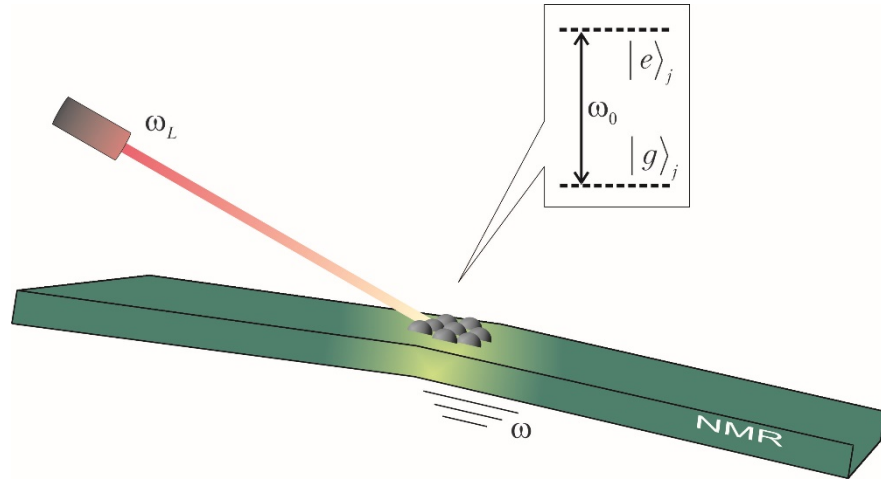


Figura 3.1 Sistemul optomecanic analizat. (color online)

Pe un rezonator nanomecanic este plasat un sistem din N puncte cuantice identice, independente, excitate din exterior de radiație coerentă. Frecvența tranziției punctului cuantic este ω_0 , radiația laser are frecvența ω_L , iar RnM oscilează unimod cu frecvența ω .

Soluționarea ecuației Schrödinger pentru întregul sistem este dificilă și, chiar dacă e posibil de executat numeric, calculele sunt anevoioase și pot depăși termene rezonabile de procesare, iar erorile cumulate la fiecare pas ar putea reduce la absurd utilitatea metodei. Totuși, așa cum ne interesează sistemul concret, mai exact suntem curioși să vedem statistica fononilor barei nanomecanice, este rațional să operăm cu diferite aproximații, care vor simplifica considerabil problema și care nu vor știrbi din generalitatea rezultatelor obținute.

Sistemul analizat întrunește condițiile utilizării aproximațiilor dipol și a undei rotative, iar termostatul este mare și fără memorie, ceea ce permite aplicarea aproximațiilor Born-Markov. În plus, în cazul când ecuația master conține termeni rapid oscilanți, aceștia pot fi omiși (neglijați) fără a influența sesizabil rezultatele finale. Această aproximație este numită aproximația seculară. Totodată termenii contribuția cărora depinde de numărul qubiților și anume termenii ecuației master $\sim [b, b\rho]$ și $\sim [b^\dagger, b^\dagger\rho]$, nu vor putea fi neglijați în condițiile expuse mai sus, ceea ce plasează problema dată dincolo de aproximația undei rotative.

3.1.2 Hamiltonianul problemei

Sistemul considerat constă din mai mulți atomi artificiali plasați pe un rezonator mecanic cuantificat. Atomii sunt pompați din exterior de către un câmp laser coerent cu frecvența ω_L , iar frecvența de tranziție a fiecărui emițător este ω_0 . Rezonatorul mecanic cuantificat este considerat ca un oscilator unimod cu frecvența ω .

Astfel hamiltonianul sistemului dat este:

$$H_S = \hbar\omega_0 \sum_{j=1}^N S_z^{(j)} + \hbar\omega b^\dagger b + \hbar g \sum_{j=1}^N S_z^{(j)} (b^\dagger + b) + \hbar\Omega \sum_{j=1}^N \left(S_+^{(j)} \exp\{-i\omega_L\} + S_-^{(j)} \exp\{i\omega_L\} \right), \quad (3.2)$$

unde primul termen descrie energia liberă a sistemului de qubiți fără interacțiune, termenul al doilea este energia liberă a modului RnM, termenul al treilea descrie interacțiunea dintre qubit și RnM, iar ultimul termen este responsabil de interacțiunea atomilor artificiali cu radiația laser coerentă. Deoarece este vorba de radiații laser suficient de intense, în termenul de interacțiune dintre laserul și atomii artificiali laserul este tratat clasic, iar atomii cuantificat.

Operatorii $S_z^{(j)}$, $S_\pm^{(j)}$ sunt operatori uzuali care descriu qubitul j sunt definite astfel:

$$2S_z^{(j)} = |e\rangle_j \langle e| - |g\rangle_j \langle g|, \quad (3.3)$$

este operatorul inversie populației pe stările $|g\rangle_j$ și $|e\rangle_j$, unde $|g\rangle_j$ și $|e\rangle_j$ sunt stările fundamentală și excitată ale punctului cuantic [101].

$$S_+^{(j)} = |e\rangle_j \langle g|, \quad (3.4)$$

operatorul tranziției din starea $|g\rangle_j$ în starea $|e\rangle_j$, iar

$$S_-^{(j)} = |g\rangle_j \langle e|, \quad (3.5)$$

operatorul tranziției din starea $|e\rangle_j$ în starea $|g\rangle_j$ ale qubitului. Aceștia satisfac relațiile standarde de comutare

$$\left[S_z^{(n)}, S_\pm^{(m)} \right] = \pm \delta_{mn} S_\pm^{(n)}, \quad (3.6)$$

$$\left[S_+^{(n)}, S_-^{(m)} \right] = 2\delta_{mn} S_z^{(n)}. \quad (3.7)$$

Respectiv operatorii b^\dagger , b sunt operatori de generare și anihilare a modurilor de vibrație care respectă relațiile de comutare:

$$[b, b] = [b^\dagger, b^\dagger] = 0, \quad (3.8)$$

și

$$[b, b^\dagger] = 1. \quad (3.9)$$

g este constanta de interacțiune dintre qubit și RnM, iar Ω este frecvența Rabi corespunzătoare pompării laserului [101].

Considerând

$$H_0 = \hbar\omega_0 \sum_{j=1}^N S_z^{(j)} \quad (3.10)$$

și aplicând transformarea unitară

$$U(t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} H_0 t\right], \quad (3.11)$$

obținem hamiltonianul sistemului în reprezentarea interacțiunii:

$$H = U(t)H_s(t)U(t)^{-1} - i\hbar U(t)(\partial / \partial t)U^{-1}(t), \quad (3.12)$$

sau

$$H = \hbar\Delta \sum_{j=1}^N S_z^{(j)} + \hbar\omega b^\dagger b + \hbar g \sum_{j=1}^N S_z^{(j)} (b^\dagger + b) + \hbar\Omega \sum_{j=1}^N (S_+^{(j)} + S_-^{(j)}), \quad (3.13)$$

cu dezacordul dintre frecvența tranziției punctului cuantic și cea a laserului:

$$\Delta = \omega_0 - \omega_L. \quad (3.14)$$

3.1.3 Ecuația master

Informațiile despre pierderile fononice și cele legate de defazarea și emisia spontană a punctelor cuantice vor fi incluse în ecuația Liouville-von Neuman

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = -\frac{i}{\hbar}[H(t), \rho(t)], \quad (3.15)$$

printr-o procedură similară descrisă în capitolul precedent, din care vom puncta elementele esențiale.

Deoarece interacțiunea dintre termostat și sistemul cercetat, descrise de operatorii ρ_S și ρ_R respectiv, este slabă putem scrie:

$$\rho(t) = \rho_S(t)\rho_R(t), \quad (3.16)$$

relație valabilă atât pentru momentul inițial de timp cât și pentru oricare moment ulterior. Așa cum rezervorul are un număr mare de grade de libertate, iar relaxarea acestuia este rapidă, adică acesta ajunge la starea de echilibru termodinamic mult mai repede decât au loc schimbări relevante în sistemul analizat, devine valabilă aproximația:

$$\rho(t) \approx \rho_S(t)\rho_R(0), \quad (3.17)$$

ceea ce semnifică neafectarea rezervorului de către sistemul studiat. Integrând formal ecuația master 3.15 și substituind consecutiv expresiile aproximative ale operatorului matricei de densitate avem:

$$\rho(t) \approx -\frac{i}{\hbar}[H_{SR}(t), \rho(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t [H_{SR}(t)[H_{SR}(t'), \rho(t')]] dt', \quad (3.18)$$

Aici H_{SR} este hamiltonianul de interacțiune dintre sistem și rezervor, dat de relația 3.13

La obținerea expresiei de mai sus (3. 18) ne-am limitat la ordinul doi de mărime ceea ce corespunde aproximației Born. Procesele care au loc în rezervor sunt procese de tip Markov, adică procese fără memorie, astfel avem: [125]:

$$\rho_S(t) \approx \rho_S(t'), \quad (3.19)$$

unde $t' < t$ este un moment de timp anterior momentului t . În final, transferând partea coerentă a ecuației master în stânga, iar partea necoerentă în dreapta, vom obține ecuația master care descrie modelul analizat în aproximația Born-Markov:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\rho + \frac{i}{\hbar}[H, \rho] = & -\gamma \sum_{j=1}^N \left\{ [S_+^{(j)}, S_-^{(j)} \rho] + [\rho S_+^{(j)}, S_-^{(j)}] \right\} - \\
& -\gamma_C \sum_{j=1}^N \left\{ [S_z^{(j)}, S_z^{(j)} \rho] + [\rho S_z^{(j)}, S_z^{(j)}] \right\} - \\
& -\kappa(1+n_{th}) \left\{ [b^\dagger, b\rho] + [\rho b^\dagger, b] \right\} - \kappa n_{th} \left\{ [b, b^\dagger \rho] + [\rho b, b^\dagger] \right\},
\end{aligned} \tag{3.20}$$

unde γ , γ_C și κ sunt, respectiv, ratele de tranziție spontană, de defazare și amortizare a fononilor. n_{th} este numărul mediu de fononi determinat de temperatura rezervorului (vezi relația 2.81 și tabelul 2.1).

Folosind definiția operatorului Linblad (2.83) ecuația master (3.20) în forma standard (numită și forma Lindblad-Gorini-Kossakowski-Sudarshan [125]) este:

$$\dot{\rho} + \frac{i}{\hbar}[H_S, \rho] = \gamma \sum_j L(S_-^{(j)}) + \gamma_C \sum_j L(S_z^{(j)}) + \kappa(n_{th} + 1)L(b) + \kappa n_{th} L(b^\dagger). \tag{3.21}$$

În ecuația 3.21 operatorul matricei de densitate care descrie statistica sistemului conține atât informația despre evoluția sistemului fără pierderi (termenul doi din partea stângă a relației 3.20), cât și informații care vizează pierderile legate de emisia spontană $\sim \gamma$, cele legate de defazarea qubitului $\sim \gamma_C$, cât și pierderile rezonatorului nanomecanic $\sim \kappa$ (partea dreaptă a relației 3.20). Aceste pierderi au fost incluse ca rezultatul interacțiunilor subsistemelor menționate cu rezervoarele corespunzătoare.

3.1.4 Diagonalizarea hamiltonianului de interacțiune. Stări îmbrăcate

Interacțiunea radiației cu atomul schimbă modul în care acesta percepe radiația externă, ceea ce poate fi luat în calcul prin schimbarea vectorilor de stare ale punctului cuantic de la stările excitată $|e\rangle_j$ și fundamentală $|g\rangle_j$ la stările îmbrăcate $|+\rangle_j$ și $|-\rangle_j$.

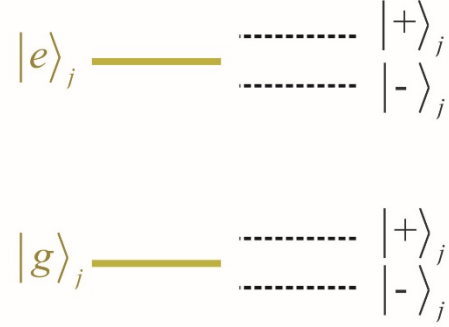


Figura 3.2. Despicarea nivelurilor qubitului conform efectului Stark dinamic. (color online)

Într-un câmp intens atomul artificial interacționează cu radiația, iar ultima modifică modul în care se realizează interacțiunea. Despicarea nivelurilor energetice ale atomului artificial cu indicele j . În spectrul de emisie a unui atom artificial pompat intens se vor observa trei linii – tripletul Mollow

În reprezentarea semi clasică a stărilor îmbrăcate dată de [157] (vezi și [158])

$$\begin{pmatrix} |e\rangle_j \\ |g\rangle_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |+\rangle_j \\ |-\rangle_j \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

cu

$$\theta = \frac{1}{2} \arctg \left\{ \frac{2\Omega}{\Delta} \right\}, \quad (3.23)$$

definit din condiția diagonalizării Hamiltonianului scris în reprezentarea stărilor îmbrăcate, vezi și figura 2.4 dar și expresiile 2.97, 2.99 pentru hamiltonianul sistemului scris în reprezentarea stărilor îmbrăcate. Ecuația master corespunzătoare devine:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} + \frac{i}{\hbar} [H, \rho] = & \gamma_0 \sum_{j=1}^N [R_z^{(j)}, R_z^{(j)} \rho] - \gamma_+ \sum_{j=1}^N [R_+^{(j)}, R_+^{(j)} \rho] - \gamma_- \sum_{j=1}^N [R_-^{(j)}, R_-^{(j)} \rho] - \\ & - \kappa(1 + n_{th}) [b^\dagger, b \rho] - \kappa n_{th} [b, b^\dagger \rho] + h.c., \end{aligned} \quad (3.24)$$

unde

$$\gamma_0 = \frac{\gamma \sin^2 2\theta + \gamma_C \cos^2 2\theta}{4}, \quad (3.25)$$

$$\gamma_+ = \gamma \cos^4 \theta + \frac{\gamma_C}{4} \sin^2 2\theta, \quad (3.26)$$

$$\gamma_- = \gamma \sin^4 \theta + \frac{\gamma_C}{4} \sin^2 2\theta, \quad (3.27)$$

sunt ratele tranzițiilor dintre stările $|+\rangle_j$ și $|-\rangle_j$ corespunzătoare fiecărei stări ale atomului j – $|e\rangle_j$ sau $|g\rangle_j$, mai exact:

γ_0 – rata tranziției de pe starea de pe $|+\rangle_j$ pe $|+\rangle_j$ și de pe $|-\rangle_j$ pe $|-\rangle_j$,

γ_+ – rata tranziției de pe starea $|+\rangle_j$ pe $|-\rangle_j$, iar

γ_- – rata tranziției de pe starea $|-\rangle_j$ pe $|+\rangle_j$.

