UNIVERSITATEA DE STAT DIN MOLDOVA

Cu titlu de manuscris

C.Z.U.: 519.718, 519.624

CEBOTARU ELENA

CERCETAREA STABILITĂȚII ÎN SENS LYAPUNOV A SOLUȚIILOR STAȚIONARE ÎN MODELUL DINAMIC ALBAOUY- GREBENICOV (CAZUL A OPT CORPURI PLANARE)

112.03 – CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ȘI CERCETĂRI OPERAȚIONALE

Autoreferatul

tezei de doctor în ştiinţe matematice

CHIŞINĂU, 2019

Teza a fost elaborată la Universitatea Tehnică a Moldovei

Conducător ştiinţific: Grebenicov Evghenii, doctor hab., prof.univ.

Consultant ştiinţific: Mitrofan Cioban, doctor hab., prof. univ., academician.

Referenţi oficiali:

1. **MIŞCOI Gheorghe**, doctor habilitat în științe matematice, profesor universitar, academician, ULIM;
2. **REPEŞCO Vladimir,** doctor în științe matematice, conferențiar universitar, UST.

Componenţa consiliului ştiinţific specializat:

1. **CATARANCIUC Sergiu**, doctor habilitat în științe matematice, profesor universitar – **președinte CȘS;**
2. **BUZATU Radu**, doctor în științe matematice, lector universitar – **secretar CȘS;**
3. **COZMA Dumitru**, doctor habilitat în științe matematice, profesor universitar;
4. **LOZOVANU Dumitru**, doctor habilitat în științe matematice, profesor universitar;
5. **PAȚIUC Vladimir**, doctor în științe matematice, conferențiar universitar.

Susţinerea va avea loc la **28.08.2019, ora 16.00** în şedinţa Consiliului ştiinţific specializat D 112.03-74 din cadrul Universităţii de Stat din Moldova, mun. Chişinău, str. A. Mateevici, 60, MD-2009, Republica Moldova, bloc IV, sala 222/4.

Teza de doctor şi autoreferatul pot fi consultate la biblioteca Universităţii de Stat din Moldova (str. A. Mateevici, 60) şi pe pagina web a ANACEC (http://www.cnaa.md).

Autoreferatul a fost expediat la **16 iulie 2019**.

Secretar ştiinţific al Consiliului ştiinţific specializat,

Buzatu Radu, doctor în şt. matematice ___________________

Consultant ştiinţific,

Mitrofan Cioban, doctor hab., prof.univ., academician____________________

Autor

Cebotaru Elena ___________________

REPERELE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII

Teza de față poartă un caracter aplicativ și ține de modelarea matematică a mişcării a opt corpuri materiale. Pentru a rezolva problemele ce ţin de studiul modelului matematic al problemei a *n* corpuri se aplică teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, teoria KAM și teoria stabilității mișcării descrise de sisteme de ecuații diferențiale.

Actualitatea temei. Modelele matematice ale mecanicii cerești și ale dinamicii cosmice, la care se referă problema newtonoiană, sunt, de regulă, descrise prin sisteme de ecuații diferențiale neliniare având o structură analitică foarte complicată. Lipsa unor metode universale de integrare exactă a unor astfel de sisteme a stimulat dezvoltarea unor metode analitice aproximative și numerico-analitice care pot fi implementate în algoritmi computerizați eficienți. Studiile în această direcție sunt asociate cu numele lui K. Zundman, V.A. Brumberg, E.A. Grebenicov, Yu.A. Ryabov și alți oameni de știință, în ale căror lucrări au fost obținute rezultate fundamentale și s-au elaborat algoritmi pentru construirea soluțiilor, în primul rând, pentru problema clasică newtoniană a trei corpuri și varietățile ei sub forma unor serii. Aceste rezultate au fost obținute, de regulă, în "perioada de precomputere", prin urmare, nu pot fi adaptate întotdeauna la noile tehnologii informaționale.

În prezent devin tot mai eficiente metodele de cercetare calitative ale sistemelor dinamice, bazate pe determinarea soluțiilor particulare ale ecuațiilor diferențiale ce descriu mișcarea corpurilor și analiza ulterioară a stabilității lor, folosind cele mai recente progrese în matematica computerizată. Această abordare aparţine lui A. Poincaré și A.M. Lyapunov și a lucrat bine în cazul modelului bine-cunoscut în astronomie, matematică și mecanică - problema mărginită a trei corpuri. Ea constă, în primul rând, în dezvoltarea de metode matematice și algoritmi pentru construirea soluțiilor particulare exacte și poate fi aplicată și în cazul problemei newtoniene a *n* corpuri. Rezultate remarcabile în studiul acestei probleme au fost obținute de savanți din diferite țări, printre care trebuie menționați, în primul rând, V.M. Alekseev, G.N. Duboshin, A.A. Orlov, K.A.

Sitnickov, A. Albaouy, D. Bang, F. Cedo, A. Chenicer, J.M. Cors, O. Dziobek, V. Elmabsout, L. Euler, Y. Hagihara, J.L. Lagrange, P.C. Laplace, J. Llibre, K.R. Meyer, R. Moeckel, R. Montgomery, F.R. Moulton, J.I. Palmore, L.M. Perko, D.G. Saari, D.S. Schmidt, V. Szebehely, E.L. Walter, A.L. Whipple, A. Wintner și alții.

Cele mai multe dintre soluțiile exacte cunoscute ale problemei newtoniene a n corpuri aparțin unei așa-numite clase de soluții homografice, condițiile suficiente pentru existența carora au fost obținute de Wintner în prima jumătate a secolului XX, iar condițiile necesare au fost formulate mai apoi de E.A. Grebenicov. În ciuda acestor rezultate fundamentale legate de determinarea soluțiilor homografice exacte, algoritmii constructivi pentru obținerea lor cu ajutorul computerului în prezent sunt foarte puțini. Aceasta face ca problema dezvoltării lor să fie foarte relevantă.

Prin analogie cu problema clasică a trei corpuri, formulată de Jacobi şi Poincaré, E.A. Grebenicov a propus un model nou în mecanica cerească – problema mărginită a ($n+1$) corpuri ($n>3$) în care câmpul gravitaţional este generat de n corpuri ce formează figuri plane (poligoane regulate şi sisteme de astfel de poligoane), ce se rotesc în jurul centrului de greutate şi într-un astfel de câmp se studiază mişcarea a ($n+1$)-lea corp ce gravitează pasiv. Masa corpului ($n+1$) se consideră neglijabilă. Pentru a rezolva problema mișcării corpului al ($n+1$)-lea este necesar mai întâi de stabilit condițiile în care modelul (configurația) primelor n corpuri este stabil în timp. Studierea stabilității în sens Lyapunov a mișcării masei infinit mici se poate face doar în baza teoriei KAM.

Determinerea şi studierea stabilităţii punctelor de echilibru (staționare) în problema mărginită a mai multor corpuri configuraţia căreia nu posedă simetrie completă este una din direcţiile actuale ale teoriei KAM.

Scopul şi obiectivele lucrării. Scopul lucrării constă în studierea influenței câmpului gravitațional al modelului (configurației) format din șapte corpuri asupra mișcării unei mase infinit mici amplasate în acest sistem.

