

**INSTITUTUL DE FIZICĂ APLICATĂ
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII**

Cu titlu de manuscris
C.Z.U: 538.9(043.2)

BÎZGAN SERGHEI

**TRANSFERUL COOPERATIV DINTRE RADIATORII CU
MULTE NIVELE LA INTERACȚIUNEA LOR PRIN
INTERMEDIUL VIDULUI LIBER ȘI DE CAVITATE**

131.03 – FIZICA STATISTICĂ ȘI CINETICĂ

Rezumatul tezei de doctor

CHIȘINĂU, 2022

Teza a fost elaborată în laboratorul de Optică Cuantică și Procese Cinetice, Institutul de Fizică Aplicată, Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova.

Conducător științific:

ENACHI Nicolae, dr. hab. în științe fiz.-mat., Prof. Universitar

Referenți oficiali:

ISAR Aurelian, dr., cercetător științific grad I, Institutul Național pentru Cercetare Dezvoltare pentru Fizică și Inginerie Nucleară Horia Hulubei, Măgurele, România

EREMEEV Vitalie, dr., Instituto de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Diego Portales, Santiago, Chile

Componența consiliului științific specializat (CȘS):

CLOCHIȘNER Sofia, *președinte al CȘS*, dr. hab., prof. cercetător, Institutul de Fizică Aplicată

CIORNEA Viorel, *secretar al CȘS*, dr., Institutul de Fizică Aplicată

MACOVEI Mihai, *membre al CȘS*, dr. hab., conferențiar cercetător, Institutul de Fizică Aplicată

CLIUCANOV Alexandr, *membre al CȘS*, dr. hab, prof. univ., Universitatea de Stat din Moldova

NICA Denis, *membre al CȘS*, dr. hab, prof. univ.

TRONCIU Vasile, *membre al CȘS*, dr. hab, prof. univ.

Susținerea va avea loc la 22.06.2022, ora 15:00, în ședința Consiliului științific specializat D131.03-21-32 din cadrul Institutului de Fizică Aplicată, Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova str. Academiei nr. 5, bir. 230, Chișinău, MD-2028, Republica Moldova.

Teza de doctor și rezumatul pot fi consultate la biblioteca științifică a Institutului de Fizică Aplicată și la pagina web a ANACEC (www.cnaa.md).

Rezumatul a fost expediat la 21 mai 2022

Secretar științific al Consiliului științific specializat,

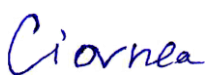

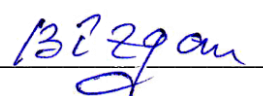
CIORNEA Viorel, dr.

Conducător științific,

ENACHI Nicolae, dr.hab., prof. univ.

Autor,

BÎZGAN Serghei

© Bîzgan Serghei, 2022

CUPRINS

Reversul foii de titlu	2
REPERELE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII	4
CONȚINUTUL TEZEI	9
CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI	24
BIBLIOGRAFIE	26
ADNOTARE (în română, engleză și rusă)	31
Lista publicațiilor la tema tezei	28
Foia privind datele de tipar	34

REPERELE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII

În ultimul timp, tot mai mult sunt dezvoltate probleme legate de studiul fenomenelor cooperative care apar în sisteme cuantice compozite. Efectele cooperative cuantice au o origine comună cu superradianța Dicke [1], unde un sistem cuantic din N atomi captați într-un volum mic ce interacționează prin un mediu comun (cavitatea optică), emite radiație electromagnetică astfel încât intensitatea acesteia este proporțională cu N^2 . Interacțiunea dipol-dipol dintre emițătorii cuantici este un alt exemplu care poate stimula efectele cooperative din sistemele cuantice compozite, precum fenomenul de inseparabilitate cuantică [2] sau condensare Bose-Einstein (BE) [3, 4]. Efectele cooperative descrise în Ref. [5, 6], unde s-a demonstrat că la un pompaj de intensitate sporită în micromaser, în care cel puțin doi atomi simultan se află în rezonatorul optic, în tranziția de fază este evidențiat comportamentul haotic, puternic neliniar. Odată cu apariția atomilor artificiali în sistemele în starea solidă, de exemplu, puncte cuantice [7], q-biți, supraconductori și centre de culoare în diamant [8], este acum posibilă studierea impactului efectelor cooperative asupra răspunsului optic al sistemului [9].

Una din abordările teoretică frecvent utilizată pentru descrierea interacțiunii atom-cavitate din optica cuantică este modelul Jaynes-Cummings (JC) aplicat mai târziu pentru un subsistem cuantic format din mai mulți atomi plasați într-o cavitate (modelul Tavis-Cummings) este descrisă în [10]. Odată cu dezvoltarea nano-tehnologiilor, au fost propuse experimente avansate ce demonstrează cuplajul dintre punctele cuantice de dimensiuni mult mai mici decât lungimea de undă și cavitățile optice [11, 12]. Problema captării atomilor utilizând câmpul electromagnetic (CEM) a fost studiată atât experimental cât și teoretic [13-15]. Pentru un factor mic de calitate, modelul JC analizat prin prisma ecuației master cu prezentarea soluțiilor complete, este prezent în articolul [16]. Sistemele optice deschise sunt subiect principal al lucrării de sinteză [17], unde detaliat se descrie dinamica sistemelor cuantice deschise.

Recent pentru sistemele cuantice din cavități optice cuplate s-a introdus noțiunea de molecule fotonice (MF) [18]. Una din promițătoarele aplicații ale microcavităților optice este determinată de posibila utilizare a cavităților optice pentru construcția biosenzorilor cu o sensibilitate fără precedent [19]. Recent, o atenție sporită este dedicată ne-omogeneității câmpului de cavitate format din două moduri degenerate opuse ale cavității cu vectorii de undă \vec{k} și $-\vec{k}$ [20] la interacțiunea cu emițătorul cuantic cu două sau trei niveluri. Dinamica unor astfel de sisteme este descrisă prin descrierea procesului de captare și răcire a atomilor [20]. Problema deplasării Doppler a frecvenței legată de mișcarea atomului în rezonator, a fost în centru atenției a multor cercetări [21, 22].

Efectele interacțiunii neliniare în gaze formate din două specii de bosoni și condensarea Bose-Einstein (BE) a acestora au atras atenția multor studii teoretice [23-26] și experimentale. Din punct de vedere experimental, efectul interacțiunii repulsive reciproce în dinamica unui condensat miscibil Bose-Einstein (CBE) format din amestecul al două stări hiper-fine ale spinului pentru atomul de ^{87}Rb prins în capcană magnetică a fost studiat în [27-29]. Studii asupra CBE format din componente miscibile și imiscibile au fost prezentate în Ref. [28]. Oscilații colective de tip „Scissors” în CBE format din amestecul de atomi ^{41}K și ^{87}Rb au fost prezentate în Ref. [29].

Astfel, cercetarea și evidențierea efectelor cooperative ce apar în sisteme formate din emițători cuantici și cavități optice este o perspectivă atât din punct de vedere științific cât și practic, prin faptul că aceste sisteme cuantice pot sta la baza elaborării multor scheme de transfer și prelucrare a informației cuantice, elaborării de senzori sau pot servi pentru dezvoltarea altor domenii ale ingineriei.

Scopul principal al lucrării: modelarea și analiza influenței efectelor cuantice cooperative de interacțiune ale sistemelor formate din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori sau atomi, asupra proprietăților cuantice și dinamicii acestora.

Obiectivele principale: să se analizeze interacțiunea dintre cavități optice cuplate, dopate cu radiatori; să se detecteze fenomenul de inseparabilitate cuantică între atomii plasați în cavități optice distincte; să se stabilească influența simetriei sistemului de cavități optice cuplate asupra posibilităților de formare a subspațiilor Hilbert, ce ar permite soluționarea simplificată a problemei; să se demonstreze posibilitatea manipulării tranziției de fază BE a unui gaz bosonic din amestecul de gaze.

Ipoteza de cercetare: În baza studiului efectelor cooperative ce apar sub sistem cuantic format din mai multe particule la interacțiunea acestuia cu un câmp extern, s-a presupus existența efectelor colective ce ar avea loc între modurile degenerate ale câmpului electromagnetic de cavitare sau modurile cavităților optice cuplate la interacțiunea lor atât directă, cât și prin intermediul emițătorilor cuantici. Exemplele notabile așa cum superradianța, perechile de electroni Cooper interacțiunea cărora este intermediată prin vibrațiile fononice ale rețelei cristaline în supraconductibilitate, au stat la baza formării ipotezei ce ține de posibilitatea realizării interacțiunii binare dintre bosonii în condensatul Bose-Einstein prin intermediul unui alt câmp exterior, ceea ce ar permite evidențierea unor noi efecte cooperative.

Sinteza metodologiei de cercetare și justificarea metodelor de cercetare alese. Pentru realizarea obiectivelor tezei au fost utilizate și aplicate metodele:

1. Formalismul ecuației Schrödinger în cuantificarea secundară a câmpurilor pentru descrierea sistemelor cuantice în interacțiune;
2. Ecuația master pentru descrierea subsistemelor cuantice cu un număr mic al gradelor de libertate, în prezența interacțiunii cu vidul extern sau alt sistem de radiatori cu un număr mare a gradelor de libertate, dezvoltându-se astfel aproximația Born-Markov;
3. Metoda operatorului de proiectare pentru obținerea ecuației master atât pentru sistemul de cavități cât și pentru amestec din două specii de gaze BE cu diferență semnificativă de masă;
4. Metode numerice de soluționare a ecuațiilor diferențiale (cum ar fi metoda Euler, Runge-Kutta, Milne), de integrare numerică a ecuațiilor diferențiale utilizate pentru cercetarea dinamicii sistemelor cuantice.

Metode menționate mai sus permit soluționarea problemelor cuantice de interacțiune între câmpuri, acestea fiind prezente în cercetările efectuate ultimul timp în domeniul fizicii cuantice.

Volumul și structura tezei

Teza constă din introducere, patru capitole și concluzii generale. Bibliografia conține 176 referințe. Volumul tezei este de 119 pagini. Teza conține 28 figuri.

În capitolul I este descris stadiul actual al cercetărilor realizate în domeniul efectelor cooperative în sisteme cuantice compozite. Suplimentar este prezentată o sistematizare a cercetărilor în domeniul interacțiunii cavităților optice cu emițătorii cuantici, unde este specificat atât aspectele problemelor actuale în acest domeniu, cât și sunt evidențiate posibilitățile implementării acestor cercetări în diferite domenii. Au fost descrise efectele cooperative în CBE ce apar în amestecuri miscibile sau imiscibile. Sunt descrise metodele actuale de identificare și măsurare a corelației cuantice dintre două particule cuantice.

În capitolul II este cercetată sistemul cuantic format din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori. A fost utilizată simetria de rotație a moleculelor fotonice formate din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori, care permite separarea spațiului Hilbert în subspații, ce admit o soluționare simplificată. Este cercetată dinamica sistemelor de cavități optice cuplate, în prezența pierderilor de cavitate, în contextul utilizării simetriei de rotație. Rețeaua formată din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori, poate sta la baza elaborării multor principii, scheme de transfer, a porților cuantice pentru transmiterea și prelucrarea informației, senzorilor etc.

În capitolul III este cercetată interacțiunea indirectă dintre moduri electromagnetice degenerate prin intermediul atomului ce se mișcă prin ele. S-a analizat influența vitezei atomului asupra

transferului de energie dintre modurile colective interactiv și ne-interactiv. Soluția găsită poate sta la baza demonstrării de noi efecte cuantice ce apar la interacțiunea cuantică a materiei cu radiația electromagnetică.

În capitolul IV este propusă studiul tranziției de fază neliniară de tip BE a gazului bosonic format din două specii de atomi în interacțiune, cu diferență semnificativă de masă. Diferența de masă asigură în diferență importantă între temperaturile tranzițiilor de fază a componentelor, astfel asigurând posibilitatea existenței cazului când în volumul amestecului avem doar condensatul unei specii de atomi. Utilizând modelele mecanicii cuantice (Hamiltonian, ecuație master, aproximație Born-Markov) se descrie tranziția de fază menționată.

Problema științifică soluționată: Au fost descrise fenomenele cooperative ce apar la interacțiunea dintre sisteme cuantice multiple (cavități optice, radiatori, molecule fotonice, bosoni) în interacțiune utilizând metodologia și metode de cercetare specifice opticii și statisticii cuantice.