Operatorii qubitului în reprezentarea stărilor îmbrăcate sunt definiți ca:

$$R_z^{(j)} = |+\rangle_j \langle +| - |-\rangle_j \langle -|, \quad (3.28)$$

$$R_{\pm}^{(j)} = |+\rangle_j \langle -| \text{ și } \quad (3.29)$$

$$R_{\mp}^{(j)} = |-\rangle_j \langle +|, \quad (3.30)$$

cu relațiile de comutare:

$$[R_{\pm}^{(m)}, R_{\mp}^{(n)}] = \delta_{mn} R_z^{(m)}, \quad (3.31)$$

$$[R_{\pm}^{(m)}, R_z^{(n)}] = -2\delta_{mn} R_{\pm}^{(m)}, \quad (3.32)$$

$$[R_{\mp}^{(m)}, R_z^{(n)}] = 2\delta_{mn} R_{\mp}^{(m)}. \quad (3.33)$$

În ecuația 3.24 am operat aproximația seculară în termenii de amortizare (damping), datorati emisiei spontane – aproximație care este justificată dacă

$$\Omega_R \gg \gamma, \quad (3.34)$$

$$\Omega_R \gg \gamma_C. \quad (3.35)$$

Această constă în neglijarea termenilor rapid oscilanți proporționali cu $e^{\pm 2\Omega_R t}$ sau $e^{\pm 4\Omega_R t}$ care apar la produsele operatorilor $R_{\mp}^{(m)} R_z^{(m)}$, $R_{\mp}^{(m)} R_{\mp}^{(m)}$, $R_{\pm}^{(m)} R_{\pm}^{(m)}$. Corecțiile în rezultatul obținut în aproximația seculară sunt de ordinul $\frac{\gamma}{\Omega_R}$ sau $\frac{\gamma_C}{\Omega_R}$, dacă $\gamma_C > \gamma$, și pot fi omise în limita câmpului intens.

Hamiltonianul sistemului în reprezentarea stărilor îmbrăcate este:

$$H = \hbar\Omega_R \sum_{j=1}^N R_z^{(j)} + \hbar\omega b^\dagger b + \frac{\hbar}{2} g \cos(2\theta) \sum_{j=1}^N (b + b^\dagger) R_z^{(j)} - \frac{\hbar}{2} g \sin(2\theta) \sum_{j=1}^N (b + b^\dagger) (R_{\mp}^{(j)} + R_{\pm}^{(j)}). \quad (3.36)$$

Ultimii doi termeni din 3.36, la alegerea inteligentă a unghiului θ (vezi relația 3.23) se vor anula, iar hamiltonianul sistemului în reprezentarea interacțiunii și a stărilor îmbrăcate, obținut prin transformarea unitară –

$$V(t) = \exp \left\{ i \left(\omega b^\dagger b + \Omega_R \sum_l R_z^{(l)} \right) t \right\}, \quad (3.37)$$

este:

$$H = \alpha \sum_{j=1}^N R_z^{(j)} - \beta \sum_{j=1}^N R_{\mp}^{(j)} e^{-2i\Omega_R t} - \beta \sum_{j=1}^N R_{\pm}^{(j)} e^{2i\Omega_R t}, \quad (3.38)$$

unde

$$\alpha = \frac{\hbar}{2} g \cos 2\theta (b e^{-i\omega t} + b^\dagger e^{i\omega t}), \quad (3.39)$$

și

$$\beta = \frac{\hbar}{2} g \sin 2\theta (b e^{-i\omega t} + b^\dagger e^{i\omega t}), \quad (3.40)$$

sunt parametri care conțin operatorii câmpului fononic, iar frecvența Rabi generalizată este definită prin relația:

$$\Omega_R^2 = \Omega^2 + \left(\frac{\Delta}{2} \right)^2. \quad (3.41)$$

Astfel, folosind expresiile 3.38 și 3.39, 3.40, ecuația master 3.24 devine

$$\begin{aligned} \dot{\rho} + \frac{i}{\hbar} \sum_{j=1}^N \left[\alpha R_z^{(j)} - \beta R_{\mp}^{(j)} e^{-2i\Omega_R t} - \beta R_{\pm}^{(j)} e^{2i\Omega_R t}, \rho \right] = \\ = \gamma_0 \sum_{j=1}^N \left[R_z^{(j)}, R_z^{(j)} \rho \right] - \gamma_+ \sum_{j=1}^N \left[R_{\pm}^{(j)}, R_{\mp}^{(j)} \rho \right] - \gamma_- \sum_{j=1}^N \left[R_{\mp}^{(j)}, R_{\pm}^{(j)} \rho \right] - \\ - \kappa(1 + n_{th}) [b^\dagger, b \rho] - \kappa n_{th} [b, b^\dagger \rho] + h.c. \end{aligned} \quad (3.42)$$

3.1.5 Eliminarea qubitului ca sistem rapid oscilant

Din păcate, ecuația master scrisă în reprezentarea stărilor îmbrăcate (3.42), chiar dacă are o formă mai simplă decât ecuația master inițială (3.20) nu poate fi soluționată analitic, dar în schimb poate fi redusă la o formă și mai simplă în unele cazuri particulare. Atunci când dinamica punctului cuantic este mai rapidă decât cea a rezonatorului mecanic dinamica punctului cuantic practic nu influențează dinamica rezonatorului mecanic. Astfel, se poate utiliza procedura de eliminarea variabilelor qubitului [85, 131, 133, 159], utilizată și în capitolul precedent. Această aproximație este valabilă pentru:

$$\Omega \gg \gamma \gg \kappa, \quad (3.43)$$

adică

$$\Omega > g\sqrt{N}, \quad (3.44)$$

iar, în final, se va obține ecuația master care descrie doar proprietățile rezonatorului mecanic.

În sistemele complexe formate din subsisteme unul dintre care variază rapid, iar altul lent, de regulă, subsistemul rapid este înlăturat prin medierea după variabilele acestuia. Operatorul matricei de densitate poate fi scris ca produsul a doi operatori ai câmpului și al qubitului:

$$\rho = \rho_{fonon} \rho_{atom}, \quad (3.45)$$

unde ρ_{atom} este operatorul matricei de densitate a qubitului, iar ρ_{fonon} este operatorul matricei de densitate a câmpului fononic. Variabilele care descriu punctul cuantic variază mai rapid decât cele ale și RnM-ului, astfel putem media 3.42, în care sunt substituite expresiile 3.39 și 3.40, după gradele de libertate ale punctului cuantic. Un analog mecanic al sistemului analizat care ar permite înțelegerea acestei aproximații ar fi un “cor coerent” de țanțari care se leagă pe o frunză îngustă – medierea după variabilele care descriu bâzâitul produs de țanțari permite excluderea acestora, iar dinamica frunzei, mult mai lentă, nu este afectată de această mediere.

Ținând cont că

$$Tr_{atom} \{ \rho \} = \rho_{fonon} Tr_{atom} \{ \rho_{atom} \}, \quad (3.46)$$

obținem:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{fonon} = & -\frac{i}{\hbar} N [\alpha, \rho_{++} - \rho_{--}] - \frac{i}{\hbar} N [\beta, \rho_{+-}] e^{-2i\Omega_R t} - \frac{i}{\hbar} [\beta, \rho_{-+}] e^{2i\Omega_R t} - \\ & -\kappa(1+n_{th}) [b^\dagger, b\rho] - \kappa n_{th} [b, b^\dagger \rho] + h.c., \end{aligned} \quad (3.47)$$

unde

$$\rho_{++} = \rho_{fonon} \langle + | \rho_{atom} | + \rangle, \quad (3.48)$$

$$\rho_{--} = \rho_{\text{fonon}} \langle - | \rho_{\text{atom}} | - \rangle, \quad (3.49)$$

$$\rho_{+-} = \rho_{\text{fonon}} \langle + | \rho_{\text{atom}} | - \rangle, \quad (3.50)$$

$$\rho_{-+} = \rho_{\text{fonon}} \langle - | \rho_{\text{atom}} | + \rangle. \quad (3.51)$$

Expresiile pentru mărimile definite în 3.48-3.51 pot fi obținute din 3.42 operând neglijarea termenilor rapid oscilanți și repetând procedura de excludere a variabilelor aplicată în capitolul precedent – vezi 2.122-2.125:

$$\rho_{+-}(t) = i e^{2i\Omega_R t} \{ B(t) \rho_{--} - \rho_{++} B(t) \}, \quad (3.52)$$

$$\rho_{-+}(t) = -i e^{-2i\Omega_R t} \{ \rho_{--} B^\dagger(t) - B^\dagger(t) \rho_{++} \}, \quad (3.53)$$

$$\rho_{++}(t) - \rho_{--}(t) = -i (A(t) \rho_f + \rho_f A(t)), \quad (3.54)$$

cu parametrii

$$A(t) = \frac{g}{2} \left(\frac{b^\dagger e^{i\omega t}}{\Gamma_{\parallel} + i\omega} + \frac{b e^{-i\omega t}}{\Gamma_{\parallel} - i\omega} \right) \cos 2\theta, \quad (3.55)$$

$$B(t) = \frac{g}{2} \left(\frac{b^\dagger e^{i\omega t}}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{b e^{-i\omega t}}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \omega)} \right) \sin 2\theta, \quad (3.56)$$

iar

$$\Gamma_{\parallel} = \gamma(1 + \cos^2 2\theta) + \gamma_c \sin^2 2\theta \quad (3.57)$$

și

$$\Gamma_{\perp} = 4\gamma_0 + \gamma_+ + \gamma_-. \quad (3.58)$$

Substituind expresiile 3.52-3.54 în 3.47, ținând cont de forma explicită a parametrilor 3.55-3.56 și 3.39-3.40, regroupând și simplificând, vom obține:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho - i\omega [b^\dagger b, \rho] = & -(\xi + \kappa(n_{th} + 1)) [b^\dagger, b\rho] - \\ & -(\eta + \kappa n_{th}) [b, b^\dagger, \rho] - \xi [b, b\rho] - \eta [b^\dagger, b^\dagger \rho] + h.c., \end{aligned} \quad (3.59)$$

unde

$$\xi = \frac{Ng^2}{4} \times \left\{ \frac{\cos^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} - i\omega} + \frac{P_- \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R - \omega)} + \frac{P_+ \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R + \omega)} \right\}, \quad (3.60)$$

$$\eta = \frac{Ng^2}{4} \times \left\{ \frac{\cos^2 2\theta}{\Gamma_{\parallel} + i\omega} + \frac{P_- \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} + i(2\Omega_R + \omega)} + \frac{P_+ \sin^2 2\theta}{\Gamma_{\perp} - i(2\Omega_R - \omega)} \right\}. \quad (3.61)$$

Ecuția 3.59 a fost scrisă în reprezentarea interacțiunii:

$$\rho \rightarrow e^{i\omega_0 b^\dagger bt} \rho e^{-i\omega_0 b^\dagger bt}. \quad (3.62)$$

Gradele de populare ale stărilor îmbrăcate sunt definite mai jos, iar dependența acestora de parametrul $\frac{\Delta}{2\Omega}$ este prezentată în figura 3.3

$$P_+ = \frac{\gamma_-}{\gamma_+ + \gamma_-},$$

$$P_- = \frac{\gamma_+}{\gamma_+ + \gamma_-},$$
(3.63)

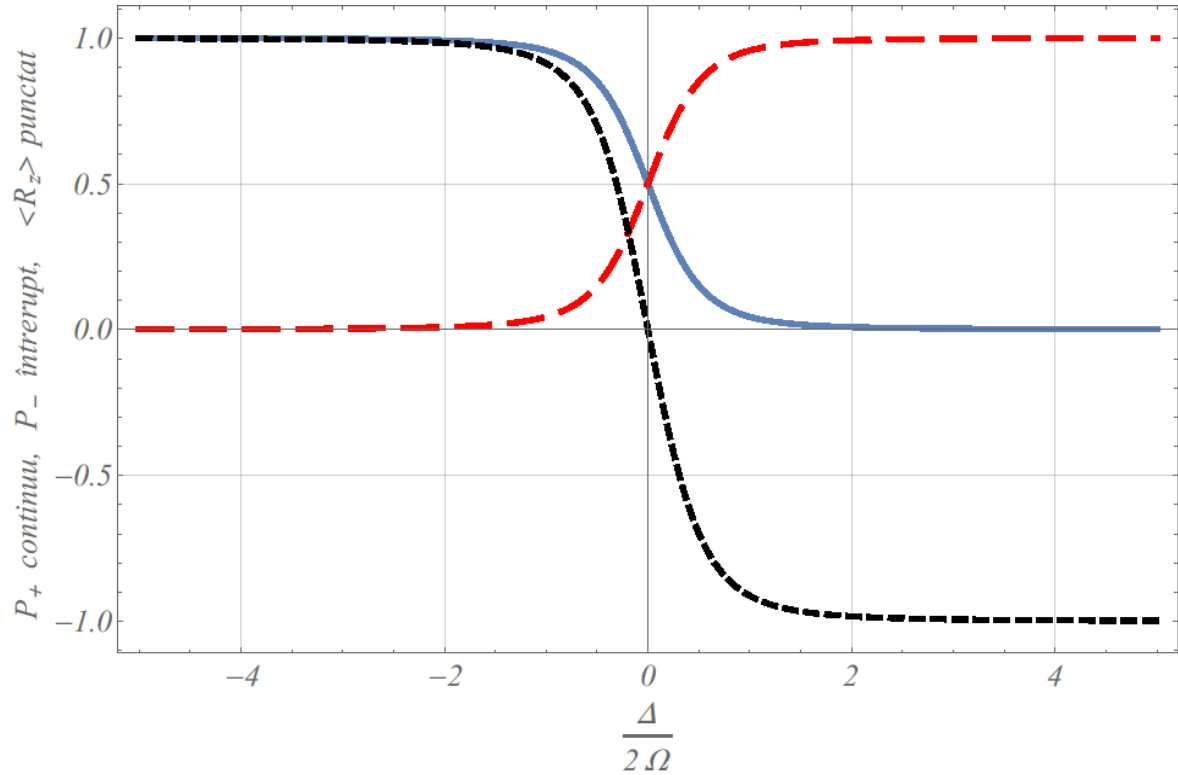


Figura 3.3. Dependența gradelor de populare ale stărilor îmbrăcate de parametrul $\frac{\Delta}{2\Omega}$.

(color online)

Gradul de populare a stării $|+\rangle$ – P_+ continuu, albastru, gradul de populare a stării $|-\rangle$ – P_- întrerupt, roșu, iar valoarea medie a operatorului de inversie a populației pentru un qubit

$$\text{solitar } \langle R_z \rangle = P_+ - P_-.$$

Parametrii mărimilor reprezentate pe grafic sunt normate la rata emisiei spontane $\gamma_c = 0.1\gamma$.

3.2 Corelații cuantice neliniare fononi-fononi

3.2.1 Nerespectarea aproximației seculare

De regulă, termenii $\xi[b, b \rho]$ și $\eta[b^\dagger, b^\dagger \rho]$ (și partea hermitic conjugată) în relația 3.59 sunt neglijați în aproximația undei rotative când

$$\omega \gg g, \quad (3.64)$$

deoarece aceștia sunt rapizi oscilanți și pot fi omiși în aproximația seculară, ajungându-se astfel la situația cunoscută ca efect de răcire a gradelor de libertate mecanice, e.g. [94]. Totuși

dacă ratele $\frac{|\xi|}{\omega}$ și $\frac{|\eta|}{\omega}$ nu sunt neglijabile termenii $\xi[b, b \rho]$ și $\eta[b^\dagger, b^\dagger \rho]$ nu pot fi omiși, prin urmare vor influența dinamica cuantică a rezonatorului mecanic. Într-adevăr, parametrii ξ și η sunt proporționali numărului de qubiți, iar ultimul modifică esențial rapoartele $\frac{|\xi|}{\omega}$ și $\frac{|\eta|}{\omega}$.