Pentru a rezolva această problemă este necesar ca în studiul modelului să realizăm următoarele obiective:

- determinarea condiţiilor de existenţă ale problemei newtoniene a şapte corpuri configuraţia căreia reprezintă un pătrat în vârfurile căruia se află masele m_1, m_2, m_3, m_4, două mase m_5 şi m_6 se află pe o diagonală a sa, iar al şaptelea corp este plasat în centrul de greutate al sistemului;

- determinarea punctelor staţionare în problema mărginită a opt corpuri;

- liniarizarea ecuaţiilor diferenţiale ale problemei mărginite în vecinătatea punctelor staţionare;

- determinarea valorilor proprii ale matricei sistemului liniarizat;

- determinarea condițiilor de stabilitate liniară a punctelor de echilibru;

- construcţia hamiltonianului problemei mărginite;

- liniarizarea sistemului hamiltonian;

- normalizarea formei pătratice a hamiltonianului H_2;

- normalizarea formei cubice a hamiltonianului H_3;

- eliminarea formei cubice H_3 şi normalizarea formei H_4;

- determinarea stabilităţii în sens Lyapunov a punctelor de echilibru.

Metodologia cercetării ştiinţifice. Metoda de cercetare a modelului matematic al configurației se bazează pe aplicarea teoriei analitice și calitative a ecuațiilor diferențiale, a teoriei stabilității Lyapunov-Poincaré, a teoriei Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM) a soluțiilor convențional periodice ale sistemelor hamiltoniene, a teoriei și algoritmilor de programare matematică și utilizarea capabilităților sistemelor moderne de algebră la efectuarea calculelor numerice, prelucrarea informațiilor simbolice și vizualizarea rezultatelor obținute, folosirea softului specializat pentru efectuarea calculelor numerice și studierea modelelor elaborate.

Noutatea şi originalitatea ştiinţifică. Deoarece clasele de soluţii cu simetrie incompletă au fost introduse recent de către profesorul E. Grebenicov ele au fost mai puţin studiate. Una din direcţiile actuale ale teoriei KAM este determinerea şi studierea stabilităţii punctelor de echilibru în problema mărginită a mai multor corpuri configuraţia căreia nu posedă simetrie completă. În lucrare se cercetează o clasă nouă de soluţii în problema newtoniană a şapte corpuri configuraţia căreia reprezintă un pătrat cu două mase pe una din diagonale şi a şaptea masă plasată în originea sistemului de coordonate, ce coincide cu centrul de greutate al pătratului. Au fost elaborate programe în codurile sistemului de calcul Mathematica pentru studiul problemei date.

Problema ştiinţifică importantă soluţionată constă în abordarea metodelor calitative și constructive de studiu al ecuațiilor mișcării a opt corpuri, ce descriu modelul matematic, ceea ce a contribuit la determinarea configurației și a condițiilor de existență a punctelor staționare în vederea aplicării lor ulterioare în descrierea exactă a evoluției sistemului dinamic.

Semnificaţia teoretică. În lucrarea dată s-a studiat o clasă nouă de soluții în problema mărginită a opt corpuri, s-a construit configuraţia în formă de pătrat cu două mase pe diagonală; s-a demonstrat că există aşa dimensiuni ale configuraţiei pentru care punctele staţionare în problema mărginită sunt stabile în prima aproximaţie şi în sens Lyapunov.

Valoarea aplicativă a lucrării. Algoritmii și programele computerizate dezvoltate în teză au permis determinarea eficientă a condițiilor de existență a modelului și studiul stabilității soluțiilor staționare. Acestea pot fi utilizate în studiul altor modele matematice ale mecanicii cerești. Rezultatele tezei pot fi folosite în procesul de predare a ecuațiilor diferențiale, mecanica cerească, teoria stabilității, modelarea matematică.

Rezultatele ştiinţifice principale înaintate spre susţinere:
În modelul examinat:

- s-a determinat configurația modelului a 7 corpuri;

- s-au determinat condiţiile de existenţă ale problemei newtoniene a şapte corpuri configuraţia căreia reprezintă un pătrat în vârfurile căruia se află masele $m_1, m_2, m_3, m_4,$ două mase m_5 şi m_6 se află pe o diagonală a sa, iar al şaptelea corp este plasat în centrul de greutate al sistemului;

- s-au determinat punctele staţionare în problema mărginită a opt corpuri;

- s-a studiat stabilitatea punctelor staţionare în prima aproximaţie a modelului;

- s-au determinat condițiile de stabilitate în sens Lyapunov a punctelor staționare stabile în prima aproximație și au fost obținute condițiile de aplicare în practică a rezultatelor.

Implementarea rezultatelor ştiinţifice.

Aprobarea rezultatelor ştiinţifice. Rezultatele principale ale lucrării au fost prezentate și aprobate la diverse conferințe și seminare științifice:

- Conferinţa tehnico-ştiinţifică a studenților şi doctoranzilor consacrată anului fizicii, UTM, noiembrie 17, 2005;
- CERMCS INTERNATIONAL CONFERENCE OF YOUNG SCIENTISTS affiliated to the International Conference "Computer Algebra in Scientic Computing-2006" (CASC 2006) September 11-15, 2006, Chișinău, Moldova;
- II международная научно-теоретическая конференция "Роль физико-математических наук в современном образовательном пространстве", mai 15-16, Atârau, 2008, Kazahstan;
- Conferinţa jubiliară a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, noiembrie 17-18, 2006;
- Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, noiembrie 15-17, 2007;
- Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, decembrie 10-12, 2009;
- Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, noiembrie 17-19, 2010;
- Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, decembrie 8-10, 2011;
- The 26th Conference on Applied and Industrial Mathematics (CAIM 2018), September 20-23, 2018, Chișinău, Moldova;
- Conferință Internațională de Matematică, Informatică și Tehnologii Informaționale **(**MITI**)**, aprilie 19-21, USARB, Bălți, Moldova, 2018;

- Seminarul Științific "Probleme actuale de Matematică și Informatică", USM, martie 14, 2018;
- Seminarul "Ecuații diferențiale și algebre" de pe lângă Universitatea de Stat din Tiraspol (cu sediul la Chișinău), noiembrie 13, Chișinău, 2018;
- Seminarul științifico-metodic "Prof. Petre Osmătescu", noiembrie 14, Chișinău, 2018;

Publicaţiile la tema tezei. Rezultatele principale ale lucrării au fost publicate în 15 lucrări: 5 articole în 4 reviste științifice [16, 17, 18, 19, 20], 5 teze și comunicări la manifestări științifice internaționale [25, 27, 28, 29, 30]; 3 articole și 3 teze sunt publicate fără coautori.

Cuvintele-cheie: problemă mărginită a *n*-corpuri, model matematic, configurație centrală, punct staţionar, stabilitate în prima aproximaţie, stabilitate în sens Lyapunov, sisteme hamiltoniene, algoritm, algebră computerizată.

Volumul şi structura tezei. Teza de doctor este scrisă în limba română și constă din introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie (93 titluri), 117 pagini de bază, adnotarea în limbile română, rusă și engleză.

CONȚINUTUL TEZEI

În **Introducere** se descrie actualitatea și importanța problemei abordate, scopul și obiectivele tezei, noutatea științifică a rezultatelor obținute, importanța teoretică și valoarea aplicativă a lucrării, aprobarea rezultatelor și sumarul compartimentelor.