Rezultatele științifice principale înaintate spre susținere:

1. Au fost elaborate procedeele pentru descrierea dinamicii sistemului cuantic format din cavități optice cuplate, în care sunt captați emițători cuantici, fapt ce poate contribui la crearea stărilor inseparabile pentru utilizarea lor ulterioară la prelucrarea cuantică a informației
2. A fost reconceptualizat principiul indistinctibilității prin utilizarea acestuia atât pentru excitații atomice, cât și pentru excitații ale modurilor de cavitare pentru câmpul electromagnetic, având ca scop identificarea posibilităților de manipulare a dinamicii moleculelor cuantice formate din cavități optice cuplate. Cadrului teoretic dezvoltat ar putea admite implementarea acestor sisteme cuantice în tehnologiile moderne (procesare cuantică a informației, senzori etc.).
3. A fost prezentată metoda pentru descrierea interacțiunii dintre emițătorii cuantici în mișcare și modurile degenerate ale câmpului electromagnetic de cavitare, fapt ce a contribuit la evidențierea posibilităților de manipulare și generare selectivă a rezonanței dintre câmpul electromagnetic și emițătorul cuantic prin intermediul vitezei acestuia în raport cu cavitarea. Modelul propus ar putea fi utilizat pentru îmbunătățirea cadrului teoretic aplicat în domeniul captării cuantice ale atomilor. Descrierea efectului cooperativ de interacțiune dintre modurile degenerate prin intermediul emițătorului cuantic, deschide calea unor noi posibile implementări ale acestui sistem cuantic.
4. A fost dezvoltat modelul ce descrie influența efectelor cooperative de interacțiune dintre particulele unui gaz bosonic prin intermediul altei componente, cu diferență semnificativă de masă, ceea ce a contribuit la evidențierea particularităților nespecifice în evoluția parametrului

de ordine din condensatul Bose-Einstein. Abordarea propusă ar putea îmbunătăți cadrul teoretic existent utilizat pentru descrierea tranziției de fază către condensat Bose-Einstein.

Aprobarea rezultatelor obținute

Principalele rezultate științifice ale tezei au fost prezentate la următoarele conferințe:

- Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies „**ATOM-N 2018**”, *Constanta, Romania, 23–26 august, 2018.*
- 6 th International Conference “Telecommunications, Electronics and Informatics „**ICTEI 2018**”, *Chișinău, Moldova, 24–27 mai, 2018.*
- Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies „**ATOM-N 2016**”, *Constanta, Romania, 25–27 august, 2016.*
- 3rd International Conference Health Technology Management „**ICHTM 2016**”, 2016, *Chisinau, Moldova, 6–7 octombrie, 2016.*
- 11th International Conference Micro- to Nano-Photonics IV- „**ROMOPTO 2015**”, *București, România, 1–4 septembrie, 2015.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2015**”, *Varșovia, Polonia, 6–10 iulie, 2015.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2014**”, *Bruxelles, Belgia, 23–27 iunie, 2014.*
- Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies „**ATOM-N 2014**”, *Constanța, România, 21–24 august, 2014.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2013**”, *Stockholm, Suedia, 16–20 iunie, 2013.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2012**”, *Sinaia, România, 2–6 iulie, 2012.*

Publicații

În total pe subiectul tezei au fost publicate 9 articole în reviste de specialitate, dintre care 6 articole în reviste internaționale cotate ISI și SCOPUS, 14 comunicări la conferințe. 2 articole și 2 rezumate sunt publicate fără coautori.

Cuvinte-cheie:

Microcavitate optică, radiatori, inseparabilitate cuantică, efecte cooperative, tranziție de fază, condensat Bose-Einstein.

CONȚINUTUL TEZEI

În **Introducere** este prezentată actualitatea și importanța problemei abordate, sunt menționate scopul lucrării, obiectivele, metodele științifice de cercetare, structura și volumul tezei, rezultatele științifice principale înaintate spre susținere, importanța teoretică și practică a lucrării, cât și publicațiile, participările la conferințele științifice la tema tezei.

În **capitolul unu** „*Efecte cooperative între radiatori la interacțiunea prin vidul liber sau de cavitate*” se realizează o introducere în domeniul efectelor cooperative ce apar în subsisteme cuantice în interacțiune (nuclee, atomi, molecule) și câmpul electromagnetic al unui set de cavități optice cuplate. „Celula elementară” din sistemul cuantic compus din binomul atom – cavitate ce formează în spațiu structuri fotonice periodice oferă noi oportunități pentru dezvoltarea procesării la nivel cuantic a informației și distribuirea ei prin intermediul rețelelor cuantice. Este evidențiată problema moleculelor fotonice deschise (cavități optice cuplate, în prezența pierderilor de fotoni la un factor mic de calitate al cavităților). Este studiată literatura de specialitate în domeniul problemei inseparabilității cuantice dintre două particule. Sunt prezentate metodele și posibilitățile de măsurare a corelației cuantice ce se stabilește între stările particulelor unui sistem.

În **capitolul doi** „*Transferul cooperativ dintre cavități optice cuplate dopate cu radiatori*” este cercetat sistemul cuantic format din cavități optice cuplate, dopate cu emițători. Se analizează analitic și numeric dinamica transferului energiei în funcție de parametrul de cuplaj între cavități. În premieră se propune utilizarea simetriei sistemelor de molecule fotonice pentru simplificarea descrierii dinamicii acestora. Este cercetată inseparabilitatea cuantică ce se stabilește dintre radiatorii plasați în două cavități diferite. Este evidențiată posibilitatea dirijării corelației cuantice dintre atomi prin intermediul cuplajului dintre cavități. Descrierea exactă a unui astfel de sistem cuantic deschide noi posibilități pentru transmiterea și prelucrarea informației paralele, dezvoltarea unor noi clase de senzori, cu o sensibilitate sporită

S-a considerat sistemul format n cavități optice monomod. Cuplajul dintre cavități poate fi realizat suprapunerea funcțiilor de undă ale câmpului electromagnetic care se întind în exteriorul cavităților (vezi Fig. 1). S-a cercetat cazul când în fiecare cavitate este localizat câte un emițător cuantic ce posedă o tranziție permisă dintre nivelul de bază $|g\rangle$ și cel excitat $|e\rangle$ la o frecvență Ω apropiată de frecvența ω a modurilor cavităților, iar abaterea de la rezonanță nesemnificativă a fost notată prin $\Delta = \omega - \Omega$. Pierderile de fotoni din cavități pot fi descrise prin ratele k_i . Evoluția sistemului cuantic este descrisă de ecuația master

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{\rho}(t), \hat{H}] + \sum_{i=1}^n \{k_i[\hat{a}_i\hat{\rho}, \hat{a}_i^\dagger] + h.c.\} \quad (1)$$

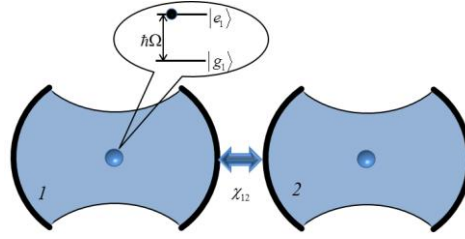


Fig. 1. Reprezentarea schematică a cavităților monomod dopate cu câte un emițător cuantic cu două niveluri.

Hamiltonianul \hat{H} din relația (1), a fost prezentat prin suma dintre \hat{H}_0 și partea de interacțiune \hat{H}_I , $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, care au fost exprimați în felul următor

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= \sum_{i=1}^n (\hbar\omega\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_i + \hbar\Omega\hat{R}_{zi}), \\ \hat{H}_I &= \hbar\sum_{i=1}^n g_i(\hat{R}_i^+\hat{a}_i + h.c.) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j\neq i}^n \chi_{i,j}(\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_j + h.c.) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \kappa(\hat{a}_i\hat{b}_k^\dagger + h.c.), \end{aligned} \quad (2)$$

aici n reprezintă numărul de cavități cuplate, g este constanta de interacțiune de atom și modul de cavitate. Operatorii de anihilare \hat{a}_i și creare \hat{a}_i^\dagger a fotonilor și operatorii subsistemului atomic de excitare \hat{R}_i^+ și dezexcitare \hat{R}_i^- satisfac relațiile de comutare $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}$ și $[\hat{R}_i^+, \hat{R}_j^-] = 2\delta_{i,j}\hat{R}_{zi}$, $[\hat{R}_{zi}, \hat{R}_j^\pm] = \pm\delta_{i,j}\hat{R}_i^\pm$. În Hamiltonian la fel este prezentă interacțiunea modurilor de cavitate cu câmpul electromagnetic extern, ce permite includerea în descrierea sistemului pierderile de cavitate suportate din cauza unui factor mic de calitate al cavităților. Schimbul de energie dintre cavități în Hamiltonianul (2) este descris prin parametrul de cuplaj $\chi_{i,j}$. Pentru simplitate, s-a presupus că parametrul de cuplaj (realizat prin câmpul evanescent) descrește exponențial $\chi_{i,j} \sim \text{Exp}(-r_{i,j})$ în funcție de distanța $r_{i,j}$ dintre cavități, în consecință s-a utilizat aproximația interacțiunii doar dintre cavităților vecine. Prin amplasarea topologică a cavităților sferice, în diferite configurații sunt asigurate diferite simetrii de rotație ale MF.

Pentru două cavități, în limita unui factor înalt de calitate, la rezonanță ($\Delta = 0$), termenul \hat{H}_0 comută cu partea de interacțiune \hat{H}_I . Datorită acestui fapt, ecuația Schrödinger s-a scris în reprezentarea interacțiune $\partial|\psi(t)\rangle/\partial t = \hat{H}_I|\psi(t)\rangle$. Soluția analitică a ecuației Schrödinger este obținută utilizând metoda teoriei perturbațiilor, pentru stările degenerate după energie a sistemului.

Au fost determinate stările și valorile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune și prezentată funcția de undă nestaționară $|\psi(t)\rangle = \sum_{i,j=1}^6 A_i c_{i,j} \text{Exp}\left(-\frac{i}{\hbar} E_i t\right) |\psi_j\rangle$, aici A_i sunt coeficienții care se determină din starea inițială a sistemului, E_i sunt valorile proprii pentru Hamiltonianul de interacțiune, $|\psi_j\rangle$ - stările degenerate dup energie. Utilizând această soluție este cercetat timpul de tunelare al unei excitații dintr-o cavitate în alta. Este demonstrat că probabilitatea tunelării periodice a excitației $|\langle n_1, n_2 + 1 | \langle g_1, e_2 | \psi(t) \rangle|^2$ depinde de cuplajul dintre cavități. Aplicând aceeași metodă, a fost studiată problema a trei cavități optice plasate în linie sau vârfurile unui triunghi isoscel. Pentru evidențierea influenței simetriei cuplării cavităților asupra transferului energiei, au fost prezentate dependențele de timp a populațiilor nivelurilor excitate ale atomului din prima și a treia cavitate, plasate în linie, 1-2-3 (vezi Fig. 2, a). La modificarea topologiei MF, în prezența cuplajului dintre cavitățile 1 și 3, (Fig. 2(b)), modificări esențiale se atestă în transferul excitației către cea de-a treia cavitate, care se realizează atât indirect prin intermediul cavității a doua ($\chi_{23} = 0.3g$), cât și direct ($\chi_{13} = 0.2g$). În acest caz intervalul de timp al tranziției excitației către a treia cavitate se micșorează, iar ulterior energia se distribuie în toate cavitățile.

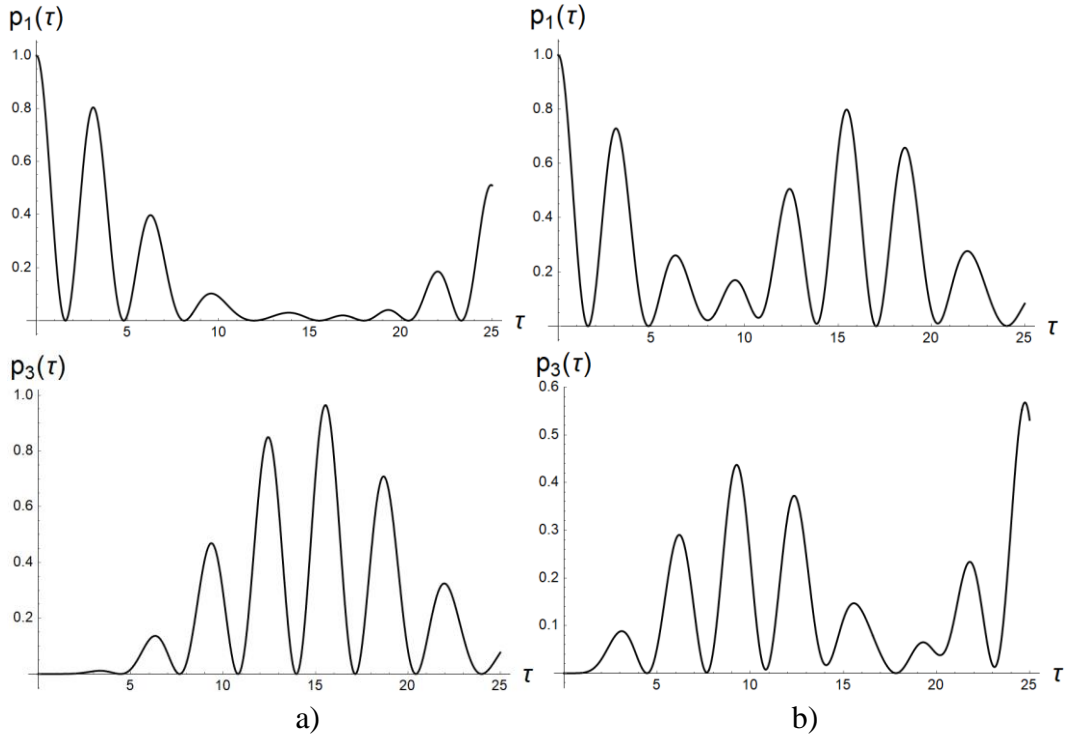


Fig. 2. Dependența de timp a populației nivelului excitat pentru atomul localizat în prima cavitate $p_1(\tau)$ și a treia cavitate $p_3(\tau)$, la cuplarea în linie a cavităților (a) ocupă vârfurile unui triunghi isoscel (b): $\tau = gt$, $\chi_{12} = \chi_{23} = 0.3g$, iar $\chi_{31} = 0$ pentru cazul (a) și $\chi_{31} = 0.2g$ pentru (b).

