

INSTITUTUL DE FIZICĂ APLICATĂ

Cu titlu de manuscris

C.Z.U: 538.9(043.3)

BÎZGAN SERGHEI

**TRANSFERUL COOPERATIV DINTRE RADIATORII CU
MULTE NIVELE LA INTERACȚIUNEA LOR PRIN
INTERMEDIUL VIDULUI LIBER ȘI DE CAVITATE**

131.03 – FIZICA STATISTICĂ ȘI CINETICĂ

Teză de doctor în științe fizice

Conducător științific:



ENACHI Nicolae,
dr. hab. în șt. fiz-mat., prof. univ.

Autor:



BÎZGAN Serghei

CHIȘINĂU, 2021

© BÎZGAN SERGHEI, 2021

CUPRINS

| | |
|---|-----------|
| Foaia privind dreptul de autor | 3 |
| ADNOTARE | 5 |
| LISTA ABREVIERILOR | 8 |
| INTRODUCERE | 9 |
| 1. EFECTE COOPERATIVE ÎNTRE RADIATORI LA INTERACȚIUNEA PRIN VIDUL LIBER SAU DE CAVITATE | 15 |
| 1.1 Efecte cooperative în sisteme cuantice în interacțiune | 15 |
| 1.2 Cavități optice cuplate dopate cu radiatori. | 17 |
| 1.3 Problema atomului ce se mișcă prin unda electromagnetică. | 25 |
| 1.4 Influența subsistemelor în interacțiune asupra condensării Bose-Einstein. | 31 |
| 1.5 Inseparabilitatea cuantică pentru doi q-biți. Corelația cuantică. | 31 |
| 1.6 Concluzii la capitolul 1. | 35 |
| 2. TRANSFERUL COOPERATIV DINTRE CAVITĂȚI OPTICE CUPLATE DOPATE CU RADIATORI | 37 |
| 2.1 Cercetarea problemei de transfer energetic prin cuplajul dintre mai multe cavități distincte dopate cu radiatori. | 37 |
| 2.2 Două cavități cuplate în limita unui factor înalt de calitate. | 40 |
| 2.3 Cavități optice cuplate în limita unui factor mic de calitate al cavităților. Ecuația Master. | 47 |
| 2.4 Cavități cuplate indistinctibile. Molecule fotonice dopate cu radiatori cu două niveluri. | 55 |
| 2.4.1 Problema a două cavități indistinctibile dopate cu radiatori. | 56 |
| 2.4.2 Problema a trei cavități indistinctibile dopate cu radiatori. | 58 |
| 2.5 Ecuația master și evoluția populației cuasinivelurilor energetice. | 60 |
| 2.6 Utilizarea sistemelor de cavități optice cuplate în procesul de decontaminare a fluidelor translucide | 64 |
| 2.7 Concluzii la capitolul 2. | 70 |
| 3. INTERACȚIUNEA ATOMULUI ÎN MIȘCARE CU UNDA STAȚIONARĂ DE CAVITATE | 72 |
| 3.1 Reprezentarea clasică și cuantică a undei staționare. | 72 |

| | |
|--|------------|
| 3.2 Soluția exactă pentru atomul cu două (sau trei) niveluri ce zboară prin cavitate, în interacțiune cu două moduri ale câmpului electromagnetic. | 74 |
| 3.3 Influența cuplajului dintre modurile colective asupra dinamicii sistemului cuantic. | 77 |
| 3.4 Fluctuațiile cuantice și numărul mediu de fotoni. | 80 |
| 3.5 Concluzii la Capitolul 3. | 84 |
| 4. CONDENSATUL BOSE-EINSTEIN SUB INFLUENȚA SUBSISTEMULUI DE ATOMI NECONDENSAT | 86 |
| 4.1 Hamiltonianul efectiv pentru gazul bosonic format din două specii de atomi la interacțiuni intra și inter-specie. | 86 |
| 4.2 Tranziția de fază Bose-Einstein și Hamiltonianul efectiv de interacțiune la temperatură finită. | 95 |
| 4.3 Influența interacțiunii neliniare cu componenta necondensată asupra tranziției de fază. | 96 |
| 4.4 Concluzii la capitolul 4. | 101 |
| CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI | 102 |
| BIBLIOGRAFIE | 104 |
| DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII | 117 |
| CURRICULUM VITAE | 118 |

ADNOTARE

la teza „*Transferul cooperativ dintre radiatorii cu multe nivele la interacțiunea lor prin intermediul vidului liber și de cavitate*”, prezentată de Bîzgan Serghei pentru conferirea gradului de doctor în științe fizice la specialitatea 131.03 „*Fizica statistică și cinetică*”.

Structura tezei: Teza a fost perfectată la Institutul de Fizică Aplicată, Chișinău, 2021, este scrisă în limba română și constă din introducere, 4 capitole, concluzii generale și recomandări, 176 titluri bibliografice, 103 pagini de text de bază, 28 figuri. Rezultatele prezentate în teză sunt publicate în 9 lucrări științifice.

Cuvinte cheie: microcavitate optică, radiatori, inseparabilitate cuantică, efecte cooperative, tranziție de fază, condensat Bose-Einstein.

Domeniul de studiu: efecte cooperative dintre atomi și cavități.

Scopul tezei: Descrierea efectelor cuantice cooperative ale sistemelor formate din radiatori (atomi, molecule etc.) la interacțiunea prin intermediul vidului liber sau câmpului electromagnetic de cavitate și posibilități de aplicare a lor în transmiterea și prelucrarea a informației cuantice.

Obiectivele: să se analize interacțiunea dintre cavități optice cuplate, dopate cu emițători cuantici; să se detecteze fenomenul de inseparabilitate cuantică între atomii plasați în cavități optice distincte; să se demonstreze că indistinctibilitatea dintre atomi și/sau fotoni poate reduce numărul gradelor de libertate prin formarea subspațiilor Hilbert, ce ar permite soluționarea simplificată a problemei; să se demonstreze posibilitatea de dirijare tranziției de fază Bose-Einstein a atomilor de masă mică în interacțiune de schimb neliniară; să se identifice posibilitățile utilizării materialelor optice în procesul decontaminării pentru împrăștierea eficientă a radiației UV în tot volumul fluidului contaminat.

Noutatea și originalitatea științifică: studiul sistemelor cuantice formate din cavități optice cuplate, dopate cu emițători cuantici; a fost propusă utilizarea simetriei sistemelor cuantice de tip molecule fotonice pentru reducerea semnificativă a dimensiunii spațiului Hilbert; a fost studiată dinamica sistemului cuantic format dintr-un atom ce se mișcă prin modurile electromagnetice ce se propagă în sens opus, a fost cercetată tranziția de fază Bose-Einstein a atomilor de masă mică sub influența atomilor grei în cazul unei interacțiuni neliniare între specii.

Problema științifică soluționată: constă în descrierea fenomenelor cooperative ce apar atât la cuplajul dintre cavități optice dopate cu emițători cât și în condensatul neliniar Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice. Au fost descrise posibilitățile de dirijare a informației încapsulate în polarizarea emițătorilor optici, la interacțiunea cooperativă prin câmpul evanescent de cavitate.

Rezultatele științifice obținute constau în prezentarea modelării fizice a fenomenelor cooperative și influența acestora asupra dinamicii sistemelor cuantice în interacțiune, reconceptualizarea principiului indistinctibilității prin utilizarea acestuia pentru excitații ale modurilor de cavitate, dezvoltarea modelului ce descrie condensarea Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice.

Semnificația teoretică: Este analizată posibilitatea utilizării simetriei de rotației legată de cuplajul dintre cavități prin împachetarea acestora în molecule fotonice, asupra formării subspațiilor Hilbert, ce permite soluționarea simplificată a problemei. Este cercetată interacțiunea cooperativă indirectă dintre două moduri degenerate ale câmpului electromagnetic ce se propagă în sens opus, prin intermediul atomului care se mișcă prin aceste unde. S-a arătat că această interacțiune indirectă poate fi dirijată prin viteza de mișcare a atomului, astfel aceasta modifică esențial simetria interacțiunii dintre atom și modurile câmpului electromagnetic. Este propusă tranziția de fază Bose-Einstein neliniară ce apare în gazul bosonic din două componente la interacțiunea binară dintre cu temperaturi critice diferite de condensare.

Valoarea aplicativă: Sistemele fizice descrise în teză ar putea fi utilizate pentru crearea unei noi clase de senzori cu o sensibilitate sporită, pentru crearea circuitelor logice de prelucrare a informației cuantice. Efectele cooperative cercetate la condensarea Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice și posibilitatea manipulării acestora ar deschide noi perspective de cercetare a fenomenului de condensare Bose Einstein.

Implementarea rezultatelor științifice: Rezultatele științifice pot fi utilizate pentru elaborarea cursurilor de specialitate pentru masteranzi sau doctoranzi.

SUMMARY

of the thesis "*Cooperative transfer between multi-level radiators at their interaction through free vacuum and cavity*", elaborated by Bîzgan Serghei for conferring the doctoral degree in Physics at the specialty 131.03 "*Statistical and kinetic physics*".

Structure of the thesis: The thesis was elaborated at the Institute of Applied, Chisinau, 2021, is written in Romanian and consists of introduction, 4 chapters, general conclusions and recommendations, 176 bibliographic titles, 103 pages of basic text, 28 figures. The results presented in the thesis are published in 9 scientific papers.

Key words: optical microcavity, radiators, quantum inseparability, cooperative effects, phase transition, Bose-Einstein condensate.

Field of study: cooperative effects between atoms and cavities.

The aim of the thesis: Description of the cooperative quantum effects in systems formed by radiators (atoms, molecules etc.) at their interaction through the free or electromagnetic field of cavity and possibilities of their application in the transmission and processing of quantum information.

Objectives of the thesis: to analyze the interaction between coupled optical cavities, doped with quantum emitters; to detect the phenomenon of quantum entanglement between atoms placed in distinct optical cavities; to demonstrate that indistinguishability between atoms and/or photons can reduce the number of degrees of freedom by the formation of Hilbert subspaces, which would allow for a simplified solving of the problem; to demonstrate the possibility to direct the Bose-Einstein phase transition of small mass atoms in nonlinear exchange interaction; to identify the possibilities to use optical materials in the decontamination process for the efficient spread of UV radiation throughout the volume of the contaminated fluid.

Scientific novelty and originality: for the first time it was performed the study of quantum systems consisting of coupled optical cavities, doped with quantum emitters; it was suggested to use the symmetry of quantum systems like photonic molecule to significantly reduce the size of the Hilbert space; it was studied the dynamics of the quantum system formed by an atom moving through electromagnetic modes propagating in the opposite direction; the Bose-Einstein phase transition of atoms with small mass under the influence of heavy atoms in case of nonlinear interaction between species was investigated for the first time.

The solved scientific problem consists of the description of the cooperative phenomena, which appear both between coupled cavities doped with optical emitters and in the non-linear Bose-Einstein condensate in a mixture of bosonic gases. The possibilities of directing the information encapsulated in the polarization of the optical emitters in the presence of cooperative interaction through the evanescent field of cavities were described.

The obtained scientific results consist of the presentation of the physical modeling of cooperative phenomena and their influence on the dynamics of interacting quantum systems, the reconceptualization of the principle of indistinguishability by using it for cavity mode excitations, developing the model describing Bose-Einstein condensation in a bosonic gas mixture.

Theoretical Significance: It is analysed the possibility of using the symmetry of rotation related to the coupling between cavities by packing them in photonic molecules, on the formation of Hilbert subspaces, which allows the simplified solution of the problem. It is investigated the indirect cooperative interaction between two degenerated modes of cavity through the moving atom. This indirect interaction can be directed by the speed of the atom, that essentially changes the symmetry of the interaction between the atom and the modes of cavity. The nonlinear Bose-Einstein phase transition that occurs in the two-component bosonic gas is proposed in the presence of binary interaction bosons with different critical condensation temperatures.

Application value: The physical systems described in the thesis could be used to create a new class of sensors with increased sensitivity, to create logical circuits for the processing of quantum information. The cooperative effects investigated in the Bose-Einstein condensation in a mixture of bosonic gases and the possibility of manipulating it would open new perspectives for scientific research into the Bose-Einstein condensation phenomenon.

Implementation of scientific results: Scientific results can be used to elaborate specialized courses for masters or doctoral students.

АННОТАЦИЯ

диссертации *«Кооперативный переход между многоуровневыми излучателями при их взаимодействии через свободный вакуум и вакуум резонатора»*, представленной Сергеем Бызган на соискание степени доктора наук по специальности 131.03 *«Статистическая и кинетическая физика»*.

Структура диссертации: Диссертация была выполнена в Институте Прикладной Физики, Кишинёв, 2021, написана на румынском языке и состоит из введения, 4 глав, общих выводов и рекомендаций, 176 библиографических названий, 103 страниц основного текста, 28 рисунков. Результаты, представленные в диссертации, опубликованы в 9 научных статьях.

Ключевые слова: оптический микрорезонатор, излучатели, квантовая запутанность, кооперативные эффекты, фазовый переход, конденсат Бозе-Эйнштейна.

Область исследования: кооперативные эффекты между атомами и резонаторами.

Основная цель диссертации: Описание кооперативных квантовых эффектов в системах, образованных излучателями (атомами, молекулами и т. д.), которые взаимодействуют через свободное или электромагнитное поле резонатора, и возможности применения этих эффектов при передаче и обработке квантовой информации.

Цели диссертации: проанализировать взаимодействие связанных оптических резонаторов, легированных квантовыми излучателями; обнаружить явление квантовой запутанности между атомами, помещенными в отдельные оптические резонаторы; продемонстрировать, что неразличимость между атомами и/или фотонами может уменьшить число степеней свободы путем формирования подпространств Гильберта, что позволит упростить решение проблемы; продемонстрировать возможность управления Бозе-Эйнштейновским фазовым переходом атомов малой массы при нелинейном обменном взаимодействии; определить возможности использования оптических материалов в процессе дезактивации для эффективного распространения УФ-излучения по всему объему загрязненной жидкости.

Научная новизна и оригинальность: впервые было выполнено исследование квантовых систем, состоящих из связанных оптических резонаторов, легированных квантовыми излучателями; было предложено использовать симметрию квантовых систем, таких как фотонная молекула для значительного уменьшения размеров гильбертова пространства; была изучена динамика квантовой системы, образованной атомом, движущимся через электромагнитные моды, распространяющиеся в противоположном направлении; исследован бозе-эйнштейновский фазовый переход атомов с малой массой под действием тяжелых атомов в случае нелинейного взаимодействия между компонентами.

Решенная научная проблема: состоит в описании кооперативных явлений, возникающих как между связанными резонаторами, легированными оптическими излучателями, так и в нелинейном бозе-эйнштейновском конденсате в смеси бозонных газов. Описаны возможности управления информацией, записанной в поляризацию оптических излучателей, в присутствии кооперативного взаимодействия через затухающее поле резонатора.

Полученные научные результаты заключаются в представлении физического моделирования кооперативных явлений и их влияния на динамику взаимодействующих квантовых систем, переосмыслении принципа неразличимости с использованием его для квантов энергии из резонаторных мод, разработке модели, описывающей бозе-эйнштейновскую конденсацию в бозонной газовой смеси.

Теоретическое значение диссертации: анализируется возможность использования симметрии вращения, относящейся к полостям путем упаковки в фотонные молекулы, при исследовании формирования гильбертовых подпространств, что позволяет упростить решение задачи. Исследуется косвенное кооперативное взаимодействие между двумя вырожденными модами электромагнитного поля, опосредованное атомом, движущимся через эти волны, которым можно управлять с помощью скорости атома, что существенно меняет симметрию взаимодействия между атомом и модами электромагнитного поля. Предсказан нелинейный фазовый переход Бозе-Эйнштейна, происходящий в двухкомпонентном бозонном газе, который происходит при бинарном взаимодействии между бозонами с различными критическими температурами конденсации.

Прикладное значение: Описанные в диссертации физические системы могут быть использованы для создания нового класса сенсоров с повышенной чувствительностью, для создания логических схем обработки квантовой информации. Исследованные кооперативные эффекты в конденсат Бозе-Эйнштейна в смеси бозонных газов и возможность манипулирования ими открывают новые перспективы для исследования явления конденсации Бозе-Эйнштейна.

Внедрение научных результатов: Научные результаты могут быть использованы для разработки специализированных курсов для магистрантов или докторантов.