În **Capitolul 1, Scurt istoric al rezultatelor științifice de bază referitoare la problema newtoniană a mai multor corpuri** [2, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17], sunt enunțate rezultatele clasice ce țin de teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale ce descriu problema newtoniană a mai multor corpuri, sunt enunțate diferite aspecte ale integrabilității acestor ecuații, metodele de determinare a soluțiilor exacte și de studiere a stabilității soluțiilor homografice. Se face o analiză a situației existente în domeniu, se formulează problema ce trebuie cercetată și obiectivele ce trebuie realizate pentru a o soluționa.

Problema newtoniană fără îndoială poate fi considerată drept una din cele mai renumite probleme ale matematicii clasice, mecanicii şi astronomiei. Formularea ei e destul de simplă:

Fie că în spaţiul euclidian tridimensional autonom $O\xi\eta\zeta$ avem n (n=1, 2, 3,...) puncte materiale $P_1, P_2, ..., P_n$, având masele cunoscute $m_1, m_2, ..., m_n$, ce se atrag reciproc conform legii de atracţie a lui Newton. Trebuie determinate traiectoriile mişcării punctelor materiale cunoscând datele iniţiale (poziţii şi viteze iniţiale).

Astfel, problema newtoniană constă în determinarea proprietăţilor mişcării sistemului izolat din n puncte materiale cu mase cunoscute şi care se atrag reciproc după legile lui Newton, ştiind poziţiile şi vitezele iniţiale ale acestor puncte în raport cu careva sistem fixat de coordonate.

Rezolvarea problemei formulate anterior depinde esenţial de valoarea parametrului n, adică de numărul de puncte materiale. Deși a fost formulată cu mai mult de 300 de ani în urmă până în prezent ea rămâne încă nerezolvată.

La studierea ecuațiilor diferențiale ce descriu modelul dat apare practic întotdeauna problema existenței a așa soluții particulare care posedă o careva simetrie, păstrată în procesul de variație a variabilei independente.

Se știe că orice soluție a problemei newtoniene a n corpuri generează un nou model dinamic – problema mărginită a ($n+1$) corpuri, ce constă în studierea tuturor mișcărilor posibile a masei infinit mici în câmpul gravitațional format de celelalte n corpuri.

Studiul calitativ al problemei mărginite a ($n+1$) corpuri constă, în particular, în determinarea soluțiilor staționare și verificarea stabilității lor.

Remarcabile în dezvoltarea teoriei stabilității în sens Lyapunov a sistemelor hamiltoniene, la care se atribuie dinamica cosmică, sunt rezultatele savanților A.N. Kolmogorov, V.I. Arnold și Iu. Moser, care mai sunt numiți fondatori ai teoriei KAM. Teoria KAM a dat răspuns la un șir de întrebări asupra studiului stabilității soluțiilor dinamicii hamiltoniene.

Profesorul E.A. Grebenicov a considerat că prezintă interes examinarea soluțiilor în problema newtoniană a opt corpuri.

Scopul principal al tezei constă în aplicarea teoriei KAM la cercetarea calitativă a ecuațiiilor diferențiale ce descriu problema mărginită a 7+1 corpuri, formulată de profesorul E.A. Grebenicov. Ea constă în studierea mișcării corpului 8, de masa infinit mică în raport cu celelalte mase, în cîmpul gravitational al celorlalte 7 corpuri, configurația și mișcarea cărora este bine determinată și stabilă.

În **Capitolul 2, Studierea stabilității în prima aproximație a soluțiilor staționare în problema mărginită a opt corpuri** [3, 4, 5, 7, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29], s-au determinat ecuațiile ce descriu mișcarea configurației; au fost determinate condiţiile de existenţă ale problemei newtoniene a şapte corpuri configuraţia căreia reprezintă un pătrat în vârfurile căruia se află masele m_1, m_2, m_3, m_4, două mase m_5 şi m_6 se află pe o diagonală a sa, iar al şaptelea corp este plasat în centrul de greutate al sistemului; s-au calculat coordonatele punctelor staţionare în problema mărginită a opt corpuri; s-au studiat și determinat condițiile de stabilitate liniară a punctelor de echilibru. Pentru efectuarea calculelor au fost folosite posibilitățile sistemului de calcul simbolic Mathematica.

Se cercetează problema influenței câmpului gravitational format de șapte corpuri asupra mișcării unui corp cu masa infinit mică plasat în acest sistem. Se studiază stabilitea liniară a unei noi clase de soluţii exacte ale problemei newtoniene mărginite şi plane a opt corpuri cu simetrie incompletă.

Fie că în spaţiul neinerţial de coordonate P_0xyz are loc mişcarea a opt corpuri P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P, fiecare având respectiv masele m_0, m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, μ, ce se atrag reciproc în corespundere cu legea atracţiei universale. Se va studia modelul dinamic plan format dintr-un pătrat în vârfurile căruia se află punctele P_1, P_2, P_3, P_4, celelalte două puncte P_5, P_6, având masele $m_5 = m_6$, se află pe diagonala P_1P_3 a pătratului la distanţe egale de punctul P_0, în jurul căruia se roteşte această configuraţie cu o viteză constantă ω, determinată exact din parametrii modelului. Se va studia mişcarea masei infinit mici $\mu \to 0$ (aşa-numitul corp ce graviteză pasiv) în câmpul gravitaţional format de cele şapte corpuri P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, ce se atrag reciproc şi atrag corpul P.

În modelul studiat $m_7 = \mu \to 0$. Pentru simplitate se va considera în continuare $P(x_7, y_7, z_7) \equiv P(x, y, z=0)$ şi atunci ecuaţiile mişcării punctului $P(x, y, z=0)$ au forma:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{fm_0 x}{r^3} = \dfrac{\partial R}{\partial x}, \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{fm_0 y}{r^3} = \dfrac{\partial R}{\partial y}, \end{cases} \tag{2.1}$$

unde

$$\begin{cases} R = f\sum_{j=1}^{6} m_j \left(\dfrac{1}{\Delta_{kj}} - \dfrac{xx_j + yy_j}{r_j^3} \right), \\ \Delta_j^2 = (x_j - x)^2 + (y_j - y)^2, \\ r_j^2 = x_j^2 + y_j^2, r^2 = x^2 + y^2. \end{cases} \tag{2.2}$$

Pentru a determina ω vom efectua aşa o transformare de coordonate care ar exclude din partea dreaptă a ecuaţiilor ce descriu mişcarea corpurilor, care au aceeași forma ca și ecuațiile (2.1), timpul *t*:

$$\begin{cases} x_j = X_j \cos(\omega t) - Y_j \sin(\omega t), \\ y_j = X_j \sin(\omega t) + Y_j \cos(\omega t). \end{cases} \tag{2.3}$$

Se consideră cazul când $P_1(1,1)$, $P_2(-1,1)$, $P_3(-1,-1)$, $P_4(1,-1)$, $P_5(\alpha, \alpha)$, $P_6(-\alpha, -\alpha)$, $f=1$, $m_0 = 1$, $m_5 = m_6$ atunci, aplicând sistemul de calcul simbolic Mathematica (SCS Mathematica), obţinem:

$$m_1 = m_3, m_2 = m_4 = f_1(m_1, \alpha),\ m_5 = m_6 = f_2(m_1, \alpha), \omega^2 = f_3(m_1, \alpha). \tag{2.4}$$

Valorile admisibile pentru parametrul α s-au determinat din condițiile:

$f_1(m_1, \alpha) > 0,\ f_2(m_1, \alpha) > 0, f_3(m_1, \alpha) > 0.$

Teorema 2.1. Verificarea relaţiilor (2.4) reprezintă condiţia suficientă de existenţă a soluţiei homografice a problemei newtoniene a şapte corpuri, configuraţia căreia reprezintă un pătrat $P_1P_2P_3P_4$ cu unul din corpuri (P_0) situat în originea de coordonate, iar alte două situate pe diagonala P_1P_3.