Pentru elucidarea posibilității utilizării cavităților optice cuplate, în care sunt localizați emițători cuantici cu două niveluri, s-a propus studierea transferului informației (bitului cuantic) înscrise prin populația nivelurilor energetice ale atomului A (*Alice*) din prima cavitate, $|\psi_A\rangle = \cos \mathcal{G}|e_1\rangle + \sin \mathcal{G}|g_1\rangle$, către atomul B (*Bob*) plasat în a doua cavitate. Aici \mathcal{G} este parametrul introdus pentru specificarea superpoziției stărilor pentru bitul cuantic înscris pe atomul A . S-a cercetat cazul când atomul B se află în stare de bază, iar starea inițială a sistemului este dată prin expresia $|\psi(0)\rangle = \cos \mathcal{G}|\psi_1\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \phi |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \phi |\psi_4\rangle$. Parametrul ϕ descrie prezența fotonului în prima (cu amplitudinea $\cos^2 \phi$) sau în a doua cavitate (cu amplitudinea $\sin^2 \phi$), utilizat pentru definirea stării inițiale cu o singură cantă de energie a sistemului din două cavități optice cuplate. Este analizat transferul informației către atomul B din cea de-a doua cavitate prin determinarea probabilității $p(t) = |\langle \psi | \psi(t) \rangle|^2$, unde $|\psi\rangle = \cos \mathcal{G}|\psi_3\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \zeta |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \zeta |\psi_4\rangle$, prin care este asigurată starea atomului B din cea de-a doua cavitate $|\psi_B\rangle = \cos \mathcal{G}|e_2\rangle + \sin \mathcal{G}|g_2\rangle$ iar câmpul electromagnetic al cavităților într-o superpoziție arbitrară, descrisă prin parametrul ζ .

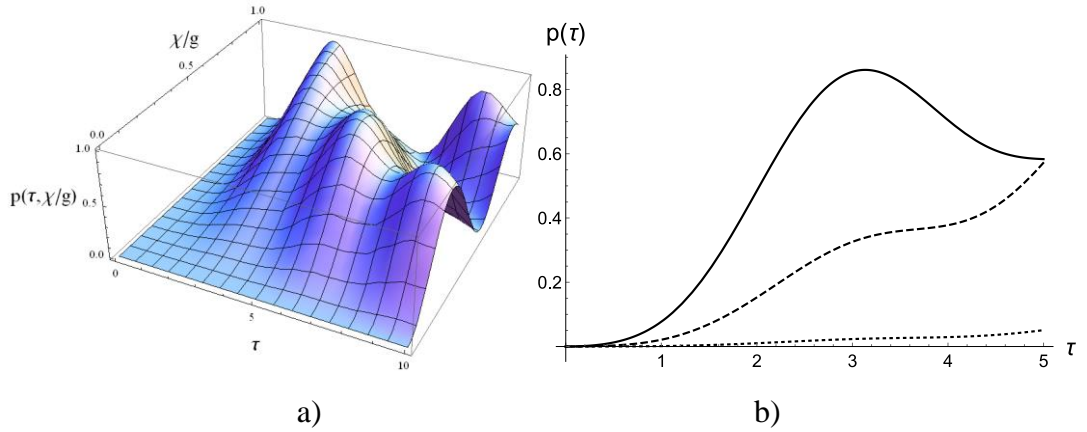


Fig. 3. Transferul qubitului din prima în a doua cavitate. Aici $\tau = gt$,

$|\psi(0)\rangle = \cos \mathcal{G}|\psi_1\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \phi |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \phi |\psi_4\rangle$, $\mathcal{G} = \pi/6$ $\phi = 0$, $\zeta = \pi/2$. Pentru (b) $\chi/g = 0.8$ pentru linia continuă, $\chi/g = 0.4$ pentru linia întreruptă și $\chi/g = 0.1$ pentru linia punctată.

În Fig. 3 (a) este construit graficul dependenței probabilității realizării stării inițiale a atomului A : $|\psi_A\rangle = \cos \mathcal{G}|e_1\rangle + \sin \mathcal{G}|g_1\rangle$ pe atomul B . Aceasta corespunde transferului informației din prima cavitate către a doua cavitate. Pentru elucidarea influenței cuplajului asupra transferului qubitului,

În Fig. 3(b) este prezentată evoluția probabilității stării qubitului în a doua cavitate în funcție de valoarea relativă a cuplajului.

În limita unui factor mic de calitate a cavităților vom utiliza formalismul ecuației master pentru descrierea sistemelor cuantice deschise. Ecuația master pentru un sistem compus din două cavități cuplate, în care sunt localizați câte un emițător cuantic cu două niveluri, după utilizarea aproximației Born-Markov, la temperatura $T=0$ a termostatului, va avea forma

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \gamma_{i,j} \{ 2\hat{R}_i^-(t)\hat{\rho}(t)\hat{R}_j^+(t) - \hat{\rho}(t)\hat{R}_i^+(t)\hat{R}_j^-(t) - \hat{R}_i^+(t)\hat{R}_j^-(t)\hat{\rho}(t) \} \\ - i \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \lambda_{ij} \langle [\hat{\rho}(t), \hat{R}_i^+(t)\hat{R}_j^-(t)] \rangle + i\Omega \sum_{i=1}^2 \langle [\hat{\rho}(t), \hat{R}_{z_i}(t)] \rangle = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

iar $\gamma_{i,j}$ și λ_{ij} sunt ratele de pierderi și, respectiv parametri de renormare al nivelurilor energetice, legate de interacțiunea atomilor din cavități cu modurile de cavitate. Soluția analitică a ecuației poate fi prezentată sub forma următorilor corelatori: $x_1(t) = \langle \hat{R}_{z_1}(t) + \hat{R}_{z_2}(t) + 1 \rangle$ este numărul mediu al excitărilor atomice din ambele cavități, $z(t) = \langle \hat{R}_{z_1}(t)\hat{R}_{z_2}(t) - 1/4 \rangle$ denotă funcția de corelare pentru inversia atomică, $x_2(t) = \langle \hat{R}_{z_1}(t) - \hat{R}_{z_2}(t) \rangle$ este diferența dintre inversiile atomice ale emițătorilor, $y_1(t) = \langle \hat{R}_1^+(t)\hat{R}_2^-(t) + \hat{R}_2^+(t)\hat{R}_1^-(t) \rangle$ și $y_2(t) = i \langle \hat{R}_1^+(t)\hat{R}_2^-(t) - \hat{R}_2^+(t)\hat{R}_1^-(t) \rangle$ corespund părții reale și imaginare a corelației dintre polarizarea atomică a emițătorilor.

Pentru analiza inseparabilității cuantice vom studia comportamentul concurenței $C(t) = \sqrt{[\rho_{++}(t) - \rho_{--}(t)]^2 + 4\text{Im}[\rho_{+-}(t)]^2}$ în funcție de timp. Aici $\rho_{++}(t)$, $\rho_{--}(t)$ și $\rho_{+-}(t)$ sunt elementele matricei de densitate găsite în spațiul Hilbert cu vectorii de bază $|e\rangle = |e_1, e_2\rangle$, $|\pm\rangle = (|e_1, g_2\rangle \pm |g_1, e_2\rangle) / \sqrt{2}$ și $|g\rangle = |g_1, g_2\rangle$. În limita unui factor jos de calitate a cavităților, am obținut expresia analitică ce demonstrează realizarea stării inseparabile dintre atomii plasați în două cavități distincte, care se stabilește în rezultatul interacțiunii dintre cavități.

În Fig. 4 este construită dependența concurenței în funcție de timp. Se atestă o micșorare a valorii maxime pentru concurență odată cu creșterea cuplajului dintre cavități cu vidul electromagnetic extern. În acest caz putem vorbi de situația când inseparabilitatea cuantică dintre atomi nu reușește să se stabilească din cauza pierderilor semnificative de energie din cavități.

În acest capitol a fost utilizată simetria de rotație a sistemului cuantic format din cavități optice cuplate (molecule fotonice). Așa cum este utilizat principiul indistinctibilității în lucrarea [1], pentru atomi, urmând ideea că sistemul format din n cavități trebuie să rămână în aceeași stare

după aplicarea simetriei de rotație, stările degenerate pentru un număr N de cuante de energie vor forma subspații Hilbert închise, care pot fi analizate individual, astfel reducându-se numărul gradelor de libertate. De exemplu, pentru o cantă de energie în două cavități optice, pot fi evidențiate stările indistinctibile ce formează subspațiul simetric $|\psi_{11}\rangle = \{|e,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 + |g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2\} / \sqrt{2}$, $|\psi_{12}\rangle = \{|g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 + |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2\} / \sqrt{2}$ și, respectiv, subspațiul anti-simetric, $|\psi_{11}\rangle_a = \{|e,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 - |g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2\} / \sqrt{2}$, $|\psi_{12}\rangle_a = \{|g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 - |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2\} / \sqrt{2}$. Astfel, spațiul 4-dimensional se reduce la două subspații, ce simplifică descrierea dinamicii sistemului cuantic. Sistemul fiind pregătit în unul din aceste subspații, el nu va părăsi respectivul subspațiu.

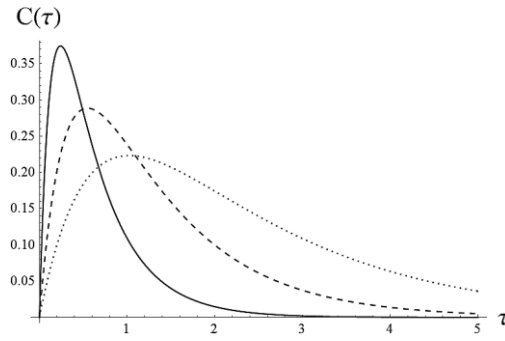


Fig. 4. Dependența de timp a concurenței $C(t)$ pentru următorii parametri a sistemului $\hbar = 1$, $\tau = gt$, $\Omega = 0.9\omega$, $k = 0.2g$, pentru starea inițială separabilă a subsistemului atomic $|e_1, e_2\rangle$, $\chi/g = 0.3$ pentru linia continuă, $\chi/g = 0.5$ pentru linia întreruptă și $\chi/g = 0.7$ pentru linia punctată.

În prezența interacțiunii modurilor de cavitate cu vidul extern electromagnetic, Hamiltonianul sistemului al două cavități optice cuplate, poate fi prezentat prin stările proprii obținute mai sus astfel:

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=-1,1} \hbar \tilde{\omega} |1i\rangle \langle 1i| + \sum_k \hbar \omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k, \quad \hat{H}_I = \sum_k \kappa \hat{b}_k^\dagger \sum_{i=-1,1} \{\sqrt{2} c_{i,2}^{(1)} |0\rangle \langle 1i| + H.c.\} + \hbar \sum_{j=-1,1} j \lambda_1 |1j\rangle \langle 1j|$$

Aici $|1i\rangle = \sum_{j=1,2} c_{i,j}^{(1)} |\psi_{1j}\rangle$ sunt vectorii în subspațiul Hilbert al stărilor simetrice pentru o excitație colectivă. A fost introdusă re-normarea frecvențelor $\tilde{\omega} \pm \lambda_1 = \omega + \lambda_{1,1(-1)}$, unde $\tilde{\omega} = \omega + \frac{1}{2} \chi$ și

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \sqrt{4g^2 + \chi^2}, \quad c_{1(2)} = c_{1(-1),2}^{(1)}.$$

La obținerea acestui Hamiltonian s-a considerat acțiunea operatorilor de creare în starea cu numărul maximal de excitații, $m=1$ este egală cu zero, adică $a_i^\dagger |\psi_{ml}\rangle = 0$, așa cum această tranziție nu poate avea loc din punct de vedere al conservării

energiei. În limita Born-Markov, este obținută ecuația master în reprezentarea interacțiune:

$$\frac{d\tilde{W}(t)}{dt} - i\lambda_1[\tilde{W}(t), \tilde{U}_{1,1}^{1,1}(t) - \tilde{U}_{1,-1}^{1,-1}(t)] = -\gamma[\tilde{W}(t)(c_1\tilde{U}_0^{1,1}(t) + c_2\tilde{U}_0^{1,-1}(t)), c_1\tilde{U}_{1,1}^0(t) + c_2\tilde{U}_{1,-1}^0(t)] + H.c.$$

Aici $\gamma = \sum_k 2\pi\delta(\omega_k - \tilde{\omega})\kappa^2 / \hbar^2$, $\tilde{U}_\beta^\alpha = |\alpha\rangle\langle\beta|$, unde $\alpha, \beta = 1, 1; 1, -1$. \tilde{U}_β^α este operatorul care indică tranzițiile și populația noilor cuasiniveluri energetice pentru o singură excitare atom-câmp, formate după scoaterea degenerării după energie.