LISTA ABREVIERILOR

CEM – câmp electromagnetic

EM – electromagnetic

JC – modelul Jaynes-Cummings

JCH – modelul Jaynes-Cummings-Hubbard

MF – molecule fotonice

CBE – condensat Bose-Einstein

BE – Bose-Einstein

IR – infraroșu

UV – radiație ultravioletă

ADN – acidul dezoxiribonucleic

qubit – bit cuantic

h.c. – hermitian conjugata pentru expresia precedentă, ex. $\hat{a} + h.c. = \hat{a} + \hat{a}^\dagger$

Ref. – referința bibliografică

INTRODUCERE

Actualitatea temei și importanța problemei abordate

În ultimii ani, o atenție deosebită a fost acordată problemei de interacțiune dintre un număr mare de q-biți și câmpul electromagnetic. Combinația fizică atom - cavitare și sistemele fotonice oferă noi oportunități pentru dezvoltarea dispozitivelor și simulatoarelor ale sistemelor din domeniul calculatorului cuantic. În literatură, în aproximația un singur polariton, a fost propus studiul sistemelor fotonice periodice. În această limită au fost aplicate stările Bloch în cazul modelului Jaynes-Cummings-Hubbard (JCM) pentru a determina analitic structura benzilor energetice. A fost studiat fenomenul de tranziție spre blocada Mott indusă și modele de spin XY în cavități cuplate. S-a constatat că ar putea fi observate o serie de efecte în sistemele compuse din mai multe corpuri, cum ar fi o tranziție Mott pentru polaritoni. Exploatat în sisteme cum ar fi fotoni, atomi sau ioni, inseparabilitatea cuantică este din ce în ce mai accesibilă în optica cuantică. Toate aceste abordări ale sistemelor atomice compuse, sunt cercetate ținând cont de aproximații legate de numărul mic de emițători cuantici excitați în sistemul periodic, în comparație cu numărul de atomi în stare de bază. Descrierea exactă a sistemelor cuantice devine complicată odată cu creșterea numărului gradelor de libertate ale sistemului, în funcție de numărul de oscilatori cuantici în interacțiune, atomi, moduri ale cavităților și altele. În literatură este obținută soluția exactă pentru un singur atom în interacțiune cu M moduri ale unei cavități fără aproximația undei rotative. A fost constatat că, în condiții speciale și chiar pentru stare inițială factorizabilă, câmpul și atomii pot evolua către stări pure, inseparabile. Cercetările curente au demonstrat posibilitatea utilizării moleculelor fotonice (sistemelor de cavități optice cuplate) pentru detectarea moleculelor sau atomilor care se află în zona câmpului de evanescență a acestora. Aceasta se realizează prin analiza spectrului moleculelor fotonice. Metoda propusă s-a dovedit a fi extrem de eficientă din punctul de vedere al sensibilității. Astfel, sistemele de cavități optice cuplate prezintă perspective de implimentare pentru elaborarea schemelor pentru transferul și prelucrarea informației cuantice, realizării detectoarelor (pentru molecule, atomi) de înaltă precizie sau împrăștierea eficientă a radiației ultraviolete în volumul fluidului translucid pentru o decontaminare eficientă.

Recent, o atenție sporită este dedicată ne-omogeneității câmpului electromagnetic format din două moduri degenerate ce se propagă în sens opus, cu vectorii de undă k și $-k$. Dinamica unor astfel de sisteme este descrisă prin intermediul a două aspecte ale interacțiunii atomilor cu modurile cuantice. Primul dintre ele corespunde procesului de captare și răcire a atomilor. Al doilea aspect este dedicat modificării stărilor îmbrăcate în funcție de poziția atomului față de

nodurile și ventrele unei staționare sau modelul unei cuplări dependente de timp a atomului, care zboară prin nodurile unei staționare a cavității optice. Abordarea legată de interacțiunea emițătorilor cuantici în mișcare cu două moduri de cavitate degenerate deschide noi oportunități de cercetare în care se prezic efecte cuantice cooperative ce pot să apară la interacțiunea virtuală indirectă dintre modurile degenerate ale câmpului electromagnetic prin intermediul atomului.

Efectele interacțiunii neliniare în gazele Bose-Einstein (BE) formate din două specii de bosoni au atras atenția multor studii teoretice și experimentale. Studiile teoretice includ modele ale densității, separarea fazei componentelor și spectrul excitărilor colective. În literatura de specialitate a fost analizată posibilitatea separării spațiale a două fluide cuantice imiscibile captate și s-a caracterizat printr-o structură de gen „bilă și înveliș” (ball-and-shell) în care un fluid formează învelișul cu densitate scăzută în jurul celuilalt și depinde de intensitatea relativă a interacțiunilor inter-specie și intra-specie. Experimental, a fost studiat efectul interacțiunii repulsive reciproce în dinamica unui condensat miscibil Bose-Einstein format din amestecul a două stări hiper-fine a spinului pentru ^{87}Rb prins în capcană magnetică. Datorită importanței enorme a efectelor legate de condensatul Bose-Einstein, o nouă perspectivă de cercetare ar fi sistemul cuantic format din două specii de atomi ultra-răciți în prezența unei diferențe semnificative de masă a acestora. Diferența de masă poate asigura prezența efectelor cooperative de interacțiune dintre atomii ce intră în condensat, obținându-se astfel un potențial efectiv ce descrie schimbul binar de energie dintre atomii ce formează condensatul (specia ușoară) prin intermediul stărilor virtuale a speciei ne-condensate.

Astfel, cercetarea și evidențierea efectelor cooperative ce apar în sisteme formate din emițători cuantici și cavități optice este o perspectivă atât din punct de vedere științific cât și practic, prin posibilitățile de implimentare în cele mai diferite domenii precum calculatoare cuantice, medicină (decontaminare eficientă UV utilizând materialele optice), inginerie (crearea diferitor clase de senzori) etc.

Scopul principal al lucrării: modelarea și analiza influenței efectelor cuantice cooperative de interacțiune ale sistemelor formate din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori sau atomi, asupra proprietăților cuantice și dinamicii acestora.

Obiectivele principale: să se analizeze interacțiunea dintre cavități optice cuplate, dopate cu radiatori; să se detecteze fenomenul de inseparabilitate cuantică între atomii plasați în cavități

optice distincte; să se stabilească influența simetriei sistemului de cavități optice cuplate asupra posibilităților de formare a subspațiilor Hilbert, ce ar permite soluționarea simplificată a problemei; să se demonstreze posibilitatea manipulării tranziției de fază BE a unui gaz din atomi ușori sub influența unei specii de atomi grei.

Ipoteza de cercetare: În baza studiului efectelor cooperative ce apar subsistem cuantic format din mai multe particule la interacțiunea acestuia cu un câmp extern, s-a presupus existența efectelor colective ce ar avea loc între modurile degenerate ale câmpului electromagnetic de cavitate sau modurile cavităților optice cuplate la interacțiunea lor atât directă, cât și prin intermediul emițătorilor cuantici. Exemplele notabile așa cum superradianța, perechile de electroni Cooper interacțiunea cărora este intermediată prin vibrațiile fononice ale rețelei cristaline în supraconductibilitate, au stat la bază formării ipotezei ce ține de posibilitatea realizării interacțiunii binare dintre bosonii în condensatul Bose-Einstein prin intermediul unui alt câmp exterior, ceea ce ar permite evidențierea unor noi efecte cooperative.

Sinteza metodologiei de cercetare și justificarea metodelor de cercetare alese. Pentru realizarea obiectivelor tezei vor fi utilizate și aplicate metodele:

1. Formalismul ecuației Schrödinger în cuantificarea secundară a câmpurilor pentru descrierea sistemelor cuantice în interacțiune;
2. Ecuația master pentru descrierea subsistemelor cuantice cu un număr mic al gradelor de libertate, în prezența interacțiunii cu vidul extern sau alt sistem de radiatori cu un număr mare a gradelor de libertate, dezvoltându-se astfel aproximația Born-Markov;
3. Metoda operatorului de proiectare pentru obținerea ecuației master atât pentru sistemul de cavități cât și pentru condensatul Bose-Einstein a mai multor specii de atomi;
4. Metode numerice de soluționare a ecuațiilor diferențiale (cum ar fi metoda Euler, Runge-Kutta, Milne), de integrare numerică a ecuațiilor diferențiale utilizate pentru cercetarea dinamicii sistemelor cuantice.

Metode menționate mai sus permit soluționarea problemelor cuantice de interacțiune între câmpuri, acestea fiind prezente în cercetările efectuate ultimul timp în domeniul fizicii cuantice.

Volumul și structura tezei

Teza constă din introducere, patru capitole și concluzii generale. Bibliografia conține 176 referințe. Volumul tezei este de 119 pagini. Teza conține 28 figuri.

În capitolul I este descris stadiul actual al cercetărilor realizate în domeniul efectelor cooperative în sisteme cuantice compozite. Suplimentar este realizată o sistematizare a cercetărilor în domeniul interacțiunii cavităților optice cu emițătorii cuantici, unde este specificat atât aspectele problemelor actuale în acest domeniu, cât și sunt evidențiate posibilitățile implementării acestor cercetări în diferite domenii. Au fost descrise efectele cooperative în CBE ce apar în amestecuri miscibile sau imiscibile. Sunt descrise metodele actuale de identificare și măsurare a corelației cuantice dintre două particule cuantice.

În capitolul II este cercetată sistemul cuantic format din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori. A fost utilizată simetria de rotație a moleculelor fotonice formate din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori. Aceasta permite separarea spațiului Hilbert în subspații, ce admit o soluționare simplificată semnificativ. Este prezentată metoda de descriere a sistemelor de cavități optice cuplate, în prezența pierderilor de cavitate, în reprezentarea stărilor colective atom-mod de cavitate. Abordarea propusă poate fi aplicată pentru soluționarea problemelor de tip molecule fotonice, dopate cu radiatori. Rețeaua formată din cavități optice cuplate prin intermediul câmpului de evanescentă, dopate cu radiatori, poate sta la baza elaborării multor principii, scheme de transfer, a porților cuantice pentru transmiterea și prelucrarea informației, senzorilor etc.

În capitolul III este cercetată interacțiunea indirectă dintre moduri electromagnetice degenerate prin intermediul atomului ce se mișcă prin ele. S-a analizat influența vitezei atomului asupra transferului de energie dintre modurile colective interactiv și ne-interactiv. Soluția găsită poate sta la baza demonstrării de noi efecte cuantice ce apar la interacțiunea cuantică a materiei cu radiația electromagnetică.

În capitolul IV este propusă studiul tranziției de fază neliniară de tip BE a gazului bosonic format din două specii de atomi în interacțiune, cu diferență semnificativă de masă. Diferența de masă asigură în diferență importantă între temperaturile tranzițiilor de fază a componentelor, astfel asigurând posibilitatea existenței cazului când în volumul amestecului avem doar condensatul unei specii de atomi. Utilizând modelele mecanicii cuantice (Hamiltonian, ecuație master, aproximație Born-Markov) se descrie tranziția de fază menționată.

Problema științifică soluționată

Au fost descrise fenomenele cooperative ce apar la interacțiunea dintre sisteme cuantice multiple (cavități optice, radiatori, molecule fotonice, bosoni) în interacțiune utilizând modelul fizic specific opticii și statisticii cuantice.

Rezultatele științifice principale înaintate spre susținere

1. Au fost elaborate procedeele pentru descrierea dinamicii sistemului cuantic format din cavități optice cuplate, în care sunt captați emițători cuantici, fapt ce poate contribui la crearea stărilor inseparabile pentru utilizarea lor ulterioară la prelucrarea cuantică a informației
2. A fost reconceptualizat principiul indistinctibilității prin utilizarea acestuia atât pentru excitații atomice, cât și pentru excitații ale modurilor de cavitare pentru câmpul electromagnetic, având ca scop identificarea posibilităților de manipulare a dinamicii moleculelor cuantice formate din cavități optice cuplate. Cadrului teoretic dezvoltat permite implementarea acestor sisteme cuantice în tehnologiile moderne (procesare cuantică a informației, senzori etc.).
3. A fost elucidat modelul utilizat pentru descrierea interacțiunii dintre emițătorii cuantici în mișcare și modurile degenerate ale câmpului electromagnetic de cavitare, fapt ce a contribuit la evidențierea posibilităților de manipulare și generare selectivă a rezonanței dintre câmpul electromagnetic și emițătorul cuantic prin intermediul vitezei acestuia în raport cu cavitarea. Modelul propus ar putea fi utilizat pentru îmbunătățirea cadrului teoretic aplicat în domeniul captării cuantice ale atomilor. Descrierea efectului cooperativ de interacțiune dintre modurile degenerate prin intermediul emițătorului cuantic, deschide calea unor noi posibile implementări ale acestui sistem cuantic.
4. A fost dezvoltat modelul ce descrie influența efectelor cooperative de interacțiune dintre particulele unui gaz bosonic prin intermediul altei componente, cu diferență semnificativă de masă, ceea ce a contribuit la evidențierea particularităților nespecifice în evoluția parametrului de ordine din condensatul Bose-Einstein. Abordarea propusă ar putea îmbunătăți cadrul teoretic existent utilizat pentru descrierea tranziției de fază către condensat Bose-Einstein.

Aprobarea rezultatelor obținute

Principalele rezultate științifice ale tezei au fost prezentate la următoarele conferințe:

- Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies „**ATOM-N 2018**”, *Constanta, Romania, 23–26 august, 2018.*
- 6 th International Conference “Telecommunications, Electronics and Informatics „**ICTEI 2018**”, *Chișinău, Moldova, 24–27 mai, 2018.*
- Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies „**ATOM-N 2016**”, *Constanta, Romania, 25–27 august, 2016.*

- 3rd International Conference Health Technology Management „**ICHTM 2016**”, 2016, *Chisinau, Moldova, 6–7 octombrie, 2016.*
- 11th International Conference Micro- to Nano-Photonics IV- „**ROMOPTO 2015**”, *București, România, 1–4 septembrie, 2015.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2015**”, *Varșovia, Polonia, 6–10 iulie, 2015.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2014**”, *Bruxelles, Belgia, 23–27 iunie, 2014.*
- Advanced Topics in Optoelectronics, Microelectronics and Nanotechnologies „**ATOM-N 2014**”, *Constanța, România, 21–24 august, 2014.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2013**”, *Stockholm, Suedia, 16–20 iunie, 2013.*
- 2nd International Conference on Nanotechnologies and Biomedical Engineering „**ICNME-2013**”, *Chișinău, Moldova, 18–20 aprilie, 2013.*
- Central European Workshop on Quantum Optics „**CEWQO 2012**”, *Sinaia, România, 2–6 iulie, 2012.*

Publicații

În total pe subiectul tezei au fost realizate 23 publicații (9 articole în reviste de specialitate și 14 comunicări la conferințe). 2 articole și 2 rezumate sunt publicate fără coautori.

Cuvinte-cheie

Microcavitate optică, radiatori, inseparabilitate cuantică, efecte cooperative, tranziție de fază, condensat Bose-Einstein.

1. EFECTE COOPERATIVE ÎNTRE RADIATORI LA INTERACȚIUNEA PRIN VIDUL LIBER SAU DE CAVITATE

1.1 Efecte cooperative în sisteme cuantice în interacțiune

În ultimul timp, tot mai mult sunt dezvoltate probleme legate de studiul fenomenelor cooperative care apar în sisteme cuantice compozite, formate din emițători cuantici, cavități optice, bosoni etc. Prin fenomen cooperativ înțelegem fenomene care se realizează în sisteme cuantice compuse din elemente identice sau aproape identice, care acționează în dependență unul de celălalt, în raport cu un sistem ipotetic standard în care elementele individuale acționează independent. Efectele cooperative cuantice au o origine comună cu superradianța Dicke [1], unde un sistem cuantic din N atomi captați într-un volum mic (mai mic decât lungimea de undă a radiației) ce interacționează prin un mediu comun (cavitatea optică), emite radiație astfel încât intensitatea acesteia este proporțională cu N^2 . Interacțiunea dipol-dipol dintre emițătorii cuantici este un alt exemplu care poate stimula efectele cooperative din sistemele cuantice compozite, precum fenomenul de inseparabilitate cuantică [2] sau condensare Bose-Einstein (BE) [3, 4]. Efectele cooperative ce apar în micromaser au fost cercetate în Ref. [5, 6], unde datorită acestora, s-a demonstrat că starea de captare a fotonilor la un flux de atomi, în care cel puțin doi atomi simultan se află în cavitate optică, nu poate fi observată experimental la un număr mic de fotoni. Odată cu apariția atomilor artificiali în sistemele din starea solidă, de exemplu, puncte cuantice [7], q-biți, supraconductori și centre de culoare în diamant [8], este acum posibilă studierea impactului efectelor cooperative asupra răspunsului optic al sistemului [9].

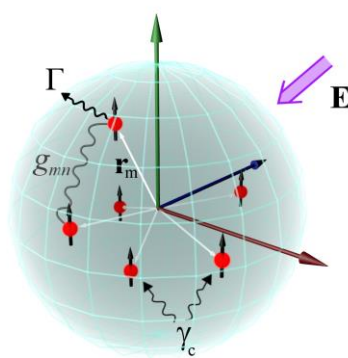


Fig. 1.1. Reprezentarea schematică a ansamblului de emițători cuantici cu două niveluri distribuiți aliatoriu în spațiul 3-D, unde emițătorii sunt supuși unei corelații puternice.

Imagine preluată din [9].