Utilizând identitatea

$$Tr \left\{ \left(\frac{d}{dt} \rho \right) Q \right\} = Tr \left\{ \left(\frac{d}{dt} Q \right) \rho \right\}, \quad (3.65)$$

se obține ecuația master corespunzătoare în reprezentarea Heisenberg pentru un operator Q al câmpului fononic:

$$\begin{aligned} \langle \dot{Q} \rangle + i\omega \langle [Q, b^\dagger b] \rangle &= \\ &= \langle [Q, b] (-Ab - b^\dagger (B + \kappa n_{th})) + (B^* b + b^\dagger (A^* + \kappa (n_{th} + 1))) [Q, b] \rangle + \\ &+ \langle [Q, b^\dagger] (-(A + \kappa (n_{th} + 1))b - b^\dagger B) + ((B^* + \kappa n_{th})b + A^* b^\dagger) [Q, b^\dagger] \rangle, \end{aligned} \quad (3.66)$$

unde Q este un operator al RnM. Acesta poate lua în caz general forma:

$$Q = b^{\dagger l} b^m, \quad (3.67)$$

iar comutatorii din ecuația 3.66 vor fi:

$$[Q, b^\dagger b] = (m - l) b^{\dagger l} b^m, \quad (3.68)$$

$$[Q, b] = l b^{\dagger l-1} b^m, \quad (3.69)$$

$$[Q, b^\dagger] = m b^{\dagger l} b^{m-1}. \quad (3.70)$$

Aceste ecuații pot fi obținute și din relațiile 2.149-2.151 dacă se va ține cont de modelul problemei și se vor înlătura variabilele CO, care nu există în problema studiată în acest capitol.

În caz general, ecuația 3.66 prin prisma relațiilor 3.68-3.70 poate fi rescrisă :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle b^\dagger l b^m \rangle = & \left((-A^* + B - \kappa)l + (-A + B^* - \kappa)m + i\omega(l - m) \right) \langle b^\dagger l b^m \rangle + \\
& (B + B^* + 2\kappa n_{th})lm \langle b^{\dagger l-1} b^{m-1} \rangle + (A^* - B^*)m \langle b^{\dagger l+1} b^{m-1} \rangle + \\
& + B^*(1-l)l \langle b^{\dagger l-2} b^m \rangle + B(1-m)m \langle b^{\dagger l} b^{m-2} \rangle + (A - B^*)l \langle b^{\dagger l-1} b^{m+1} \rangle.
\end{aligned} \tag{3.71}$$

În continuare vom cerceta stările staționare, stări care descriu statistica fononică pentru intervale de timp mari, față de inversul ratei de pierderi fononice. În sistemele cu RnM aceste intervale sunt mai mari decât inversul ratei pierderilor fononice. Pentru obținerea numărului mediu de fononi $\langle b^\dagger b \rangle$ trebuie de rezolvat sistemul de mai jos, obținut prin substituirea în ecuația de mișcare a operatorilor fononici 3.71 a setului $\{l, m\}$ cu $\{1, 1\}$ $\{2, 0\}$ $\{0, 2\}$. Sistemul de ecuații devine:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle b^\dagger b \rangle = & (\eta + \eta^* - \xi - \xi^* - 2\kappa)\langle b^\dagger b \rangle + (\xi - \eta^*)\langle b^2 \rangle + (\xi^* - \eta)\langle b^{\dagger 2} \rangle + \eta + \eta^* + 2\kappa n_{th}, \\
\frac{d}{dt}\langle b^2 \rangle = & -2(i\omega + \xi - \eta^* + \kappa)\langle b^2 \rangle + 2(\xi^* - \eta)\langle b^\dagger b \rangle - 2\eta, \\
\frac{d}{dt}\langle b^{\dagger 2} \rangle = & 2(i\omega - \xi^* + \eta - \kappa)\langle b^{\dagger 2} \rangle + 2(\xi - \eta^*)\langle b^\dagger b \rangle - 2\eta^*.
\end{aligned} \tag{3.72}$$

Soluționarea acestuia pentru stările staționare (steady states) se va face cu partea stângă nulă, ceea ce corespunde cazului când corelatorii implicați nu depind de timp. Deși această abordare este valabilă pentru intervale de timp mari, se pot obține și dependențele de timp (vezi figurile 3.6 și 3.7) care confirmă comportamentul staționar pentru intervale de timp de ordinul $\sim (20 \div 50) \frac{1}{\gamma}$.

În același mod se va proceda pentru obținerea funcțiilor de corelații de ordinul 2 definite în [160]:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle b^{\dagger 2} b^2 \rangle}{\langle b^\dagger b \rangle^2}. \tag{3.73}$$

Exponenții operatorilor b^\dagger, b din relația 3.71 vor lua valorile

$$\{l, m\} = \begin{cases} \{2, 2\}, \\ \{3, 1\}, \\ \{1, 3\}, \\ \{0, 4\}, \\ \{4, 0\}. \end{cases} \tag{3.74}$$

Adică:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle b^{\dagger 2}b^2 \rangle &= -2(\xi + \xi^* - \eta - \eta^* + 2\kappa)\langle b^{\dagger 2}b^2 \rangle + 2(\xi^* - \eta)\langle b^{\dagger 3}b \rangle + 2(\xi - \eta^*)\langle b^{\dagger}b^3 \rangle + \\ &+ 4(\eta + \eta^* + 2\kappa\bar{n})\langle b^{\dagger}b \rangle - 2\eta\langle b^{\dagger 2} \rangle - 2\eta^*\langle b^2 \rangle, \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle b^{\dagger 3}b \rangle &= (3\eta + \eta^* - 3\xi^* - \xi - 4\kappa + 2i\omega)\langle b^{\dagger 3}b \rangle + 3(\xi - \eta^*)\langle b^{\dagger 2}b^2 \rangle + (\xi^* - \eta)\langle b^{\dagger 4} \rangle + \\ &+ 3(\eta + \eta^* + 2\kappa\bar{n})\langle b^{\dagger 2} \rangle - 6\eta^*\langle b^{\dagger}b \rangle, \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle b^{\dagger}b^3 \rangle &= (3\eta^* + \eta - 3\xi - \xi^* - 4\kappa - 2i\omega)\langle b^{\dagger}b^3 \rangle + 3(\xi^* - \eta)\langle b^{\dagger 2}b^2 \rangle + (\xi - \eta^*)\langle b^4 \rangle + \\ &+ 3(\eta + \eta^* + 2\kappa\bar{n})\langle b^2 \rangle - 6\eta\langle b^{\dagger}b \rangle, \end{aligned} \quad (3.77)$$

$$\frac{d}{dt}\langle b^{\dagger 4} \rangle = 4(\eta - \xi^* - \kappa + i\omega)\langle b^{\dagger 4} \rangle + 4(\xi - \eta^*)\langle b^{\dagger 3}b \rangle - 12\eta^*\langle b^{\dagger 2} \rangle, \quad (3.78)$$

$$\frac{d}{dt}\langle b^4 \rangle = 4(\eta^* - \xi - \kappa - i\omega)\langle b^4 \rangle + 4(\xi^* - \eta)\langle b^{\dagger}b^3 \rangle - 12\eta\langle b^2 \rangle. \quad (3.79)$$

3.2.2 Dinamica stărilor staționare ale rezonatorului mecanic cuantificat

Dinamica rezonatorului mecanic care interacționează cu punctele cuantice excitate continuu, din cauza proceselor de relaxare și a pierderilor are tendința să devină slab sau deloc dependentă de timp. Astfel variabilele caracteristice determinate din sistemul 3.72 și ecuațiile 3.75-3.79 descriu stările staționare. Aceasta din punct de vedere matematic presupune anularea derivatelor temporale ale mărimilor implicate, iar sistemul de ecuații devine un sistem liniar algebric:

$$\begin{pmatrix} M + M^* & K & K^* \\ 2K^* & 2M^* & 0 \\ 2K & 0 & 2M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle b^\dagger b \rangle \\ \langle bb \rangle \\ \langle b^\dagger b^\dagger \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \\ E \\ E^* \end{pmatrix}, \quad (3.80)$$

unde elementele matricei sistemului sunt:

$$M = i\omega - \xi^* + \eta - \kappa, \quad (3.81)$$

$$K = \xi + \eta^*, \quad (3.82)$$

$$-E_0 = \eta + \eta^* + 2\kappa n_{th}, \quad (3.83)$$

$$E = 2\eta. \quad (3.84)$$

Așa cum suntem interesați doar de numărul mediu de fononi, acesta din 3.80 poate fi determinat:

$$\langle b^\dagger b \rangle = \frac{E - 2M^*}{2K^*}. \quad (3.85)$$

În figura 3.4 este reprezentat graficul dependenței numărului mediu de fononi obținut din ecuația 3.85 pentru stările staționare. Au fost analizate rezultatele atât în aproximația seculară cât și în afara acestei aproximații. Diferența dintre aceste două cazuri (cu și fără neglijarea termenilor rapid oscilanți) este vizibilă, asimetrică și trebuie de luat în calcul pentru cazul a unui număr mai mare de qubiți. Chiar dacă atomii artificiali sunt identici, aceștia nu contribuie doar multiplicând numărul mediu de fononi ai barei, ci schimbă statistica acestora deoarece anumite aproximații nu pot fi operate.

Valorile pentru care se vor trasa graficele au fost pescuite de prin diferite surse [10, 11, 61, 63, 77, 99] și sunt date în descrierea figurilor 3.4 și 3.5.

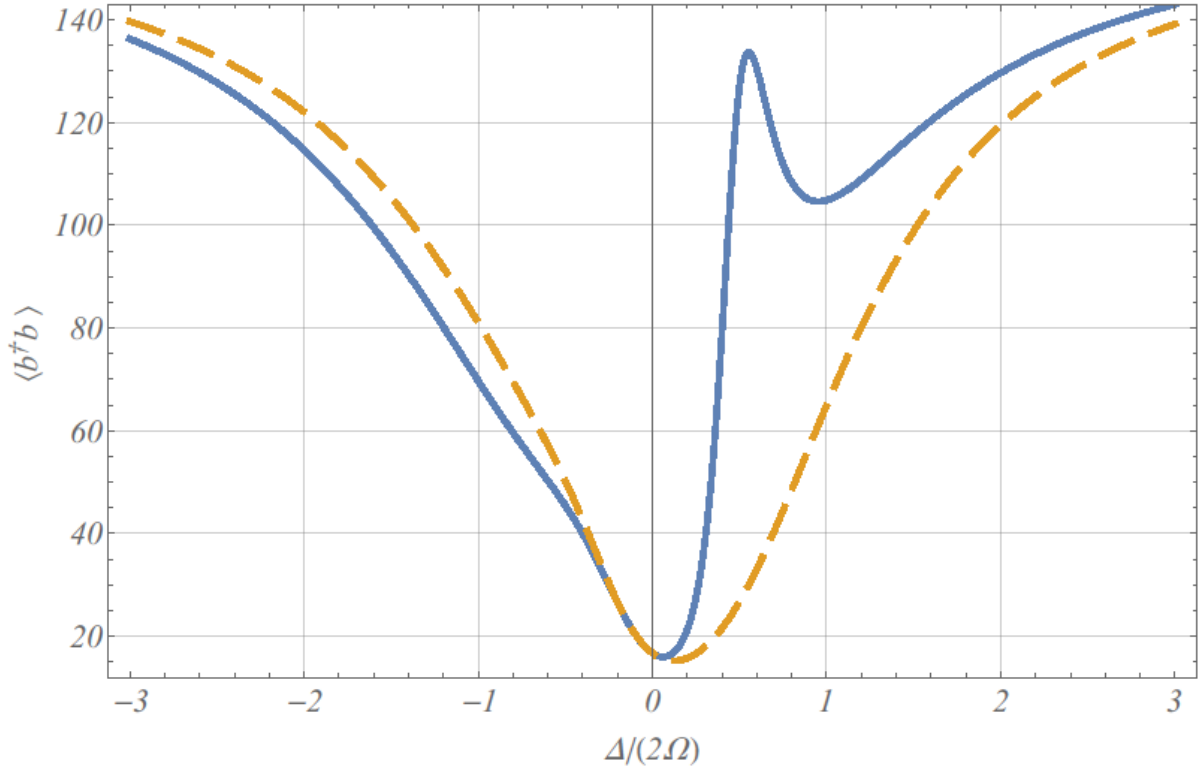


Figura 3.4 Numărul mediu de fononi $\langle b^\dagger b \rangle$ pentru stările staționare în dependență de $\Delta/(2\Omega)$ (color online). Parametrii pentru grafice au fost raportați la rata emisie spontane a qubitului $\gamma_C/\gamma = 0.1$, $g/\gamma = 5$, $\Omega/\gamma = 42$, $\omega/\gamma = 10$, $\kappa/\gamma = 0.05$, iar numărul qubiților $N = 60$ și numărul mediu de fononi termici $n_{th} = 15$ au valori absolute.

Curbele continuă (albastră) /înteruptă (galbenă) au fost obținute fără / în aproximația seculară.

Se atestă un maxim al numărului mediu de fononi dincolo de aproximația undei rotative (curba continuă din figură). Pentru a elucida cauza apariției acestui maxim vom opera cu o altă aproximație în ecuația master care are sens cu parametrii luați în calcul la construirea dependențelor prezentate în figura 3.4.

$$2\Omega_R \gg \omega \gg \{\gamma, \gamma_C\}. \quad (3.86)$$

În acest caz RnM poate fi descris de Hamiltonianul neliniar redus:

$$\tilde{H}_0 = \hbar(\omega + \delta_s)b^\dagger b + \hbar\bar{g}(b^2 + b^{\dagger 2}), \quad (3.87)$$

cu

$$\delta_s = \langle R_z \rangle \left(\frac{g}{2} \sin 2\theta \sqrt{\frac{N}{\Omega_R}} \right)^2 \quad (3.88)$$