În tabelul 1 sunt prezentate intervalele admisibile ale lui α în dependenţă de careva valori ale lui m_1 calculate aproximativ folosind mijloacele grafice ale SCS Mathematica:

Tabelul 1 **Intervale admisibile pentru** α

m_1	**Intervale admisibile pentru** α
0.001	---------------
0.01	(0.8582; 0.85857)
0.1	(0.715; 0.718)
1	(0.48965; 0.5053)
10	(0.291; 0.320)
100	(0.149; 0.2871)
1000	(0.050; 0.2838)

Conform definiţiei soluţiilor staţionare ale ecuaţiilor diferenţiale poziţiile de echilibru (în caz că ele există) sunt soluţii ale sistemului funcţional de ecuaţii:

$$\begin{cases} u = 0, v = 0, \\ \omega^2 x + 2\omega v - \dfrac{fm_0 x}{r^3} + \dfrac{\partial R}{\partial x} = 0, \\ \omega^2 y - 2\omega u - \dfrac{fm_0 y}{r^3} + \dfrac{\partial R}{\partial y} = 0, \end{cases} \tag{2.5}$$

Teorema 2.2. Condițiile de existență a soluţiilor sistemului (2.5) reprezintă condiţia necesară şi suficientă de existenţă a soluţiilor staţionare ale problemei mărginite a opt corpuri.

Pentru determinarea acestora s-au folosit posibilitățile grafice ale SCS Mathematica. Vom numi punctele ce se află pe dreptele ce trec prin centrul configuraţiei şi orice vârf al pătratului poziţii radiale de echilibru (le vom nota pe viitor prin N_i). Celelalte puncte le vom numi poziţii bisectoriale de echilibru (le vom nota pe viitor prin S_i). Tabelul 2 conține coordonatele unor puncte staționare, calculate pentru careva valori admisibile ale lui α și m_1.

Tabelul 2 **Coordonatele punctelor staționare**

m_1	α	N_1		S_1	
		x^*	y^*	x^*	y^*
0.01	0.8584	1.15597	1.15597	1.41168	-0.12379
0.1	0.715	1.34188	1.34188	1.34865	-0.45766
1	0.48965	1.63351	1.63351	0.93934	-1.05917
10	0.291	1.84521	1.84521	2.19692	-0.00052
100	0.2	1.82945	1.82945	0.82914	-0.02594

Vom nota, pentru simplitate, coordonatele oricărui punct N_i, S_i prin $x_i^*, y_i^*, z_i^* = 0$ şi prin x vectorul

$$x = \left(u-u^*, v-v^*, w-w^*, x-x^*, y-y^*, z-z^*\right). \tag{2.6}$$

Spaţiul fazic şase-dimensional { x } este local, de aceea fiecare din punctele de echilibru N_i şi S_i (luate aparte) reprezintă punctul $x = 0$ al acestui spaţiu. Efectuând procedura de liniarizare în vecinătatea punctului fazic $x = 0$ cu ajutorul SCS Mathematica obţinem următorul sistem de ecuaţii diferenţiale liniare:

$$\frac{dx}{dt} = Ax, \tag{2.7}$$

în care matricea A de dimensiunea 6x6 are forma:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a & b & 0 & 0 & 2\omega & 0 \\ b & c & 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.8}$$

Pentru fiecare poziţie de echilibru valorile elementelor a,b,c,d ale matricei A vor fi diferite.

Ecuaţia caracteristică din care se determină valorile proprii ale matricei A are forma:

$$\det\left(A-\lambda E\right)=\left(\lambda^2-d\right)\left(\lambda^4+\left(4\omega^2-a-c\right)\lambda^2+ac-b^2\right)=0. \quad (2.9)$$

Pentru ca fiecare poziţie de echilibru cercetată să fie stabilă, e necesar ca toate soluţiile ecuaţiei caracteristice (2.9) să fie imaginare. Aşa cum $d<0$ obţinem că două valori proprii ale matricei A vor fi întotdeauna imaginare. Le vom nota pe viitor prin λ_5,λ_6.

Tabelul 3 conţine valorile proprii $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4$ pentru punctele staţionare N_1 şi S_1.

Teorema 2.3. Există aşa valori ale parametrilor m_1 şi α pentru care punctele staţionare bisectoriale S_i ale problemei mărginite a opt corpuri sunt stabile în prima aproximaţie.

Tabelul 3 **Valorile proprii ale matricei A**

m_1	α	N_1		S_1	
		λ_1,λ_2	λ_3,λ_4	λ_1,λ_2	λ_3,λ_4
0.01	0.8584	±1.307	±1.122i	±0.494i	±0.322i
0.01	0.8585	±1.306	±1.122i	±0.459i	±0.369i
0.1	0.715	±1.191	±1.067i	$\pm0.344+$ $+0.531i$	$\pm0.344-$ $-0.531i$
1	0.48965	±1.367	±1.306i	$\pm0.744+$ $+0.828i$	$\pm0.744-$ $-0.828i$
10	0.291	±2.503	±2.630i	$\pm1.66+$ $+1.884i$	$\pm1.66-$ $-1.884i$
100	0.2	±8.226	±8.568i	±15.31	±8.390i

În **Capitolul 3, Studierea stabilităţii în sens Lyapunov a soluţiilor staţionare în problema mărginită a opt corpuri,** s-a studiat stabilitatea în sens Lyapunov a punctelor staţionare stabile în prima aproximație. În acest scop a fost construit hamiltonianul corespunzător problemei studiate și efectuat șirul de transformări ale hamiltonianului în urma realizării cărora poate fi aplicată teorema Arnold-Moser [1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 16, 20, 30].

S-a determinat că există aşa valori ale parametrilori m_1 şi α pentru care punctele staţionare ale problemei mărginite a opt corpuri sunt stabile nu numai în prima aproximaţie, dar sunt stabile şi în sens Lyapunov.