În lucrările [9, 10] este demonstrat că într-un ansamblu de emițători cuantici, aflați într-un volum mic efectele de cooperare sunt de obicei suprimate datorită defazării induse de interacțiunea dipol-dipol. Însă, în particular, prin introducerea defazării colective, suficient de puternică, poate fi obținută de exemplu o forță dipolară a ansamblului de emițători cu două niveluri net superioară în raport cu forța unui ansamblu de emițători independenți ce nu interacționează între ei. Acest efect poate fi relevant în sisteme de microcavități optice, fibre optice, q-biți supraconductori etc. În lucrarea [11] este studiat sistemul cuantic deschis format dintr-o cavitate optică în care sunt captați atomi cu două niveluri. Aici este demonstrat că invarianța permutațională a sistemelor identice cu două niveluri permite o reducere exponențială a resurselor de calcul necesare studierii numerice a dinamicii Lindblad a ansamblurilor spin-boson cuplate, care evoluează atât sub efectul zgomotului local cât și colectiv. În figura 1.2 sunt prezentate schematic interacțiunea colectivă a sistemelor cu două niveluri prin intermediul unui sistem bosonic. Acțiunea proceselor disipative asupra dinamicii sistemului cu două niveluri este cuantificată prin rate diferite pentru procesele omogene locale (a) sau colective (b), de emisie, defazare locală sau pompă respectiv.

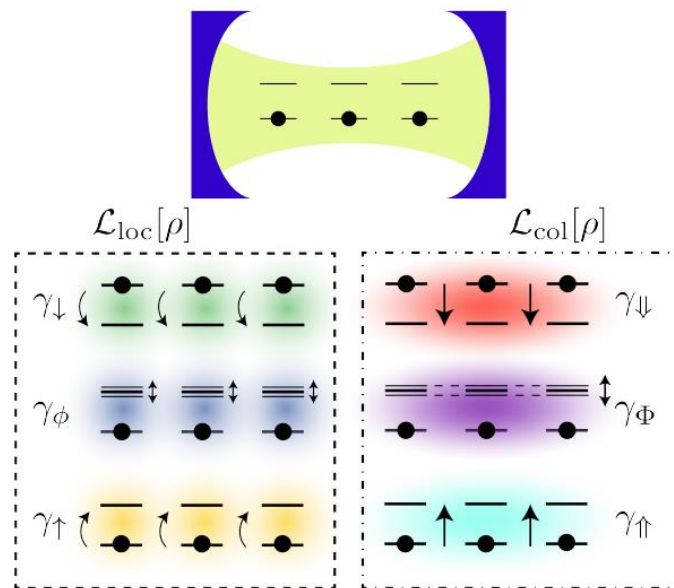


Fig. 1.2. Dinamica sistemului cuantic deschis. Un ansamblu de sisteme cuantice (emițători, spini etc.) cu două niveluri sunt cuplați colectiv la o cavitate optică. Imagine preluată din [11].

După cum a fost menționat, efectele cooperative ce apar în ansambluri de sisteme cuantice, pot juca un rol absolut important în studierea și aplicarea acestora în elaborarea de echipamente

moderne. Prezintă un interes sporit elucidarea aspectelor legate de aceste fenomene colective ce apar în sisteme de tip molecule fotonice, în care sunt captați emițători cu două niveluri, efecte cooperative dintre bosoni. Interacțiunea cooperativă dintre componentele unui amestec de gaze bosonice ar putea modifica semnificativ dinamica tranziției de fază BE.

1.2 Cavități optice cuplate dopate cu radiatori

În ultimii ani, o atenție deosebită a fost acordată problemei de interacțiune dintre un număr mare de radiatori (nuclee, atomi, molecule) și câmpul electromagnetic (CEM) al unui set de cavități optice cuplate. „Celula elementară” compusă din sistemul atom – cavitate ce formează în spațiu structuri fotonice periodice oferă noi oportunități pentru dezvoltarea procesării la nivel cuantic a informației și distribuirea ei prin intermediul rețelelor cuantice. Cea mai analizată abordare teoretică a interacțiunii atom-cavitate din optica cuantică este modelul Jaynes-Cummings (JC) dezvoltat mai târziu pentru un subsistem cuantic format din mai mulți atomi plasați într-o cavitate (modelul Tavis-Cummings), sau o excitare a moleculelor fotonice formate din cavități optice cuplate, aranjate periodic, similare cu cristalul fonic, descriu sistemul cuantic format din sistemul de atomi cu două niveluri sau mai multe niveluri ce interacționează CEM cuantificat al cavităților optice [12]. Acest model teoretic inițial a fost propus pentru investigarea fenomenului de manipulare a emisiei spontane a atomilor plasați în rezonatoare optice în funcție de dimensiunea acestora în raport cu lungimea de undă emisă. Pentru realizarea experimentală a modelului cuantic de tip JC la re-absorbția fotonului emis în cavitatea optică, este necesar un rezonator optic cu dimensiuni comensurabile cu lungimea de undă emisă și un înalt factor de calitate al acestuia, astfel încât să fie asigurat un cuplaj puternic dintre radiatori și CEM de cavitate. Din acest motiv, abordările teoretice ale nudațiilor cuantice pe vidul câmpului de rezonator au rămas fără suport experimental până în anul 1985, când cercetătorii francezi [13] și cei germani [14] au propus primul MASER, utilizând rezonatoare cuantice cu dimensiuni de ordinul lungimii de undă a microundelor generate de atomii Rydberg ce traversează această cavitate. Mai târziu, schimbul dintre o excitare atomică și CEM de cavitate a stat la baza unei serii de experimente bazate pe potențialele aplicații ale sistemelor formate din celula „atom-cavitate” în procesarea, transmiterea și controlul informației la nivel cuantic. Odată cu dezvoltarea nano-tehnologiilor, au fost propuse experimente avansate ce demonstrează cuplajul dintre punctele cuantice de dimensiuni mult mai mici decât lungimea de undă și cavitățile optice [15, 16]. Un studiu avansat urmat de o serie de experimente, demonstrează creșterea neliniarităților optice în cavitate la rezonanța sistemelor de

atomi cu niveluri energetice în configurație de tip „sigma”, „lambda” sau „V” la interacțiunea cu modurile localizate ale cavităților optice [17]. Aceste experimente au demonstrat comportamentul neliniar, dictat de natura cuantică a vidului câmpului de cavitate la interacțiunea sistemului de atomi Rydberg cuplați prin intermediul spinului acestora [18].

Rețeaua formată din cavități optice cuplate prin intermediul câmpului de evanescentă a stat la baza elaborării multor principii de transfer a informației cuantice de la atomi spre câmpul de cavitate, de la atomi spre nano-fibrele optice etc. Abordarea teoretică Jaynes-Cummings-Hubbard (JCH) a fost utilizată pentru descrierea acestui transfer dintre subsistemele cuantice în interacțiune cât și pentru modelarea tranziției de fază cuantică pentru lumină. În Ref. [19], în aproximația unui singur polariton, au fost studiate transferul cuantic pentru sisteme fotonice periodice. În această limită, autorii lucrării [19] au aplicat stările Bloch în cazul modelului JCH pentru a determina analitic structura benzilor energetice. În altă lucrare [20] a fost cercetat fenomenul tranziției de fază cuantică induse în cavități optice cuplate pentru polaritoni care este o tranziție similară tranziției Mott, izolator-conductor, propusă în fizica materiei condensate.

În acest domeniu se acordă o deosebită atenție efectului de captare a radiatorilor. Problema captării atomilor utilizând câmpul electromagnetic a fost studiată atât experimental cât și teoretic [21-23]. Aici s-a demonstrat că utilizând câmpul electromagnetic se poate de creat o forță de acțiune asupra atomilor. Efectul optic de captare („tweezer”) prin acțiunea forței de atracție sau repulsie ce apare sub acțiunea radiației și depinde de indicele de refracție relativ pentru microparticule și mediul din jurul acestora în zona câmpului de evanescentă a cavităților și fibrelor optice este studiat în Ref. [24]. Mai târziu, „penseta” optică este utilizată în științele biologice pentru a capta bacterii sau viruși [25]. Posibilitatea aplicării efectului de captare a virușilor și bacteriilor în câmpul evanescent pentru dezactivare utilizând radiație UV-C a fost propusă în lucrările [26, 27].

O altă direcție de cercetare din domeniul cavităților optice de dimensiuni reduse este atribuită similitudinilor dintre cavitate și atom [28]. Astfel într-o cavitate sferică, datorită unui factor de calitate înalt cu care poate fi construită, pot să se formeze unde electromagnetice (EM) de galerie (vezi figura 1.3), care la fel ca și stările cuantice ale electronului din atomul de Hidrogen, pot fi descrise prin 3 numere cuantice, numărul modului EM n (număr cuantic unghiular), ordinul modului l (număr cuantic radial) și numărul azimutal al modului (număr cuantic azimutal). Valoarea lui n este direct proporțională cu raportul lungimii circumferinței microsferii, de-a lungul căreia se propagă modul EM de cavitate, la lungimea de undă a modului. Numărul cuantic l

reprezintă numărul de maximuri în distribuția radială a CEM, iar numărul cuantic m arată orientarea planului în care se propagă unda electromagnetică de cavitate.

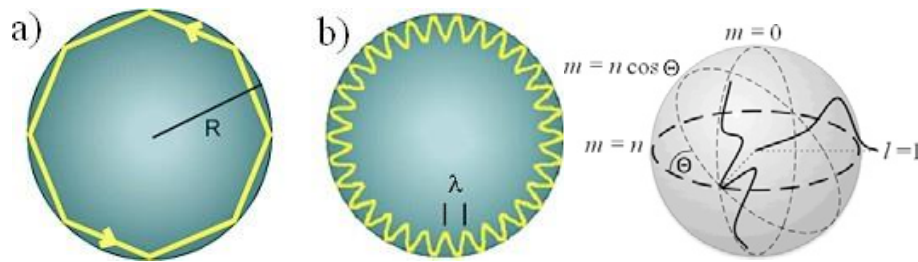


Fig. 1.3. Cavități optice sferice. Modurile EM de galerie. Imagine preluată din [28].

Din fotoluminescența sau spectrul de emisie al microcavităților [29, 30] se poate de determinat numărul cuantic n și l pentru fiecare mod de cavitate, astfel, ulterior se poate de găsit și dimensiunea cavității.

Pentru un factor mic de calitate, modelul JC analizat prin prisma ecuației Master cu prezentarea soluțiilor complete, este prezent în lucrarea [31]. O altă lucrare în care sunt descrise detaliat sistemele optice deschise este [32].

Câmpul evanescent reprezintă o oscilație a câmpului electric sau magnetic, care nu se propagă prin spațiu. Energia câmpului evanescent este concentrată în vecinătatea unei surse de undă EM. Energia câmpului evanescent mai poate fi distribuită în volumul imediat următor de la suprafața de separație de la care are loc reflexia totală pentru unda electromagnetică ce se propagă printr-o fibră optică, cavitate etc. Din punct de vedere al mecanicii cuantice explicația este dată de condiția continuității la limite. Astfel, câmpul evanescent asigură efectul de „tunelare a undei”, care este similar cu efectul de tunelare a unei particule prin bariera de potențial. În Fig. 1.4 este reprezentată unda evanescentă ce apare în jurul unei fibre optice, parcursă de unde electromagnetice.

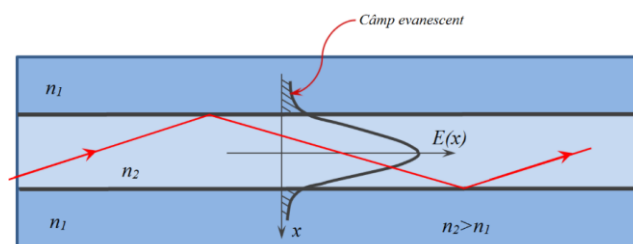


Fig. 1.4. Câmpul evanescent format în jurul miezului unei fibre optice.

Graficul reprezintă distribuția energiei CEM prin fibră, la propagarea unei EM prin aceasta.

Câmpul evanescent din jurul cavității optice, energia căruia depinde de indicele relativ de refracție dintre mediul extern cavității și cel intern, forma și dimensiunile cavității etc., poate fi utilizat pentru a cupla două sau mai multe cavități optice. Astfel dacă în zona câmpului de evanescență, la distanța proporțională cu lungimea de undă a modurilor CEM, din jurul cavității, nimereste o altă cavitate optică, acestea devin cuplate prin intermediul câmpului evanescent (suprapunerii undelor evanescente). Recent pentru sistemele cuantice din cavități optice cuplate s-a introdus numele de molecule fotonice (MF) [33, 34]. O lucrare experimentală în care este descris detaliat spectrul moleculei fotonice este în Ref. [28]. Aici este prezentată cuplarea coerentă a modurilor de galerie a cavităților într-o moleculă fonică formată din două microcavități sferice din melamino-formaldehide cu o coajă subțire de nanocristale din CdTe. Această geometrie controlabilă a permis observarea unei structuri fine a vârfurilor foarte ascuțite rezultate din îndepărtarea degenerării modurilor de galerie.

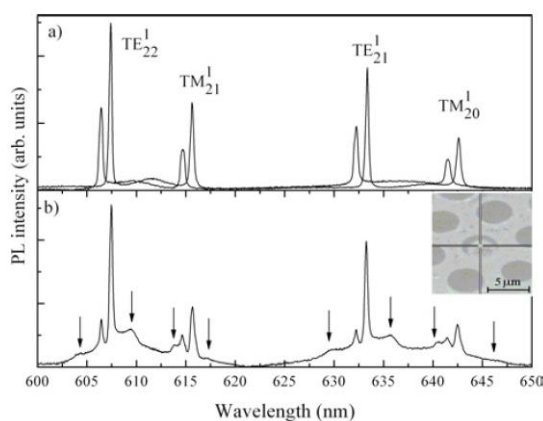


Fig. 1.5. (a) Spectrul de fotoluminescență pentru cavități optice ce nu interacționează. (b) Spectrul de fotoluminescență a moleculei fotonice formate din cavități optice cuplate [28].

După cum putem observa în Fig. 1.5 (a) și (b), cuplajul dintre modurile cavităților optice modifică semnificativ spectrul MF. Săgețile indică la modurile cuplate. Indicatorul sub formă de cruce prezintă cavitatea excitată. Câmpul intern rezonant de galerie al microsferelor nu este complet închis în interiorul cavităților, acesta oferă și un câmp evanescent ce se extinde în exterior, fiind extrem de sensibil la schimbările mediului dielectric din vecinătatea apropiată a cavității.

Una din promițătoarele aplicații ale microcavităților optice este determinată de posibila utilizare a cavităților optice pentru construcția biosenzorilor cu o sensibilitate fără precedent [35]. Posibilitatea creării a unor astfel de senzori se bazează pe fenomenul de deplasare a spectrului de rezonanță a cavității sau modificarea factorului de calitate al acesteia influențate de trecerea în imediata apropiere de suprafața cavității a atomilor sau moleculelor. Influența este datorită absorbției fotonilor de către proteine sau biomolecule la interacțiunea cu câmpul evanescent electromagnetic format la suprafața cavității. Deplasarea spectrului de rezonanță pentru undele de galerie poate fi descrisă ușor prin teoria împrăștierii prin care această deplasare poate fi exprimată în funcție de densitatea de suprafață a moleculelor ce absorb radiația și polarizabilitatea acestora. Astfel, câmpul evanescent poate facilita fabricarea biosenzorilor microscopici extrem de sensibili, unde fie deplasarea de la poziția rezonantă [36] sau modificarea factorului de calitate Q [37] datorită absorbției radiației de către moleculele studiate, la suprafața cavităților poate fi detectată cu o precizie pentru masă de ordinul 6 pg/mm^2 [38] sau cantități absolute ale moleculelor analizate, până la $0,25 \text{ fmol}$ [39]. În experimentele pilot, au fost utilizați cantitativ biosenzori formați din cavități optice sferice pe baza modurilor de galerie, pentru detectarea proteinelor [40], ADN și un polimorfism cu un singur nucleotid [41]. Datorită simetriei sferice a acestora, răspunsul spectral al senzorilor poate fi analizat folosind teoria de împrăștiere Mie, iar ecuații simple pot fi obținute pentru a calcula schimbarea modurilor de galerie rezonante în funcție de densitatea biomoleculelor de pe suprafața cavităților optice, în funcție de absorbția și polarizabilitatea acestora [38]. Deși toate aceste experimente au demonstrat potențial mare de utilizare a cavităților sferice pentru elaborarea senzorilor în tehnică, conceptul de senzor de înaltă calitate întâmpină mai multe impedimente, în special în ceea ce privește miniaturizarea și simplitate de utilizare. Cele mai multe dintre experimentele menționate mai sus au fost efectuate utilizând microsfele cu un factor înalt de calitate, cu diametre de câteva sute de micrometri. Motivul din spatele acestui fapt este solicitarea legată de un factor de calitate Q suficient de ridicat atunci când detecția are loc în mediu biologic. Factorul Q poate fi mai mare decât 10^{10} în aer și mai mic de 10^9 într-o varietate de solvenți, incluzând metanol, H_2O și alte soluții [37]. Prezența coloranților în zona evanescentă care

se absorb pe lungimea de undă a excitației modurilor de galerie, face ca această valoare Q să scadă cu aproape 3 ordine de mărime. Pe de altă parte, câmpul evanescent al cavităților optice micrometrice se propagă la distanțe de numai în jur sute sau chiar zeci de nanometri [43], ceea ce necesită abordări experimentale sofisticate pentru excitarea prin cuplaj al cavității optice dar și colectarea semnalului emis.