A fost studiată rata de atenuare a unei excitări colective. Considerând că sistemul este pregătit în una din stările colective noi $|1, 1\rangle$ și $|1, -1\rangle$ sau superpoziție a acestora, din ecuația master se poate obține următorul sistem de ecuații închis pentru populația și funcțiile de corelare

$$\frac{dx(\tau)}{d\tau} = -x(\tau) - pu(\tau), \quad \frac{dy(\tau)}{d\tau} = -p^2y(\tau) - pu(\tau), \quad \frac{du(\tau)}{d\tau} = -2qw(\tau) - [p^2 + 1]u(\tau) - \frac{p}{2}(x(\tau) + y(\tau)),$$

$$\frac{dw(\tau)}{d\tau} = 2qu(\tau) - [p^2 + 1]w(\tau).$$

Aici $\tau = t / \tau_2$, $p = c_2 / c_1$, $q = \lambda_1 / \tau_2$, $x = \langle\tilde{U}_{1,1}^{1,1}\rangle$, $y = \langle\tilde{U}_{1,-1}^{1,-1}\rangle$, $u = (\langle\tilde{U}_{1,1}^{1,-1}\rangle + \langle U_{1,-1}^{1,1}\rangle) / 2$ și

$w = (\langle\tilde{U}_{1,-1}^{1,1}\rangle - \langle\tilde{U}_{1,1}^{1,-1}\rangle) / 2i$. Pentru simplitate, s-a reprezentat timpul de relaxare a celor două

tranziții de pe nivelurile superioare către starea de bază prin constantele $1 / \tau_{1(2)} = 2\gamma c_{1(2)}^2$. Evoluția

populației nivelurilor este studiată considerând inițial că este populată doar starea $|1, 1\rangle$

($\langle\tilde{U}_{1,1}^{1,1}(0)\rangle = 1$) pe când starea a doua simetrică $|1, -1\rangle$ este nepopulată. În Fig. 5 (a,b) sunt

prezentate nutațiile cuantice și populația nivelurilor $|1, 1\rangle$ și $|1, -1\rangle$. Aceste nutații sunt

acompaniate de transferul excitării pe starea $|1, -1\rangle$ care, în procesul de interacțiune prin CEM de

cavitate, devine inseparabilă cu starea $|1, 1\rangle$. În procesul de relaxare, când energia părăsește

sistemul prin interacțiunea cu vidul EM extern, stările $|1, 1\rangle$ și $|1, -1\rangle$ devin nepopulate.

Pentru a descrie cantitativ inseparabilitatea cuantică ce se stabilește dintre atomii plasați în două cavități optice, s-a propus studierea evoluției entropiei

$$S = -\langle\tilde{U}_0^0(t)\rangle \log\langle\tilde{U}_0^0(t)\rangle - \tilde{U}_{e1} \log\tilde{U}_{e1} - \tilde{U}_{e2} \log\tilde{U}_{e2},$$

unde $\tilde{U}_{e1} = (x + y) / 2 + \sqrt{(x - y)^2 / 4 + w^2 + u^2}$, $\langle\tilde{U}_0^0(t)\rangle = 1 - x - y$ și $\tilde{U}_{e2} = (x + y) / 2$

$-\sqrt{(x - y)^2 / 4 + w^2 + u^2}$. Din dependența de timp a entropiei și inversiei, se observă că în cazul

când populația nivelurilor excitate devine egală cu populația nivelului de bază, entropia obține

valoarea maximă. Acest maxim corespunde creării unei stări inseparabile dintre stările excitate și

starea de bază (vezi Fig. 5(c)).

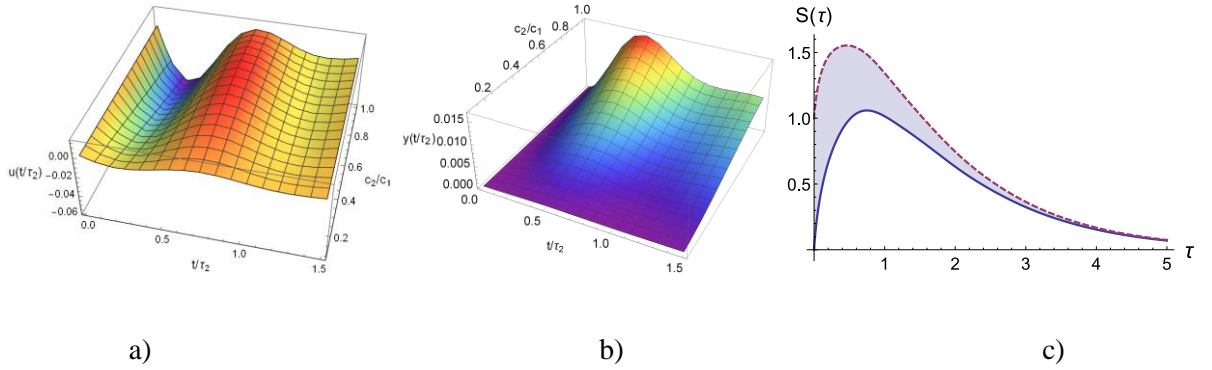


Fig. 5. Dependența relativă de timp a nutațiilor cuantice (a)

$u(\tau) = (\langle \tilde{U}_{1-1}^{11}(\tau) \rangle + \langle \tilde{U}_{11}^{1-1}(\tau) \rangle) / 2$ și a populației $y(\tau) = \langle \tilde{U}_{1-1}^{1-1}(\tau) \rangle$ a nivelului $|1, -1\rangle$ (b) pentru condițiile inițiale $\langle \tilde{U}_{11}^{11}(0) \rangle = 1$, $\langle \tilde{U}_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 0$, $q = 3$, $\tau = t/\tau_2 = t/(2\gamma c_2^2)$. (c) Dependența entropiei $S(\tau)$ în funcție de timpul relativ τ pentru condițiile inițiale $\langle U_{11}^{11}(0) \rangle = 1$, $\langle U_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 0$ (linia continuă), $\langle U_{11}^{11}(0) \rangle = 1/2$, $\langle U_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 1/2$ (linia întreruptă), $q = 3$, $p = 1$, $\tau = t/\tau_2 = t/(2\gamma c_2^2)$.

În capitolul trei „Interacțiunea atomului în mișcare cu unda staționară de cavitate” este studiat modelul cuantic utilizat pentru descrierea interacțiunii dintre emițătorul cuantic cu două sau trei niveluri în mișcare, cu două moduri ale CEM, ce se propagă în sens opus. A fost propusă transformarea unitară de trecere de la modurile degenerate ale CEM la modurile colective „interactiv” și „neinteractiv”, care permite descrierea simplificată a interacțiunii menționate. Este evidențiată influența mișcării atomului asupra modificării frecvenței de rezonanță la interacțiunea cu modurile CEM colective, aceasta duce la modificarea simetriei sistemului cuantic studiat. Este prezentată analiza comparativă a modelului Hamiltonianului cu cuplaj dependent de timp și modelul propus.

Hamiltonianul sistemului cuantic format dintr-un atom în interacțiune cu două moduri degenerate ale cavității a fost prezentat sub forma $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, unde \hat{H}_0 este partea liberă a Hamiltonianului

$$\hat{H}_0 = \omega(\hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k} + \hat{S}_1^1 - \hat{S}_3^3) - \Delta(\hat{S}_1^1 + \hat{S}_3^3) \quad (4)$$

și \hat{H}_I reprezintă partea interacțiune,

$$\hat{H}_I = \{g_2 \hat{S}_3^2 [\frac{\hat{a}_k e^{ikz} - \hat{a}_{-k} e^{-ikz}}{2i}] e^{i\Delta t} + g_1 \hat{S}_2^1 [\frac{\hat{a}_k e^{ikz} - \hat{a}_{-k} e^{-ikz}}{2i}] e^{-i\Delta t} + h.c.\}.$$

Pentru simplitate, s-a exprimat energia în unități corespunzătoare $\hbar=1$. Aici $\hat{a}_{\pm k}^+$, $\hat{a}_{\pm k}$ sunt operatorii bosonici de creare și anihilare pentru modurile k și $-k$ respectiv, operatorii \hat{S}_n^m descriu tranzițiile dipol – active dintre nivelurile energetice ale atomului ($\hat{S}_n^m = |m\rangle\langle n|$), Δ este abaterea de la rezonanță dintre prima, a doua tranziție și modurile cavității, k este componenta vectorului de undă după axa Oz .

este utilizată transformarea unitară pentru modurile CEM, $\hat{T} = \exp[-ikz(\hat{a}_k^+ \hat{a}_k - \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k})]$ și o rotație descrisă de operatorul $\hat{U} = \exp[\gamma(\hat{a}_k^+ \hat{a}_{-k} - \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_k)]$, unde γ este un parametru real. Prin operatorul \hat{T} se trece la un sistem de referință legat de atom, altfel spus, originea sistemului de coordonate este transferată în poziția atomului. Rotația prin operatorul \hat{U} permite trecerea la noua reprezentare a modurilor CEM prin modurile colective, interactiv și ne-interactiv, astfel încât prin selectarea parametrului γ se poate de obținut un mod colectiv decuplat de atom. Este prezentată evoluția sistemului cuantic propus considerând că abaterea de la rezonanță este egală cu zero $\Delta=0$. În noua reprezentare, ecuația master a fost scrisă în forma:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho}(t) = [\hat{H}_{eff}, \tilde{\rho}(t)],$$

unde $\hat{H}_{eff} = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_I(t) - kv(\hat{a}_2^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_1^+ \hat{a}_2)$, $\tilde{H}_I = \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{H}_I \hat{T} \hat{U}$ și $\tilde{H}_0 = \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{H}_0 \hat{T} \hat{U}$. Urmând transformarea unitară, vom obține Hamiltonianul efectiv:

$$\hat{H}_{eff} = \omega(\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \hat{S}_1^1 - \hat{S}_3^3) + \{g_{e1} \hat{a}_1 \hat{S}_3^2 + g_{e2} \hat{a}_1 \hat{S}_2^1 + H.c.\} - kv(\hat{a}_2^+ \hat{a}_1 + \hat{a}_1^+ \hat{a}_2) \quad (5)$$

Aici noile constante de interacțiune dintre atom și câmp sunt exprimate prin precedentele: $g_{e1} = g_1 / i\sqrt{2}$, $g_{e2} = g_2 / i\sqrt{2}$. În Hamiltonianul interacțiune nu este prezentă interacțiunea dintre modul colectiv „2” și atom. Modul colectiv „2” al CEM devine decuplat de la atom, în consecință a fost numit mod colectiv ne-interactiv, iar modul „1” – mod colectiv interactiv. În noua reprezentare, datorită deplasării frecvențelor, modul interactiv devine cuplat cu modul ne-interactiv al CEM. Utilizând metoda de soluționare din capitolul precedent, sunt determinate stările proprii a Hamiltonianului de interacțiune (5) pentru o singură excitare a sistemului cuantic, utilizând metoda teoriei perturbațiilor, caz degenerat, ce posedă stările degenerate $|\psi_1\rangle = |2\rangle_a |0,0\rangle_{CEM}$, $|\psi_2\rangle = |3\rangle_a |1,0\rangle_{CEM}$ și $|\psi_3\rangle = |3\rangle_a |0,1\rangle_{CEM}$. Valorile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune obținute sunt $\lambda_{1(2)} = \pm\chi$, $\lambda_3 = 0$, unde $\chi = \sqrt{g_{e1}^2 + k^2 v^2}$. Coeficienții superpoziției pentru stările proprii ale Hamiltonianului de interacțiune pot fi ușor determinați $c_{1,1(2)} = \pm g_{e1} / \sqrt{2}\chi$, $c_{2,1(2)} = 1/\sqrt{2}$, $c_{3,1(2)} = \mp kv / \sqrt{2}\chi$, $c_{1,3} = kv / \chi$, $c_{2,3} = 0$ și

$c_{3,3} = g_{e1} / \chi$. În scopul observării influenței mișcării atomului, a fost studiat transferul de energie dintre modul rezonant interactiv 1 și modul rezonant ne-interactiv 2. Este analizată dependența de timp a numărului mediu de fotoni din fiecare mod $n_1 = \langle a_1^\dagger a_1 \rangle$ și $n_2 = \langle a_2^\dagger a_2 \rangle$. Pentru simplitate, s-a considerat starea inițială a atomului $|\psi(0)\rangle_a = |2\rangle_a$. Pentru această stare inițială, numărul mediu de fotoni pentru ambele moduri sunt descrise de următoarele expresii

$$n_1 = \frac{1}{\tilde{\chi}^2} \sin^2(\tilde{\chi}\tau), \quad n_2 = \frac{\varepsilon^2}{\tilde{\chi}^4} \{1 - \cos(\tilde{\chi}\tau)\}^2.$$

Aici $\tau = g_{e1}t$ și $\varepsilon = kv / g_{e1}$. În Fig. 6(a) poate fi observat că transferul de energie dintre modul colectiv rezonant 1 și modul 2 este funcție de viteza atomului (sau parametrul ε). Modificarea vitezei atomului oferă posibilitatea dirijării cu frecvența Rabi de interacțiune cu vidul CEM $\sqrt{g_{e1}^2 + k^2v^2}$. Dacă parametrul ε este mic, se poate neglija influența mișcării atomului asupra dinamicii sistemului.