și

$$\bar{g} = \frac{\delta_s}{2}. \quad (3.89)$$

Valoarea medie a operatorului de inversie a unui qubit solitar este definită după cum urmează (vezi și figura 3.3):

$$\langle R_z \rangle = P_+ - P_-. \quad (3.90)$$

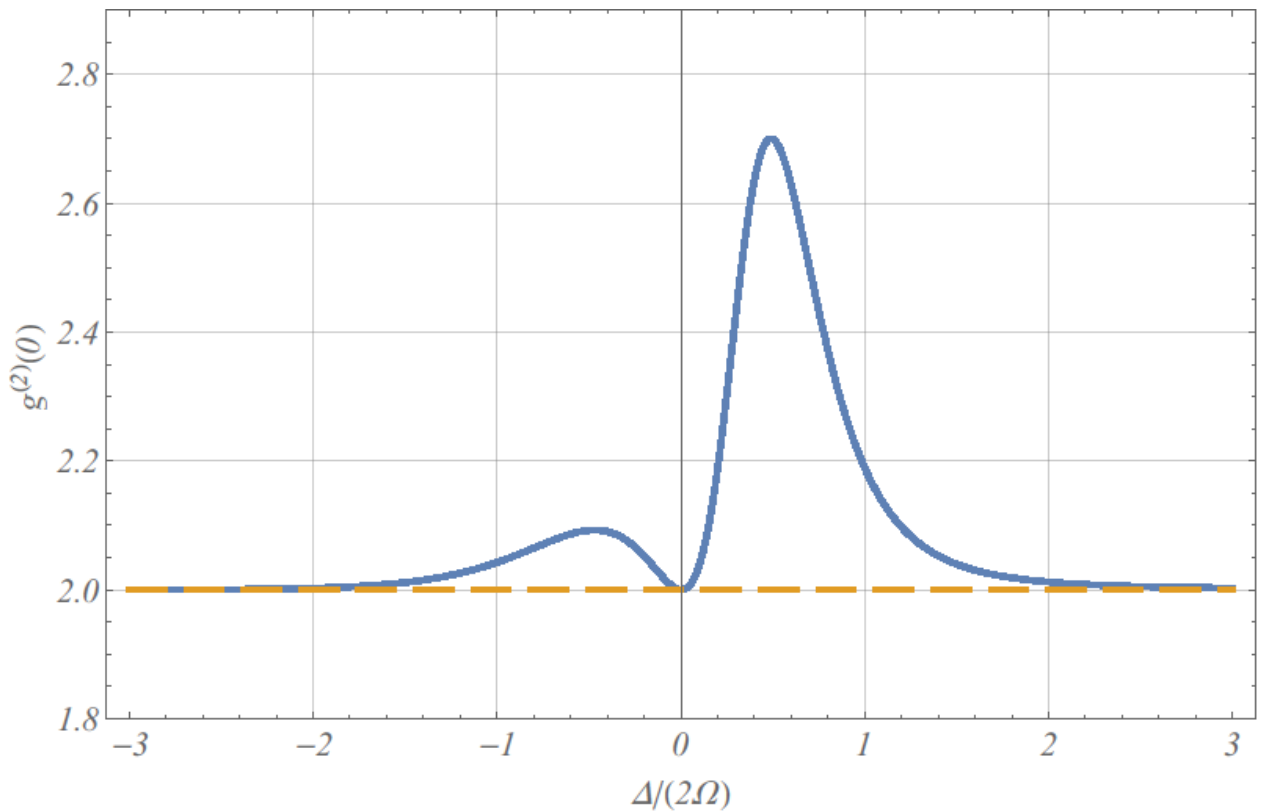


Figura 3.5: Funcția de corelație de ordinul 2 $g^{(2)}(0)$ pentru stările staționare în dependența de $\Delta/(2\Omega)$. (color online)

Parametrii pentru grafice au fost raportați la rata emisiei spontane a qubitului $\gamma_c/\gamma = 0.1$, $g/\gamma = 5$, $\Omega/\gamma = 42$, $\omega/\gamma = 10$, $\kappa/\gamma = 0.05$, iar numărul qubiților $N = 60$ și numărul mediu de fononi termici $n_{th} = 15$ au valori absolute.

Curbele continuă (albastră) sau întreruptă (galbenă) au fost obținute fără și cu respectarea aproximației seculare pentru gradele de libertate fononice.

Se poate observa în expresia Hamiltonianului 3.87 că frecvența modului fononic ω are o deplasare suplimentară δ_s . Maximul numărului mediu de fononi (vezi figura 3.4) apare când

$\omega + \delta_s$ are valoare minimală, adică $\omega_0 - \omega_L \approx \Omega + \omega + \delta_s$. Din aceasta rezultă că poziția acestui maxim poate fi folosită la măsurarea frecvenței Rabi Ω determinată de punctul cuantic. La fel este valabilă și afirmația inversă, cunoașterea frecvenței Rabi determină frecvența barei nanomecanice.

Afirmăm că emisia sau absorbția bifonică este responsabilă de prezența maximului în figura 3.4, poate fi depistat și din ecuația de mișcare pentru $\langle b^\dagger b \rangle$ dată de sistemul de ecuații 3.80. Corespunzător în figura 3.5 este prezentat graficul funcției de corelație de ordinul 2 - $g^{(2)}(0)$ determinată de 3.73 și de sistemul de corelatori 3.72 și 3.75-79. Iarăși este observat un maximum la $\omega_0 - \omega_L \approx \Omega + \omega + \delta_s$ și un maxim mai puțin pronunțat adițional la $\omega'_L - \omega_0 \approx \Omega + \omega + \delta_s$ (vezi curba continuă din figura 3.5). Ambele maxime permit determinarea frecvenței Rabi Ω , sau a frecvenței ω de vibrație a RnM. Mai mult decât atât, statistica fononilor este super-poissoniană, ceea ce demonstrează creșterea corelării fonon-fonon în afara aproximației seculare. Prin urmare corelațiile neliniare fonon-fonon sunt acelea care determină maximum numărului mediu de fononi.

În final, deși există și alte metode de determinare a frecvenței Rabi schema propusă aici are avantajul că amplitudinea vibrațiilor crește datorită cuplării qubiților cu rezonatorul mecanic dincolo de aproximația unei rotative cu păstrarea variabilelor fononice. Ca alternativă frecvența Rabi poate fi determinată din spectrul fluorescenței de rezonanță a fotonilor împrăștiați spontan, sau din spectrul Mollow, deși acesta poate fi asimetric din cauza prezenței vibrațiilor. Vibrațiile mecanice pot fi detectate la fel utilizând efectul de interferență dintre lumina incidentă pe rezonatorul mecanic și cea reflectată [10]. În acest caz creșterea amplitudinilor de vibrație sporește validitatea schemei propuse în lucrare.

Funcția de corelare fonon-fonon de ordinul 2 a sistemului dacă ar fi obținută în aproximația unei rotative ar fi fost strict egală cu 2 (vezi linia întreruptă în figura 3.5) ceea ce ar fi reprezentat un caz banal. Totuși în regimul cuplării puternice și dincolo de aproximația unei rotative acest model permite determinarea parametrilor de interes descriși mai sus.

3.2.3 Cazul nestaționar

Din sistemele de ecuații 3.72 și 3.75-3.79 poate fi obținută statistica nestaționară a sistemului fononic. Pentru intervale de timp mari starea dinamică a sistemului este staționară și prezentată în figurile 3.4 și 3.5. Totuși până la atingerea stării staționare avem procese de tranziție care pot fi elucidate rezolvând sistemul menționat. Condițiile inițiale pentru corelatorii implicați sunt:

$$\begin{aligned}\langle b^\dagger b \rangle(t=0) &= n_{th}, \\ \langle b^\dagger b^\dagger \rangle(t=0) &= 0, \\ \langle bb \rangle(t=0) &= 0.\end{aligned}\tag{3.91}$$

Una dintre metodele care ar permite rezolvarea sistemului 3.72 este metoda transformatei Laplace [161]. Aceasta constă în aplicarea transformatei Laplace sistemului menționat, obținerea unui sistem de ecuații algebrice față de mărimile implicate, apoi aplicarea transformatei inverse Laplace și obținerea funcțiilor de timp pentru mărimile $\langle b^\dagger b \rangle$, $\langle b^\dagger b^\dagger \rangle$ și $\langle b b \rangle$.

Notăm cu $x(t)$, $y(t)$ și $z(t)$ valorile medii ale operatorilor $\langle b^\dagger b \rangle$, $\langle b^\dagger b^\dagger \rangle$ și $\langle b b \rangle$, iar cu $X(s)$, $Y(s)$ și $Z(s)$ transformatele Laplace ale respectivilor mărimi. Aici s este variabila complexă. Adică:

$$\begin{aligned}X(s) &= \mathcal{L}[x(t)] \equiv \int_0^\infty x(t) e^{-st} dt, \\ Y(s) &= \mathcal{L}[y(t)], \\ Z(s) &= \mathcal{L}[z(t)].\end{aligned}\tag{3.92}$$

Aplicând transformata Laplace sistemului 3.72 și ținând cont de condițiile inițiale 3.91, obținem:

$$\begin{cases} sX(s) - n_{th} = -(\eta + \eta^* - \xi - \xi^* - 2\kappa)X(s) + (\xi - \eta^*)Z(s) + \\ \quad + (\xi^* - \eta)Y(s) + \frac{\eta + \eta^* + 2\kappa n_{th}}{s}, \\ Y(s) = 2(i\omega - \xi^* + \eta - \kappa)Y(s) + 2(\xi - \eta^*)X(s) - \frac{2\eta^*}{s}, \\ Z(s) = -2(i\omega + \xi - \eta^* + \kappa)Z(s) + 2(\xi^* - \eta)X(s) - \frac{2\eta}{s}. \end{cases}\tag{3.93}$$

Soluțiile acestuia pot fi obținute cu ușurință, iar mărimile $\langle b^\dagger b \rangle(t)$, $\langle b^\dagger b^\dagger \rangle(t)$ și $\langle bb \rangle(t)$

se vor obține prin aplicarea inversei transformatei Laplace (\mathcal{L}^{-1}):

$$\begin{aligned}\langle b^\dagger b \rangle(t) &\equiv x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)], \\ \langle b^\dagger b^\dagger \rangle(t) &\equiv y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)], \\ \langle b b \rangle(t) &\equiv z(t) = \mathcal{L}^{-1}[Z(s)].\end{aligned}\tag{3.94}$$

Prezentăm mai jos evoluția numărului de fononi ai sistemului în dependență de timpul exprimat în unități inverse ratei de emisie spontană a qubitului.

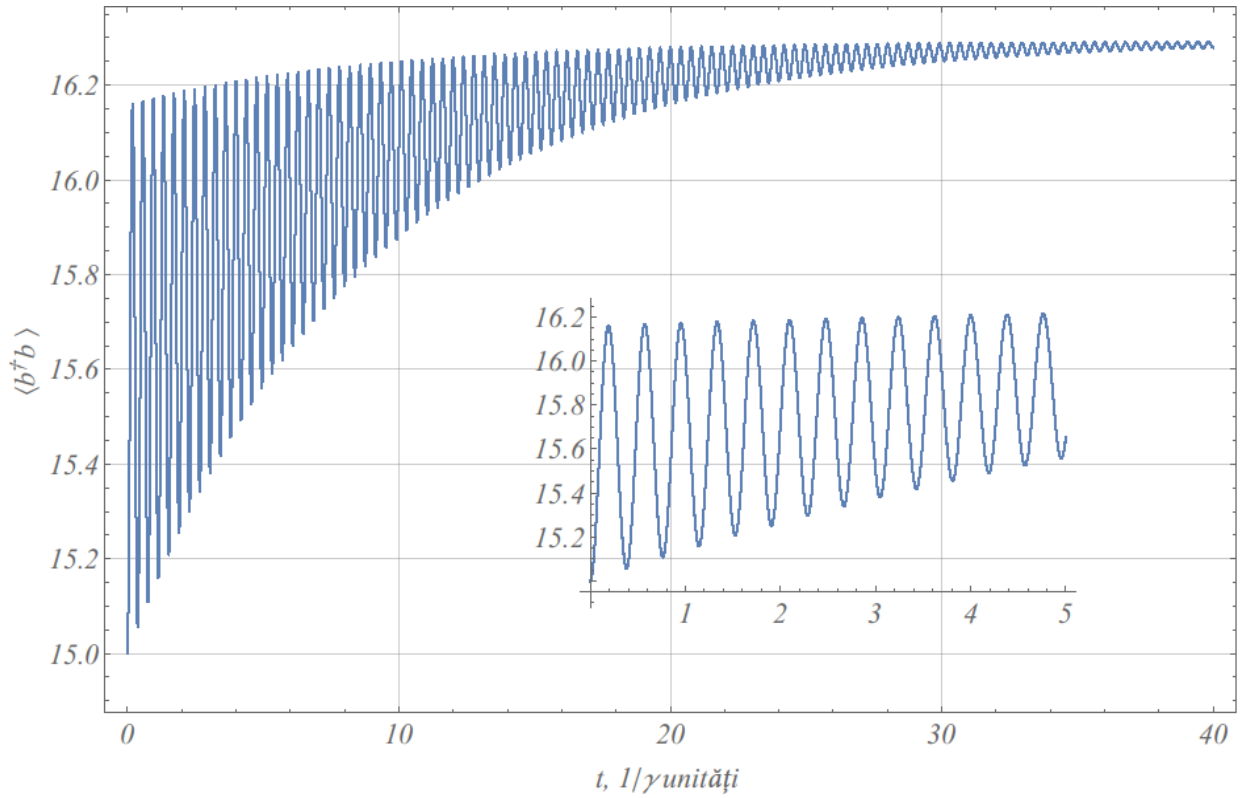


Figura 3.6: (color online) Numărul de fononi în dependență de timp.

Parametrul $\Delta / (2\Omega) = 0.1$. Alți parametri au fost raportați la rata emisie spontană a qubitului

$\gamma_C / \gamma = 0.1$, $g / \gamma = 5$, $\Omega / \gamma = 42$, $\omega / \gamma = 10$, $\kappa / \gamma = 0.05$, iar numărul qubiților $N = 60$ și numărul mediu de fononi termici $n_{th} = 15$ au valori absolute.

Graficul inserat conține dependența numărului mediu de fononi pentru un interval mai mic de timp. Se observă clar caracterul oscilant al numărului mediu de fononi, pornind de la

valoarea $n_{th} = 15$.

Tendența asimptotică este tipică pentru procese de tranziție similar (din punct de vedere matematic) procesului de încărcare a unui condensator. Oscilațiile care apar sunt cauzate de procese de absorbție, emisie și pierderi fononice. Frecvența acestor oscilații scade ușor în timp,

la fel și amplitudinea acestora – fenomen tipic pentru procese de relaxare.

O dependență determinată din graficul 3.6 este:

$$\begin{aligned} \langle b^\dagger b \rangle = & n_{th\max} - (n_{th\max} - n_{th}) \exp\left\{-\frac{t}{\tau_1}\right\} - \\ & - (n_{th\max} - n_{th}) \exp\left\{-\frac{t}{\tau_2}\right\} \cos[\nu t], \end{aligned} \quad (3.95)$$

unde τ_1 , τ_2 sunt perioadele de relaxare pentru numărul mediu de fononi și a amplitudini, respectiv. Stabilirea valorilor concrete ale acestora se poate face prin substituirea ecuației 3.95 în sistemul 3.72.