Teorema 3.1. (Arnold-Moser) [3, 5]

Fie dat un sistem hamiltonian de ordinul patru:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_k}{dt} = -\dfrac{dH}{dq_k}, \\ \dfrac{dq_k}{dt} = \dfrac{dH}{dp_k}, \\ k = 1, 2, \end{cases} \tag{3.1}$$

cu hamiltonianul $H\left(p_1, p_2, q_1, q_2\right)$ analitic în vecinătatea G_4 a punctului fazic $p_1 = p_2 = q_1 = q_2 = 0$, care este soluție de tip poziție de echilibru a sistemului (3.1). În plus la aceasta, fie că există transformarea canonică $\left(q_1, q_2, p_1, p_2\right) \to \left(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2\right)$ în rezultatul căreia hamiltonianul H se transformă în hamiltonianul W:

$$H\left(q_1, q_2, p_1, p_2\right) \equiv W\left(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2\right),$$

de forma:

$$W\left(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2\right) = W_2\left(T_1, T_2\right) + W_4\left(T_1, T_2\right) + W_5\left(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2\right), \tag{3.2}$$

în care

$$W_2 = \sigma_1 T_1 - \sigma_2 T_2,\ W_4 = c_{20} T_1^2 + c_{12} T_1 T_2 + c_{10} T_2^2,\ W_5\left(T_1, T_2, \psi_1, \psi_2\right)$$

sunt componentele din descompunerea hamiltonianului $W\left(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2\right)$ de ordin nu mai mic ca cinci în raport cu coordonatele canonice și

$$T_k = \frac{p_k^2 + q_k^2}{2}, \; k = 1,2. \tag{3.3}$$

Fie că:

1. valorile proprii ale ale matricei sistemului obținut după liniarizarea sistemului (3.1) sunt numere pur imaginare $\pm i\sigma_1, \; \pm i\sigma_2$,

2. $k_1\sigma_1 + k_2\sigma_2 \neq 0$, unde $k_1, \; k_2$ sunt numere întregi ce verifică inegalitatea

$$0 < |k_1| + |k_2| \leq 4, \tag{3.4}$$

3. $$c_{20}\sigma_1^2 + c_{12}\sigma_1\sigma_2 + c_{10}\sigma_2^2 \neq 0, \tag{3.5}$$

atunci punctul staţionar

$$T_1 = T_2 = \psi_1 = \psi_2 = 0, \tag{3.6}$$

al sistemului hamiltonian

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_1}{dt} = \dfrac{\partial W}{\partial T_1}, & \dfrac{dT_1}{dt} = -\dfrac{\partial W}{\partial \psi_1}, \\ \dfrac{d\psi_2}{dt} = \dfrac{\partial W}{\partial T_2}, & \dfrac{dT_2}{dt} = -\dfrac{\partial W}{\partial \psi_2} \end{cases} \tag{3.7}$$

cu hamiltonianul (3.2) este stabil în sens Lyapunov.

Studierea stabilităţii în sens Lyapunov a punctelor staţionare în sistemele hamiltoniene de ordinul patru se poate realiza doar în baza teotemei Arnold-Moser. Condițiile acestei teoreme impun realizarea preventivă a următoarelor transformări [3, 5, 18, 20, 25]:

1. să excludem din partea pătratică a hamiltonianului, deci din structurile funcției W_2, a variabilele unghiulare $\psi_1, \; \psi_2$. Altfel spus funcția W_2 trebuie să conțină doar variabilele lente $T_1, \; T_2 : W_2 \equiv W_2(T_1, T_2)$;
2. să egalăm cu zero forma de ordinul trei: $W_3 \equiv 0$;
3. forma de ordinul patru, funcția W_4, trebuie să depindă doar de variabilele lente, impulsurile $T_1, \; T_2 : W_4 \equiv W_4(T_1, T_2)$.

În calculele şi transformările ulterioare s-a utilizat punctul staţionar stabil în prima aproximaţie S_1 cu coordonatele

$$x^* = 1.4116760833927924, y^* = -0.12379179384743404, \tag{3.8}$$

determinate pentru $m_1 = 0.01, \alpha = 0.8584.$

Efectuând şirul de transformări amănunțit expuse în [3, 5, 20, 25], pentru hamiltonianul W în vecinătatea punctului staţionar S_1 cu coordonatele (3.8), se obţine forma finală:

$$W(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2) = W_2(T_1, T_2) + W_4(T_1, T_2) + F_5(\psi_1, \psi_2, T_1, T_2) + \ldots,$$

unde

$$\begin{aligned} W_2(T_1, T_2) &= \sigma_1 T_1 - \sigma_2 T_2 = \\ &= 0.49470788472448207 T_1 - 0.32200478020850365 T_2, \end{aligned} \tag{3.9}$$

$$W_4(T_1, T_2) = c_{20} T_1^2 + c_{11} T_1 T_2 + c_{02} T_2^2, \tag{3.10}$$

$$c_{20} = \text{-}41.5987,\ c_{11} = \text{-}458.902,\ c_{02} = 64.1789,\ W_4(\sigma_1, \sigma_2) = 65.918 \neq 0.$$

Rezultate similare au fost obţinute şi pentru celelalte poziţii bisectoriale de echilibru S_i. Acest rezultat indică că toate calculele efectuate în SCS Mathematica sunt corecte şi în concordanţă cu concluziile teoretice rezultate din cauza simetriei modelului gravitaţional studiat. Astfel se poate concluziona că punctele staţionare stabile în prima aproximaţie sunt stabile şi în sens Lyapunov.

Teorema 3.2. Există aşa valori ale parametrului m_1 şi valori corespunzătoare ale parametrului α pentru care punctele staţionare ale problemei mărginite a opt corpuri sunt stabile nu numai în prima aproximaţie, dar sunt stabile şi în sens Lyapunov.

S-a studiat mai apoi stabilitatea soluțiilor staționare în forma numerică, s-au cercetat caracteristicele geometrice ale domeniului de stabilitate a punctelor staționare. Așa cum pentru rezolvarea acestei probleme nu pot fi aplicate metodele analitice, s-au efectuat un șir de experimente numerice. Acestea oferă o informație nouă despre comportarea traiectoriei în vecinătatea punctelor de echilibru. Transformările și calculele respective s-au obținut aplicând posibilitățile sistemului de calcul simbolic Mathematica [5, 6, 7, 8, 25, 30].

Ecuațiile diferențiale ce descriu mișcarea corpului $P_7(x, y, z)$ în câmpul gravitațional format de corpurile P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 în spațiul cu rotații au forma:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2X}{dt^2} - 2\omega\dfrac{dY}{dt} = \omega^2 X - \dfrac{fm_0 X}{r^3} + \dfrac{\partial R}{\partial X}, \\ \dfrac{d^2Y}{dt^2} + 2\omega\dfrac{dX}{dt} = \omega^2 Y - \dfrac{fm_0 Y}{r^3} + \dfrac{\partial R}{\partial Y}, \\ \dfrac{d^2Z}{dt^2} = \dfrac{fm_0 Z}{r^3} + \dfrac{\partial R}{\partial Z} \end{cases} \tag{3.11}$$

unde

$$\begin{cases} R = f\sum_{j=1}^{6} m_j\left(\dfrac{1}{\Delta_{kj}} - \dfrac{XX_j + YY_j + ZZ_j}{r_j^3}\right), \\ \Delta_j^2 = \left(X_j - X\right)^2 + \left(Y_j - Y\right)^2 + \left(Z_j - Z\right)^2, \\ r_j^2 = X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2, r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2, \\ j = 1, 2, ..., 6, \end{cases} \tag{3.12}$$

$\left(X_j, Y_j, Z_j = 0\right)$ sunt coordonatele corpurilor P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, iar $m_2 = m_4 = f_1(m_1, \alpha)$, $m_5 = m_6 = f_2(m_1, \alpha)$, $\omega^2 = f_3(m_1, \alpha)$ se determină din condițiile de existență ale configurației [1, 2, 19, 20]. Vom studia în continuare punctul staționar

$$S(1.41168, -0.12379), \tag{3.13}$$

determinat pentru $m_1 = 0.01$ și $\alpha = 0.8584, Z = 0$. El este liniar stabil, deoarece valorile proprii ale matricei sistemului liniarizat au partea reală nulă: $\pm 0.49471i$; $\pm 0.32201i$.