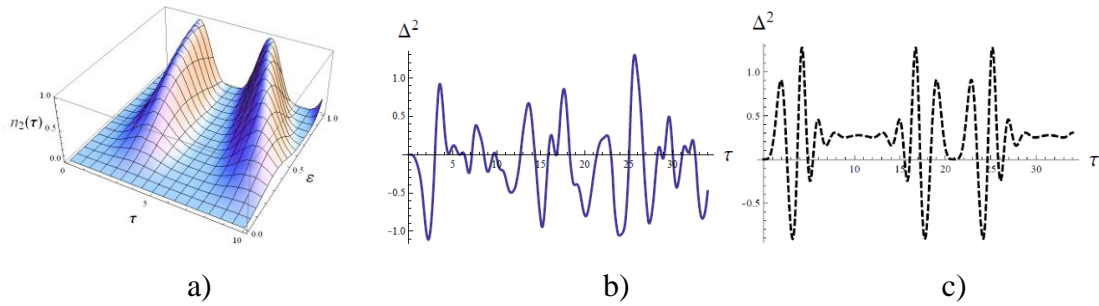


Fig. 6. (a) Nutații cuantice în vid pentru

$n_2(\tau, \varepsilon)$: $\tau = g_{e1}t$, $\varepsilon = kv / g_{e1}$, $|\Psi(0)\rangle = |2\rangle_a |0,0\rangle_{CEM}$. **Fluctuații cuantice pentru numărul de fotoni obținute pentru modelul descris în acest capitol (b) și după modelul cuplajului**

dependent de timp (c). $\eta = g_{e1} / g_{e2} = 1$, $|\psi(0)\rangle_a = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle + |2\rangle)$, $\alpha = 1$, $\varepsilon = kv / g_{e2} = 0,3$.

Următoarele cercetări sunt dedicate descrierii dinamicii sistemului cuantic atunci când atomul posedă o viteză mică de deplasare, $kv \ll g_{e1(e2)}$. Este neglijat cuplajul modurilor colective, din Hamiltonianul (5). În această aproximație partea liberă \tilde{H}_0 comută cu partea interacțiune \tilde{H}_I . Urmând metoda vectorilor operatori, în spațiul Hilbert format de stările atomului, $\hat{x}_1(t) = \exp\{-i\tilde{H}_I t\} |1\rangle$, $\hat{x}_2(t) = \exp\{-i\tilde{H}_I t\} |2\rangle$ și $\hat{x}_3(t) = \exp\{-i\tilde{H}_I t\} |3\rangle$, funcția de undă a sistemului este dată prin expresia:

$$|\Psi(t)\rangle = \{a\hat{x}_1(t) + b\hat{x}_2(t) + c\hat{x}_3(t)\} |\psi_0(t)\rangle. \quad (6)$$

La soluționarea ecuației Schrödinger sunt obținute următoarele expresii

$$\hat{x}_1(t) = g_{e2}(\hat{c}_2 e^{-i\Omega t} - \hat{c}_1 e^{i\Omega t}) \frac{1}{\hat{\Omega}} \hat{a}_1^\dagger + \hat{c}_3, \quad \hat{x}_2(t) = \hat{c}_1 e^{i\Omega t} + \hat{c}_2 e^{-i\Omega t}, \quad \hat{x}_3(t) = g_{e1}(\hat{c}_2 e^{-i\Omega t} - \hat{c}_1 e^{i\Omega t}) \frac{1}{\hat{\Omega}} \hat{a}_1 + \hat{c}_4,$$

Aici au fost realizate notațiile:

$$\hat{c}_1 = \frac{1}{2} |2\rangle - \hat{a}_1 \frac{g_{e2}}{2\hat{\Omega}} |1\rangle - \hat{a}_1^\dagger \frac{g_{e1}}{2\hat{\Omega}} |3\rangle, \quad \hat{c}_2 = \frac{1}{2} |2\rangle + \hat{a}_1 \frac{g_{e2}}{2\hat{\Omega}} |1\rangle + \hat{a}_1^\dagger \frac{g_{e1}}{2\hat{\Omega}} |3\rangle,$$

$$\hat{c}_3 = |1\rangle [1 - g_{e2}^2 \hat{a}_1 \frac{1}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1^\dagger] - |3\rangle g_{e1} g_{e2} \hat{a}_1 \frac{1}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1^\dagger, \quad \hat{c}_4 = |3\rangle [1 - \hat{a}_1^\dagger \frac{g_{e1}}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1] - |1\rangle \hat{a}_1 \frac{g_{e1} g_{e2}}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1,$$

iar, $\hat{\Omega} = \sqrt{g_{e2}^2 \hat{n}_1 + g_{e1}^2 (\hat{n}_1 + 1)}$. Funcția de undă (6) a fost prezentată în forma analitică

$$|\Psi(t)\rangle = |f_1(t)\rangle + |f_2(t)\rangle + |f_3(t)\rangle, \quad \text{unde s-a notat prin vectorii } |f_i(t)\rangle = \hat{x}_i(t) |\psi_0(t)\rangle, \text{ care sunt}$$

determinați în funcție de starea inițială a sistemului. Utilizând acești vectori se poate descrie și

$$\text{dinamica fluctuațiilor cuantice } \Delta^2 = \langle f_i(t) | \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} | f_i(t) \rangle - \langle f_i(t) | \hat{a}^\dagger \hat{a} | f_i(t) \rangle \times \langle f_j(t) | \hat{a}^\dagger \hat{a} | f_j(t) \rangle,$$

a numărului de fotoni. Pentru simplitate s-a considerat că se realizează suma de la 1 la 3 pentru

indicele care se repetă și notația $n_1 = n$. Au fost obținute următoarele expresii

$$p_i(f) = \langle f_i(t) | f(n) | f_i(t) \rangle, \quad i = 1, 2, 3; \quad \eta = g_{e1} / g_{e2}, \quad \tau = g_{e2} t, \quad \varepsilon = kv / g_{e2},$$

$\tilde{\Omega}(n) = \sqrt{n + \eta^2 (n + 1)}$. În Fig. 6(b) poate fi observat că în dependența fluctuațiilor pentru numărul

de fotoni în funcție de timp nu se atestă o periodicitate în evoluția acestora, în comparație cu

modelul cuplajului dependent de timp (prezentat în Fig. 6 (c)). Periodicitatea din modelul

cuplajului dependent de timp este cauzată de dispariția interacțiunii dintre atom și unda EM

staționară în nodurile acesteia și reluarea evoluției stării sistemului de la starea inițială.

În capitolul IV „*Condensatul Bose-Einstein sub influența subsistemului de atomi necondensat*”

au fost studiată interacțiunea binară dintre atomii diferitor specii și posibilitatea modificării

tranziției de condensat BE a unei specii sub influența alteia. Dacă se vor nota două specii (tipuri

distincte de bosoni) de gaze Bose, notate prin A și C , în prezența interacțiunii atomice binare

intra-specie (dintre atomii de același tip) și inter-specie (dintre atomii diferiți), Hamiltonianul

amestecului de gaze a fost prezentat în următoarea formă obținut prin utilizarea transformatei

Fourier din Hamiltonianul amestecului:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_p \frac{p^2}{2m_a} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p, p', q} U_a(q) \hat{a}_{p+q}^\dagger \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{a}_p + \sum_p \frac{p^2}{2m_c} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \\ & + \frac{1}{2L^3} \sum_{p, p', q} U_c(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_{p'+q} \hat{c}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p, p', q} U_{ac}(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{c}_p. \end{aligned}$$

Aici $m_{a(c)}$ sunt masele bosonilor speciei A și C respectiv, $U_{a(c)}(q)$ - potențialul binar de

interacțiune dintre doi bosoni ce aparțin speciei A sau C , $U_{ac}(q)$ - potențialul de interacțiune binar dintre doi bosoni ce aparțin la două specii diferite. În continuare este cercetat sistemul în domeniul de temperaturi în care temperatura critică $T_c \sim \hbar^2 n^{2/3} / mk_B$, a unui subsistem este mult mai mică decât cea a subsistemului al doilea, asigurată de diferența semnificativă de masă a componentelor. În această limită, a fost utilizată metoda de eliminare în aproximația Born-Markov a operatorilor pentru subsistemul ce posedă o temperatură critică de condensare BE mult mai mică. Utilizând metoda operatorului de proiectare, pentru eliminarea operatorilor subsistemului ne-condensat, ce posedă un număr mare al gradelor de libertate, Hamiltonianul sistemului formal a fost divizat în două părți, $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, unde \hat{H}_0 conține partea liberă a Hamiltonianului și interacțiunea inter-specie (dintre un atom A și un atom C) și intra-specie (dintre doi atomi ai aceleiași specii):

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 = & \sum_p \frac{p^2}{2m_a} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \sum_p \frac{p^2}{2m_c} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p'} U_{ac}(0) \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \\ & + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_a(q) \hat{a}_{p+q}^\dagger \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{a}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_c(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_{p'+q} \hat{c}_p. \end{aligned}$$

Hamiltonianul ce descrie interacțiunea dintre subsistemele A și C a fost prezentat în forma

$$\hat{H}_I = \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_{ac}(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{c}_p (1 - \delta_{0,q}).$$

În Hamiltonianul de interacțiune a fost inclusă interacțiunea perturbativă dintre atomii subsistemului A și C , în condiția în care atomii din subsistemul A sunt distribuiți în starea necondensată în spațiul q al coordonatelor. Așa cum în intervalul de temperaturi $T \in (T_c, T_A)$, subsistemul C este rapid oscilant, în aproximația Born-Markov este eliminat acest sistem, prin utilizarea ecuației Liouville în reprezentarea interacțiune $\partial \tilde{\rho}(t) / \partial t = -i \lambda \tilde{L}_I(t) \tilde{\rho}(t)$. Aici $\lambda \tilde{L}_I(t) = [\tilde{H}_I(t), \dots] / \hbar$, $\tilde{H}_I(t) = \exp[i \hat{H}_0 t] \hat{H}_I \exp[-i \hat{H}_0 t]$. Astfel, pentru matricea de densitate, în aproximația Born-Markov, după eliminarea subsistemului C rapid oscilant, s-a obținut ecuația master

$$\frac{\partial \tilde{W}(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\tilde{H}^{eff}, \tilde{W}(t)] + \Lambda \tilde{W}(t). \quad (7)$$

Primul termen din partea dreaptă a acestei ecuații corespunde părții Hamilton, care descrie interacțiunea dintre atomii subsistemului A . Al doilea termen, $\Lambda \tilde{W}(t)$ descrie pierderile din sistem. Hamiltonianul efectiv din comutator descrie schimbul virtual dintre atomii subsistemului A prin intermediul subsistemului C

$$\tilde{H}^{eff} = \sum_p \varepsilon_p^a \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p_1, p', q} \tilde{G}(q, T) \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p_1+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p_1}(t), \quad (8)$$

unde transformata Fourier a potențialului interatomic este schimbată prin funcția efectivă, dependentă de temperatură, $\tilde{G}(q, T) = G(q) - W(q, T)$, obținută după renormarea potențialului de cuplaj al interacțiunii efective dintre perechile de atomi ale subsistemului A prin intermediul subsistemului C .