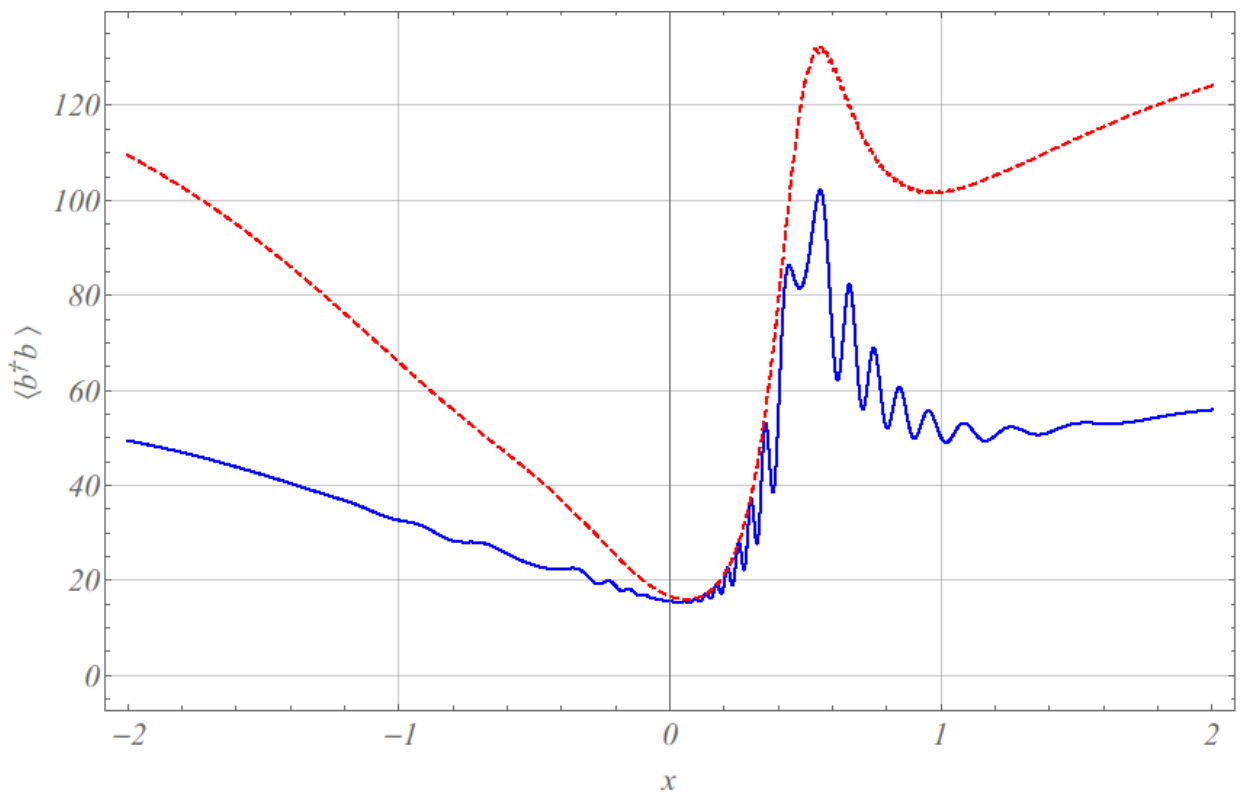


Figura 3.7: Numărul mediu de fononi în dependență de parametrul $x = \frac{\Delta}{2\Omega}$. (color online)

Parametrii pentru grafice au fost raportați la rata emisie spontană a qubitului $\gamma_c / \gamma = 0.1$, $g / \gamma = 5$, $\Omega / \gamma = 42$, $\omega / \gamma = 10$, $\kappa / \gamma = 0.05$, iar numărul qubiților $N = 60$ și numărul mediu de fononi termici $n_{th} = 15$ au valori absolute.

Curbele continuă sau întreruptă au fost obținute pentru intervale de timp din perioada de tranziție și la interval de timp mare când se instalează starea staționară.

Tendința de atingere a stării staționare poate fi urmărită și pentru dependențele de parametrul $x = \frac{\Delta}{2\Omega}$ dar pentru momente diferite de timp: după și până la instalarea stării staționare. Aceste curbe sunt prezentate în figura 3.7. Din grafic rezumă clar că pentru un moment de timp mare $t \gg 10 \frac{1}{\gamma} \sim \frac{1}{\kappa}$ (curba roșie întreruptă) dependența coincide cu curba continuă din figura 3.4 pentru cazul staționar, iar curba continuă albastră din figura 3.7 prezintă un comportament oscilator corespunzător figurii 3.6 pentru un moment de timp $t \sim \frac{1}{\gamma}$. Din acestea rezumă interesul prioritar acordat stărilor staționare, care în sisteme reale pentru rate ale pierderilor fononice de ordinul 10^6 Hz, apar pentru timpi de ordinul μ s.

În final, pentru înlăturarea dubiilor privind corectitudinea soluțiilor analitice complexe și voluminoase ale sistemului de ecuații 3.72 cu condițiile inițiale 3.91 am executat calcule numerice și am obținut soluțiile numerice ale sistemului de ecuații diferențiale. Suprapunerea graficelor (numeric și analitic) arată același comportament oscilant, dar soluția numerică are o asimptotă ușor sub cea analitică, care coincide cu soluția pentru stările staționare la intervale mari de timp. Acestea confirmă corectitudinea soluției analitice, iar discordanța dintre valorile asimptotice se explică prin cumularea erorii la fiecare pas iterativ pe segmentul de timp dat. La micșorarea segmentului pe care se rezolvă sistemul de ecuații diferențiale, sau la micșorarea pasului unei iterații, discordanțele se păstrează, dar sunt mult mai mici.

3.3 Concluzii la capitolul 3

A fost studiată dinamica unui oscilator mecanic cuantificat care interacționează cu un sistem din N qubiți independenți cu două niveluri pompați laser care sunt fixați pe acesta. S-a obținut hamiltonianul de interacțiune care ia în calcul energiile libere ale punctelor cuantice, RnM și interacțiunile dintre acestea. Sistemul dat este un sistem optomecanic deschis, adică au fost luate în calcul și interacțiunile RnM cu rezervorul fononic. Variabilele termostatului au fost înlăturate, iar parametrii de interacțiune cu acesta au fost incluși în ecuația master cu partea necoerentă de tip Linblad. Interacțiunile cu rezervorul mare și inert au putut fi considerate procese markoviene, iar în ecuația care descrie dinamica sistemului au fost păstrați termenii până în aproximația a doua (Born). Prin medierea după variabilele punctului cuantic care descriu dinamica acestuia, mult mai rapidă decât cea a rezonatorului mecanic, acestea au fost eliminate și a fost obținută ecuația master care descrie gradele de libertate ale rezonatorului mecanic cuantificat. A fost justificată necesitatea sau inoportunitatea aplicării aproximației seculare. Pentru cazul când numărul qubiților este mic, termenii care, de regulă, sunt neglijați deoarece sunt rapid oscilanți (aproximația seculară), nu pot fi omiși pentru un număr mai mare de atomi artificiali, ceea ce implică modificarea dinamicii RnM. A fost obținută evoluția numărului de fononi atât până la stabilirea stărilor staționare cât și am descris dinamica stărilor independente de timp. S-a justificat acest ultim caz și s-a arătat de la care valori ale timpului se instalează stările staționare. Dincolo de aproximația seculară cu respectarea subsistemului fononic, am obținut structură cu maxim a numărului mediu de fononi, la fel și a funcției de corelare fonon-fonon de ordinul 2. În limita aproximației seculare aceste maxime dispar. Am stabilit că procesele de absorbție emisie bifononice sunt responsabile de structura de maxime atestată. Poziția acestor maxime ar putea permite determinarea frecvenței Rabi, care apare la pomparea laser a qubiților. Statistica fononilor este super-poissoniană, demonstrată prin încălcarea inegalității Cauchy-Schwarz, ceea ce arată creșterea corelării fonon-fonon în afara aproximației seculare.

Cele mai importante și relevante rezultate din capitolul prezentat au fost publicate în [162, 163].

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

1. Au fost analizate în premieră două sisteme optomecanice deschise: I – laser-qubit-rezonator mecanic-cavitate optică și II – laser-qubiți-rezonator mecanic. În ambele cazuri rezonatorul mecanic are oscilații cuantificate și interacționează cu punctele cuantice prin potențialul de deformare [145, 146, 162]. Configurația dată de subsisteme nu s-a regăsit în alte surse bibliografice până la finalizarea subiectelor de cercetare prezentate în teză. Se recomandă includerea punctului cuantic în calitate de subsistem într-un sistem optomecanic pentru modificarea / obținerea proprietăților noi.
2. Au fost obținute ecuațiile master pentru fiecare caz considerând interacțiunile cu rezervorul ca procese markoviene, și limitând interacțiunea cu acesta la ordinul doi de mărime. A fost analizată dinamica rezonatorului nanomecanic atât pentru sistemul I cât și pentru sistemul II. Au fost obținute numărul mediu de fononi ai RnM atât în dependență de timp cât și pentru cazul staționar [149, 150, 162]. Se recomandă utilizarea ecuațiilor master obținute, sau a metodicilor lor de obținere descrisă în teză pentru studiul dinamicii sistemelor optomecanice deschise similare sau oarecum similare celor analizate aici.
3. În scopul studiului statisticii fononilor / fotonilor au fost obținute funcțiile de corelare de ordinul doi și a fost analizată inegalitatea Cauchy-Schwartz în vederea încălcării acesteia. Au fost identificate regimurile / parametrii pentru care această inegalitate este violată, adică cazurile când corelațiile sunt de natură cuantică. Se recomandă verificarea inegalității Cauchy-Schwartz pentru sisteme optomecanice în scopul stabilirii regimului cuantic al proprietăților [145, 146, 147].
4. Au fost identificate pentru sistemul I două regimuri diferite: regimul de corelații cuantice pentru detuning laser-cavitate pozitiv și regimul de răcire cuantică pentru dezacordul laser-cavitate negativ. În regimul de corelații cuantice numărul fotonilor emiși în cavitate depinde de numărul fononilor termici datorăți temperaturii RnM , ceea ce înseamnă afectarea gradelor de libertate optice prin intermediul temperaturii mediului. Se recomandă utilizarea schemei descrise pentru corelarea gradelor de libertate fotonice cu cele vibronice și pentru amplificarea semnalului optic [145, 147, 150].
5. Au fost obținute dovezi clare ale instalării regimului de răcire cuantică a RnM , și au

fost propuse scheme de identificare a acestui fenomen prin detectarea fotonului emis în cavitate. Se recomandă utilizarea parametrilor particularizați pentru scheme similare modelelor descrise în scopul răcirii efective a rezonatorului mecanic [146].

6. Rezonatorul mecanic pe care sunt plasate mai multe puncte cuantice prezintă o dinamică diferită legată de cuplarea puternică dintre qubiți și rezonator. S-a arătat că în ecuația master anumiți termeni nu pot fi neglijați și s-a calculat numărul mediu de fononi ai RnM cu sau fără aproximarea seculară. Se recomandă utilizarea modelului dezvoltat în cazul când pe RnM vor fi plasate mai multe puncte cuantice. Se propune utilizarea în experimentele reale a unui număr mai mare de qubiți pentru obținerea unor corelații și cuplări mai puternice care vor genera proprietăți suplimentare [162].
7. S-a identificat prezența unui maxim în numărul mediu de fononi ai rezonatorului mecanic cuantificat și s-a demonstrat posibilitatea determinării frecvenței Rabi din poziția acestui maxim. Se recomandă utilizarea acestei metode pentru determinarea frecvenței Rabi. Se propune includerea unui sau mai multe puncte cuantice într-un sistem optomecanic în scopul îmbogățirii proprietăților sistemului, dar și pentru obținerea neliniarităților interacțiunilor, ceea ce va crește posibilitatea manipulărilor cuantice a subsistemelor implicate. Sistemele analizate ar putea servi ca modele pentru dispozitive de procesarea informaticii cuantice, sau în calitate de elemente utilizate în transmisiuni de date [163].

BIBLIOGRAFIE

-
- [1] Mohr P. ş.a., CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014. In: J. Phys. Chem. Ref. Data, 2016, vol. 45, nr. 4, p. 043102-1-043102-74.
- [2] Feynman R. There's Plenty of Room at the Bottom, <http://www.zyvex.com/nanotech/feynman.html>, (vizitat 12.09.2016).
- [3] Bentley R.W. Global oil & gas depletion: an overview. In: Energy Policy, 2002, vol. 30, p. 189-205.
- [4] Matsumoto T., Tomita M. Modified blackbody radiation spectrum of a selective emitter with application to incandescent light source design. In: Optics Express, 2010, vol. 18, nr. S2 p. A194-A200.
- [5] Luminous efficacy https://en.wikipedia.org/wiki/Luminous_efficacy, (vizitat 27.01.16).
- [6] Narukawa Y. ş.a., White light emitting diodes with super-high luminous efficacy. In: J. Phys. D: Appl. Phys., 2010, vol. 43, p. 354002-1-354002-6.
- [7] Generations of Computer <http://www.techiwarehouse.com/engine/a046ee08/Generations-of-Computer>, (vizitat 27.01.2016).
- [8] Мартинес-Дуарт Дж., Мартин-Палма Р., Агуло-Руеда Ф. Н. Нанотехнологии для микро и оптоэлектроники. Москва: Техносфера, 2007. 368 с.
- [9] Poole C. P., Owens F. J. Introduction to Nanotechnology. Hoboken: Wiley-Interscience 2003. 400 p.
- [10] Greenberg Y., Pashkin Y., Il'ichev E. Nanomechanical resonators. In: Physics-Uspekhi, 2012, vol. 182, nr. 4 p. 407-436.
- [11] Aspelmeyer M., Kippenberg T. J., Marquardt F., Cavity optomechanics. In: Rev. Mod. Phys., 2014, vol. 86, nr. 4, p. 1391-1452.
- [12] Žutić I., Fabian J, Das Sarma S., Spintronics: Fundamentals and applications. In: Rev. Mod. Phys., 2004, vol. 76, nr 2, p. 323-410.
- [13] Joshi V.K., Spintronics: A contemporary review of emerging electronics devices, Eng. Sci. Tech., Int. J., 2016, vol. 19, nr. 3, 1503-1513.
- [14] Divyanshee M., Dipesh P., Applications of spintronics: a review. In: SSRG-IJECE, 2016, vol. 3 nr.8, p. 111-118.
- [15] Braginskii, V. B., Manukin, A. B., Tikhonov, M. Yu. Investigation of dissipative pondermotive effects of electromagnetic radiation. In: Soviet Physics JETP, 1970, vol. 31, nr. 5, 829-830.