Un alt domeniu de cercetare legat de aplicațiile ale sistemelor de cavități optice, în care sunt captați atomi este legat de procesarea cuantică a informației. Distribuirea informațiilor în mod coerent între nodurile unei rețele este la baza procesării distribuite a informațiilor cuantice. Calculul este împărțit în sub-operații și efectuat pe mai multe registre cuantice mai mici, conectate prin canale clasice și/sau cuantice. Un canal cuantic direct, care conectează nodurile în mod determinist, mai degrabă decât probabilistic, este avantajos pentru calculul cuantic din considerentele erorilor. Implementarea protocolului de transfer determinist a informației de pe un nod pe altul al rețelei cuantice este realizată în lucrarea [44]. Aici transferul se bazează pe un proces Raman asistat de microcavitățile optice, care generează starea inseparabilă prin transferul informației de pe un atom către fotonul ce trece în cavitatea optică unde se află atomul receptor. Transferul qubitului s-a realizat la o viteză de 50 kHz folosind fotonii emiși care sunt absorbiți în nodul receptor cu o probabilitate de $98,1 \pm 0,1\%$ obținându-se astfel o fidelitate a procesului de transfer de ordinul $80,02 \pm 0,07\%$.

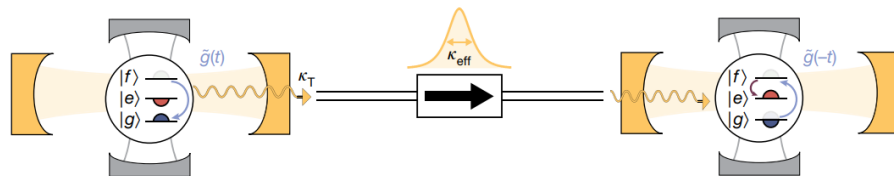


Fig. 1.6. Schema optică cuantică a unui protocol de inseparabilitate unidirecțional determinist între două noduri electrodinamice cuantice ale unei rețele cuantice. Imagine preluată din [44].

În lucrarea [45] s-a propus o schemă eficientă pentru generarea rapidă a stării Greenberger-Horne-Zeilinger ($|GHZ\rangle = \frac{|000\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}}$) pentru trei q-biți, prin construirea canalelor de comenzi rapide, bazată pe invariantele „Lewis-Riesenfeld” în cavitățile separate spațial, cuplate prin fibre optice. Simulările numerice ilustrează faptul că schema nu este doar rapidă, dar și eficientă împotriva incoerenței cauzate de emisiile spontane ale atomilor, pierderile de cavitate și pierderile

de fotoni din fibre. Schema propusă poate fi eficientă pentru realizarea sistemelor cuantice pentru procesarea informației.

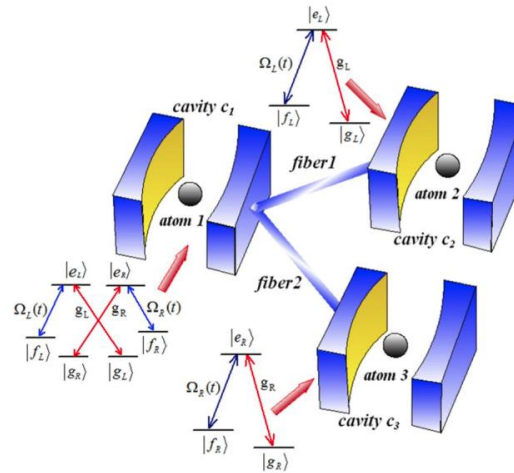


Fig. 1.7. Schema de generare a stărilor Greenberger-Horne-Zeilinger pentru trei q-biți formată din cavități optice cuplate și configurația nivelurilor energetice ale atomilor.

Imagine preluată din [45].

În MF compuse din două cavități optice cuplate, starea cuantică pentru CEM este formată din superpoziția a două moduri cu generarea stării simetrice și anti-simetrice, precum este în cazul moleculei de hidrogen, la suprapunerea stărilor electronilor ce formează legătura chimică covalentă. Despicierea stărilor degenerate pentru CEM al două sau mai multe cavități optice cuplate va depinde de cuplajul dintre cavități [36]. Altfel spus, în anumite condiții, problema modurilor degenerate pentru CEM al două cavități monomod identice, este similară problemei CEM format din două moduri colective (unul interactiv și unul, neinteractiv). Problema modurilor de cavitare degenerate, în interacțiune cu radiatori (atomi, molecule, nuclee) este studiată în Ref. [46-50]. În Ref. [46, 47], problema a două moduri de cavitare degenerate după energie, în interacțiune cu un singur atom cu două niveluri a fost redusă prin o simplă transformare unitară la două moduri EM colective, unul interactiv (ce interacționează cu atomul) și altul, ne-interactiv (mod colectiv ce nu interacționează cu atomul), astfel încât pot fi scrise două ecuații Master separate, ce se soluționează exact. În Ref. [48] este obținută soluția exactă a ecuației Master pentru un singur atom în interacțiune cu N moduri degenerate ale unei cavități fără aproximația unei rotative. În particular, este stabilită existența fenomenului de reversibilitate pentru radiație, împreună cu posibilitatea de suprimare a radiației atomice. În limitele unui factor înalt de calitate al cavităților [49] dinamica unui atom în interacțiune cu două moduri a unei cavități are un comportament interesant oscilatoriu

datorită schimbului dintre un număr mare de atomi și modurile cavității. Sistemul atinge un regim non-clasic extrem, în care intensitatea câmpului în fiecare mod este supusă fluctuațiilor puternice chiar și pentru un număr mare de fotoni inițial în modul de lumină coerentă. Propusa transformare unitară din Ref. [46-50], poate fi utilizată în cavități optice cuplate, cu condiția lipsei radiatorului din fiecare cavitate optică. Descrierea exactă a sistemelor cuantice devine complicată odată cu creșterea numărului gradelor de libertate a sistemului conectate de numărul de oscilatori cuantici, atomi, moduri ale cavităților și altele. În Ref. [51] se constată că, în condiții adecvate și chiar pentru condițiile inițiale inseparabile, câmpul poate evolua către stări pure care au fost numite stări tangente și cotangente. Acest efect poate fi considerat ca un efect optic de capcană [52].

Introdusă în sisteme cum ar fi fotoni, atomi sau ioni, inseparabilitatea cuantică este din ce în ce mai accesibilă în fizica modernă. Inseparabilitatea de formare a unui stări arbitrare a doi q-biți a fost evaluată analitic în Ref. [53]. Gradul de inseparabilitate a unei stări pentru un sistem format din două particule a fost calculat folosind matricea de densitate ce descrie sistemul. Folosind soluția numerică a unei ecuații master, o propunere fezabilă pentru stări inseparabile pe distanțe mari dintre doi q-biți folosind ghiduri plasmonice în loc de fotoni a fost investigat în Ref. 54. S-a arătat că valori mari pentru concurența cuantică C (parametrul ce descrie gradul de inseparabilitate), sunt realizabile pentru distanțe mai mari decât lungimea de undă prin utilizarea ghidurilor de undă plasmonice care sunt disponibile în prezent. Probleme similare de interacțiune dintre doi atomi cu cavități monomod cuplate sunt propuse în Ref. [55-59] în care autorii demonstrează numeric existența unor efecte de inseparabilitate dirijată între doi q-biți plasați în puncte cuantice, nanotuburi sau molecule. Fenomenul de inseparabilitate cuantică a emițătorilor captați prin răcire în cavități optice cuplate a fost problema discutată în lucrările [60] și [61]. În lucrarea [62] este prezentat studiul experimental al transferului cuantic dintre un lanț de ioni, cu cu estimarea entropiei informației.

Efectele cooperative de interacțiune a radiatorilor cu două niveluri cu CEM a fost în atenția multor cercetări teoretice și experimentale [63]. Aceasta este legată de utilizarea sistemelor cu două niveluri la implementarea schemelor logice și circuitelor pentru procesarea cuantică a informației. Ansamblu de q-biți distincți sunt utilizați pentru realizarea registrelor cuantice [64, 65]. Conform principiului indistinctibilității dintre radiatori 1, 2^N stări a N atomi cu două niveluri pot fi reduse la $N + 1$ stări în procesul excitării coerente. În caz particular, efectele cooperative dintre doi radiatori indistinctibili reduc două stări pentru o singură excitare (atomul A în stare

excitată și B în stare de bază și/sau viceversa) la o singură stare (superpoziția simetrică sau antisimetrică a acestor două). Odată cu creșterea numărului de atomi, reducerea numărului de stări este semnificativă. Prezintă interes utilizarea principiului indistinctibilității pentru excitări ale MF și pentru radiatorii plasați în cavitățile acestora. După cum rezultă din abordarea distinctivă a cavităților dopate [66], descrierile analitice ale sistemelor cuantice devin complicate odată cu creșterea numărului de grade de libertate a unor astfel de sisteme, prin creșterea numărului de cavități sau radiatori. În acest caz, numărul gradelor de libertate este legat de numărul de oscilatori cuantici cuplați: atomi și modurile cavităților.

Având în vedere indistinctibilitatea excitărilor atomilor și/sau modurilor de cavitate, se poate utiliza simetria de rotație a MF, având în vedere invarianța stărilor la acțiunea operatorilor ce corespund grupului de simetrie a sistemului cuantic. De exemplu, funcția de undă pentru o singură excitare a radiatorului sau a unui mod a cavității plasată în una din cele trei cavități optice cuplate, simetrice din punct de vedere a cuplajului, trebuie să rămână în aceeași stare cuantică la rotație în jurul axei de simetrie la un unghi de $2\pi/3$ și $4\pi/3$. Astfel, numărul gradelor de libertate ale sistemului format din trei cavități cuplate, este redus la fel cum este în cazul problemei Dicke pentru trei radiatori situați în volumul cu dimensiuni mai mici decât lungimea de undă a modului de cavitate. Prezintă un mare interes utilizarea principiilor simetriei pentru a reduce numărul gradelor de libertate pentru două sau mai multe cavități optice cuplate, prin formarea stărilor de superpoziție simetrică sau anti-simetrică. Aceasta ar conduce la simplificarea semnificativă a descrierii analitice ale sistemelor de molecule fotonice dopate cu radiatori, prin formarea subspațiilor Hilbert închise. Generalizarea problemei MF poate fi realizată prin introducerea schimbului dintre cavități cu vidul sau CEM termal extern.

1.3 Problema atomului ce se mișcă prin unda electromagnetică

Problema cavității optice, în care este fixat un emițător cuantic cu trei niveluri, cu prezentarea descrierii dinamicii sistemului în limita unui factor înalt de calitate, la abatere de la rezonanță este prezentată în lucrarea [67]. Recent, o atenție sporită este dedicată ne-omogeneității câmpului de cavitate format din două moduri degenerate opuse a cavității cu vectorii de undă k și $-k$ [68]. Dinamica unor astfel de sisteme este descrisă prin intermediul a două aspecte ale interacțiunii atomilor cu modurile cuantice ale rezonatorului. Primul dintre ele corespunde procesului de captare și răcire a atomilor [68]. Al doilea aspect este dedicat modificării stărilor îmbrăcate în funcție de poziția atomului față de nodurile și ventrele undei staționare [69, 70] sau

modelul unei cuplaj dependent de timp al atomului, care zboară prin nodurile undei staționare a cavității optice [71-75].

Experimentele cu rezonatoare Fabry-Perot și atomi au condus la obținerea unor teste fundamentale ale teoriei cuantice și diverse demonstrații ale prelucrării cuantice a informației [76]. În experimentele noi este important numărul de noduri și ventre ale undei staționare din cavitatea optică, pentru studierea coerenței atomice de lungă durată. Măsurătorile cuantice fără demolare a polarizării atomice, detectarea unui singur foton [77] și generarea de superpoziții cuantice mezoscopice nelocale [78], au nevoie de o descriere analitică accesibilă pentru sistemul cuantic format dintr-un atom ce se mișcă prin nodurile și ventreele undei staționare a cavității. Posibilitatea păstrării îndelungate a câmpurilor electromagnetice formate dintr-un număr redus de fotoni deschide noi perspective pentru prelucrarea informației cuantice [77]. Cavitățile cu un factor înalt de calitate sunt, de asemenea, promițătoare în căutarea de particule exotice [79].

Problema deplasării Doppler a frecvenței legată de mișcarea atomului în rezonator, a fost în centru atenției a multor cercetări [80-83]. De exemplu, autorii lucrărilor [80, 81], au studiat influența efectului Doppler ce duce la apariția forței de „frecare” a atomului la emisia și absorbția de fotoni. În lucrările [82, 83], autorii s-au focusat asupra ordinului întâi al forței de frecare, luând în considerație interacțiunea dintre câmp și atom. Efectul Doppler este utilizat pentru răcirea cu ajutorul laserului a atomilor, pentru a obține o gamă largă de captare după viteză și, în același timp, temperaturi scăzute. S-a demonstrat că răcirea utilizând efectul Doppler depinde de lățimea vârfului funcției de absorbție. În Ref. [83], se propune un nou efect interesant, care demonstrează că un atom, în interacțiune cu fotonii laser, care se propagă în direcții opuse, ar "vedea" pe ei deplasați spre roșu, mai degrabă decât deplasați spre albastru. Acest efect Doppler se datorează prezenței oglinzilor cavității. El are un impact asupra mișcării și trebuie să fie investigat. Într-o altă lucrare [81] se demonstrează că efectul Doppler în cavitate, în comparație cu spațiu deschis, oferă două ingrediente noi. Primul dintre ele este legat de izolarea câmpului electromagnetic datorită prezenței oglinzilor, ce permite o interacțiune eficientă dintre câmpul cavității și atom. În al doilea rând, efectul Doppler deschide un nou canal de ieșire din cavitate prin oglinzi pentru fotoni. Datorită necesității de a găsi influența efectului Doppler asupra naturii forței pentru captarea atomilor în procesul de răcire, autorii lucrărilor [80-83] au neglijat aspectele cuantice ale modurilor opuse de cavitate.

Având în vedere că aspectul nudațiilor cuantice ale atomului care se mișcă prin unda EM nu au fost suficient studiate în literatura de specialitate, prezintă interes analiza influenței vitezei

atomului în interacțiunea sa cu două moduri ale CEM ce se propagă în sens opus. Aici trebuie să menționăm că, datorită valorii mici a vitezei atomului, deplasarea Doppler [84] a frecvenței în multe cazuri, este neglijată. Pentru a simplifica problema celor două moduri cuantice opuse degenerate în interacțiunea cu atomul în mișcare, se poate neglija influența fotonilor absorbiți și emiși asupra mișcării atomului considerând că viteza acestuia rămâne constantă. La mărirea vitezei de mișcare a atomului, în interacțiunea atomului cu modul CEM ce se propagă în aceeași direcție în raport cu viteza atomului (a cărui frecvență este modificată cu valoarea $+kv$) și, respectiv, cu al doilea mod, care se propagă în direcție opusă (frecvența se modifică cu valoarea $-kv$), mișcarea atomului generează o deplasare de la rezonanță diferită, schimbând în totalitate simetria dintre modul interactiv și ne-interactiv (așa cum au fost definite în referințele [47, 49]). Studiul interacțiunii atomului în mișcare cu CEM cuantificat deschide calea unor noi fenomene de colective, legate de cuplarea modului colectiv interactiv și neinteractiv la interacțiunea indirectă prin intermediul atomului. În noua abordare, problema este similară situației a două cavități optice cuplate, în una din ele fiind captat un atom [66]. Cuplajul dintre modul interactiv și ne-interactiv este realizat prin deplasarea kv , iar dacă este neglijată această deplasare, aceste cavități optice imaginare devin decuplate, precum în Ref. [49].

Prezintă interes aspectul interacțiunii CEM format din două moduri cuantice ce se propagă în sens opus, în interacțiune cu atomul în mișcare cu o viteză mică. Ar fi interesant de demonstrat diferența și asemănarea dintre această abordare și cea propusă în literatura de specialitate [71-75], așa numitul modelul Jaynes-Cummings (JC), cu cuplaj dependent de timp între atom și CEM de cavitate, legată de interacțiunea atomului cu unda staționară de cavitate în reprezentare semi-cuantică.