Conform expresiei (7) partea adițională în Hamiltonianul efectiv (8) conține potențialul de interacțiune dependent de temperatură:

$$W(q, T) = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{1}{2L^3} \right) U_{ac}(-q) U_{ac}(q) \sum_p \frac{N_{p+q}^c - N_p^c}{\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a}, \quad (9)$$

care este proporțional cu diferența dintre numărul mediu al atomilor C în perechea de moduri $\{p+q, p\}$. Mai sus s-au utilizat notațiile $\varepsilon_p^a = (p^2 + U_{ac}(0)n_c m_a) / (2m_a)$, $\varepsilon_p^c = p^2 / (2m_c)$, $N_p^c = 1 / \{\exp[(\varepsilon_p^c - \mu_c) / T] - 1\}$ - distribuția bosonilor C în condensat, pentru simplitate, temperatura este exprimată în unități ce corespunde $k_B = 1$. Aici $n_c = \sum_p \langle \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \rangle / V$. Contribuția acestui potențial depinde de numărul de atomi din modul dispersat p din apropierea stării condensate $q \rightarrow 0$, care crește odată cu creșterea numărului de atomi din subsistemul C . Acest termen suplimentar al potențialului de interacțiune este de semn opus potențialului tradițional de cuplaj $G(q)$, și pentru temperaturi mici, $T \rightarrow 0$, dispare asimptotic. Constanta de interacțiune $\tilde{G}(q) = [\tilde{G}(r) \exp[i(\mathbf{q}, \mathbf{r})]] d^3 \mathbf{r}$, s-a înlocuit în apropierea stării condensate cu un potențial efectiv lent, $G(0) = 4\pi \hbar^2 a / m = g$. A fost determinată limita $q \rightarrow 0$ pentru funcția $W(q, T)$

$$g_k(T) = \lim_{q \rightarrow 0} W(q, T) = \frac{2\pi U_{ac}^2(0)}{\hbar^4 (2\pi)^3 T} \int_0^\infty p^2 dp \left[\frac{\exp[(\varepsilon_p^c - \mu_c) / T]}{(\exp[(\varepsilon_p^c - \mu_c) / T] - 1)^2} \right]. \quad (10)$$

Aici s-a considerat că potențialul chimic al subsistemului C este negativ $\mu_c < 0$. Pentru energii mici ale atomilor C , $\varepsilon_p^c - \mu_c \ll T$ și $\varepsilon_p^c \gg \mu_c$ s-a obținut, că termenii de sub integrală iau forma

analitică simplă $I = \frac{T}{\varepsilon_p^c \varepsilon_p^c}$. Aceasta corespunde situației când potențialul nu influențează sistemul

la temperaturi joase ($T \rightarrow 0$). Aici s-a considerat că energiile particulelor A în condensat iau valoarea zero $|\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c| \gg |\varepsilon_{p_1}^a - \varepsilon_{p_1+q}^a|$. În continuare raportul dintre g și g_k , a fost notat prin

$\kappa(T) = g_k / g$, care este exprimat din (10) prin schimbul de variabile $x = \varepsilon_p^c / T$ - o variabilă relativă pentru energie, adimensională și ținând cont că componenta C nu este un gaz relativist,

impulsul a fost reprezentat prin energie, $pdp = dp^2 / 2 = m_c d\varepsilon_p^c$, unde $p = \sqrt{2m_c \varepsilon_p^c}$. Trecând la noua variabilă relativă, x , s-a obținut următoarea expresie pentru parametrul $\kappa(T)$

$$\kappa(T) = \kappa \sqrt{T} \int_0^\infty \sqrt{x} \left[\frac{\exp[x - \mu_c / T]}{\{\exp[x - \mu_c / T] - 1\}^2} \right] dx, \quad (11)$$

unde $\kappa = (\sqrt{2}U^2(0)(m_c)^{3/2}) / (\hbar^4 g(2\pi)^2)$. După cum rezultă din această descriere, s-a obținut un Hamiltonian al unui gaz Bose ce conține interacțiunea binară, dar în modelul propus în locul constantei de interacțiune g , este introdusă o funcție dependentă de temperatură $\tilde{g} = g(1 - \kappa(T))$. A fost observat că integrala în expresia (11) devine divergentă dacă se calculează limita către valoarea zero a temperaturii în cazul când potențialul chimic μ_c tinde la zero. Pentru a evita această divergență, a fost luată mai întâi limita la zero a temperaturii, apoi aceeași limită pentru potențialul chimic μ_c . Astfel a fost obținut Hamiltonianul efectiv pentru subsistemul A în care constanta de interacțiune spre deosebire de Hamiltonianul standard, în ordinul doi al teoriei perturbațiilor, depinde de temperatură

$$\hat{H} = \sum_p \varepsilon_p^a \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{\tilde{g}}{2L^3} \sum_{p_1, p', q} \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p_1+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p_1}(t), \quad (12)$$

Această dependență este reprezentată prin parametrul unidimensional $\kappa(T)$ descris în expresia (11). În continuare a fost urmată aproximația obișnuită în CBE la temperaturi mici prin introducerea numărului total de atomi pentru componenta A : $\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + \sum_{p \neq 0} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p = N$. Considerând că numărul de atomi din condensat este aproximativ egal cu N , se obține $(\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 + \sum_{p \neq 0} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p)^2 \simeq N^2 - 2N \sum_{p \neq 0} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p$ și considerând că distribuția Gibbs pentru acest gaz Bose se respectă, dependența de temperatură a fracției atomilor din condensat este dată de expresia:

$$n_0(T) = n - \frac{(mT)^{3/2}}{\sqrt{2\pi^2 \hbar^3}} \int_0^\infty dx \sqrt{x} \left[\frac{xT + \tilde{g}n}{2\sqrt{xT(xT + 2\tilde{g}n)}} \coth\left(\frac{\sqrt{xT(xT + 2\tilde{g}n)}}{2T}\right) - \frac{1}{2} \right], \quad (13)$$

Pentru observarea influenței interacțiunii neliniare, în estimările numerice, este utilizată expresia obținută din (13):

$$n_0 = n - \frac{(m\tilde{g}n_0)^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{2A} \sum_j \varepsilon \cosh(j\varepsilon / 2) \sum_{q=1}^\infty \frac{1}{q} \exp[-Aq \sinh(j\varepsilon)] \right\} \quad (14)$$

unde $A = \tilde{g}n_0 / T$.

Dependența pentru concentrația atomilor din condensat, construit pentru o temperatură relativă, este prezentat în Fig. 9 ($n_0 = \frac{N_0}{V}$). Parametrul neliniar $\kappa(T)$ introdus de interacțiunea

cu atomii din amestec ce nu intră în condensat asigură o tranziție de fază diferită de cea tradițională (de culoare albastră). Odată cu creșterea concentrației atomilor, crește temperatura critică și rata atomilor din condensat, $T_c \sim \hbar^2 n^{2/3} / mk_B$ (Fig. 9(a)). Spre deosebire de tranziție tradițională, la temperaturi mici, odată cu creșterea temperaturii, se evidențiază creșterea ratei atomilor în starea condensată, după care, o descreștere. Particularitatea legată de creșterea parametrului de ordine, odată cu creșterea temperaturii, poate fi observată din rezultatele numerice prezentate în Fig. 9 (a, b), pentru $\kappa = 0$ și $\kappa \neq 0$ respectiv.

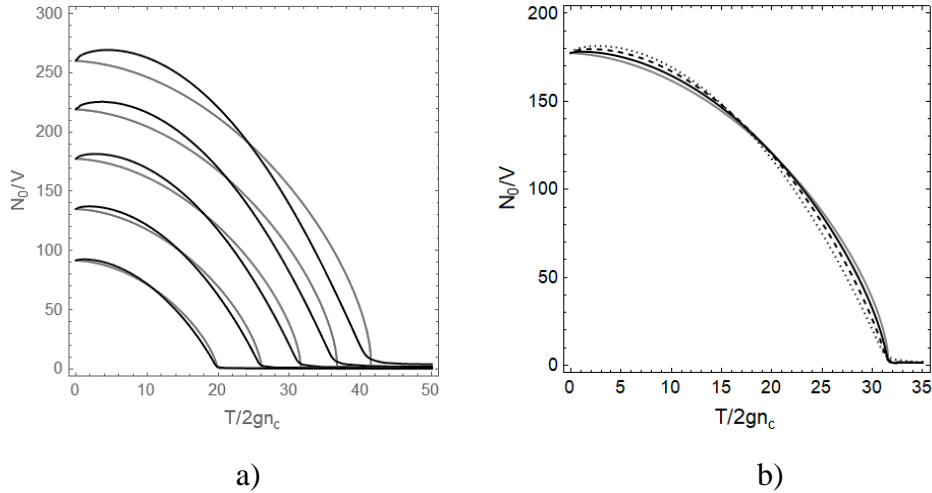


Fig. 9 Dependența parametrului de ordine la tranziția CBE. (a) $\varepsilon = 0.1$, $g = 0.1$, $(mn_0)^{3/2} / (\pi^2 \hbar^3) = 0.9$, $|\mu| = 0.01$, $n = 100, 150, 200, 250, 300$; $\kappa = 0.03$ pentru curbele de nuanță neagră și $\kappa = 0.0$ pentru cele de nuanță gri. (b) $n = 200$, $\kappa = 0$ (gri), $\kappa = 0.01$ (negru), $\kappa = 0.02$ (linie întreruptă), $\kappa = 0.03$ (linie punctată).

Odată cu creșterea valorii parametrului neliniar κ , se observă o divergență în comportamentul pentru fracția atomilor din condensat în funcție de temperatură în apropierea punctului critic de tranziție. Metoda de expansiune propusă pentru numărul de atomi din condensat este justă doar pentru valori ale temperaturii mai mici decât temperatura critică. Pentru temperaturi apropiate de cea critică, descompunerea după parametrul legat de numărul de atomi la temperatura zero nu este aplicabilă. Necesitatea unei alte abordări pentru descompunerea după acest parametru în tranziția CBE neliniară impune noi cercetări.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

În teză au fost studiate fenomenele cooperative ce apar la interacțiunea sistemelor cuantice de emițători la interacțiunea lor cu modurile staționare ale câmpului electromagnetic. În capitolul 2 a fost propusă utilizarea simetriei de rotației legată de cuplajul dintre cavități prin împachetarea lor în molecule fotonice, asupra formării subspațiilor Hilbert, ce permite soluționarea simplificată a problemei. A fost evidențiată posibilitatea generării inseparabilității cuantice dintre atomii plasați în cavitățile optice cuplate. Cadrul teoretic dezvoltat pentru descrierea dinamicii moleculelor fotonice dopate cu emițători cuantici permite evidențierea influenței simetriei de cuplaj al cavităților asupra inseparabilității cuantice. În capitolul III a fost descrisă interacțiunea dintre emițătorul cuantic în mișcare și modurile degenerate de cavitate. Rezultatul important științific legat de acest capitol constă în elucidarea unei dinamici diferite pentru numărul de fotoni și statistica câmpului de cavitate în comparație cu modelele teoretice abordate pentru acest sistem cuantic. Modelarea teoretică realizată ar putea aduce un aport semnificativ în domeniul captării în câmp electromagnetic al emițătorilor cuantici. În capitolul IV a fost propus modelul tranziției de fază de tip Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice. Modelarea teoretică a problemei se bazează pe excluderea unui subsistem cuantic în interacțiune în limitele aproximației Born-Markov. Printre importante realizări ale acestui capitol poate fi menționată posibilitatea manipulării tranziției de fază prin intermediul unei alte componente, care generează un potențial binar de interacțiune dependent de temperatură dintre atomii ce intră în condensat. Deosebirea de tranziția tradițională CBE constă în potențialul binar de interacțiune dependent de temperatură. Modelarea teoretică prezentată în acest capitol demonstrează influența parametrului neliniar inclus asupra fracției atomilor ce intră în starea de condensat Bose-Einstein, astfel modificând semnificativ dinamica tradițională a acestei tranziții. Obiectivele principale ale cercetării au fost realizate integral.

Principalele teze înaintate spre susținere:

1. Au fost elaborate procedeele pentru descrierea dinamicii sistemului cuantic format din cavități optice cuplate, în care sunt captați emițători cuantici, fapt ce poate contribui la crearea stărilor inseparabile pentru utilizarea lor ulterioară la prelucrarea cuantică a informației.
2. A fost reconceptualizat principiul indistinctibilității prin utilizarea acestuia atât pentru excitații atomice, cât și pentru excitații ale modurilor de cavitate pentru câmpul electromagnetic, având ca scop identificarea posibilităților de manipulare a dinamicii moleculelor cuantice formate din cavități optice cuplate. Cadrului teoretic dezvoltat ar putea admite implementarea acestor sisteme cuantice în tehnologiile moderne (procesare cuantică a informației, senzori etc.).
3. A fost prezentată metoda pentru descrierea interacțiunii dintre emițătorii cuantici în mișcare și modurile degenerate ale câmpului electromagnetic de cavitate, fapt ce a contribuit la

evidențierea posibilităților de manipulare și generare selectivă a rezonanței dintre câmpul electromagnetic și emițătorul cuantic prin intermediul vitezei acestuia în raport cu cavitatea. Modelul propus ar putea fi utilizat pentru îmbunătățirea cadrului teoretic aplicat în domeniul captării cuantice ale atomilor. Descrierea efectului cooperativ de interacțiune dintre modurile degenerate prin intermediul emițătorului cuantic, deschide calea unor noi posibile implementări ale acestui sistem cuantic.