-
- [16] Cuthbertson B. D. ş.a. Parametric back-action effects in a high-Q cyrogenic sapphire transducer. In: Rev. Sci. Instrum., 1996, vol. 67, nr. 7 p. 2435-2442.
- [17] Pigeau B. ş.a., Observation of photonic Mollow triplet in multimode hybrid spin-nanomechanical system, In: Nat Commun., 2015, nr. 6, p. 8603-1-8603-7.
- [18] O'Connell A.D., ş.a. Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator. In: Nature, 2010, nr. 464. p. 697-703.
- [19] Morigi G., Eschner J., Keitel C. H., Ground State Laser Cooling Using Electromagnetically Induced Transparency. In: Phys. Rev. Lett., 2000, vol. 85, p. 4458-4461.
- [20] Evers J., Keitel C. H., Double-EIT ground-state laser cooling without blue-sideband heating. In: Europhysics Letters, 2004, vol. 68, vol. 3, p. 370-376.
- [21] Safavi-Naeini A. ş.a. Observation of Quantum Motion of a Nanomechanical Resonator. In: Phys. Rev. Lett., 2012, vol. 108, p. 033602-1-033602-5.
- [22] Okamoto H., ş.a., Coherent phonon manipulation in coupled mechanical resonators. In: Nature Physics, 2013, vol. 9 p. 1-8.
- [23] Groeblacher S. ş.a. Demonstration of an ultracold micro-optomechanical oscillator in a cryogenic cavity. In: Nature Phys., 2009, vol. 5 p. 485-488.
- [24] Vinante A., ş.a. Feedback Cooling of the Normal Modes of a Massive Electromechanical System to Submillikelvin Temperature. In: Phys. Rev. Lett., 2008, vol. 101, p. 033601-1-033601-5.
- [25] Marquardt F., Optomechanics: Push towards the quantum limit. In: Nature Physics, 2008, vol. 4, p. 513-514.
- [26] ELISA project <https://www.elisascience.org/>, (vizitat la 01.04.2017).
- [27] Abbott B. P. ş.a., Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. In: Phys. Rev. Lett., 2016, vol. 116, p. 061102-1-061102-16.
- [28] Vool U. Devoret M. Introduction to quantum electromagnetic circuits. In: Int. J. Circ. Theor. Appl. 2017, vol. 45, p. 897-934.
- [29] Size of Things <http://www.gly.uga.edu/railsback/SizeofThings.html> (vizitat la 01.04.2017).
- [30] Binnig G., Quate C. F., Gerber Ch., Atomic Force Microscope, Phys. Rev. Lett., 1986, vol. 56, p. 930-934.
- [31] Binnig, G.; Rohrer, H. Scanning tunneling microscopy In: IBM Journal of Research and Development, 1986, vol. 30 nr. 4, p. 355-359
- [32] Lyshevski S., Nano-and Microelectromechanical Systems, Boca Raton: CRC Press 2001
- [33] Tai-Ran Hsu, MEMS and Microsystems: Design, Manufacture, and Nanoscale Engineering, Hoboken: John Wiley & Sons, 2008 550 p

-
- [34] MEMS http://www.sandia.gov/mstc/mems_info/movie_gallery.html, (vizitat la 28.05.2017).
- [35] Moores law meets MEMS embedded devices in you smartphone are the next big thing <http://www.forbes.com/sites/tedgreenwald/2011/10/21/moores-law-meets-mems-embedded-devices-in-your-smartphone-are-the-next-big-thing/#63625c235042>, (vizitat 12.12.2016).
- [36] Johnson R. MEMS Market: Ups and Upstarts http://www.eetimes.com/document.asp?doc_id=1328333 (vizitat 12.12.2016).
- [37] Comprehensive Report on Global Market for Nanoelectromechanical Systems <http://www.azonano.com/news.aspx?newsID=25791>, (vizitat la 30.06.2017).
- [38] Mechanical resonator <http://nano.caltech.edu/gallery/group2.html>, (vizitat la 30.06.17).
- [39] Huang L. ş.a., Nanodevice motion at microwave frequencies. In: Nature, 2003, vol. 421, p. 496-497.
- [40] Cleland A., Geller M. Superconducting Qubit Storage and Entanglement with Nanomechanical Resonators. In: Phys. Rev., 2004, Lett., vol. 93, p. 070501-1-4.
- [41] Vinante A., Falferi P. Feedback-Enhanced Parametric Squeezing of Mechanical Motion. In: Phys. Rev. Lett., 2013, vol. 111, p. 207203-1-207203-5.
- [42] Brown K. ş.a. Coupled quantized mechanical oscillators, Coupled quantized mechanical oscillators. In: Nature, 2011, vol. 471, p. 196-199.
- [43] Bochmann J. ş.a. Nanomechanical coupling between microwave and optical photons, In Nature Physics, 2013, vol. 9, p. 712-716.
- [44] Bariani F. ş.a. Single-atom quantum control of macroscopic mechanical oscillators. In: Phys. Rev. A, 2014, vol. 89, p. 011801(R)-1-011801(R)-5.
- [45] Yuan X.-Z., Entangling an optical cavity and a nanomechanical resonator beam by means of a quantum dot. In: Phys. Rev. A, 2013, vol. 88, 052317-1-052317-7.
- [46] Jin-Jin Li, Ka-Di Zhu. All-optical Mass Sensing with Coupled Mechanical Resonator Systems. In: Physics Reports, 2013, nr. 525, p. 223-254.
- [47] Tamayo J. ş.a., Biosensors based on nanomechanical systems. In: Chem. Soc. Rev., 2013, vol. 42, 1287-1311.
- [48] Rugar D., Mamin H. Guethner P. Improved fiber optic interferometer for atomic force microscopy. In: Appl. Phys. Lett., 1989, vol. 55., p. 2588-1-2588-4.
- [49] Etaki S., ş.a. Motion detection of a micromechanical resonator embedded in a d.c. SQUID. In: Nature Phys., 2008, vol. 4, p.785-788.
- [50] Pashkin Yu. A., ş.a. Detection of mechanical resonance of a single-electron transistor by direct current. In: Appl. Phys. Lett., 2010, vol. 96, p. 263513-1-263513-5.

-
- [51] Flowers-Jacobs N.E., Schmidt D.R., Lehnert K.W. Intrinsic Noise Properties of Atomic Point Contact Displacement Detectors. In: Phys. Rev. Lett., 2007, vol. 98, p. 096804-1-096804-5.
- [52] Arcizet O., ș.a. High-Sensitivity Optical Monitoring of a Micromechanical Resonator with a Quantum-Limited Optomechanical Sensor. In: Phys. Rev. Lett., 2006, vol. 97, p. 133601-1-133601-5.
- [53] Puller V., Lounis B., Pistolesi F. Single Molecule Detection of Nanomechanical Motion. In: Phys. Rev. Lett., 2013, vol. 110, p. 125501-1-125501-5.
- [54] Teufel J.D., ș.a. Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state. In: Nature, 2011, vol. 475, p.359-363.
- [55] Xia K., Evers J. Ground State Cooling of a Nanomechanical Resonator in the Nonresolved Regime via Quantum Interference. In: Phys. Rev. Lett., 2009, vol. 103. p. 227203-1-227203-4.
- [56] Mahboob I. ș.a. Phonon-cavity electromechanics. In: Nature Physics, 2012, vol. 8, vol.5, p. 387-392.
- [57] Eriksson A., Voinova M., Gorelik L. Nonresonant high frequency excitation of mechanical vibrations in a graphene based nanoresonator. In: New J. Phys., 2015, vol. 17, p. 033016-1-033016-4.
- [58] Chen H.-J., Zhu K.-D. Graphene-Based Nanoresonator with Applications in Optical Transistor and Mass Sensing. In: Sensors 2014, vol. 14, 16740-16753;
- [59] Sazonova V. A tunable carbon nanotube resonator, teză de doctor, Cornell University, 2006.
- [60] Kilho Eom, Simulations in Nanobiotechnology, Bosa Roca: CRC Press, 2011, 562 p.
- [61] Moser J. ș.a., Nanotube mechanical resonators with quality factors of up to 5 million. In: Nature Nanotechnology, 2014, vol. 9, nr. 12, p. 1007-1011
- [62] Cao ș.a., Carbon nanotube transistors scaled to a 40-nanometer footprint. In: Science, 2017, nr. 356, p. 1369–1372.
- [63] Moser J. ș.a. Ultrasensitive force detection with a nanotube mechanical resonator. In: Nature Nanotechnology, 2013, vol 8 nr 7, p. 493-496.
- [64] Crookes radiometer https://en.wikipedia.org/wiki/Crookes_radiometer, (vizitat la 4.12.2017).
- [65] Radiation pressure https://en.wikipedia.org/wiki/Radiation_pressure (vizitat la 4 12 2017).
- [66] Sidles J. A., Noninductive detection of single-proton magnetic resonance. In: Appl.Phys.Lett. 1991, vol. 58, p. 2854-1-2854-3.
- [67] LISA mission <https://www.lisamission.org/proposal/LISA.pdf>, (vizitat la 12 06 2017).
- [68] Nobel prizes, Physics laureates 2017 https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2017/, (vizitat 06.01.2018).

-
- [69] Abbott B. P., *ş.a.* Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory. In: *Rep. Prog. Phys.*, 2009, vol. 72, p. 076901-1-076901-25.
- [70] Arlett, J. L, Myers, E. B & Roukes, M. L. Comparative advantages of mechanical biosensors. In: *Nat. Nanotechnol.* 2011, vol. 6, p. 203–215.
- [71] Truong, A. *ş.a.* Magneto-optical micromechanical systems for magnetic field mapping. In: *Sci. Rep.*, 2016, vol. 6, p. 31634-1-31634-8.
- [72] Marquardt F., Girvin S. Optomechanics. In: *Physics* 2, 40 (2009)
<https://physics.aps.org/articles/pdf/10.1103/Physics.2.40> (vizitat la 12.06.2017).
- [73] Metzger C. *ş.a.* Self-induced oscillations in an optomechanical system driven by bolometric backaction. In: *Phys. Rev. Lett.*, 2008 vol. 101, p. 133903-1-133903-4.
- [74] Kulagin V. *ş.a.* Opto-acoustical gravitational bar detector with cryogenic mirrors. In: *Gravit. Cosmol.*, 2016 vol. 22, p. 374-381.
- [75] Teufel J., Regal C., Lehnert K. Prospects for cooling nanomechanical motion by coupling to a superconducting microwave resonator. In: *New Journal of Physics*, 2008, vol. 10, p. 095002-1-095002-11.
- [76] Caves C. M. *ş.a.* On the measurement of a weak classical force coupled to a quantum-mechanical oscillator. I. Issues of principle, *Rev. Mod. Phys.*, 1980, vol. 52 p. 341-392.
- [77] Riedinger R. *ş.a.* Non-classical correlations between single photons and phonons from a mechanical oscillator. In: *Nature*, 2016, vol. 530, p. 313–316.
- [78] Ashhab S., Nori F. Qubit-oscillator systems in the ultrastrong-coupling regime and their potential for preparing nonclassical states. In: *Phys. Rev. A*, 2010, vol. 81, p. 042311-1-042311-17.
- [79] Niemczyk T. Beyond the Jaynes-Cummings model: circuit QED in the ultrastrong coupling regime. In: *Nature Physics*, 2010, vol. 6, p. 772-776
- [80] Jaynes, E. T. Cummings, F. W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. In: *Proc. IEEE*, 1963, vol. 51, p. 89–109.
- [81] Ramos T. *ş.a.* Nonlinear quantum optomechanics via individual intrinsic two-level defects. In: *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 110, p. 193602-1-193602-5.
- [82] Vitali D. *ş.a.* Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field. In: *Phys. Rev. Lett.*, 2007, vol. 98, p. 030405-1-030405-4.
- [83] Tian L. Robust photon entanglement via quantum interference in optomechanical interfaces. In: *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 110, p. 233602-1-233602-5.
- [84] Tang Z.-h., Li G.-x., Ficek Z. Entanglement created by spontaneously generated coherence. In: *Phys. Rev. A*, 2010, vol. 82, p. 063837-1-063837-11.

-
- [85] Tang Z.-h., Li G.-x. Entanglement of a two-mode field in a collective three-level atomic system. In: Phys. Rev. A, 2011, vol. 84, p. 063801-1-063801-8.
- [86] Ge W. ş.a. Entanglement of movable mirrors in a correlated-emission laser via cascade-driven coherence. In: Phys. Rev. A, 2013, vol. 88, p. 052301-1-052301-7.
- [87] Liao J.-Q., Wu Q.-Q., Nori F. Entangling two macroscopic mechanical mirrors in a two-cavity optomechanical system. In: Phys. Rev. A, 2014, vol. 89, p. 014302-1-014302-5.
- [88] Yang C.-J. ş.a. Generation of stable entanglement between two cavity mirrors by squeezed-reservoir engineering. In: Phys. Rev. A, 2015, vol. 92, p. 062311-1-062311-9.
- [89] Rogers B., ş.a. Entanglement control in hybrid optomechanical systems. In: Phys. Rev. A, 2012, vol. 86, p. 042323-1-042323-6.
- [90] Blattmann R. ş.a. Entanglement creation in a quantum dot-nanocavity system. In: Phys. Rev. A 2014, vol. 89, p. 012327-1-012327-7.
- [91] Singh V. ş.a. Optomechanical coupling between a multilayer graphene mechanical resonator and a superconducting microwave cavity. In: Nature Nanotechnology, 2014, vol. 9, nr. 10, p. 820-824
- [92] Bağcı T. ş.a. Optical detection of radiowaves through a nanomechanical transducer. In: Nature, 2014, vol. 507, n. 4, p. 81-85.
- [93] Kim, P. H. et al. Approaching the standard quantum limit of mechanical torque sensing. In: Nat. Commun., 2016, nr 7, p. 13165-1-13165-6.
- [94] Wilson-Rae I., Zoller P., Imamolu A. Laser Cooling of a Nanomechanical Resonator Mode to its Quantum Ground State. In: Phys. Rev. Lett., 2004, vol. 92, p. 075507-1-075507-5.
- [95] O. Arcizet, ş.a. Radiation–pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror. In: Nature, 2006, vol. 444. p.71-74.
- [96] Wilson-Rae I. ş.a. Theory of ground state cooling of a mechanical oscillator using dynamical backaction. In: Phys. Rev. Lett., 2007, vol. 99, 093901-1-093901-4.
- [97] F. Marquardt, ş.a. Quantum Theory of Cavity–Assisted Sideband Cooling of Mechanical Motion. In: Phys. Rev. Lett., 2007, vol. 99, p. 093902-1-093902-5.
- [98] Mahboob I. ş.a. Phonon Lasing in an Electromechanical Resonator. In: Phys. Rev. Lett., 2013, vol. 110, 127202-1-127202-5.
- [99] Pirkkalainen J. ş.a. Cavity optomechanics mediated by a quantum two-level system. In: Nat. Commun., 2015, vol. 4, p. 6981-1-6.
- [100] Koch J. Theory of quantum open systems,
<http://sites.northwestern.edu/koch/files/2013/03/PHYS450-1.pdf>, (vizitat la 21.06.2017).
- [101] Scully M., Zubairy M., Quantum optics, Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 624 p.

-
- [102] Pang Sh., Brun T., Jordan A. Abrupt transitions between Markovian and non-Markovian dynamics in open quantum systems <https://arxiv.org/pdf/1712.10109.pdf> (vizitat la 01.01.2018).
- [103] Lindblad G. On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups. In: Commun. math. Phys., 1976, vol. 48, p. 119—130.
- [104] Quantum optics <https://www.physik.hu-berlin.de/de/nano/lehre/quantenoptik09/Chapter10> (vizitat la 02.01.2017).
- [105] Lambropoulos P. ș.a. Fundamental quantum optics in structured reservoirs. In: Rep. Prog. Phys., 2000, vol. 63. p. 455–503.
- [106] Quantum Optics, curs de lecții
<http://info.phys.unm.edu/~ideutsch/Classes/Phys566F08/index.htm> (vizitat la 12.03.2017).
- [107] Walther H. ș.a. Cavity quantum electrodynamics. In: Rep. Prog. Phys., 2006, vol. 69, p. 1325–1382
- [108] Walther H. One-atom maser and other experiments on cavity quantum electrodynamics. In: Physics – Uspekhi, 1996, vol. 39, nr. 7, p. 727–743.
- [109] Kowalewska-Kudlaszyk A. Tanas R. Two-level atom in a structured reservoir, Proceedings, vol. 4356, 12th Czech-Slovak-Polish Optical Conference on Wave and Quantum Aspects of Contemporary Optics, 2001, p. 1-8.
- [110] M. Kiffner, ș.a. Vacuum-Induced Processes in Multilevel Atoms. In: Prog. Opt., 2010, vol. 55, p. 85-197.
- [111] Preskill J., Lecture Notes of Quantum computation, Open Quantum System,
<http://www.theory.caltech.edu/people/preskill/ph229/> (vizitat la 12.03.2017).
- [112] Breuer H.-P., Petruccione F. Concepts and methods in the theory of open quantum systems, <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0302047v1.pdf> (vizitat 24.03.2017).
- [113] Redfield equation https://en.wikipedia.org/wiki/Redfield_equation, (vizitat 24.01.2018).
- [114] Lindblad equation https://en.wikipedia.org/wiki/Lindblad_equation, (vizitat 24.01.2018).
- [115] Mandel L., Wolf E., Optical coherence and quantum optics Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 895 p.
- [116] J. D. Jackson , Electrodinamica clasica Bucuresti: Editura Tehnica, 1991 vol 1. 350 p.
- [117] Peng J., Li G.-x., Introduction to Modern Quantum Optics. Singapore: World Scientific, 1998, 562 p.
- [118] Bransden B., Joachain C. Introducere în mecanică cuantică. București: Editura Tehnică, 1995. 632 p.
- [119] Detlaf A, Iavorschi B. Curs de fizică, Chșinău: Lumina, 1991. 606 p.