1.4 Influența subsistemelor în interacțiune asupra condensării Bose-Einstein

Efectele interacțiunii neliniare în gaze formate din două specii de bosoni și condensarea BE a acestora au atras atenția multor studii teoretice [85-92] și experimentale [93-95]. Studiile teoretice [85-92] includ modele ale densității, separarea fazei componentelor și spectrul excitărilor colective. Separarea spațială a două fluide cuantice imiscibile captate a fost analizată în lucrarea 85 și se caracterizează printr-o structură de gen „bilă și înveliș” (ball-and-shell) în care un fluid formează învelișul cu densitate scăzută în jurul celuilalt și depinde de puterea relativă a interacțiunilor inter-specie și intra-specie. O clasificare generală a posibilelor structuri spațiale a fost propusă în lucrarea [96]. Din punct de vedere experimental, [93-95] efectul interacțiunii repulsive reciproce în dinamica unui condensat miscibil Bose-Einstein (CBE) format din

amestecul a două stări hiper-fine a spinului pentru ^{87}Rb prins în capcană magnetică a fost studiat în [93-95]. Studii asupra CBE format din componente miscibile și imiscibile au fost prezentate în Ref. [97]. Oscilații colective de tip „Scissors” în CBE format din amestecul de ^{41}K și ^{87}Rb au fost prezentate în Ref. [98].

Pentru simplitate, se propune problema sistemului cuantic format două specii de atomi ultra-răciți în prezența unei diferențe mare de masă. Vom numi temperatură critică, temperatura la care are loc tranziția de fază BE. Pentru un gaz în care componentele sale interacționează slab, temperatura critică este invers proporțională cu masa atomilor, $T_c \approx \hbar^2 n^{2/3} / mk_B$, unde n este concentrația atomilor, iar m – masa acestora. De menționat aici că interacțiunile nu modifică semnificativ temperatura critică a tranziției de fază. Diferența semnificativă de masă dintre speciile de atomi ultra-răciți va determina o diferență de temperatură critică semnificativă a tranziției de fază pentru fiecare specie (specia grea va avea o temperatură mult mai mică de condensare, în comparație cu specia ușoară). Astfel, în domeniul temperaturilor joase, atunci când, specia ușoară va trece în stare condensată, specia de atomi grea va rămâne ne-condensată. În limita dintre temperaturile critice ale tranziției CBE până la condensarea BE a atomilor grei, sistemul cuantic va conține simultan specia de atomi ușori care vor condensa și specia de atomi grei necondensați. În acest caz, în aproximația Born-Markov, prin metoda operatorului de proiectare, la un număr mare a gradelor de libertate, pot fi eliminați operatorii speciei grele. Astfel se poate de obținut un potențial efectiv care ar descrie influența atomilor grei asupra condensării atomilor speciei ușoare. În acest model, atomii ne-condensați joacă un rol de un subsistem virtual ce ar conduce la renormarea interacțiunii binare dintre atomii din CBE. Această interacțiunea ar putea depinde de concentrația atomilor pentru componenta necondensată și de temperatură. Interacțiunea propusă prezice o modificare a comportamentului parametrului de ordine la temperaturi mai mici decât temperatura critică, [99, 100]. Manipularea interacțiunii într-un sistem cuantic prin intermediul concentrației a unei componente deschide calea pentru noi studii și aplicații ale fluidelor cuantice ce interacționează [101]. Acestea includ rețele dezordonate formate din gaze ultra-răcite, rețele din spini a gazelor, rețele din gaze în câmpuri magnetice artificiale, și, ultima dar nu cea din urmă, procesarea cuantică a informației în rețele de gaze.

Efectele cooperative observate în gaze bosonice la temperaturi joase sunt descrise în Ref. 3, unde este prezentată influența interacțiunii dipolare asupra stării de bază a gazelor Bose ce se rotesc, în limita unei interacțiuni slabe dintre componentele gazelor. Odată cu creșterea

interacțiunii dipolare apare o serie de tranziții dintre componentele rețelei de tip vortex cu diferită simetrie.

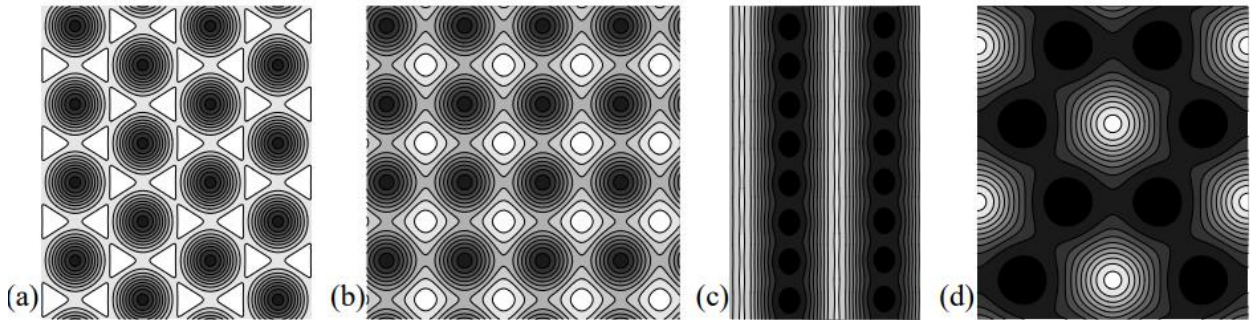


Fig. 1.8. Dependența spațială a densității de particule în starea condensată cu diferită simetrie a potențialului de captare, (a) triunghiulară, (b) pătrat, (c) liniară, (d) hexagonală.

Imagine preluată din [3].

În lucrarea [4] este descrisă cum interacțiunea dipol-dipol dintre gazele bosonice aflate în gropi de potențial periodic cu diferită simetrie, duce la apariția procesului de tunelare cuantică, care afectează deplasarea relativă a două vortexuri vecine și conduce la pierderea coerenței de fază dintre diferite condensate. În figura Fig. 1.9 este reprezentat schematic modelul analizat în această lucrare.

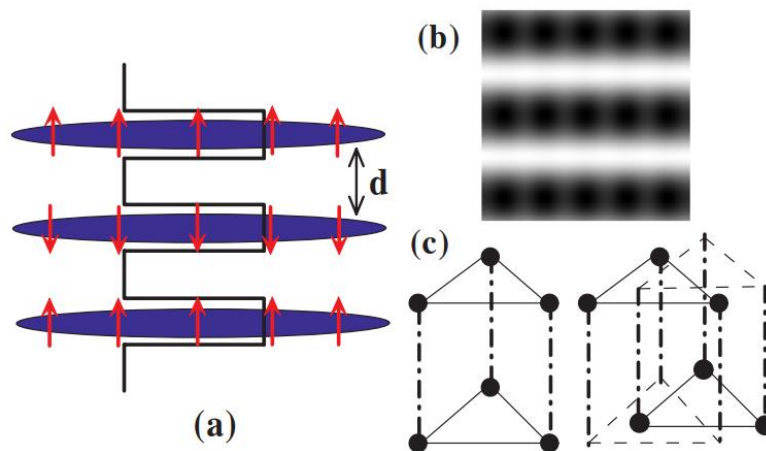


Fig. 1.9. (a) Reprezentarea schematică a modelului. Săgețile roșii indică direcția spinului. (b) Densitatea de particule în profil pentru CBE în gropi de potențial periodice. Nuanța întunecată indică la o densitate mare a particulelor. (c) Reprezentarea schematică a fazei coincidente pentru condensatele BE (stânga) și fază eșalonată (dreapta). Imagine preluată din [4].

Autorii demonstrează că odată cu creșterea distanței dintre gropile de potențial, are loc tranziția de la faza coincidentă dintre condensatele BE aflate în gropi de potențial diferite către faza

eșalonată. Această tranziție este similară cu tranziția de fază de tip Mott pentru superfluide cu excepția legată de interacțiunea dipolară doar dintre condensatele vecine.

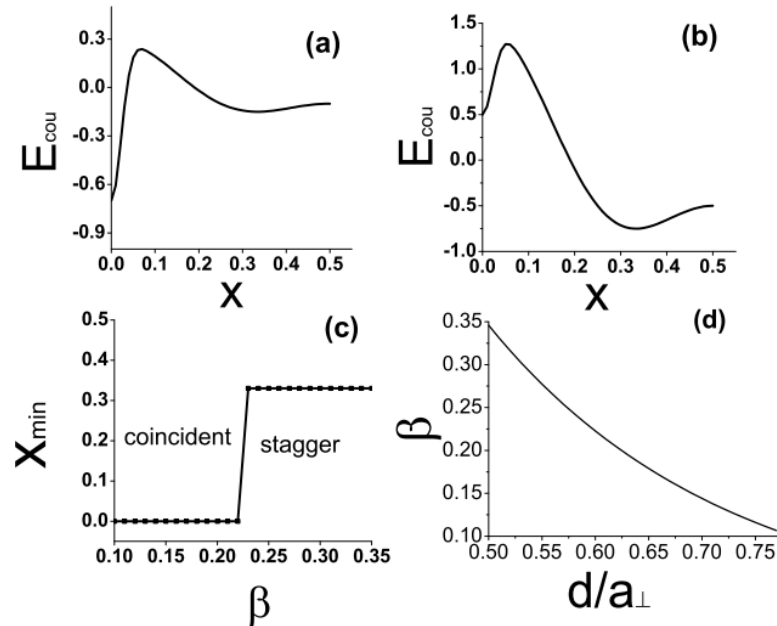


Fig. 1.10 (a,b) Dependența energiei sumare E_{cou} a condensatului (obținută la tunelare dintre două condensate vecine și energia de interacțiune dintre particulele condensatului din groapa de potențial) pentru diferite valori a parametrului spațial, $\beta = 0.1$ și respectiv, $\beta = 0.5$, cu diferite amplasări a minimului energiei, $x = 0$ pentru cazul (a) și $x = 1/3$ pentru cazul (b). (c) Valoarea distanței x_{min} pentru care se obține minimul energiei E_{cou} în funcție de parametrul β . (d) Parametrul β în funcție de parametrul rețelei d . Imagine preluată din [4].

Descrierea teoretică a CBE de obicei se bazează pe teoria microscopică a lui Bogoliubov [102] sau ecuațiile neliniare dependente de timp Gross-Pitaevskii [103, 104] cu potențial de captare, ce prezintă interes pentru experimenterii. Ambele abordări pot fi aplicate pentru gaze bosonice diluate în prezența unei interacțiuni slabe locale între componentele gazului. Prin aceste metode poate fi descrisă omogenitatea și, respective ne-omogenitatea stărilor la temperatura zero. În timp ce modelul Gross-Pitaevskii a fost utilizat pentru descrierea structurilor ne-omogene, relevante pentru experiment [105], metoda microscopică a lui Bogoliubov, o formulare mai riguroasă din punct de vedere matematic, la fel este justificată din punctul de vedere al fizicii statistice. Ideea metodei utilizată de către Bogoliubov constă în înlocuirea cu c -numere a operatorilor bosonici pentru particulele condensate în toate funcțiile de corelație și operatori.

Recent, rolul substituției prin c -numere a operatorilor bosonici de creare și anihilare a fost studiată în lucrările [106-108]. Datorită interacțiunii puternice, la înlocuirea cu c -numere a operatorilor bosonici, se păstrează doar termenii pătratici formați din operatori de creare și anihilare, iar cei care conțin 3 sau 4 operatori pot fi neglijați. Un astfel de Hamiltonian în formă pătratică poate fi utilizat pentru descrierea destul de eficientă a CBE în apropierea $T=0$. Metoda Bogoliubov a fost ulterior aplicată pentru studiul CBE în prezența potențialului de interacțiune ne-local [109].

Pentru utilizarea aproximației Bogoliubov trebuie de ținut cont de condițiile necesare pentru aplicarea teoriei perturbațiilor și anume, o forță de interacțiune dintre particulele condensatului diluat de rază r_0 de acțiune mult mai mică decât distanța d medie dintre molecule

($r_0 \ll d = n^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{N}{V}\right)^{-\frac{1}{3}}$). Astfel interacțiunea dintre două particule este egală cu zero dacă distanța

dintre acestea este mai mare sau egală cu r_0 . La fel trebuie considerate temperatura gazului diluat foarte mică, astfel încât distribuția impulsurilor a componentelor termale $p \sim \sqrt{2mk_B T}$ să fie mult mai mică decât impulsul caracteristic $p = \frac{\hbar}{r_0}$, determinat de raza de acțiune a forței de interacțiune

dintre particule. Astfel, temperatura trebuie să îndeplinească condiția $T \ll \frac{\hbar^2}{2mk_B r_0^2}$, sau pentru

lungimea de împrăștiere a ce caracterizează efectele interacțiunii gazului diluat și rece: $|a|n^{\frac{1}{3}} \ll 1$.

Astfel, rata atomilor care va intra în condensate la temperatura $T=0$, va fi de ordinul

$\frac{n_{CBE}}{n} = 1 - \gamma\sqrt{na^3}$, unde $\gamma = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \approx 1,5$, efect numit „epuizare cuantică” (quantum depletion)

explicat inițial de către Bogoliubov [102], apoi observat experimental în lucrarea [110], în prezența interacțiunii polariton-polariton.

1.5 Inseparabilitatea cuantică pentru doi q-biți. Corelația cuantică

Paradoxul Einstein-Podolsky-Rosen și inegalitatea Bell [111] au stat la baza formării ramurii ce studiază fenomenele de inseparabilitatea cuantică ce apare între doi q-biți. Măsurând careva mărimi pentru două componente ale unui sistem izolat, vom obține corelații statistice dintre aceste mărimi. Spre deosebire de corelațiile clasice, care satisfac inegalitatea Bell și sunt în concordanță cu percepția noastră, corelațiile cuantice calculate, ținând cont de inseparabilitatea

cuantică a stărilor, au dezvăluit fenomene incompatibile cu corelațiile clasice. De atunci și până astăzi, violarea inegalității Bell a fost observată în o serie de experimente, ce demonstrează existența inseparabilității cuantice [112-117]. Inseparabilitatea cuantică reprezintă posibilitatea stărilor cuantice a două sau mai multe particule de a realiza corelații ce nu sunt caracteristice din punctul de vedere clasic.

Studierea fenomenului de inseparabilitate ne-ar permite să înțelegem complexitatea fenomenologică a ne-localizării care poate fi expusă prin inegalitatea Bell. Fenomenul de inseparabilitate cuantică stă la baza formării algoritmilor cuantici și este esențial în domeniul prelucrării și transmiterii informației cuantice. Codificarea super-densă [118] și teleportarea cuantică [119] pentru a fi realizate, sunt necesare sistemele de particule inseparabile („entangled”).

Să presupunem un sistem format din două particule ce pot avea două stări (ex. doi electroni cu spin orientat sus - jos, doi fotoni cu polarizare verticală - orizontală etc.). Dacă vom nota prin $|0\rangle$ și $|1\rangle$ posibilele stări cuantice ale unei particule, atunci pentru două particule, starea sistemului cuantic izolat va putea fi prezentată în spațiul Hilbert format din patru stări. Pentru a descrie fenomenul de inseparabilitate cuantică dintre doi q-biți, vom porni de la cele mai simple stări inseparabile, numite în literatură, stările Bell [120],

$$|\psi_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle \pm |1,1\rangle),$$

$$|\psi_{3,4}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle \pm |1,0\rangle).$$

Vom numi stare inseparabilă a două particule starea care nu poate fi factorizată. Dacă sistemul cuantic format din doi q-biți se află în una dintre aceste stări, putem vorbi despre particule maximal inseparabile. În caz general, starea sistemului cuantic va reprezenta o superpoziție formată din vectorii spațiului Hilbert patru dimensional,

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j=1,2} a_{i,j} |\alpha_i, \beta_j\rangle,$$

unde α_i și β_j reprezintă stările particulelor *A (Alice)* și *B (Bob)* din sistemul cuantic. Inseparabilă fiind, starea $|\psi\rangle$ nu poate fi scrisă sub forma factorizată

$$|\psi\rangle \neq \sum_{i=1,2} a_i |\alpha_i\rangle \otimes \sum_{j=1,2} b_j |\beta_j\rangle,$$

indiferent care nu ar fi coeficienții a_i și b_j ai superpoziției. Starea inseparabilă este o stare colectivă a particulei *Alice* și particulei *Bob*, o stare comună cu proprietăți deosebite. Statistic, toate stările sistemului cuantic satisfac relația $Tr(\rho^2) \leq 1$, unde ρ este matricea de densitate a sistemului cuantic. Stările inseparabile, sau numite și „amestecate” satisfac inegalitatea indicată mai sus, iar

stările separabile, numite și „pure”, satisfac egalitatea.

Pentru a măsura inseparabilitatea cuantică dintre q-biți, Bennet și alții [120], au propus mărimea numită entropia Neumann. Astfel dacă $|\psi\rangle$ este starea sistemului, atunci inseparabilitatea cuantică poate fi definită după relația

$$E(\psi) = -Tr(\rho_A \log_2 \rho_A) = -Tr(\rho_B \log_2 \rho_B),$$

unde $\rho_A = Tr_B(|\psi\rangle\langle\psi|) = \sum_i a_i^2 |\alpha_i\rangle\langle\alpha_i|$ este matricea parțială de densitate pentru o particulă, obținută prin luarea operației Tr după cealaltă particulă. Astfel inseparabilitatea cuantică va fi descrisă din relația

$$E(\psi) = -\sum_i a_i^2 \log_2 a_i^2$$

Entropia von Neumann va lua valori cuprinse între 0 (pentru starea cuantică separabilă) și 1 (pentru starea cuantică maximal amestecată, inseparabilă). De exemplu, pentru stările Bell, specificate mai sus, entropia ia valoarea egală cu 1.