4. A fost dezvoltat modelul ce descrie influența efectelor cooperative de interacțiune dintre particulele unui gaz bosonic prin intermediul altei componente, cu diferență semnificativă de masă, ceea ce a contribuit la evidențierea particularităților nespecifice în evoluția parametrului de ordine din condensatul Bose-Einstein. Abordarea propusă ar putea îmbunătăți cadrul teoretic existent utilizat pentru descrierea tranziției de fază către condensat Bose-Einstein.

Recomandări

- **Se recomandă** studiul influenței interacțiunii dintre două moduri degenerate ale câmpului electromagnetic asupra mișcării atomului și posibilităților de captare a acestuia.
- **Se recomandă** elucidarea corelațiilor cuantice care apar între componentele subsistemelor cuantice în interacțiune, de tip cavitate-atom. Dezvoltarea acestei probleme ar permite testarea modelului fizic descris în teză și implementarea acestui model în domeniul prelucrării cuantice a informației.
- **Se recomandă** revizuirea metodei utilizate pentru calculul parametrului de ordine la temperatura $T = 0$ pentru eliminarea divergenței.

BIBLIOGRAFIE

1. DICKE, R. H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes. În: *Phys. Rev.* 1954, vol. 93 pp. 99–110.
2. BRENNEN, G. K., DEUTSCH, I. H. Entangling dipole-dipole interactions for quantum logic in optical lattices. În: *Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS 2000). Technical Digest. Postconference Edition. TOPS Vol.40 (IEEE Cat. No.00CH37089)*, San Francisco, CA, USA, 2000, pp. 149-150.
3. COOPER, N. R., REZAYI E. H., SIMON S. H. Vortex Lattices in Rotating Atomic Bose Gases with Dipolar Interactions. În: *Phys.Rev.Lett.* 2005, vol. 95, pp.200402-1–200402-4.
4. ZHANG, J., ZHAI, H. Vortex Lattices in Planar Bose-Einstein Condensates with Dipolar Interactions. În: *Phys. Rev. Lett.* 2005, vol. 95, pp. 200403-1–200403-4.
5. BONIFACIO, R. et al. Chaotic and cooperative regimes for the micromaser. În: *Phys. Rev. A.* 1993, vol. 47, pp. R2464(R)–R2467(R).
6. ORSZAG, M. et al. Quantum cooperative effects in a micromaser. În: *Phys. Rev. A.* 1994, vol. 49, pp. 2933–2937.
7. LIDAR, D. A., BIHARY, Z., BIRGITTA WHALEY, K. From completely positive maps to the quantum Markovian semigroup master equation. În: *Chem. Phys.* 2001, vol. 268, pp. 35–53.
8. FU, K.-M. et al. Observation of the Dynamic Jahn-Teller Effect in the Excited States of Nitrogen-Vacancy Centers in Diamond. În: *Phys. Rev. Lett.* 2009, vol. 103, pp. . 256404-1–256404-4.
9. PRASANNA VENKATESH B., JUAN, M.L., ROMERO-ISART, O. Cooperative Effects in Closely Packed Quantum Emitters with Collective Dephasing. În: *Phys. Rev. Lett.* 2018, vol. 120, pp. 033602-1–033602-6.
10. CUMMINGS F. W. Stimulated emission of radiation in a single mode. În: *Phys. Rev.* 1965, vol. 140 (4A), pp. A1051–A1056.
11. YOSHIE, T. et al. Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity. În: *Nature.* 2004, vol. 432, pp. 200–203.
12. KASPRZAK, J. et al. Up on the Jaynes-Cummings ladder of a quantum-dot/microcavity system. În: *Nature Materials.* 2010, vol. 9, pp. 304–308.
13. YE J., VERNOOY, D.W., KIMBLE, H.J., Trapping of Single Atoms in Cavity QED. În: *Phys. Rev. Lett.* 1999, vol. 83, pp. 4987– 4990.
14. MOSSBERG, T.W., LEWENSTEIN, M., GAUTHIER, D.J., Trapping and cooling of

- atoms in a vacuum perturbed in a frequency-dependent manner. *In: Phys. Rev. Lett.* 1991, vol. 67, pp. 1723–1726.
15. KRUSE, D. et al. Cold atoms in a high-q ring cavity. *In: Phys. Rev. A.* 2003, vol. 67, pp. 051802(R)-1–051802(R)-4.
 16. BRIEGEL, H.J., ENGLERT, B.G. Quantum optical master equations: The use of damping bases. *In: Phys. Rev. A.* 1993, vol. 47, pp. 3311–3329.
 17. CARMICHAEL, H. *An Open Systems Approach to Quantum Optics.* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993. 182 p.
 18. BORISKINA, S.V. Photonic Molecules and Spectral Engineering. Photonic Microresonator Research and Applications. *In: Springer Series in Optical Sciences.* 2010, vol. 156, pp. 393–421.
 19. FULLER, K.A. Optical resonances and two-sphere systems. *In: Appl. Opt.* 1991, vol. 30, pp. 4716–4731.
 20. NUßMANN, S. et. al Vacuum-stimulated cooling of single atoms in three dimensions. *In: Nature Physics.* 2005, vol. 1, pp. 122-125.
 21. MURR, K. Large velocity capture range and low temperatures with cavities. *In: Phys. Rev. Lett.* 2006, vol. 96, pp. 253001-1–253001-4.
 22. DOMOKOS, P., VUKICS, A., RITSCH, H. Anomalous doppler-effect and polariton-mediated cooling of two-level atoms. *In: Phys. Rev. Lett.* 2004, vol. 92, pp. 103601-1–103601-4.
 23. HO, T.-L., SHENOY, V.B. Binary mixtures of bose condensates of alkali atoms. *In: Phys. Rev. Lett.* 1996, vol. 77, pp. 3276–3279.
 24. AO, P., CHUI, S. T., Binary Bose-Einstein condensate mixtures in weakly and strongly segregated phases. *In: Phys. Rev. A,* 1998, vol. 58 pp. 4836–4840.
 25. ESRY, B. D. et al. Hartree-Fock theory for double condensates. *In: Phys. Rev. Lett.,* 1997, vol. 78, pp. 3594–3597.
 26. GRAHAM, R., WALLS, D. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *In: Phys. Rev. A.* 1998, vol. 57, pp. 484–487.
 27. MYATT, C.J. et al. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *In: Phys. Rev. Lett.* 1997, vol. 78, pp. 586–589.
 28. STENGER, J. et al. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *In: Nature* 1999, vol. 396, pp. 345–348.
 29. MODUGNO, G. et al. Two atomic species superfluid. *In: Phys. Rev. Lett.* 2002, vol. 89, pp. 190404-1–190404-4.

LISTA PUBLICAȚIILOR LA TEMA TEZEI

1. Articole în diferite reviste științifice

1. Articole în diferite reviste științifice

1.1. în reviste internaționale cotate ISI și SCOPUS

1. BAZGAN, S., PEZZE, L., SMERZI A., ENAKI, N. A. Description of Bose–Einstein condensate of cold gas in interaction through virtual states of non-condensate atomic components. În: *Physica A: Stat. Mech. Appl.* 2018, vol. 503, pp. 190-199. doi:10.1016/j.physa.2018.02.184. IF=2,500
2. ENAKI, N.A., BAZGAN, S. Collective excitations of atoms and field modes in coupled cavities. În: *Phys. Scr.* 2014, vol. 2014, pp.014010-1-014010-6. doi:10.1088/0031-8949/2014/T160/014010 IF=2,151
3. ENAKI, N.A., BAZGAN, S. Exact solution for energy transfer between radiators localized in separate coupled cavities. În: *Phys. Scr.* 2013, vol. 2013, pp. 014022-1-014022-6. doi:10.1088/0031-8949/2013/T153/014022. IF=2,151
4. ENAKI, N.A., BAZGAN, S. Symmetry of packing of doped cavities and its influence on the emission spectrum of entangled states. În: *Rom. Reports in Phys.* 2015, vol. 67(4), pp. 1322-1330. http://www.rrp.infim.ro/2015_67_4/A10.pdf. IF=1,94
5. ENAKI, N. A., BAZGAN, S., CIOBANU, N., TURCAN, M., PASLARI, T., RISTOSCU, C., VASEASHTA, A., MIHAILESCU, I.N. Improvement in ultraviolet based decontamination rate using meta-materials. În: *Applied Surface Sciences* 2017, vol. 417, pp. 40-47. doi:10.1016/j.apsusc.2017.01.133. IF=5,155
6. BAZGAN, S., RISTOSCU, C., NEGUT, I., HAPENIUC, C., TURCAN, M., CIOBANU, N., MIHAILESCU, I. N., ENAKI, N.A. Propagation of UV radiation through meta-materials and its application in bio- decontamination. În: *Rom. Reports in Phys.* 2015, vol. 67(4), pp. 1602-1607, 2015. http://www.rrp.infim.ro/2015_67_4/A40.pdf. IF=1,94

1.2. în reviste din străinătate recunoscute

1. BAZGAN, S. Control of quantum correlation between atoms placed in coupled cavities. În: *SPIE Proceedings* 2018, Vol. 10977, pp. 109771G-1-109771G-5. doi:10.1117/12.2324248
2. ENAKI, N.A., BAZGAN, S. Doppler effect in opposite propagating modes of cavity. În: *SPIE Proceedings* 2016, Vol. 10010, pp. 100101X-1-100101X-11. doi:10.1117/12.2243328.
3. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., MIHAILESCU, I. N. Measurements of amplitude and frequencies of subwavelength oscillations of atoms using resonance fluorescence of three levels atom in two standing waves. În: *SPIE Proceedings* 2015, Vol. 9258, pp. 92581K-1-92581K-9. doi:10.1117/12.2070332

1.3. În culegri științifice, lucrările conferințelor științifice internaționale (R. Moldova)

1. BAZGAN, S. Corelații cuantice între atomi plasați în cavități optice cuplate. În *Telecommunications, Electronics and Informatics 2018*, vol. 6, pp. 505-507. https://ibn.idsi.md/sites/default/files/imag_file/505-507.pdf

2. Materiale/ teze la forurile științifice

2.1. conferințe internaționale (peste hotare)

1. BAZGAN, S. Control of quantum correlation between atoms placed in coupled cavities. În: *Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies (ATOM-N 2018)*, August, 23-26, Constanta, Romania. Book of Abstracts, pp. 199-203.
2. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Doppler effect in opposite propagating modes of cavity, *Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies (ATOM-N 2016)*, August, 25-27, Constanta, Romania.
3. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Symmetry of packing of doped cavities and its influence on the emission spectrum of entangled states of excitations, *11th International Conference "Micro-to Nano-Photonics IV- ROMOPTO 2015" September 1 - 4, 2015*, Bucharest, Romania
4. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Symmetry of packing geometry of doped cavities and its influence on the emission spectrum of entangled states of excitations, *Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO 2015)*, July 6 - 10, 2015, Warsaw, Poland.
5. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Doppler modification of the Rabbi frequency and dynamic of quantum fluctuations during the flaying time of two and three level atom through the cavity, *Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO 2014)*, June 23-27, 2014, Brussels, Belgium.
6. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Collective excitations of atoms and field modes in coupled cavities, *Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO 2013)*, June 16 - 20, 2013, Stockholm, Sweeden.
7. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Manipulation of resonance fluorescence of the atoms or ions, which are subjected to mechanical oscillations in a standing wave, *ICONO/LAT 2013*, June 18 - 22, 2013 Moscow, Russia.
8. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Exchange energy and trapping conditions for two radiators fling trough separate quantum cavities, *Central European Workshop on Quantum Optics (CEWQO 2012)*, July 2 - 6, 2012, Sinaia, Romania.

9. ENAKI, N.A., BAZGAN, S., Energy transfer between radiators localized in separate coupled optical cavities and its application in quantum processing, *Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics, and Nanotechnologies (ATOM-N 2012)*, august 23 - 26, 2012, Constanta, Romania.

2.2. conferințe internaționale, în R. Moldova

1. BAZGAN, S., Corelații cuantice între atomi plasați în cavități optice cuplate, 6th *International Conference "Telecommunications, Electronics and Informatics" (ICTEI 2018)*, 24-27 mai, Chișinău, Moldova.
2. BAZGAN, S., Coherent excitation of bio-molecules in three level resonance with two standing waves and its connection with Raman coherent scattering microscopy, *3rd International Conference "Health Technology Management" (ICHTM 2016)* 6-7 octombrie, Chișinău. In book of Abstracts, pp. 55.