Folosind sistemul de calcul Mathematica, putem rezolva ecuațiile diferențiale (3.11) cu datele inițiale (3.13) pe un interval de timp destul de mare sub formă de funcții de interpolare. Soluțiile ecuațiilor diferențiale se obțin nu sub formă de tabele, dar sub formă de funcții de interpolare. Axele de coordonate au originea în punctul S. Graficele acestora pot fi construite pentru diferite intervale de inegrare. În Figura 3.1 este prezentat graficul soluției pentru intervalul de timp: $0 < t < 250$.

Din desen se vede că traiectoria nu se depărtează cu mult de la punctul de echilibru S.

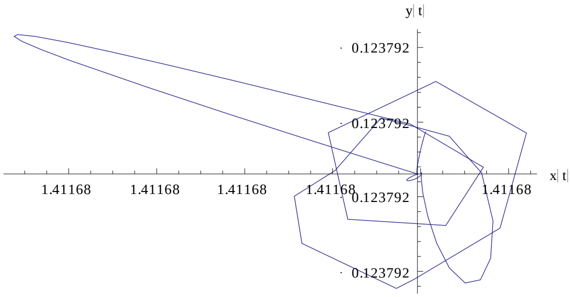

Fig. 3.1 **Graficul soluției,** $0 < t < 250$

Fie $\Delta r(t)$ distanța locală de la punctul de echilibru până la punctul de pe traiectorie. Vom examina comportarea lui $\Delta r(t)$, pentru același interval de timp ca în Figura 3.1. Vom avea:

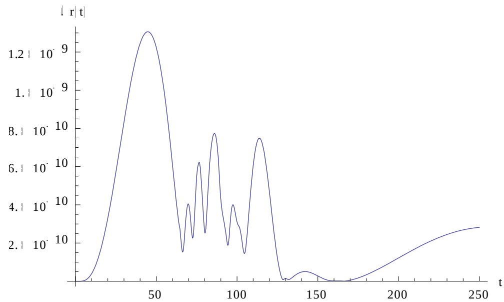

Fig.3.2 **Graficul** $\Delta r(t)$**,** $0 < t < 250$

Din Figura 3.2 se vede că depărtarea traiectoriei de la punctul de echilibru este destul de mică. La intervale mari de timp traiectoria tinde să păstreze aceeași distanță. Deci, în baza acestor experimente numerice putem admite că punctul S este asimptotic stabil.

Procedurile de rezolvare numerică a ecuațiilor diferențiale ale mișcării corpurilor în problema mărginită a opt corpuri permit de a estima calitativ dimensiunea și forma domeniului de stabilitate pentru intervale de timp suficient de mari. Rezultatele studiului numeric nu sunt în contradicție cu cercetările teoretice.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

În lucrare s-au modelat matematic ecuațiile mișcării a opt corpuri și s-a studiat influența câmpului gravitațional al configurației formată din șapte corpuri asupra mișcării unei mase infinit mici amplasate în acest sistem alpicând teoria KAM.

Problema ştiinţifică importantă soluţionată constă în abordarea metodelor calitative și constructive de studiu al ecuațiilor mișcării a opt corpuri ce descriu modelul matematic, ceea ce a contribuit la determinarea configurației și a condițiilor de existență a punctelor staționare în vederea aplicării lor ulterioare în descrierea exactă a evoluției sistemului dinamic. Rezultatele cercetărilor elaborate ne permit de a efectua următoarele concluzii și recomandări:

Concluzii generale:

Pentru modelul cercetat:

1. a fost determinată configurația modelului a 7 corpuri [17, 18, 24];
2. au fost obţinute condiţiile de existenţă ale problemei newtoniene a şapte corpuri configuraţia căreia reprezintă un pătrat în vârfurile căruia se află masele m_1, m_2, m_3, m_4, două mase m_5 şi m_6 se află pe o diagonală a sa, iar al şaptelea corp este plasat în centrul de greutate al sistemului [21, 22, 23, 24, 28, 29];
3. au fost determinate punctele staţionare în problema mărginită a opt corpuri și studiată stabilitatea lor liniară [16, 18, 19, 20, 26, 27]. În particular, au fost liniarizate ecuaţiile diferenţiale ale problemei mărginite în vecinătatea punctelor staţionare, au fost determinate valorile proprii ale matricei sistemului liniarizat, au fost obţinute condițiile de stabilitate liniară a punctelor de echilibru (staționare);

4. s-au obținut condițiile de stabilitate în sens Lyapunov a punctelor de echilibru [16, 20, 25, 30]. În particular, a fost construit hamiltonianul problemei mărginite, a fost liniarizat sistemul hamiltonian, a fost normalizată forma pătratică a hamiltonianului H_2 și forma cubică H_3, s-a eliminat forma cubică H_3 şi s-a normalizat forma H_4. Au fost determinate condițiile de aplicare în practică a rezultatelor.

Recomandări:

Rezultatele obținute și metodele de cercetare elaborate pot fi folosite: în dezvoltarea de mai departe a studiului problemei newtoniene a *n*-corpuri cu simetrie incompletă, în proiectarea, dirijarea zborurilor cosmice, în procesul de predare a ecuațiilor diferențiale, cât și în așa compartimente ca mecanica cerească, teoria stabilității, modelarea matematică.

BIBLIOGRAFIE

1. Gheorghiu C. *Metode numerice pentru sisteme dinamice*. Cluj-Napoca, Casa Cărții de Știință, 2004, p. 151.
2. Гребеников Е., Земцова Н. *Новые гомографические решения в ньютоновой задаче многих тел*. Тезисы докладов Международной конференции «Математическое моделирование и вычислительная физика» (Дубна, 7-11июля 2009г.), Дубна: ОИЯИ, 2009, с. 145-146.
3. Гребеников Е.А., Козак−Сковородкина Д., Якубяк М. *Методы компьютерной алгебры в проблеме многих тел*. Из−во РУДН, Москва, 2002, 212 с..
4. Гребеников Е., Ихсанов Е. *Общий алгоритм генерации дифференциальных уравнений ограниченных задач космической динамики*. Brest: Applications of the «Mathematica» System to Social Processes and Mathematical Physic, Proceedings of the international workshop, 3−6 June 2003, с. 27−33.
5. Гребеников Е. *Математические проблемы гомографической динамики.* Москва: МАКС Пресс, 2010, 255 с..
6. Гребеников Е., Рябов Ю. *Новые качественные методы в небесной механике*. «Наука», Гл. редакция физико−математической литературы, Москва, 1971, 444 с..
7. Дьяконов В. *Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах*. Москва, Солон-Пресс, 2004.
8. Ихсанов Е. *Компьютерные методы нормализации гамильтонианов ограниченных задач небесной механики*. Москва,