În lucrarea [121] este generalizată formula pentru entropia von Neumann, astfel inseparabilitatea cuantică este exprimată prin matricea de densitate a sistemului, care, la rândul ei, de obicei este prezentată în baza formată de stările pure. Dacă vom nota probabilitățile realizării stărilor pure prin p_i , atunci matricea de densitate a sistemului poate fi scrisă sub forma

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$$

unde $|\psi_i\rangle = |\alpha_i\rangle|\beta_i\rangle$ reprezintă stările pure ale sistemului din doi q-biți. Inseparabilitatea sistemului se va considera egală cu minimul dintre ansamblurile de stări inseparabile formate din stările pure

$$E(\psi) = \min_i \sum p_i E(\psi_i)$$

Inseparabilitatea sistemului E va lua valoare zero doar în cazul când starea sistemului poate fi exprimată prin produsul direct dintre o superpoziție de stări ale qubitului A (Alice) și B (Bob):

$|\psi\rangle = (a_1|\alpha_1\rangle + a_2|\alpha_2\rangle) \otimes (b_1|\beta_1\rangle + b_2|\beta_2\rangle)$. Când starea sistemului este reprezentată în baza formată din stările „minune” Bell, cu deosebirea doar în faza introdusă, unde

$$|e_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle); |e_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}i(|00\rangle - |11\rangle);$$

$$|e_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle); |e_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}i(|01\rangle - |10\rangle);$$

vom obține o reprezentare mult mai simplă pentru inseparabilitatea sistemului cuantic

$$E(\psi) = f[C(\psi)],$$

iar $f[C] = h\left(\frac{1+\sqrt{1-C^2}}{2}\right)$; $h(x) = -x \log_2 x - (1-x) \log_2 (1-x)$. Valoarea funcției $f[C]$ este

cuprinsă în intervalul $[0,1]$, astfel se poate de introdus o nouă mărime, numită în literatura de specialitate, *concurența cuantică*, care la fel va lua valori cuprinse în acest interval. Pentru simplitate, trecerea la baza „minune”, poate fi realizată prin intermediul matricelor Pauli. Astfel,

concurența cuantică poate fi calculată din relația $C(\psi) = |\langle \psi | \tilde{\psi} \rangle|$, unde $|\tilde{\psi}\rangle = \sigma_y \otimes \sigma_y |\psi^*\rangle$ iar

$|\psi^*\rangle$ reprezintă complex conjugata stării sistemului, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ - matricea Pauli. Dacă se

cunoaște matricea de densitate a sistemului cuantic, atunci inseparabilitatea cuantică poate fi exprimată prin aceasta în felul următor

$$E(\rho) = f[C(\rho)],$$

iar $C(\rho) = \max(\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4)$, unde λ_i reprezintă valorile proprii ale matricei Hermitice

$R = \sqrt{\sqrt{\rho} \tilde{\rho} \sqrt{\rho}}$, $\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho^* (\sigma_y \otimes \sigma_y)$, ρ^* - matricea de densitate complex conjugată.

După cum observăm din relațiile de mai sus, mărimea *concurența cuantică*, vine să ne descrie inseparabilitatea cuantică ce se stabilește între particulele A și B ale sistemului.

Două expresii clasice identice pentru informațiile reciproce diferă, în general, atunci când sistemele implicate sunt cuantice. Această diferență poate fi măsurată prin discordul cuantic, mărime, prin care poate fi determinată rata cuanticității unei corelații. Separabilitatea stărilor care descriu o pereche de q-biți nu garantează dispariția discordului cuantic, arătând astfel că absența inseparabilității cuantice nu implică clasicitate. Astfel, discordul cuantic indică limita de trecere de la starea cuantică la starea clasică a sistemului [122]. Dacă avem două subsisteme cuantice A și B corelate, atunci, după definiție, discordul cuantic este determinat de diferența dintre corelația clasică și corelația cuantică

$$D_B(\rho_{AB}) = I(\rho_{AB}) - J_B(\rho_{AB}),$$

unde $I(\rho_{AB}) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB})$ reprezintă corelația cuantică din sistemul format din două particule, iar $J_B = S(\rho_A) - S(\rho_B | \rho_A)$ reprezintă corelația clasică dintre aceste particule.

Aici $S(\rho)$ este entropia Von-Neumann. Metoda de calcul explicită a discordului cuantic pentru

un exemplu concret poate fi găsită în lucrarea 123.

1.6 Concluzii la capitol

În ultimii ani, o atenție deosebită a fost acordată problemei de interacțiune dintre un număr mare de radiatori (nuclee, atomi, molecule) și câmpul electromagnetic al unui set de cavități optice cuplate. „Celula elementară” din sistemul cuantic compus din binomul atom – cavitate ce formează în spațiu structuri fotonice periodice oferă noi oportunități pentru dezvoltarea procesării la nivel cuantic a informației și distribuirea ei prin intermediul rețelelor cuantice. Ținând cont de importanța efectelor cooperative ce apar la interacțiunea cavităților optice cuplate, ce pot forma molecule fotonice cu diferite simetrii locale, se propune cercetarea dinamicii și statisticii cuantice ale acestora. Prezintă interes problema moleculelor fotonice deschise (cavități optice cuplate, în prezența pierderilor de fotoni la un factor mic de calitate al cavităților). Aceasta poate fi cercetată prin formalismul statisticii cuantice și ecuației master. Inseparabilitatea cuantică care se poate stabili dintre atomul A din cavitatea „1” și atomul B , captat în cavitatea „2”, ar forma sistemul fizic indispensabil domeniului informaticii cuantice, în care, astăzi sunt căutate cele mai eficiente sisteme fizice pentru implementarea algoritmilor de prelucrare cuantică a informației. Se propune să fie cercetată inseparabilitatea cuantică a radiatorilor plasați în două cavități diferite, pentru stare inițială factorizabilă ale acestora. Pentru măsurarea corelației cuantice ce se stabilește în sisteme cuantice formate din două sau mai multe particule, pot fi utilizate mărimile de tip concurența cuantică (măsură a inseparabilității), discordul cuantic (măsură a cuanticității corelației), entropia Von-Neumann.

Pentru elucidarea influenței mișcării atomului asupra interacțiunii acestuia cu radiația EM cuantificată, care stă la baza domeniului opticii cuantice, este propusă spre studiere problema interacțiunii atomului în mișcare cu două moduri ale CEM ce se propagă în sens opus. Pentru modurile degenerate poate fi utilizată transformarea unitară propusă în literatură prin care se obține interacțiunea atomului cu modurile colective „interactiv” și „ne-interactiv” dintre subsistemele cuantice indicate în model.

Studiind efectele cooperative ce apar în subsisteme cuantice în interacțiune, se propune studierea tranziției Bose-Einstein pentru două specii de gaze bosonice, ce au o diferență semnificativă de masă. Diferența de masă va asigura o diferență semnificativă a temperaturilor critice de condensare ale acestor componente. Astfel, se va forma fereastra dintre temperaturile

critice, în care una din componente va forma condensatul BE, iar cealaltă componentă, va influența formarea acestui condensat.

2. TRANSFERUL COOPERATIV DINTRE CAVITĂȚI OPTICE CUPLATE DOPATE CU RADIATORI

În acest capitol este cercetat transferul de energie dintre emițători cuantici localizați în cavități optice cuplate prin câmpul evanescent. În limita unui factor înalt de calitate al cavităților este obținută soluția exactă a ecuației Schrödinger a acestui sistem. Prezintă interes problema transferului unei singure excitații amplasate inițial într-o cavitate către cealaltă cavitate distinctă, către cel de-al doilea radiator. Se analizează analitic și numeric dinamica transferului energiei în funcție de parametrul de cuplaj între cavități. O altă problemă atractivă este condiția de reversibilitate dintre excitațiile atomice și de câmp de cavitate, la traversarea acestora de către radiatori (reversibilitatea cuantică). Problema similară este studiată în limita unui factor mic de calitate al cavităților, când durata de viață de a fotonilor din cavitate este mult mai mică decât timpul de viață a excitației atomice. În acest caz, se obține soluția analitică a ecuației master. Este cercetată inseparabilitatea cuantică ce se stabilește dintre radiatorii plasați în două cavități diferite. Descrierea exactă a unui astfel de sistem deschide noi posibilități pentru transmiterea și prelucrarea informației paralele. Principalele rezultate descrise în acest capitol au fost publicate în lucrările [66, 124, 125]. Problema cavităților optice cuplate este soluționată utilizând atât metoda tradițională (subcapitolele 2.2, 2.3), cât și propusă utilizarea simetriei moleculelor fotonice pentru generarea subspațiilor Hilbert de dimensiuni reduse (subcapitolele 2.4, 2.5). În ambele cazuri se descrie dinamica sistemului în două limite pentru factorul de calitate al cavităților.

2.1 Cercetarea problemei de transfer energetic prin cuplajul dintre mai multe cavități distincte dopate cu radiatori

Urmând tendințele actuale legate de numărul mare de structuri fotonice periodice cuplate dopate cu câte un radiator în fiecare cavitate [1], aici avem scopul de a găsi soluția exactă în cazul unui număr mic de „celule” în sistem. Având în vedere numărul mare de grade de libertate ale sistemului de atomi în interacțiune cu modurile cavităților cuplate în cristale fotonice [1], o soluție exactă a acestui ansamblu cuantic nu a fost încă găsită. Modelul JCH [1] ia în considerare numărul mic de radiatori excitate în comparație cu numărul de atomi în stare de bază. Evitând această aproximare, vom obține soluția exactă pentru doi și trei atomi cu două niveluri situați în cavități separate, cuplate așa cum este prezentat în Fig. 2.1. Această soluție descrie posibilitatea

transferului energiei dintr-o cavitate în alta. Transferul periodic al energiei depinde de constantele de cuplaj ale atomilor cu modul cavității și cuplajul între cavități.

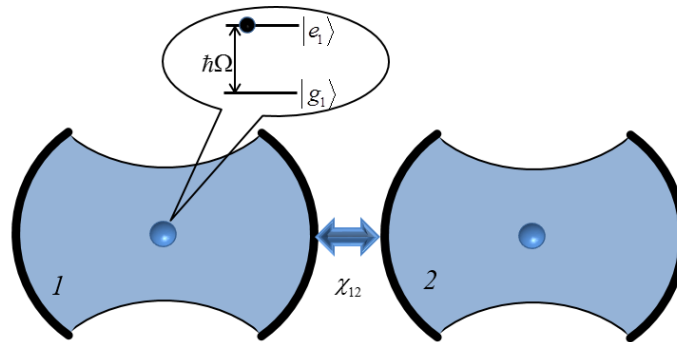


Fig. 2.1. Reprezentarea schematică a cavităților monomod dopate cu câte un emițător cuantic cu două niveluri.

În conformitate cu această descriere, subsistemele atomic și câmpul electromagnetic devin periodic inseparabile în urma nutațiilor cuantice care au loc între cele două cavități. În scopul de a observa acest lucru ne propunem un experiment cu doi atomi ce zboară prin cavități cuplate distincte. Ne-am stabilit problema de realizare simultană a condițiilor de capcană pentru câmpul electromagnetic al două cavități traversate de către atomi [126-131]. Este bine cunoscut faptul că această condiție este realizată în sistemul cu trei niveluri și devine mult mai complicată în cazul emițătorilor cu două niveluri unde este realizată doar condiția de capcană dinamică (după nutații cuantice sistemul revine la starea inițială). În subcapitolul 2.2 se arată că, datorită cuplajului cavităților, condiția de capcană pentru doi atomi ce zboară prin diferite cavități devine posibilă. Aceste condiții depind de pregătirea inițială a stării atomilor și câmpului de cavitate. Efectul de reversibilitate rezultă din soluțiile ecuației Schrödinger a doi atomi în interacțiune cu modurile ale celor două cavități cuplate. Trei q-biți în interacțiune cu câmpul electromagnetic a trei cavități cuplate au un comportament de cooperare similar cu doi atomi localizați în două cavități. În limita unui factor mic de calitate al cavităților, în care se analizează dinamica sistemului în prezența pierderilor de cavitate, observăm o dinamică similară sistemelor deschise pentru efectele de inseparabilitate [54], cu atenuare exponențială caracterizată de interacțiunea cu vidul electromagnetic extern. În subcapitolul 2.3 vom folosi această soluție exactă pentru a studia inseparabilitatea [132-135] între atomi, pentru prezentarea dependenței de timp a concurenței.

Să considerăm n cavități optice monomod situate la distanțe mai mici decât lungimea de undă a câmpului electromagnetic de cavitate. În astfel de sisteme, un cuplaj bun între cavități poate

fi realizat prin suprapunerea funcțiilor de undă a câmpului electromagnetic (câmpul evanescent, vezi Fig. 2.1). Pentru simplitate, vom considera că în fiecare cavitate este localizat câte un radiator ce posedă o tranziție activă dintre nivelul de bază $|g\rangle$ și cel excitat $|e\rangle$ în apropierea rezonanței cu modurile cavităților. Considerând că frecvența de tranziție Ω este abătută de la rezonanță nu prea mult cu valoarea $\Delta = \omega - \Omega$, unde frecvența modurilor cavităților este ω . Pierderile de fotoni din cavități pot fi descrise prin rata k_i . Putem în aceste condiții descrie dinamica cu ajutorul ecuației master

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{\rho}(t), \hat{H}] + \sum_{i=1}^n \{k_i[\hat{a}_i\hat{\rho}, \hat{a}_i^\dagger] + h.c.\} \quad (2.1)$$

Aici Hamiltonianul \hat{H} poate fi prezentat prin suma dintre partea liberă și partea interacțiune respectiv, $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, care pot fi scrise cu ajutorul următorilor operatori ai subsistemului atomic și al modurilor de cavitate

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= \sum_{i=1}^n (\hbar\omega\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_i + \hbar\Omega\hat{R}_{zi}) \\ \hat{H}_I &= \hbar\sum_{i=1}^n (g_i\hat{R}_i^+\hat{a}_i + h.c.) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j\neq i}^n \chi_{i,j}(\hat{a}_i^\dagger\hat{a}_j + h.c.) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Aici n reprezintă numărul cavităților cuplate. Dacă cuplajul dintre cavitățile optice identice va fi realizat după cum s-a menționat mai sus prin intermediul câmpului evanescent, în acest caz parametrul de schimb dintre cavități va fi funcție de distanța dintre acestea. Astfel, prin amplasarea cavităților vom asigura diferite simetrii a sistemului cuantic prin modificarea parametrului de schimb. Pentru simplitate, vom analiza cazul când parametrul de schimb ia aceleași valori la interacțiunea dintre două cavități sau valori diferite la interacțiunea modurilor a trei cavități cu simetrie de amplasare a acestora în vârfurile unui triunghi echilateral sau vârfurile unui triunghi isoscel. Primul termen din Hamiltonianul de interacțiune (2.2) descrie interacțiunea a doi atomi distincți cu modurile cavităților. Termenul al doilea denotă schimbul de energie dintre cavități prin intermediul fotonilor, descris de parametrul de cuplaj χ . Operatorii de anihilare \hat{a}_i și creare \hat{a}_i^\dagger pentru câmpul electromagnetic și operatorii subsistemului atomic de excitare \hat{R}_i^+ și dezexcitare \hat{R}_i^- satisfac următoarele relații de comutare $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}$ și $[\hat{R}_i^+, \hat{R}_j^-] = 2\delta_{i,j}\hat{R}_{zi}$, $[\hat{R}_{zi}, \hat{R}_j^\pm] = \pm\delta_{i,j}\hat{R}_i^\pm$ respectiv. Problema cavităților optice cuplate este în continuare studiată în două limite. În primul caz este cercetat sistemul cuantic în limita unui factor înalt de calitate al cavităților, adică $k_i = 0$.

În al doilea caz, este studiată dinamica sistemului în prezența pierderilor de cavitate, în limita unui factor mic de calitate al acestora. Astfel în această limită, este prezentată influența interacțiunii modurilor de cavitate cu vidul electromagnetic extern asupra inseparabilității cuantice ce se stabilește între atomii plasați în cavități distincte, când $k_i \geq 1/\tau_0$, unde $1/\tau_0$ este rata de emisie spontană a unui atom plasat în una din cavități.