ADNOTARE

la teza „*Transferul cooperativ dintre radiatorii cu multe nivele la interacțiunea lor prin intermediul vidului liber și de cavitate*”, prezentată de Bîzgan Serghei pentru conferirea gradului de doctor în științe fizice la specialitatea 131.03 „*Fizica statistică și cinetică*”.

Structura tezei: Teza a fost perfectată la Institutul de Fizică Aplicată, Chișinău, 2021, este scrisă în limba română și constă din introducere, 4 capitole, concluzii generale și recomandări, 176 titluri bibliografice, 103 pagini de text de bază, 28 figuri. Rezultatele prezentate în teză sunt publicate în 9 lucrări științifice.

Cuvinte cheie: microcavitate optică, radiatori, inseparabilitate cuantică, efecte cooperative, tranziție de fază, condensat Bose-Einstein.

Domeniul de studiu: efecte cooperative dintre atomi și cavități.

Scopul tezei: Descrierea efectelor cuantice cooperative ale sistemelor formate din radiatori (atomi, molecule etc.) la interacțiunea prin intermediul vidului liber sau câmpului electromagnetic de cavitate și posibilități de aplicare a lor în transmiterea și prelucrarea a informației cuantice.

Obiectivele: să se analize interacțiunea dintre cavități optice cuplate, dopate cu emițători cuantici; să se detecteze fenomenul de inseparabilitate cuantică între atomii plasați în cavități optice distincte; să se demonstreze că indistinctibilitatea dintre atomi și/sau fotoni poate reduce numărul gradelor de libertate prin formarea subspațiilor Hilbert, ce ar permite soluționarea simplificată a problemei; să se demonstreze posibilitatea de dirijare tranziției de fază Bose-Einstein a atomilor de masă mică în interacțiune de schimb neliniară; să se identifice posibilitățile utilizării materialelor optice în procesul decontaminării pentru împrăștierea eficientă a radiației UV în tot volumul fluidului contaminat.

Noutatea și originalitatea științifică: studiul sistemelor cuantice formate din cavități optice cuplate, dopate cu emițători cuantici; a fost propusă utilizarea simetriei sistemelor cuantice de tip molecule fotonice pentru reducerea semnificativă a dimensiunii spațiului Hilbert; a fost studiată dinamica sistemului cuantic format dintr-un atom ce se mișcă prin modurile electromagnetice ce se propagă în sens opus, a fost cercetată tranziția de fază Bose-Einstein a atomilor de masă mică sub influența atomilor grei în cazul unei interacțiuni neliniare între specii.

Problema științifică soluționată: constă în descrierea fenomenelor cooperative ce apar atât la cuplajul dintre cavități optice dopate cu emițători cât și în condensatul neliniar Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice. Au fost descrise posibilitățile de dirijare a informației încapsulate în polarizarea emițătorilor optici, la interacțiunea cooperativă prin câmpul evanescent de cavitate.

Rezultatele științifice obținute constau în prezentarea modelării fizice a fenomenelor cooperative și influența acestora asupra dinamicii sistemelor cuantice în interacțiune, reconceptualizarea principiului indistinctibilității prin utilizarea acestuia pentru excitații ale modurilor de cavitate, dezvoltarea modelului ce descrie condensarea Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice.

Semnificația teoretică: Este analizată posibilitatea utilizării simetriei de rotației legată de cuplajul dintre cavități prin împachetarea acestora în molecule fotonice, asupra formării subspațiilor Hilbert, ce permite soluționarea simplificată a problemei. Este cercetată interacțiunea cooperativă indirectă dintre două moduri degenerate ale câmpului electromagnetic ce se propagă în sens opus, prin intermediul atomului care se mișcă prin aceste unde. S-a arătat că această interacțiune indirectă poate fi dirijată prin viteza de mișcare a atomului, astfel aceasta modifică esențial simetria interacțiunii dintre atom și modurile câmpului electromagnetic. Este propusă tranziția de fază Bose-Einstein neliniară ce apare în gazul bosonic din două componente la interacțiunea binară dintre cu temperaturi critice diferite de condensare.

Valoarea aplicativă: Sistemele fizice descrise în teză ar putea fi utilizate pentru crearea unei noi clase de senzori cu o sensibilitate sporită, pentru crearea circuitelor logice de prelucrare a informației cuantice. Efectele cooperative cercetate la condensarea Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice și posibilitatea manipulării acestora ar deschide noi perspective de cercetare a fenomenului de condensare Bose Einstein.

Implementarea rezultatelor științifice: Rezultatele științifice pot fi utilizate pentru elaborarea cursurilor de specialitate pentru masteranzi sau doctoranzi.

SUMMARY

of the thesis "*Cooperative transfer between multi-level radiators at their interaction through free vacuum and cavity*", elaborated by Bîzgan Serghei for conferring the doctoral degree in Physics at the specialty 131.03 "*Statistical and kinetic physics*".

Structure of the thesis: The thesis was elaborated at the Institute of Applied, Chisinau, 2021, is written in Romanian and consists of introduction, 4 chapters, general conclusions and recommendations, 176 bibliographic titles, 103 pages of basic text, 28 figures. The results presented in the thesis are published in 9 scientific papers.

Key words: optical microcavity, radiators, quantum inseparability, cooperative effects, phase transition, Bose-Einstein condensate.

Field of study: cooperative effects between atoms and cavities.

The aim of the thesis: Description of the cooperative quantum effects in systems formed by radiators (atoms, molecules etc.) at their interaction through the free or electromagnetic field of cavity and possibilities of their application in the transmission and processing of quantum information.

Objectives of the thesis: to analyze the interaction between coupled optical cavities, doped with quantum emitters; to detect the phenomenon of quantum entanglement between atoms placed in distinct optical cavities; to demonstrate that indistinguishability between atoms and/or photons can reduce the number of degrees of freedom by the formation of Hilbert subspaces, which would allow for a simplified solving of the problem; to demonstrate the possibility to direct the Bose-Einstein phase transition of small mass atoms in nonlinear exchange interaction; to identify the possibilities to use optical materials in the decontamination process for the efficient spread of UV radiation throughout the volume of the contaminated fluid.

Scientific novelty and originality: for the first time it was performed the study of quantum systems consisting of coupled optical cavities, doped with quantum emitters; it was suggested to use the symmetry of quantum systems like photonic molecule to significantly reduce the size of the Hilbert space; it was studied the dynamics of the quantum system formed by an atom moving through electromagnetic modes propagating in the opposite direction; the Bose-Einstein phase transition of atoms with small mass under the influence of heavy atoms in case of nonlinear interaction between species was investigated for the first time.

The solved scientific problem consists of the description of the cooperative phenomena, which appear both between coupled cavities doped with optical emitters and in the non-linear Bose-Einstein condensate in a mixture of bosonic gases. The possibilities of directing the information encapsulated in the polarization of the optical emitters in the presence of cooperative interaction through the evanescent field of cavities were described.

The obtained scientific results consist of the presentation of the physical modeling of cooperative phenomena and their influence on the dynamics of interacting quantum systems, the reconceptualization of the principle of indistinguishability by using it for cavity mode excitations, developing the model describing Bose-Einstein condensation in a bosonic gas mixture.

Theoretical Significance: It is analysed the possibility of using the symmetry of rotation related to the coupling between cavities by packing them in photonic molecules, on the formation of Hilbert subspaces, which allows the simplified solution of the problem. It is investigated the indirect cooperative interaction between two degenerated modes of cavity through the moving atom. This indirect interaction can be directed by the speed of the atom, that essentially changes the symmetry of the interaction between the atom and the modes of cavity. The nonlinear Bose-Einstein phase transition that occurs in the two-component bosonic gas is proposed in the presence of binary interaction bosons with different critical condensation temperatures.

Application value: The physical systems described in the thesis could be used to create a new class of sensors with increased sensitivity, to create logical circuits for the processing of quantum information. The cooperative effects investigated in the Bose-Einstein condensation in a mixture of bosonic gases and the possibility of manipulating it would open new perspectives for scientific research into the Bose-Einstein condensation phenomenon.

Implementation of scientific results: Scientific results can be used to elaborate specialized courses for masters or doctoral students.

АННОТАЦИЯ

диссертации «*Кооперативный переход между многоуровневыми излучателями при их взаимодействии через свободный вакуум и вакуум резонатора*», представленной Сергеем Бызган на соискание степени доктора наук по специальности 131.03 «*Статистическая и кинетическая физика*».

Структура диссертации: Диссертация была выполнена в Институте Прикладной Физики, Кишинёв, 2021, написана на румынском языке и состоит из введения, 4 глав, общих выводов и рекомендаций, 176 библиографических названий, 103 страниц основного текста, 28 рисунков. Результаты, представленные в диссертации, опубликованы в 9 научных статьях.

Ключевые слова: оптический микрорезонатор, излучатели, квантовая запутанность, кооперативные эффекты, фазовый переход, конденсат Бозе-Эйнштейна.

Область исследования: кооперативные эффекты между атомами и резонаторами.

Основная цель диссертации: Описание кооперативных квантовых эффектов в системах, образованных излучателями (атомами, молекулами и т. д.), которые взаимодействуют через свободное или электромагнитное поле резонатора, и возможности применения этих эффектов при передаче и обработке квантовой информации.

Цели диссертации: проанализировать взаимодействие связанных оптических резонаторов, легированных квантовыми излучателями; обнаружить явление квантовой запутанности между атомами, помещенными в отдельные оптические резонаторы; продемонстрировать, что неразличимость между атомами и/или фотонами может уменьшить число степеней свободы путем формирования подпространств Гильберта, что позволит упростить решение проблемы; продемонстрировать возможность управления Бозе-Эйнштейновским фазовым переходом атомов малой массы при нелинейном обменном взаимодействии; определить возможности использования оптических материалов в процессе дезактивации для эффективного распространения УФ-излучения по всему объему загрязненной жидкости.

Научная новизна и оригинальность: впервые было выполнено исследование квантовых систем, состоящих из связанных оптических резонаторов, легированных квантовыми излучателями; было предложено использовать симметрию квантовых систем, таких как фотонная молекула для значительного уменьшения размеров гильбертова пространства; была изучена динамика квантовой системы, образованной атомом, движущимся через электромагнитные моды, распространяющиеся в противоположном направлении; исследован бозе-эйнштейновский фазовый переход атомов с малой массой под действием тяжелых атомов в случае нелинейного взаимодействия между компонентами.

Решенная научная проблема: состоит в описании кооперативных явлений, возникающих как между связанными резонаторами, легированными оптическими излучателями, так и в нелинейном бозе-эйнштейновском конденсате в смеси бозонных газов. Описаны возможности управления информацией, записанной в поляризацию оптических излучателей, в присутствии кооперативного взаимодействия через затухающее поле резонатора.

Полученные научные результаты заключаются в представлении физического моделирования кооперативных явлений и их влияния на динамику взаимодействующих квантовых систем, переосмыслении принципа неразличимости с использованием его для квантов энергии из резонаторных мод, разработке модели, описывающей бозе-эйнштейновскую конденсацию в бозонной газовой смеси.

Теоретическое значение диссертации: анализируется возможность использования симметрии вращения, относящейся к полостям путем упаковки в фотонные молекулы, при исследовании формирования гильбертовых подпространств, что позволяет упростить решение задачи. Исследуется косвенное кооперативное взаимодействие между двумя вырожденными модами электромагнитного поля, опосредованное атомом, движущимся через эти волны, которым можно управлять с помощью скорости атома, что существенно меняет симметрию взаимодействия между атомом и модами электромагнитного поля. Предсказан нелинейный фазовый переход Бозе-Эйнштейна, происходящий в двухкомпонентном бозонном газе, который происходит при бинарном взаимодействии между бозонами с различными критическими температурами конденсации.

Прикладное значение: Описанные в диссертации физические системы могут быть использованы для создания нового класса сенсоров с повышенной чувствительностью, для создания логических схем обработки квантовой информации. Исследованные кооперативные эффекты в конденсат Бозе-Эйнштейна в смеси бозонных газов и возможность манипулирования ими открывают новые перспективы для исследования явления конденсации Бозе-Эйнштейна.

Внедрение научных результатов: Научные результаты могут быть использованы для разработки специализированных курсов для магистрантов или докторантов.

BÎZGAN SERGHEI

**TRANSFERUL COOPERATIV DINTRE RADIATORII CU
MULTE NIVELE LA INTERACȚIUNEA LOR PRIN
INTERMEDIUL VIDULUI LIBER ȘI DE CAVITATE**

131.03 – FIZICA STATISTICĂ ȘI CINETICĂ

Rezumatul tezei de doctor

Aprobat spre tipar: 13 mai 2022
Hârtie ofset. Tipar ofset.
Coli de tipar.: 2

Formatul hârtiei 60x84 1/16
Tiraj 30 ex.
Comanda nr. 001

ProEdit SRL,
str. Sprâncenoaia 1/1, MD2028
Chișinău, Republica Moldova