-
- [120] Nazir A., McCutcheon D., Modelling exciton phonon interaction in optically driven quantum dots. In: *J. Phys: Condes. Matter*, 2016, vol. 28, p. 103002-1-103002-28
- [121] Besombes L. ș.a. Acoustic phonon broadening mechanism in single quantum dot emission. In: *Phys. Rev. B*, 2001, vol. 63, p. 155307-1-155307-5.
- [122] Flagg E. B. ș.a. Resonantly driven coherent oscillations in a solid-state quantum emitter. In: *Nat. Phys.*, 2009, vol. 5, 203-207.
- [123] Matthiesen C., Vamivakas A. N., Atatüre M., Subnatural Linewidth Single Photons from a Quantum Dot. In: *Phys.Rev. Lett.*, 2012, vol. 108, p. 093602-1-093602-4.
- [124] Florescu V. , Boca M. *Lecții de fizică cuantică avansată*, București: Editura Universității din București, 2013, 294 p.
- [125] Kryszewski S. Czechowska-Kryszk J. Master equation – tutorial approach <https://arxiv.org/pdf/0801.1757v1.pdf> (vizitat 12.12.2016).
- [126] Frasca M., Theory of dressed states in quantum optics. In: *Phys.Rev. A* 1999, vol. 60, p. 573-581.
- [127] Das S., Macovei M. A. Collective quantum dot inversion and amplification of photon and phonon waves. In: *Phys. Rev. B*, 2013, vol. 88, p.1253061-1-1253061-6.
- [128] Ciornea V., Macovei M. A. Cavity-output-field control via interference effects. In: *Phys. Rev. A*, 2014, vol. 90, p. 043837-1-043837-4.
- [129] Macovei M., Mishra M., Keitel C. H. Population inversion in two-level systems possessing permanent dipoles. In: *Phys. Rev. A*, 2015, vol. 92, p. 013846-1-013846-5
- [130] Ceban V., Macovei M. A. Cavity quantum interferences with three-level atoms. In: *J. Opt. Soc. Am. B*, 2016, vol. 33, nr.5, p. 942-946.
- [131] Xiong H., Scully M. O., Zubairy M. S. Correlated Spontaneous Emission Laser as an Entanglement Amplifier. In: *Phys. Rev. Lett.*, 2005, vol. 94, 023601-1-023601-4.
- [132] Tan H. T., Zhu S. Y., Zubairy M. S. Continuous-variable entanglement in a correlated spontaneous emission laser. In: *Phys. Rev. A*, 2005, vol.72, 022305-1-022305-8.
- [133] Kiffner M. ș.a. Two-mode single-atom laser as a source of entangled light. In: *Phys. Rev. A*, 2007, vol. 75, p. 033816-1-033816-8.
- [134] Li G.-x., Tan H.-t., Macovei M. Enhancement of entanglement for two-mode fields generated from four-wave mixing with the help of the auxiliary atomic transition. In: *Phys. Rev. A*, 2007, vol. 76, p. 053827-1-053827-9.
- [135] Macovei M., Li G.-x. Entangled light via nonlinear vacuum-multiparticle interactions. In: *Phys. Rev. A*, 2007, vol. 76, p. 023818-1-023818-5.

-
- [136] Ciornea V., Bardetski P., Macovei M. A. Enhanced photon correlations due to strong laser-atom-cavity coupling. In: Phys. Rev. A, 2013, vol. 88, p. 023851-1-023851-6
- [137] Cârliș S., Unele aspecte ale procesării numerice în probleme de mecanică cuantică. In: Analele Științifice USM, 2002, p. 135-137.
- [138] Glauber R.J., The Quantum Theory of Optical Coherence. In: Phys Rev, 1963, vol. 130 p. 2529-2539.
- [139] Clauser J. F., Experimental distinction between the quantum and classical field-theoretic predictions for the photoelectric effect. In: Phys. Rev. D, 1974, vol. 9, p. 853-860.
- [140] Loudon R., Non-classical effects in the statistical properties of light. In: Rep. Prog. Phys., 1980, vol. 43, p. 913-949.
- [141] Kheruntsyan K. ș.a. Violation of the Cauchy-Schwarz inequality with matter waves, Phys. Rev. Lett., 2012, vol. 108, p. 260401-1-260401-5.
- [142] Li J.-J., Zhu K.-D., Plasmon-assisted mass sensing in a hybrid nanocrystal coupled to a nanomechanical resonator. In: Phys. Rev. B, 2011, vol. 83, p. 245421-1-245421-7.
- [143] Gu W.-j., Li G.-x. Quantum interference effects on ground-state optomechanical cooling. In: Phys. Rev. A., 2013. vol. 87. p. 025804-1-025804-5.
- [144] Andrews R. W. ș.a. Bidirectional and efficient conversion between microwave and optical light. In: Nature Physics, 2014, vol. 10, p. 321-326.
- [145] **Cârliș S.**, Macovei M. A., Quantum correlations among optical and vibrational quanta, In: Phys. Rev. A, 2014, nr 89, p. 053803-1-053803-5.
- [146] **Cârliș S.**, Macovei M. A. Long-time correlated quantum dynamics of phonon cooling, In: Phys. Rev. A , 2014, vol. 90, p. 013817-1-013817-4.
- [147] **Cârliș S.**, Ceban V., Macovei M. A., Sistemele optomecanice puntea între nano și macrolume. In: Akademos, 2015, vol. 4, p. 21-26.
- [148] **Cârliș S.**, Ciornea V., Macovei M. Corelații cuantice în sistemele cooperative, Progrese în fizica teoretică, culegere de lucrări științifice, Chișinău, 2016, p. 146-160.
- [149] **Cârliș S.** Entanglement among Photon and Phonon Degrees of Freedom. In: culegere de lucrări ale 3rd International Conference on Nanotechnologies and Biomedical Engineering. IFMBE Proceedings, vol 55., September 23-26, 2015 Chisinau, 2016, p. 160-162.
- [150] **Cârliș S.** Phonon cooling correlating dynamics, In: Fizică și tehnică: procese, modele, experimente, 2015, vol. 2, p. 5-8.
- [151] Ceban V., Longo P., Macovei M. A. Fast phonon dynamics of a nanomechanical oscillator due to cooperative effects. In: Phys. Rev. A, 2017, vol. 95, p. 023806-1-023806-5.

-
- [152] Jin L., Evers J., Macovei M. A. Collective dynamics in a laser-pumped mixture of two atomic ensembles. In: *J. Opt. Soc. Am. B*, 2017, vol. 34(6), p 1280-1285
- [153] Genes C., Vitali D., Tombesi P. Emergence of atom-light-mirror entanglement inside an optical cavity. In: *Phys. Rev. A*, 2008, vol. 77, 050307-1-050307-4.
- [154] Genes C., Ritsch H., Vitali D. Micromechanical oscillator ground-state cooling via resonant intracavity optical gain or absorption. In: *Phys. Rev. A*, 2009, nr 80, p. 061803-1-061803-4.
- [155] Restrepo J., Ciuti C., Favero I. Single-Polariton Optomechanics. In: *Phys. Rev. Lett.*, 2014, vol. 112, p. 013601-1-013601-5.
- [156] Dantan A. s.a. Hybrid cavity mechanics with doped system. In: *Phys. Rev. A*, 2014, vol. 90, p. 033820-1-033820-9.
- [157] Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J., Grynberg G. *Atom-photon interactions: basic processes and applications* Hoboken: Wiley, 2004. 678 p.
- [158] Keitel C. H. Vacuum modified resonance fluorescence in intense laser fields. In: *Jr. Mod. Opt.*, 1996, vol. 43, p. 1555-1562.
- [159] Li G.-X., Zhu J.-P., Ground-state cooling of a mechanical resonator coupled to two coupled quantum dots. In: *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2011, vol. 44, p. 195502-1-195502-10.
- [160] Glauber R. J., Nobel Lecture: One hundred years of light quanta. In: *Rev. Mod. Phys.*, 2006, nr 78, p. 1267-1278.
- [161] Dawkins P. Solving IVP's with Laplace Transforms <http://tutorial.math.lamar.edu> (vizitat 24.12.2016).
- [162] **Cârliș S.**, Macovei M. Enhanced Vibrational Quantum Dynamics beyond the Rotating Wave Approximation. In: *JETP Letters*, 2017, nr 105/8, p. 526-530.
- [163] **Cârliș S.**, Macovei M. A. Dinamica rezonatorului nanomecanic cuantificat cuplat cu un sistem de atomi artificiali. In: *Akademos*, 2017, nr 2, p. 33-35.

ANEXE

I. LISTING-UL PROGRAMULUI PENTRU FORMAREA SISTEMULUI DE CORELATORI I (2.152)

(*

Formarea sistemului de corelatori prob A

start 15 dec 13

fin 25 nov 17

scop obtinerea sistemului de corelatori prob A steady states si nestationar
*)

Attributes[Times]

{Flat, Listable, NumericFunction, OneIdentity, Orderless, Protected}

{Flat, Listable, NumericFunction, OneIdentity, Orderless, Protected}

{Flat, Listable, NumericFunction, OneIdentity, Orderless, Protected}

ClearAttributes[Times, {Orderless, Protected}]

SetAttributes[Times, {Orderless, Protected}]

(*definirea coeficientilor [Q lalala]*)

$Q_{aac} = -\alpha \left(\beta a^{+\alpha-1} a^{\beta-1} b^{+\gamma} b^{\delta} + a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta} \right);$

$Q_{ab} = -\alpha a^{+\alpha-1} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta+1};$

$acQ_a = -\alpha a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta};$

$bQ_a = -\alpha \left(\gamma a^{+\alpha-1} a^{\beta} b^{+\gamma-1} b^{\delta} + a^{+\alpha-1} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta+1} \right);$

$Q_{aca} = \beta a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta};$

$Q_{acbc} = \beta \left(\delta a^{+\alpha} a^{\beta-1} b^{+\gamma} b^{\delta-1} + a^{+\alpha} a^{\beta-1} b^{+\gamma+1} b^{\delta} \right);$

$aQ_{ac} = \beta \left(\alpha a^{+\alpha-1} a^{\beta-1} b^{+\gamma} b^{\delta} + a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta} \right);$

$bcQ_{ac} = \beta a^{+\alpha} a^{\beta-1} b^{+\gamma+1} b^{\delta};$

$Q_{bbc} = -\gamma \left(\delta a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma-1} b^{\delta-1} + a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta} \right);$

$Q_{ba} = -\gamma a^{+\alpha} a^{\beta+1} b^{+\gamma-1} b^{\delta};$

$bcQ_b = -\gamma a^{+\alpha} a^{\beta} b^{+\gamma} b^{\delta};$

$aQ_b = -\gamma \left(\alpha a^{+\alpha-1} a^{\beta} b^{+\gamma-1} b^{\delta} + a^{+\alpha} a^{\beta+1} b^{+\gamma-1} b^{\delta} \right);$

Qbcb = $\delta a^{+\alpha} a^\beta b^{+\gamma} b^\delta$; (*litera a la sfarsit e de prisos trebuie sa fie Qbcb,
de scos si de schimbat si in fata lui B2,
sau de lasat fara schimbare, ca merge si asa*)

Qbcbc = $\delta (\beta a^{+\alpha} a^{\beta-1} b^{+\gamma} b^{\delta-1} + a^{+\alpha+1} a^\beta b^{+\gamma} b^{\delta-1})$;

bQbc = $\delta (\gamma a^{+\alpha} a^\beta b^{+\gamma-1} b^{\delta-1} + a^{+\alpha} a^\beta b^{+\gamma} b^\delta)$;

acQbc = $\delta a^{+\alpha+1} a^\beta b^{+\gamma} b^{\delta-1}$;

(*ecuatia din sistem pentru oricare $\alpha \beta \gamma \delta$ *)

ec = $-\frac{I}{2} (\Delta 1 - \omega) a^{+\alpha} a^\beta b^{+\gamma} b^\delta (\alpha - \beta + \gamma - \delta) - Q_{aac} A_{1c} + Q_{ab} D_{2c} + acQ_a B_{1c} - bQ_a C_{2c} -$

$Q_{aca} B_1 + Q_{acbc} C_2 + aQ_{ac} A_1 - bcQ_{ac} D_2 - Q_{bbc} A_{2c} + Q_{ba} D_{1c} + bcQ_b B_{2c} - aQ_b C_{1c} -$

$Q_{bcb} B_2 + Q_{bcbc} C_1 + bQ_{bc} A_2 - acQ_{bc} D_1$;

(* cazul stationar

*)

(*formarea sistemului*)

(*etapa 1 doi operatori*)

Clear[$\alpha, \beta, \gamma, \delta, rez, rezV$]

k = 2;

i = 1;

rezReg = {};

rezEc = {};

rezVar = {};

Do[If[$\alpha + \beta + \gamma + \delta == k$, rezReg = Join[rezReg, { $a^{+\alpha} a^\beta b^{+\gamma} b^\delta \rightarrow x[i]$ }]]];

rezVar = Join[rezVar, {x[i]}];

rezEc = Join[rezEc, {ec = 0}];

i++, { $\alpha, 0, k$ }, { $\beta, 0, k$ }, { $\gamma, 0, k$ }, { $\delta, 0, k$ }]

corelatori = rezReg;

variabile = rezVar;

sistem = rezEc;

(*etapa 2 PATRU operatori*)

Clear[$\alpha, \beta, \gamma, \delta, rez$]

k = 4;

rezReg = {};

rezEc = {};

rezVar = {};

Do[If[$\alpha + \beta + \gamma + \delta == k$, rezReg = Join[rezReg, { $a^{+\alpha} a^\beta b^{+\gamma} b^\delta \rightarrow x[i]$ }]]];

rezVar = Join[rezVar, {x[i]}];

rezEc = Join[rezEc, {ec = 0}];

i++, { $\alpha, 0, k$ }, { $\beta, 0, k$ }, { $\gamma, 0, k$ }, { $\delta, 0, k$ }]

corelatorI = rezReg;

variabileE = rezVar;

sisteM = rezEc;