2.2 Două cavități cuplate în limita unui factor înalt de calitate

În limita unui factor înalt de calitate al cavităților, putem ușor demonstra faptul că la rezonanță când $\Delta = 0$, partea liberă a Hamiltonianului \hat{H}_0 comută cu partea interacțiune \hat{H}_I . Pentru demonstrare se poate de ținut cont că $[\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j} \hat{a}_j^\dagger$ iar $[\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i, \hat{a}_j] = -\delta_{i,j} \hat{a}_j$, astfel $[a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2, a_1^\dagger a_2 + a_2^\dagger a_1] = a_1^\dagger a_2 - a_1 a_2^\dagger + a_1 a_2^\dagger - a_2 a_1^\dagger = 0$. Datorită acestui lucru, vom scrie ecuația Schrödinger în reprezentarea interacțiune

$$\frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}_I |\psi(t)\rangle \quad (2.3)$$

cu Hamiltonianul de interacțiune independent de timp. O metodă originală de a găsi soluțiile ecuațiilor Schrödinger și master au fost propuse în lucrările [46-50]. Din nefericire, metoda transformării unitare pentru ecuația master sau Schrödinger pentru a obține două subsisteme cuantice colective ale CEM, interactiv și ne-interactiv, pentru a elimina interacțiunea dintre moduri, prin diagonalizare, nu este aplicabilă în cazul nostru din cauza termenului ce corespunde transferului de energie dintr-o cavitate în alta. În cazul nostru o transformare unitară poate fi utilizată numai pentru diagonalizarea Hamiltonianului de interacțiune, dar nu pentru a obține un Hamiltonian ce ar descrie două subsisteme colective ale CEM independente. Luând acestea în considerație, vom determina soluția analitică a ecuației Schrödinger $E_n |\psi\rangle_n = \hat{H}_I |\psi\rangle_n$ utilizând metoda teoriei perturbațiilor, cazul degenerat. Considerând că energia sistemului atom-cavitate este măsurată de la punctul zero $E = 0$, observăm șase stări degenerate a sistemului după energie ($E = \hbar\omega(n_1 + n_2 + 2)$): $|\psi_1\rangle = |e_1, e_2\rangle |n_1, n_2\rangle$, $|\psi_2\rangle = |e_1, g_2\rangle |n_1, n_2 + 1\rangle$, $|\psi_3\rangle = |g_1, e_2\rangle |n_1 + 1, n_2\rangle$, $|\psi_4\rangle = |g_1, g_2\rangle |n_1 + 1, n_2 + 1\rangle$, $|\psi_5\rangle = |e_1, g_2\rangle |n_1 + 1, n_2\rangle$, $|\psi_6\rangle = |g_1, e_2\rangle |n_1, n_2 + 1\rangle$, unde $|e_i\rangle$ și $|g_i\rangle$ sunt stările excitată și fundamentală a doi atomi plasați în două cavități optice cuplate, $|n_1\rangle$ și $|n_2\rangle$ sunt stările ce ne indică la numărul de fotoni din prima și a doua cavitate. Ultimele două stări din

expresiile de mai sus s-au obținut datorită tunelării fotonilor dintr-o cavitate în alta.

Folosindu-ne de teoria perturbațiilor, determinăm stările și valorile proprii a Hamiltonianului de interacțiune (2.2). Din sistemul omogen de ecuații pentru funcția de undă

$$|\psi\rangle_n = \sum_{i=1}^n c_i |\psi_i\rangle, \text{ găsim valorile proprii de energie: } E_{1(2)} = \pm\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + 2\varepsilon_1\varepsilon_2}; \quad E_{5(6)} = 0;$$

$$E_{3(4)} = \pm\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 - 2\varepsilon_1\varepsilon_2}. \text{ Pentru aceste valori proprii se obțin următorii coeficienți:}$$

$$c_{1(2),1} = -0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/E_1, \quad c_{1(2),2} = \mp 1/2, \quad c_{1(2),3} = \mp 1/2, \quad c_{1(2),4} = -0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/E_1,$$

$$c_{1(2),5} = -0,5\varepsilon_3/E_1, \quad c_{1(2),6} = -0,5\varepsilon_3/E_3, \quad c_{3(4),1} = \pm 0,5(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/E_3, \quad c_{3(4),2} = 1/2, \quad c_{3(4),3} = -1/2,$$

$$c_{3(4),4} = \pm 0,5(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/E_3, \quad c_{3(4),5} = \pm 0,5\varepsilon_3/E_3, \quad c_{3(4),6} = \mp 0,5\varepsilon_3/E_3. \text{ Observăm că interacțiunea}$$

analizată a permis scoaterea degenerării doar pentru 4 stări, respectiv 2 stări în continuare rămânând degenerate. Pentru stările degenerate, utilizând condiția suplimentară legată de ortogonalitatea acestora, se poate de determinat următorii coeficienți:

ortogonalitatea acestora, se poate de determinat următorii coeficienți:

$$c_{5(6),1} = \frac{r_1}{\sqrt{2}}; \quad c_{5(6),2} = 0; \quad c_{5(6),3} = 0; \quad c_{5(6),5} = -\frac{\varepsilon_2\varepsilon_3r_2 - \varepsilon_1(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_3^2)r_1}{r_2^2\sqrt{2}}, \quad (2.4)$$

$$c_{5(6),4} = -\frac{\varepsilon_3r_2 - 2\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3r_1}{r_2^2\sqrt{2}}; \quad c_{5(6),6} = -\frac{\varepsilon_1\varepsilon_3r_2 - \varepsilon_2(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2)r_1}{r_2^2\sqrt{2}}.$$

Aici noile constante sunt exprimate prin numărul de fotoni și constantele de interacțiune în felul următor

$$\varepsilon_1 = \hbar g \sqrt{n_1 + 1}, \quad \varepsilon_2 = \hbar g \sqrt{n_2 + 1}, \quad \varepsilon_3 = \hbar \chi \sqrt{(n_1 + 1)(n_2 + 1)},$$

$$r_1 = \varepsilon_3 r_2 / \sqrt{\varepsilon_1^4 - 2\varepsilon_1^2(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2) + (\varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)^2} \quad (2.5)$$

$$r_2 = \sqrt{(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)}.$$

Să analizăm pentru simplitate problema a trei cavități plasate în vârfurile unui triunghi echilateral. În această situație cuplajul dintre cavități va fi identic, ceea ce permite analiza simplificată a problemei. Putem obține soluția exactă a migrației unei singure excitații atomice (fotonice) plasată în una din cavități $|e_1 g_2 g_3\rangle$, considerând starea vid pentru CEM, $|0, 0, 0\rangle$. Stările degenerate a acestui sistem vor fi:

$$|\psi_1\rangle = |e_1, g_2, g_3\rangle |0, 0, 0\rangle, \quad |\psi_2\rangle = |g_1, e_2, g_3\rangle |0, 0, 0\rangle,$$

$$|\psi_3\rangle = |g_1, g_2, e_3\rangle |0, 0, 0\rangle, \quad |\psi_4\rangle = |g_1, g_2, g_3\rangle |1, 0, 0\rangle, \quad |\psi_5\rangle = |g_1, g_2, g_3\rangle |0, 1, 0\rangle,$$

$|\psi_6\rangle = |g_1, g_2, g_3\rangle |0, 0, 1\rangle$. Dacă vom urma aceeași metodă, descrisă mai sus, pentru Hamiltonianul de interacțiune (2) vom obține următoarele valori proprii $\lambda_{1(2)} = \chi \mp \sqrt{g^2 + \chi^2}$, $\lambda_{3(4)} = -0.5\left(\chi + \sqrt{4g^2 + \chi^2}\right)$, $\lambda_{5(6)} = 0.5\left(-\chi + \sqrt{4g^2 + \chi^2}\right)$. Coeficienții superpoziției pentru cuasinivelurile energetice nedegenerate λ_1 și λ_2 sunt:

$$\begin{aligned} c_{1(2),1} = c_{1(2),2} = c_{1(2),3} &= g^{-1}\left(\chi \pm \sqrt{g^2 + \chi^2}\right)\sigma^\mp / \sqrt{6}; \\ c_{1(2),4} = c_{1(2),5} = c_{1(2),6} &= -\sigma^\mp / \sqrt{6}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Aici este utilizată următoarea notație $\sigma^\mp = \sqrt{\left(g^2 + \chi^2 \mp \chi\sqrt{g^2 + \chi^2}\right)\left(g^2 + \chi^2\right)^{-1}}$. Pentru stările rămase degenerate coeficienții superpoziției sunt:

$$\begin{aligned} c_{3,1(2)} &= \frac{-\left(\pm 3 + \sqrt{3}\right)\lambda_5}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_5)}}; \quad c_{3,3} = \frac{2\lambda_5}{\sqrt{6(4g^2 - 2\chi\lambda_5)}}; \\ c_{3,4(5)} &= \frac{\left(\pm 3 + \sqrt{3}\right)g}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_5)}}; \quad c_{4,1(2)} = \frac{-\left(\mp 3 + \sqrt{3}\right)\lambda_5}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_5)}}; \\ c_{4,3} &= \frac{2\lambda_5}{\sqrt{6(4g^2 - 2\chi\lambda_5)}}; \quad c_{4,4(5)} = \frac{\left(\mp 3 + \sqrt{3}\right)g}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_5)}}; \\ c_{5,1(2)} &= \frac{\left(\pm 3 + \sqrt{3}\right)\lambda_3}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_3)}}; \quad c_{5,3} = \frac{2\lambda_3}{\sqrt{6(4g^2 - 2\chi\lambda_3)}}; \\ c_{5,4(5)} &= \frac{-\left(\pm 3 + \sqrt{3}\right)g}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_3)}}; \quad c_{6,1(2)} = \frac{\left(\mp 3 + \sqrt{3}\right)\lambda_3}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_3)}}; \\ c_{6,3} &= \frac{2\lambda_3}{\sqrt{6(4g^2 - 2\chi\lambda_3)}}; \quad c_{6,4(5)} = \frac{-\left(\mp 3 + \sqrt{3}\right)g}{3\sqrt{2(4g^2 - 2\chi\lambda_3)}}; \\ c_{3(5),6} = c_{4(6),6} &= \sqrt{2}g / \sqrt{3\left(4g^2 + \chi^2 \mp \chi\sqrt{4g^2 + \chi^2}\right)}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Cunoscând stările și valorile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune, putem prezenta funcția de undă nestaționară în reprezentarea interacțiune

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i,j=1}^6 A_i c_{i,j} \text{Exp}\left(-\frac{i}{\hbar} E_i t\right) |\psi_j\rangle. \quad (2.8)$$

Propunem în continuare descrierea transferului periodic al energiei între cavități. Considerând

starea inițială a sistemului $|\psi(0)\rangle = |e_1, g_2\rangle |n_1 + 1, n_2\rangle$, (sau $|\psi(0)\rangle = |e_1, g_2, g_3\rangle |0, 0, 0\rangle$), vom obține starea sistemului $|\psi(0)\rangle = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 A_i c_{j,2} |\psi_j\rangle = |e_1, g_2\rangle |n_1 + 1, n_2\rangle$. Aici A_j denotă coeficienți de superpoziție, utilizați pentru exprimarea stării inițiale prin stările proprii a Hamiltonianului de interacțiune. Utilizând soluția (2.8) și careva condiții inițiale, putem determina timpul de tunelare a unei excitații dintr-o cavitate în alta. Inițial probabilitatea tunelării periodice a excitației $\langle n_1, n_2 + 1 | \langle g_1, e_2 | \psi(t) \rangle^2$ în funcție de parametrul de transfer dintre cavități. Utilizând aceeași abordare, poate fi analizată problema a trei cavități optice cuplate în linie sau vârfurile unui triunghi isoscel, în care sunt captați emițători cuantici. Plasarea în vârfurile unui triunghi isoscel va asigura un cuplaj diferit dintre cavitățile localizate în baza triunghiului, astfel se modifică simetria problemei și, evident dinamica transferului energiei dintre cavități va depinde de noua simetrie. Un rol important asupra transferului energiei dintre cavități va avea simetria cuplării cavităților (aranjarea în linie care asigură cuplajul dintre cavitățile vecine și lipsa cuplajului dintre cavitățile amplasate la limite, în vârfurile unui triunghi echilateral, când cavitățile au gradul cel mai înalt de cuplare sau vârfurile unui triunghi isoscel, când este prezentă doar axa de simetrie ce corespunde mediatoarei triunghiului). Pentru analiza influenței simetriei cuplării cavităților asupra transferului se propune în continuare dependențele de timp a transferului excitației atomice din cavitatea I către celelalte cavități. După cum se poate observa din Fig. 2.2, intervalul de timp al tranziției excitației atomice către a treia cavitate depinde de parametrul de schimb dintre cavități. Astfel dacă cuplajul dintre cavitatea I și cavitatea 3 lipsește (cavitățile plasate în linie), atunci transferul excitației are loc prin intermediul cavității a doua (prin apariția probabilității diferită de zero pentru starea excitată a atomului localizat în această cavitate), după care, energia ajunge și în cavitatea a treia. După cum putem vedea din Fig. 2.2 (a), această excitație ulterior se distribuie în toate cele trei cavități, cu preponderență în cavitățile I și 3 , de la capete. Dacă schimbăm simetria sistemului, prin cuplarea cavităților I și 3 , (Fig. 2.2(b)), observăm o modificare nesemnificativă pentru prezența excitației atomice în a doua cavitate. Modificări esențiale se atestă în transferul excitației către cea de-a treia cavitate, care deja se realizează atât indirect prin intermediul cavității a doua ($\chi_{23} = 0.3g$), cât și direct ($\chi_{13} = 0.2g$). Observăm că în acest caz intervalul de timp al tranziției excitației către a treia cavitate se micșorează, dar, datorită cuplajului dintre toate cavitățile, ulterior energia se distribuie în toate cavitățile.

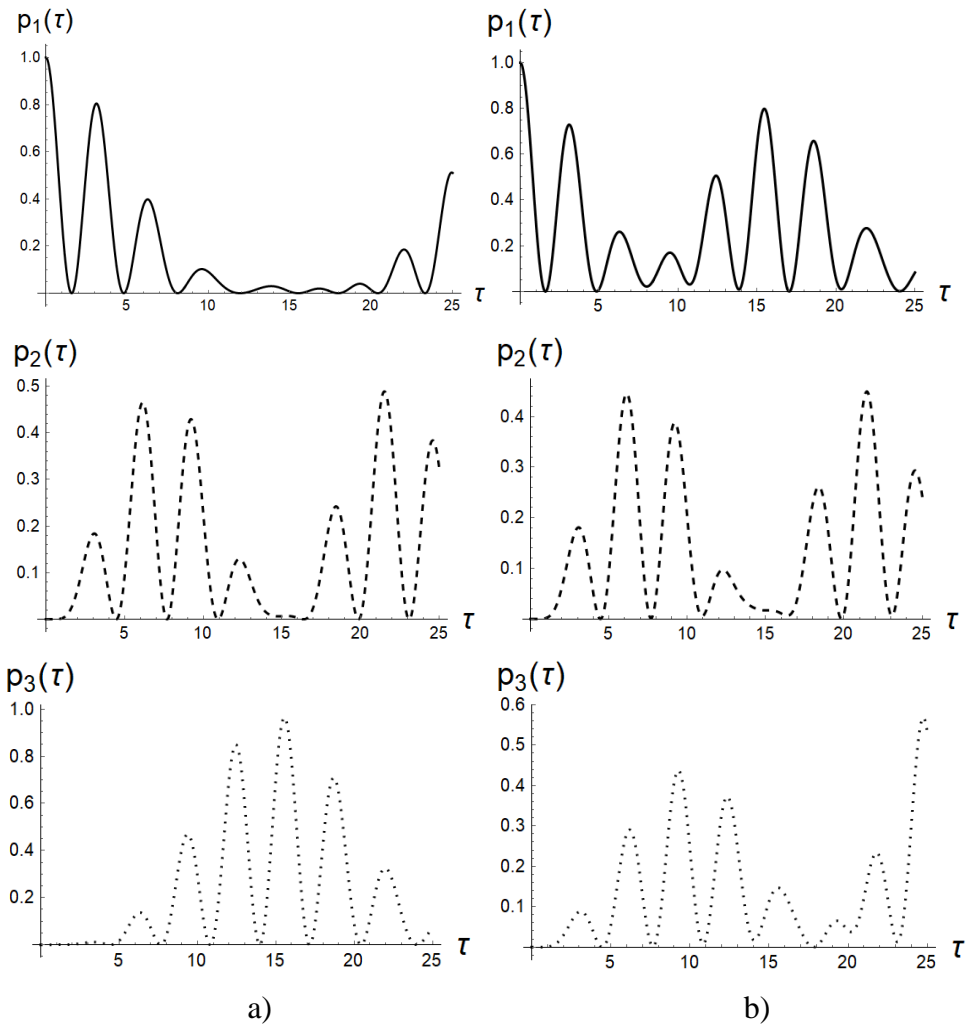


Fig. 2.2 Dependența de timp a populației nivelului excitat pentru atomul localizat în prima cavitate $p_1(\tau)$, a doua cavitate $p_2(\tau)$ și a treia cavitate $p_3(\tau)$, la cuplarea în linie (a) și vârfurile unui triunghi isoscel a cavităților (b): $\tau = gt$, $\chi_{12} = \chi_{23} = 0.3g$, iar $\chi_{31} = 0$ pentru cazul (a) și $\chi_{31} = 0.2g$ pentru (b).