Изд–во РУДН, 2004, 133 с.
9. Мозер Ю. *КАМ–теория и проблема устойчивости*. Научный Изд. Центр «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевск, 2001, 448 с.
10. Попа М., Прикоп В. *Проблема центра и фокуса: алгебраические решения и гипотезы*. Акад. Наук Молдовы, Ин-т математики и информатики, Кишинэу, 2018, 256 с..
11. Albouy A. *Symmetry of planar four-body convex central configurations*. may 8, 2008, Disponibil: http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/464/2093/1355.
12. Choban M., Kenderov P., Revalski J. *Variational principles and topological games*. Topology and its Appl., 159 (2012), no. 17, p. 3550-3562.
13. Cozma D. *Integrability of cubic systems with invariant straight lines and invariant conics*. Chișinău: Știința, 2013, 240 p.
14. Popa M., Neagu N., Orlov V. *Invariant conditions of stability of unperturbed motion governed by some differential systems in the plane.* În: Buletinul AȘM. Matematica, NR. 3(85), 2017, p.88-114.
15. Prokopenya A. *Numerical-Symbolic Methods for Searching Relative Equilibria in the Restricted Problem of Four Bodies.* Mathematical Modelling and Analysis, Volume 23, Issue 3, 2018, p. 507-525.

LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE LA TEMA TEZEI

Articole publicate în reviste naţionale recenzate:

16. **Cebotaru E.** *Despre stabilitatea în sens Lyapunov a punctelor staționare în problema mărginită a opt corpuri*. În: Studia Universitatis Moldavie, 2018, nr. 2 (112), p. 19-25. ISSN 2345-1033.
17. Ciobanu M., **Cebotaru E.** *Kepler și problema a n corpuri.* În: Academos, nr. 4, 2018, p.21-27.
18. Grebenicov E., **Cebotaru E.** *Determinarea punctelor de echilibru în problema mărginită a opt corpuri*. În: Studia Universitatis Moldavie, 2018, nr. 2 (112), p. 12-18. ISSN 2345-1033.
19. **Cebotaru E.** *The application of Mathematica to research the restricted eight bodies problem.* În: Computer Science Journal of Moldova, 2018, v. 26, no. 2(77), p. 182-189. ISSN 1561-4042.

Articole publicate în reviste internaţionale recenzate:

20. **Cebotaru E.** *On the restricted eight bodies problem.* În: ROMAI JOURNAL, v.14, no. 1(2018), p. 43-62.

Publicaţii la conferinţe ştiinţifice naţionale şi internaţionale:

21. **Cebotaru E., Blanaru G.** *Despre instabilitatea configurației în formă de triunghi isoscel ascuțitunghic în problema newtoniană a patru corpuri*. Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, 2007, p. 270-272.
22. **Cebotaru E., Blanaru G.** *Determinarea vitezei unghiulare a mişcării de rotaţie a cinci corpuri*. Conferinţa tehnico-ştiinţifică a studenţilor şi doctoranzilor consacrată anului fizicii, UTM, 2005, p. 72-73.
23. **Cebotaru E.** *Determinarea intervalelor de stabilitate ale unor soluții particulare ale problemei newtoniene a patru corpuri*. Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, 2009, p. 358-359.
24. **Cebotaru E.** *Determinarea unor soluții particulare ale problemei newtoniene a șapte corpuri*, Conferinţa tehnico-științifică a colaboratorilor, doctoranzilor şi studenților, UTM, 2010, p. 289-291.
25. **Cebotaru E.** *Normalizarea formei pătratice H_2 a hamiltonianului în problema mărginită a 8-corpuri*. Conferință Internațională de Matematică, Informatică și Tehnologii Informaționale (MITI), Bălți, 2018, p.106.
26. Grebenicov E., Blanaru G., **Cebotaru E.** *Studierea stabilităţii în prima aproximaţie a punctelor staţionare în problema restrînsă a cinci corpuri in formă de triunghi isoscel*. Conferinţa jubiliară a doctoranzilor şi masteranzilor UTM, 2006, p. 246-249.
27. Земцова Н., **Чеботару Е.** *О неустойчивости семейства гомографических решений, изображаемых равнобедренными треугольниками в Ньютоновой проблеме четырех тел*. Теоретические и прикладные задачи нелинейного анализа, Москва, Ран., 2008, с.127-134. ISBN 978-5-91-601-004-6.
28. Земцова Н., **Чеботару Е.** *Проблема существования семейства стационарных решений в ньютоновой проблеме четырех тел, изображаемых равнобедренными треугольниками с массой внутри их*. Сб. материалов II Межд. научно−техн.конф. «Роль физ.−мат. наук в современном образовательном пространстве», Казахстан, Атырау, 15−16 мая 2008 г., с. 53−58.
29. **Cebotaru H.** *Existence condisions of the central configuration in sense Witner for the 4-body problem as an isosceles acute-angled triangle. CERMCS INTERNATIONAL CONFERENCE OF YOUNG SCIENTISTS* affiliated to the International Conference*" Computer Algebra in Scientic Computing-2006" (CASC 2006), p.20-25.*
30. **Cebotaru E.** *Intervals of linear stability of geometrical parameters in the restricted eight bodies problem with incomplete symmetry*. CAIM 2018, September 20-23, Chișinău, 2018, p.32.

ADNOTARE

Cebotaru Elena

„ Cercetarea stabilității în sens Lyapunov a soluțiilor staționare în modelul dinamic Albaouy–Grebenicov (cazul a opt corpuri planare)". Teză de doctor în ştiinţe matematice, specialitatea 112.03 – Cibernetică matematică şi cercetări operaţionale. Chișinău, 2018.

Structura tezei: lurarea este scrisă în limba română şi constă din introducere, 3 capitole, concluzii generale, bibliografie ce cuprinde 93 de titluri, 117 pagini de text de bază, 26 figuri şi 3 tabele. Rezultatele obţinute sunt publicate în 15 lucrări ştiinţifice.

Cuvinte cheie: problemă mărginită a *n*-corpuri, model matematic, configurație centrală, punct staţionar, stabilitate în prima aproximaţie, stabilitate în sens Lyapunov, sisteme hamiltoniene, algoritm, algebră computerizată.

Domeniul de studiu al tezei: reprezintă bazele teoretice și metodele de modelare matematică și analiză a modelelor dinamicie ale mecanicii cerești care permit studiul acestora cu precizia necesară în scopuri practice.

Scopul şi obiectivele lucrării: Scopul principal al lucrării constă în a studia influența câmpului gravitațional al configurației formate din șapte corpuri asupra mișcării unei mase infinit mici amplasate în acest sistem. Pentru a rezolva această problemă este necesar să realizăm următoarele obiective: determinarea condiţiilor de existenţă ale modelului, determinarea punctelor staţionare în problema mărginită, studierea stabilităţii liniare și stabilităţii în sens Lyapunov a soluțiilor staționare.