Corelatori = Join[corelatori, corelatorI]

```

Sistem = Join[sistem, sistemM];
Variabile = Join[variabile, variabilE]

(*Inlocuirea corelatorilor prin variabilele x[i],
conform schemei corelatori si corelatorI*)
sistem1 = Sistem /. corelatorI
sistem2 = sistem1 /. corelatori

SistemVar = Collect[sistem2, Variabile]

(*excluderea ecuatiilor care nu sunt necesare la inchiderea sistemului*)
(*scrierea ecuatiilor sistemului cu
corelatorii si variabilele corespunzatoare in fata*)
SistemFin = {};
VariabileFin = {};
Do[If[(j # 11) && (j # 15) && (j # 19) && (j # 22) && (j # 24) && (j # 25) && (j # 26) &&
(j # 36) && (j # 42) && (j # 45), Print[Corelatori[[j]], " ", SistemVar[[j]]];
SistemFin = Join[SistemFin, {SistemVar[[j]]}];
VariabileFin = Join[VariabileFin, {Variabile[[j]]}], {j, 1, 45}]
SistemFin
VariabileFin

(* Cazul Nestationar,
sistemul e format din SistemFin in care am inlocuit variabilele
{x[1]→bb[t],x[2]→bcb[t],x[3]→bcbc[t],x[4]→ab[t],x[5]→abc[t],
x[6]→aa[t],x[7]→acb[t],x[8]→acbc[t],x[9]→aca[t],x[10]→acac[t],
x'[1]→bb'[t],x'[2]→bcb'[t],x'[3]→bcbc'[t],x'[4]→ab'[t],x'[5]→abc'[t],
x'[6]→aa'[t],x'[7]→acb'[t],x'[8]→acbc'[t],x'[9]→aca'[t],x'[10]→acac'[t]}

2. Am selectat DOAR ecuatiile necesare pentru sistemul mic
(4) vezi PRB89 si am fixat conditiile initiale*)
Date[]
DSolve[
{A2 + A2c + (C1c - D1c) ab[t] + (C1 - D1) acbc[t] + (A2 + A2c - B2 - B2c) bcb[t] == bcb'[t],
C1 + C2 + (A1 + A2 - B1 - B2 + i (Δ1 - ω)) ab[t] + (C1 - D1) aca[t] + (C2 - D2) bcb[t] ==
ab'[t], C1c + C2c + (C1c - D1c) aca[t] +
(A1c + A2c - B1c - B2c - i (Δ1 - ω)) acbc[t] + (C2c - D2c) bcb[t] == acbc'[t],
A1 + A1c + (C2c - D2c) ab[t] + (A1 + A1c - B1 - B1c) aca[t] + (C2 - D2) acbc[t] == aca'[t],
ab[0] == 0, acbc[0] == 0, aca[0] == 0, bcb[0] == n},
{aca[t], bcb[t], acbc[t], ab[t]}, t]
Date[] - %%

```

```

(*Cazul stationar, sistemul e format din SistemFin*)
Solve[{{(2 A2 - 2 B2 + i (Δ1 - ω)) x[1] + (2 C1 - 2 D1) x[7] == 0,
  A2 + A2c + (A2 + A2c - B2 - B2c) x[2] + (C1c - D1c) x[4] + (C1 - D1) x[8] == 0,
  (2 A2c - 2 B2c - i (Δ1 - ω)) x[3] + (2 C1c - 2 D1c) x[5] == 0,
  C1 + C2 + (C2 - D2) x[2] + (A1 + A2 - B1 - B2 + i (Δ1 - ω)) x[4] + (C1 - D1) x[9] == 0,
  (C2 - D2) x[3] + (A1 + A2c - B1 - B2c) x[5] + (C1c - D1c) x[6] == 0,
  (2 C2 - 2 D2) x[5] + (2 A1 - 2 B1 + i (Δ1 - ω)) x[6] == 0,
  (C2c - D2c) x[1] + (A1c + A2 - B1c - B2) x[7] + (C1 - D1) x[10] == 0,
  C1c + C2c + (C2c - D2c) x[2] + (A1c + A2c - B1c - B2c - i (Δ1 - ω)) x[8] + (C1c - D1c) x[9] ==
  0, A1 + A1c + (C2c - D2c) x[4] + (C2 - D2) x[8] + (A1 + A1c - B1 - B1c) x[9] == 0,
  (2 C2c - 2 D2c) x[7] + (2 A1c - 2 B1c - i (Δ1 - ω)) x[10] == 0},
{x[1], x[2], x[3], x[4], x[5], x[6], x[7], x[8], x[9], x[10]}]

```

II. LISTING-UL PROGRAMULUI PENTRU FORMAREA SISTEMULUI DE CORELATORI II (2.223)

pentru obtinerea expresiei lui Q dot
 pentru obtinerea sistemului de ecuatii pentru corelatori
 pentru solutionarea sistemului de ecuatii
 start 30 ian 15
 revized 02 aug 16
 fin 1 feb 2015
 Carlig Sergiu
 concluzie Ok, bcb, si g2 obtinute (inclusiv pentru aproximatiile $\Gamma \ll \Omega R$)
 vezi [grafice.nb](#)

```

Needs["Quantum`Notation`"]
SetQuantumAliases[];

Clear[a, b, ac, bc, ρ];
SetQuantumObject[a, b, ac, bc, Q];

(*definirea coeficientilor [Q operator]*)
Qaac = -α (β a†α-1 · aβ-1 · b†γ · bδ + a†α · aβ · b†γ · bδ); (* [Q,a]ac*)
Qab = -α a†α-1 · aβ · b†γ · bδ+1; (* [Q,a]b*)

acQa = -α a†α · aβ · b†γ · bδ; (*ac[Q,a] *)
bQa = -α (γ a†α-1 · aβ · b†γ-1 · bδ + a†α-1 · aβ · b†γ · bδ+1); (* b[Q,a]*)

Qaca = β a†α · aβ · b†γ · bδ; (* [Q,ac]a *)
Qacbc = β (δ a†α · aβ-1 · b†γ · bδ-1 + a†α · aβ-1 · b†γ+1 · bδ); (* [Q,ac]bc*)
aQac = β (α a†α-1 · aβ-1 · b†γ · bδ + a†α · aβ · b†γ · bδ); (*a[Q,ac] *)
bcQac = β a†α · aβ-1 · b†γ+1 · bδ; (*bc[Q,ac] *)

Qbbc = -γ (δ a†α · aβ · b†γ-1 · bδ-1 + a†α · aβ · b†γ · bδ); (* [Q,b]bc*)
Qba = -γ a†α · aβ+1 · b†γ-1 · bδ; (* [Q,b]a*)
bcQb = -γ a†α · aβ · b†γ · bδ; (* bc[Q,b]*)
aQb = -γ (α a†α-1 · aβ · b†γ-1 · bδ + a†α · aβ+1 · b†γ-1 · bδ); (* a[Q,b]*)

Qbcb = δ a†α · aβ · b†γ · bδ; (* [Q,bc]b*)
Qbcac = δ (β a†α · aβ-1 · b†γ · bδ-1 + a†α+1 · aβ · b†γ · bδ-1); (*[Q,bc]ac *)
bQbc = δ (γ a†α · aβ · b†γ-1 · bδ-1 + a†α · aβ · b†γ · bδ); (* b[Q,bc]*)
acQbc = δ a†α+1 · aβ · b†γ · bδ-1; (* ac[Q,bc]*)
bQac = β γ a†α · aβ-1 · b†γ-1 · bδ + β a†α · aβ-1 · b†γ · bδ+1; (*b[Q,ac] *)
Qacb = β a†α · aβ-1 · b†γ · bδ+1; (*[Q,ac]b *)
bcQa = -α a†α-1 · aβ · b†γ+1 · bδ; (*bc[Q,a] *)
Qabc = -α a†α-1 · aβ · b†γ+1 · bδ - α δ a†α-1 · aβ · b†γ · bδ-1; (*[Q,a]bc *)

aQbc = α δ a†α-1 · aβ · b†γ · bδ-1 + δ a†α · aβ+1 · b†γ · bδ-1; (* a[Q,bc]*)
Qbca = δ a†α · aβ+1 · b†γ · bδ-1; (*[Q,bc]a *)
acQb = -γ a†α+1 · aβ · b†γ-1 · bδ; (* ac[Q,b]*)
Qbac = -γ β a†α · aβ-1 · b†γ-1 · bδ - γ a†α+1 · aβ · b†γ-1 · bδ; (*[Q,b]ac *)

```

```

bQb = -γ aα · aβ · b†γ-1 · bδ+1 - γ (γ - 1) aα · aβ · b†γ-2 · bδ; (*b[Q,b] *)
Qbb = -γ aα · aβ · b†γ-1 · bδ+1; (*[Q,b]b *)
bcQbc = δ aα · aβ · b†γ+1 · bδ-1; (*bc[Q,bc] *)
Qbcbc = δ aα · aβ · b†γ+1 · bδ-1 + δ (δ - 1) aα · aβ · b†γ · bδ-2; (*[Q,bc]bc *)

Qb2 = -γ (γ - 1) aα · aβ · b†γ-2 · bδ - 2 γ aα · aβ · b†γ-1 · bδ+1; (*[Q,b2] *)
Qbc2 = δ (δ - 1) aα · aβ · b†γ · bδ-2 + 2 δ aα · aβ · b†γ+1 · bδ-1; (*[Q,bc2] *)

Qacambcb = (β - α + γ - δ) aα · aβ · b†γ · bδ; (*[Q,aca-bcb] *)

QCbc = -(γ - δ) aα · aβ · b†γ · bδ; (*[Q,bcb] *)
ec[α_, β_, γ_, δ_] = -I ω QCbc + (Bc bQb - A Qbb) +
  ((Ac + k (n + 1)) bcQb - (B + k n) Qbbc) + (Ac bcQbc - B Qbcbc) +
  ((Bc + k n) bQbc - (A + k (n + 1)) Qbc) == 0;

ecAPROX[α_, β_, γ_, δ_] = -I (ω + δs) QCbc - I gB (Qb2 + Qbc2) -
  k (n + 1) (Qbc - bcQb) - k n (Qbbc - bQbc) - I χ (Qbb - bQb - Qbc + bcQbc) == 0;

SistemMicAPROX = {ecAPROX[0, 0, 1, 1], ecAPROX[0, 0, 0, 2], ecAPROX[0, 0, 2, 0]}
Collect[%, {b2, b† · b, b†2}]
(* sysMicAprox = {2 i b2 g + 2 k n - 2 k b† · b - 2 i g (b†)2 == 0,
  -2 i g + 2 i χ - 2 (k + i (δs + ω)) b2 - 4 i g b† · b == 0,
  2 i g - 2 i χ + 4 i g b† · b + (b†)2 (-2 k + 2 i (δs + ω)) == 0}; *)
% /. {b2 → x1, b† · b → x2, b†2 → x3}
Solve[%, {x1, x2, x3}]

{{x1 → -((-i g k - 2 i g k n - g δs - 2 g n δs + i k χ + δs χ - g ω - 2 g n ω + χ ω) /
  (4 g2 - k2 - δs2 - 2 δs ω - ω2)),
  x2 → -((2 g2 + k2 n + n δs2 - 2 g χ + 2 n δs ω + n ω2) / (4 g2 - k2 - δs2 - 2 δs ω - ω2)),
  x3 → -((i g k + 2 i g k n - g δs - 2 g n δs - i k χ + δs χ - g ω - 2 g n ω + χ ω) /
  (4 g2 - k2 - δs2 - 2 δs ω - ω2))}}

FullSimplify[
  x2 → -((2 gB2 + k2 n + n δs2 - 2 gB χ + 2 n δs ω + n ω2) / (4 gB2 - k2 - δs2 - 2 δs ω - ω2))]
x2 → n +  $\frac{2 gB (gB + 2 gB n - \chi)}{-4 gB^2 + k^2 + (\delta s + \omega)^2}$ 

SistemMic = {ec[0, 0, 1, 1], ec[0, 0, 0, 2], ec[0, 0, 2, 0]}
Collect[%, {b2, b† · b, b†2}]
% /. {b2 → x1, b† · b → x2, b†2 → x3}
Solve[%, {x1, x2, x3}]

SistemMare = {ec[0, 0, 1, 1], ec[0, 0, 0, 2], ec[0, 0, 2, 0], ec[0, 0, 2, 2],
  ec[0, 0, 1, 3], ec[0, 0, 3, 1], ec[0, 0, 4, 0], ec[0, 0, 0, 4]}
Collect[%, {b2, b† · b, b†2, (b†)3 · b, (b†)2 · b2, b† · b3, (b†)4, b4}]
% /. {b2 → x1, b† · b → x2, b†2 → x3,
  (b†)3 · b → x4, (b†)2 · b2 → x5, b† · b3 → x6, (b†)4 → x7, b4 → x8}
Solve[%, {x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8}]

```

DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII

Subsemnatul, declar pe răspundere personală că materialele prezentate în teza de doctorat sunt rezultatul propriilor cercetări și realizări științifice. Conștientizez că, în caz contrar, urmează să suport consecințele în conformitate cu legislația în vigoare.

CÂRLIG Sergiu

Semnătura

Data

CURRICULUM VITAE

CÂRLIG SERGIU

MD2028 Chişinău
născut 27 aprilie 1978
tel. +(373) 79432900
email: carligsergiu@gmail.com



licențiat în fizică, master în științe exacte

STUDII

2011-2013	Universitatea Academiei de Științe a Moldovei, masterat
1999-2002	Institutul de Fizică Aplicată, doctorat
1994-1999	Universitatea de Stat din Moldova, Facultatea de Fizică
1984-1994	Școala medie nr. 1, Șoldănești

STAGII

2017	International workshop, Basics in Seismology, National Institute for Earth Physics, 2 Noiembrie, Măgurele, România. Conferința Națională a „Comunității Educație pentru Științe”, Ediția a II-a, 3 – 4 Noiembrie București, România.
2015	Cursuri formare continuă, Scientific Communication, Universitatea Academiei de Științe a Moldovei
2014	Cursuri formare continuă la fizică, Institutul de Științe ale Educației
2012	Școala de vară Nano-Bioinginerie, 2 - 6 iulie
2009	Regional Training Course on Nanomaterials & Radiation: Synthesis, Characterization, Applications, Reims, France, 30 November – 4 December

2008	Cursuri de perfecționare la fizică, Universitatea de Stat din Tiraspol
2008	Școala de vara Синхротронные и нейтронные исследования наносистем, Dubna-Moscova, Rusia, 7 -26 iulie
2004	Stagiu de scurta durata la L'ecole des mines, Nancy, Franța 1-30 noiembrie
2003	Școala de vara Magnetism des systemes nanoscopiques et structures hybrides, Brașov, România, 1-10 septembrie

EXPERIENȚĂ PROFESIONALĂ

2013-prezent	cercetător științific, Institutul de Fizică Aplicată, Academia de Științe a Moldovei
2008-prezent	profesor de fizică, liceul Academiei de Științe a Moldovei
2000-2016	cercetător științific, Institutul de Inginerie Electronică și Nanotehnologii „D. Ghițu”, Academia de Științe a Moldovei
2000-2011	profesor de fizică, liceul "Prometeu-Prim";
2000-2009	lector superior, catedra de Fizică Teoretică, Universitatea de Stat din Moldova
1999-2000	profesor de informatică, liceul "Mihai Viteazul"
1997-2000	laborant, Centrul LISES, Academia de Științe a Moldovei

DOMENII DE INTERES ȘTIINȚIFIC

Optomecanică cuantică
Mecanică cuantică
Tehnologii informaționale
Metodica predării fizicii

LUCRĂRI ȘTIINȚIFICE ȘI ȘTIINȚIFICO-METODICE

articole internaționale 3

articole locale >20

teze conferințe >10

lucrări metodice (manuale, ghiduri etc) >20

INFORMAȚII SUPLIMENTARE

Limbi vorbite româna – citită, vorbită, scrisă nivel excelent (nativă)
franceza – citită, vorbită, scrisă nivel satisfăcător
rusa – citită, vorbită, scrisă nivel satisfăcător,
engleza – citită, vorbită, scrisă nivel intermediar