Noutatea şi originalitatea ştiinţifică: constă în determinerea şi studierea stabilităţii unei clase noi de soluţii în problema mărginită a *7+1* corpuri configuraţia căreia reprezintă un pătrat cu două mase pe una din diagonale şi a şaptea masă plasată în originea sistemului de coordonate, ce coincide cu centrul de greutate al pătratului. Au fost elaborate programe în codurile sistemului de calcul Mathematica pentru studiul problemei date.

Problema ştiinţifică importantă soluţionată: constă în abordarea metodelor calitative și constructive de studiu al ecuațiilor mișcării a opt corpuri, ceea ce a contribuit la determinarea configurației și a condițiilor de existență a punctelor staționare în vederea aplicării lor ulterioare în descrierea exactă a evoluției sistemului dinamic.

Semnificaţia teoretică şi valoarea aplicativă a lucrării: în lucrarea curentă s-a arătat că există configuraţie în formă de pătrat cu două mase pe diagonală; s-a demonstrat că există aşa dimensiuni ale configuraţiei pentru care punctele staţionare în problema mărginită sunt stabile în prima aproximaţie şi în sens Lyapunov.

Implementarea rezultatelor ştiinţifice: Algoritmii și programele computerizate dezvoltate în teză au permis determinarea eficientă a condițiilor de existență a modelului și studiul stabilității soluțiilor staționare. Acestea pot fi utilizate în studiul altor modele matematice ale mecanicii cerești. Rezultatele tezei pot fi folosite în procesul de predare a ecuațiilor diferențiale, mecanica cerească, teoria stabilității, modelarea matematică.

АННОТАЦИЯ

Чеботару Елена
«Исследование устойчивости в смысле Ляпунову стационарных решений в динамической модели Альбауи-Гребеникова (случай восьми тел в плоскости)». Диссертация на соискание ученой степени кандидата математических наук по специальности 112.03 - Математическая кибернетика и операционные исследования. Кишинев, 2018.

Структура диссертации: работа написана на румынском языке и состоит из введения, трех глав, заключения, 93 источника литературы, 117 страниц основного текста, 26 рисунка и 3 таблиц. Полученные результаты опубликованы в 15 научных работах.

Ключевые слова: ограниченная задача n-тел, математическая модель, центральная конфигурация, стационарная точка, устойчивость в первом приближении, устойчивость в смысле Ляпунова, гамильтоновы системы, алгоритм, компьютерная алгебра.

Область исследования диссертации: теоретические основы и методы математического моделирования и анализа динамических моделей небесной механики, которые позволяют их исследование с достаточной точностью для практических целей.

Цель и задачи: Основной целью данной работы является изучение влияния гравитационного поля конфигурации, состоящего из семи тел, на движение бесконечно малой массы, расположенной в этой системе. Для решения этой задачи необходимо решить следующие задачи: определить условия существования модели, определить стационарные точки в ограниченной задаче, изучить линейную устойчивость и устойчивость в смысле Ляпунова стационарных решений.

Научная новизна и оригинальность: состоит в определении и изучении устойчивости нового класса решений в ограниченой задаче 7 + 1 тел, конфигурация которой представляет собой квадрат с двумя массами на одной из диагоналей и седьмой массой, расположенной в начале системы координат, совпадающей с центром тяжести квадрата. Были разработаны программы в кодах вычислительной системы Mathematica для изучения проблемы.

Главная решенная задача: состоит в качественном и конструктивном методе изучения уравнений движения восьми тел, описывающие математическую модель, который помог определить конфигурацию и условий существования стационарных точек для их последующего применения в точном описании эволюции динамической системы.

Теоретическая и прикладная значимость: в текущей работе было показано, что существует конфигурация в форме квадрата с двумя массами по диагонали; было доказано, что существуют такие размеры конфигурации, для которых стационарные точки в ограниченной задаче устойчивы в первом приближении и в смысле Ляпунова.

Внедрение научных результатов: Разработанные в диссертации алгоритмы и компьютерные программы позволили эффективно определить условия существования модели и изучить устойчивость стационарных решений. Они могут быть использованы при изучении других математических моделей небесной механики. Результаты диссертации могут быть использованы при проектировании, управлении космических полетов, при преподавании дифференциальных уравнений, небесной механики, теории устойчивости, методов математического моделирования.

ANNOTATION

Cebotaru Elena

"Researching stability in the Lyapunov sense of stationary solutions in the dynamic Albaouy-Grebenicov model (the case of eight planar bodies)".

PhD thesis in Mathematics Sciences, specialty 112.03 - Mathematical cybernetics and operational research. Chișinău, 2018.

Thesis structure: the study is written in Romanian and consists of an introduction, 3 chapters, general conclusions, 93 bibliography items, 117 pages of main text, 26 figures and 3 tables. The obtained results were published in 15 scientific papers.

Keywords: the restricted problem of n-bodies, mathematical model, central configuration, stationary point, stability in the first approximation, stability in the Lyapunov sense, Hamiltonians systems, algorithm, computer algebra.

Field of study of the thesis: the theoretical basis, the methods of mathematical modeling and analysis of the dynamic models of the celestial mechanics which allow their study with the necessary precision for practical purposes.

The aim of research: The main aim of the paper is to study the influence of the gravitational field of the seven-body configuration on the movement of an infinitely small mass placed in this system. To solve this problem it is necessary to achieve the following objectives: determining the existence conditions of the model, determining the stationary points in the restricted problem, studying the linear stability and Lyapunov stability of the stationary solutions.

Scientific innovation and originality: consists in determining and studying the stability of a new class of solutions in the restricted problem of 7 + 1 bodies whose configuration is a square with two masses on one of the diagonals and the seventh table placed in the origin of the coordinate system coinciding with the center of gravity of the square. Programs have been developed in the Mathematica computing system codes to study the problem.

The main scientific solved problem: consists in the using of the qualitative and constructive study methods of the equations of the motion of the eight bodies, that describes a mathematical model, which contributed to the determination of the configuration and the existence conditions of the stationary points for their subsequent application in the exact description of the evolution of the dynamic system.

The theoretical significance and applicative value of the thesis: in the current paper it has been shown that there is a square-shaped configuration with two masses on diagonally; it has been demonstrated that there are such dimensions of the configuration for which the stationary points in the restricted problem are stable in the first approximation and Lyapunov sense.

The implementation of the scientific results: The algorithms and computer programs developed in the thesis have made it possible to effectively determine the model's existence conditions and to study the stability of stationary solutions. They can be used in the study of other mathematical models of celestial mechanics. The results of the thesis can be used in the design, management of space flights, in the teaching of differential equations, celestial mechanics, stability theory, mathematical modeling methods.

CEBOTARU ELENA

CERCETAREA STABILITĂȚII ÎN SENS LYAPUNOV A SOLUȚIILOR STAȚIONARE ÎN MODELUL DINAMIC ALBAOUY - GREBENICOV (CAZUL A OPT CORPURI PLANARE)

112.03 – CIBERNETICĂ MATEMATICĂ ȘI CERCETĂRI OPERAȚIONALE

Autoreferatul tezei de doctor în științe matematice

Aprobat spre tipar: 12.07.19 Formatul hârtiei 60x84 1/16

Hârtie offset. Tipar ofset. Tiraj 60 ex.

Coli de tipar: 1,69 Comanda nr. 19/2474

Bons Offices

Str. Feredeului 4/6, Chișinău