Pentru elucidarea posibilității utilizării cavităților optice cuplate, în care sunt localizați emițători cuantici cu două niveluri, se propune studierea transferului informației (bitului cuantic) înscrise prin populația nivelurilor energetice ale atomului A (*Alice*) din prima cavitate, $|\psi_A\rangle = \cos \mathcal{G}|e_1\rangle + \sin \mathcal{G}|g_1\rangle$, către atomul B (*Bob*) plasat în a doua cavitate. Să analizăm cazul prezenței unei singure excitări cuantice în sistem. Pentru o singură excitare în sistem, vom avea următoarele stări $|\psi_1\rangle = |e_1g_2\rangle|0,0\rangle$, $|\psi_2\rangle = |g_1g_2\rangle|1,0\rangle$, $|\psi_3\rangle = |g_1e_2\rangle|0,0\rangle$, $|\psi_4\rangle = |g_1g_2\rangle|0,1\rangle$. Să presupunem inițial bitul cuantic înscris pe atomul A , în prima cavitate, iar în a doua cavitate atomul

B se află în stare de bază. Astfel starea inițială a sistemului va fi $|\psi(0)\rangle = \cos \mathcal{G}|\psi_1\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \phi |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \phi |\psi_4\rangle$. Parametrul \mathcal{G} a fost introdus pentru definirea qubitului pe stările atomului. Parametrul ϕ descrie prezența fotonului în prima (cu amplitudinea $\cos^2 \phi$) sau în a doua cavitate (cu amplitudinea $\sin^2 \phi$), utilizat pentru definirea stării inițiale cu o singură cantă de energie a sistemului din două cavități optice cuplate. Vom analiza transferul informației către atomul B din cea de-a doua cavitate prin determinarea probabilității $p(t) = |\langle \psi | \psi(t) \rangle|^2$, unde $|\psi\rangle = \cos \mathcal{G}|\psi_3\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \zeta |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \zeta |\psi_4\rangle$, prin care este asigurată starea atomului B din cea de-a doua cavitate $|\psi_B\rangle = \cos \mathcal{G}|e_2\rangle + \sin \mathcal{G}|g_2\rangle$ iar câmpul electromagnetic al cavităților într-o superpoziție arbitrară, descrisă prin parametrul ζ .

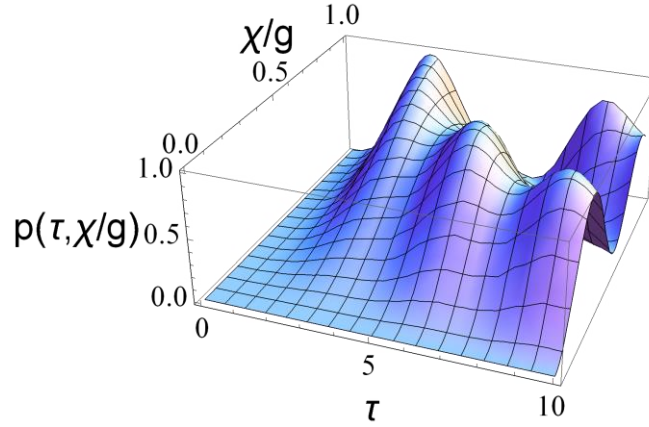


Fig. 2.3 Transferul qubitului din prima în a doua cavitate. Aici $\tau = gt$,

$$|\psi(0)\rangle = \cos \mathcal{G}|\psi_1\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \phi |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \phi |\psi_4\rangle, \quad \mathcal{G} = \pi / 6 \quad \phi = 0, \quad \zeta = \pi / 2 .$$

În Fig. 2.3 este construit graficul dependenței probabilității realizării stării inițiale a atomului A : $|\psi_A\rangle = \cos \mathcal{G}|e_1\rangle + \sin \mathcal{G}|g_1\rangle$ pe atomul B . Aceasta corespunde transferului informației din prima cavitate către a doua cavitate. Pentru elucidarea influenței cuplajului asupra transferului qubitului, mai jos prezentăm evoluția probabilității stării qubitului în a doua cavitate pentru diferite valori a cuplajului relativ.

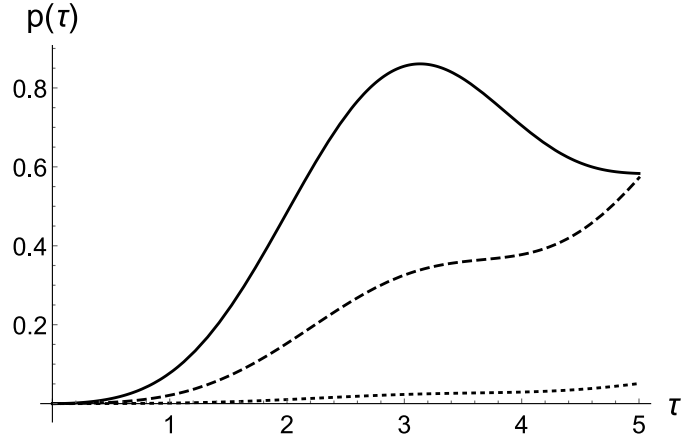


Fig. 2.4 Transferul qubitului din prima în a doua cavitate. Aici $\tau = gt$.

$|\psi(0)\rangle = \cos \mathcal{G} |\psi_1\rangle + \sin \mathcal{G} \cos \phi |\psi_2\rangle + \sin \mathcal{G} \sin \phi |\psi_4\rangle$, $\mathcal{G} = \pi/6$, $\phi = \zeta = \pi/2$, $\chi/g = 0.8$ **pentru linia continuă**, $\chi/g = 0.4$ **pentru linia întreruptă** și $\chi/g = 0.1$ **pentru linia punctată**.

După cum poate fi observat din Fig. 2.4, probabilitatea realizării transferului crește odată cu creșterea valorii cuplajului dintre cavități. Putem menționa aici că metoda propusă pentru transferul informației este una ne-deterministă (dependentă de timp), ce implică problema tehnică legată de selectarea dificilă a momentului potrivit pentru decuplarea cavităților, ce ar asigura transferul informației dorit.

Un alt efect deosebit colectiv poate fi găsit la studierea condițiilor de reversibilitate pentru atomii ce zboară prin două cavități optice cuplate [52]. Presupunem problema când atomii zboară prin cavitățile cuplate și se satisface condiția de capcană pentru CEM de cavitate [52], descris de ecuația cu valoarea proprie zero $\hat{H}_I |\psi\rangle = 0$ a Hamiltonianului de interacțiune dintre modurile cavităților și subsistemul atomic. Luând în considerare posibilele superpoziții de stări pentru subsistemul atomic necuplat și cel al CEM

$$|\psi(0)\rangle = [\beta_1 |e_1 e_2\rangle + \frac{\beta_2 (|e_1 g_2\rangle + |g_1 e_2\rangle)}{\sqrt{2}} + \frac{\beta_3 (|e_1 g_2\rangle - |g_1 e_2\rangle)}{\sqrt{2}} + \beta_4 |g_1 g_2\rangle] \times \sum_{n,m} C_{n,m} |n\rangle_1 |m\rangle_2$$

Putem găsi expresia analitică pentru coeficienții $C_{n,m}$ și β_j subsistemului câmpului și atomic respectiv. Aici $|n\rangle$ și $|m\rangle$ stările subsistemului CEM din prima și a doua cavitate respectiv. Din ultima expresie, conform condiției de reversibilitate $\hat{H}_I |\psi\rangle = 0$, obținem două relații de recurență

$$C_{n+1,m} = -\alpha \sqrt{\frac{n}{n+1}} C_{n-1,m}; \quad C_{n,m+1} = \alpha \sqrt{\frac{m}{m+1}} C_{n,m-1}.$$

Aici $\alpha = \beta_1 / \beta_4$. Luând în considerare aceste relații dintre coeficienți, Ușor se poate de obținut expresia analitică pentru starea inseparabilă a fotonilor din cele două cavități cuplate:

$$|\psi^{EM}\rangle = \exp\left[-\frac{\alpha \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger}{2}\right] \left\{ C_{0,0} + \sqrt{\frac{\pi\alpha}{2}} \text{sign}(\hat{a}_1^\dagger - \hat{a}_2^\dagger) \text{Erf}(\hat{x}^-) C_{0,1} \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{\pi\alpha}{2}} i \text{Erf}(i\hat{x}^+) [C_{1,0} + \sqrt{\frac{\pi\alpha}{2}} \text{sign}(\hat{a}_1^\dagger - \hat{a}_2^\dagger) \text{Erf}(\hat{x}^-) C_{1,1}] \right\} |0,0\rangle$$

Aici $\text{Erf}(\hat{x})$ reprezintă funcția eroare Gauss, $\hat{x}^\pm = \sqrt{\beta_1 (a_1^\dagger \pm a_2^\dagger)^2 / 4\beta_4}$. Această stare a CEM a două cavități ne dă condițiile de realizare experimentală a paralelismului cuantic dintre două canale. Paralelismul în transmisia informației este realizat prin doi atomi preparați într-o superpoziție dintre starea excitată și starea fundamentală ce zboară prin cavități cuplate distincte.

2.3 Cavități optice cuplate în limita unui factor mic de calitate al cavităților.

Ecuția Master

Să analizăm situația opusă, când timpul de viață al fotonilor în microcavități este mai mic decât timpul de viață a excitării atomice. Luând aceasta în considerație, putem elimina operatorii câmpului electromagnetic din ecuația master (2.9). Un factor mic de calitate ne indică la faptul că timpul de viață al fotonilor în microcavități este mult mai mic decât timpul de emisie spontană al atomilor excitați. În acest caz, câmpul electromagnetic din cavități reprezintă un subsistem cuantic rapid oscilant. Din acest motiv putem elimina în continuare câmpul electromagnetic pentru a obține ecuația master pentru subsistemul atomic lent. Această ecuație master ne va descrie dinamica subsistemului atomic în cazul pierderilor de cavitate cauzate de un factor mic de calitate al acestora. Ecuația master pentru un sistem compus din două cavități cuplate, în care sunt localizați câte un emițător cuantic cu două niveluri are forma

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = \lambda_a \hat{\rho} + \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}, \hat{H}] \quad (2.9)$$

aici primul termen descrie pierderile fotonice din cavitate. Acest termen are forma

$$\lambda_a \hat{\rho} = \sum_{i=1}^2 k [\hat{a}_i \hat{\rho}, \hat{a}_i^\dagger] + h.c. \quad (2.10)$$

Definim un operator arbitrar $\hat{O}(t, \hat{R}_i^\pm)$ care depinde doar de operatorii subsistemului atomic.

Ecuația Heisenberg pentru $\hat{O}(t, \hat{R}_i^\pm)$ se scrie în forma următoare

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \hat{O}(t, \hat{R}_i^\pm) \rangle}{dt} &= \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{O}(t, R_i^\pm)] \\ &= \sum_{i=1}^2 \left\{ i\Omega \langle [\hat{R}_{-i}, \hat{O}(t)] \rangle + ig \langle [\hat{R}_i^+(t), \hat{O}(t)] \hat{a}_i(t) + \hat{a}_i^\dagger(t) [\hat{R}_i^-(t), \hat{O}(t)] \rangle \right\} \end{aligned} \quad (2.11)$$

unde Hamiltonianul este dat în expresia (2.2). Vom elimina operatorii câmpului electromagnetic din ecuația (2.9). Pentru aceasta este necesar de scris ecuația Heisenberg pentru operatorii de anihilare ai câmpului electromagnetic (ținând cont de expresiile (2.1) și (2.2))

$$\frac{d\hat{a}_1}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{a}_1] + k\hat{a}_1, \quad \frac{d\hat{a}_2}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{a}_2] + k\hat{a}_2$$

Dacă utilizăm Hamiltonianul (2.2) și relațiile de comutare indicate mai sus, din ultima expresie vom obține

$$\frac{d\hat{a}_1}{dt} + (i\omega + k)\hat{a}_1 = -ig\hat{R}_1^-(t) - i\chi\hat{a}_2, \quad \frac{d\hat{a}_2}{dt} + (i\omega + k)\hat{a}_2 = -ig\hat{R}_2^-(t) - i\chi\hat{a}_1 \quad (2.12)$$

Vom rezolva sistemul de ecuații neomogene (2.12). Pentru aceasta mai întâi găsim soluția sistemului omogen după care prin metoda variației constantei găsim soluția sistemului neomogen. Căutăm soluția sistemului omogen sub forma

$$\hat{a}_1(t) = \hat{b}_1 e^{-(i\omega+k)t}, \quad \hat{a}_2(t) = \hat{b}_2 e^{-(i\omega+k)t} \quad (2.13)$$

Introducând (2.13) în (2.12) nu este greu de arătat că pentru coeficienții (depind de timp) se poate de obținut sistemul de ecuații, care prin derivarea secundă pot fi obținute două ecuații diferențiale neomogene față de coeficienții b_1 și b_2

$$\begin{cases} \frac{d^2\hat{b}_1}{dt^2} + \chi^2\hat{b}_1 = -ig[(i\omega + k)\hat{R}_1^-(t) + \frac{d\hat{R}_1^-(t)}{dt} - i\chi\hat{R}_2^-(t)]e^{(i\omega+k)t} \\ \frac{d^2\hat{b}_2}{dt^2} + \chi^2\hat{b}_2 = -ig[(i\omega + k)\hat{R}_2^-(t) + \frac{d\hat{R}_2^-(t)}{dt} - i\chi\hat{R}_1^-(t)]e^{(i\omega+k)t} \end{cases} \quad (2.14)$$

Pentru a integra ultimele ecuații, vom căuta soluția prin metoda variației constantei. Astfel, soluția acestor ecuații are forma

$$\hat{b}_1 = \hat{c}_1(t)e^{-i\chi t} + \hat{c}_2(t)e^{i\chi t}, \quad \hat{b}_2 = \hat{d}_1(t)e^{-i\chi t} + \hat{d}_2(t)e^{i\chi t} \quad (2.15)$$

unde

$$\begin{aligned}
\hat{c}_{1(2)}(t) &= \hat{c}_{1(2)}(0) \pm \frac{g}{2\chi} \int_0^t \left[(i\omega + k) \hat{R}_1^-(t') + \frac{d\hat{R}_1^-(t')}{dt'} - i\chi \hat{R}_2^-(t') \right] e^{(i\omega + k \pm i\chi)t'} dt' \\
\hat{d}_{1(2)}(t) &= \hat{d}_{1(2)}(0) \pm \frac{g}{2\chi} \int_0^t \left[(i\omega + k) \hat{R}_2^-(t') + \frac{d\hat{R}_2^-(t')}{dt'} - i\chi \hat{R}_1^-(t') \right] e^{(i\omega + k \pm i\chi)t'} dt'
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Constantele $\hat{c}_i(0)$ și $\hat{d}_i(0)$ se calculează din condițiile inițiale. Astfel dacă introducem soluțiile obținute (2.16) în sistemele de ecuații (2.13), putem obține

$$\hat{c}_1(0) = \hat{d}_1(0) = \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2}, \quad \hat{c}_2(0) = \hat{d}_2(0) = \frac{\hat{a}_1(0) - \hat{a}_2(0)}{2}$$

Astfel soluțiile pentru operatorii bosonici ai modurilor de cavitate se prezintă sub forma

$$\hat{a}_1(t) = [\hat{c}_1(t)e^{-i\chi t} + \hat{c}_2(t)e^{i\chi t}] e^{-(i\omega + k)t}, \quad \hat{a}_2(t) = [\hat{d}_1(t)e^{-i\chi t} + \hat{d}_2(t)e^{i\chi t}] e^{-(i\omega + k)t} \tag{2.17}$$

unde coeficienții sunt dați prin expresiile (2.16).

În continuare propunem utilizarea aproximației Born-Markov pentru calcularea integralelor din expresia (2.16). Ținând cont că exponențele din afara integralelor pot fi introduse în integrale, pentru operatorul $\hat{a}_1(t)$ vom avea

$$\begin{aligned}
\hat{a}_1(t) &= \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega + i\chi + k)t\} + \frac{\hat{a}_1(0) - \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega - i\chi + k)t\} \\
&+ \frac{g}{2\chi} \int_0^t \left[(i\omega + k) \hat{R}_1^-(t') + \frac{d\hat{R}_1^-(t')}{dt'} - i\chi \hat{R}_2^-(t') \right] \exp\{-(i\omega + k + i\chi)(t - t')\} dt' \\
&- \frac{g}{2\chi} \int_0^t \left[(i\omega + k) \hat{R}_1^-(t') + \frac{d\hat{R}_1^-(t')}{dt'} - i\chi \hat{R}_2^-(t') \right] \exp\{-(i\omega + k - i\chi)(t - t')\} dt'
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Vom lua prin părți integrala de la termenii ce conțin derivate. Astfel

$$\begin{aligned}
I &= \frac{g}{2\chi} \int_0^t \left[\frac{d\hat{R}_1^-(t')}{dt'} e^{-(i\omega + k + i\chi)(t - t')} - \frac{d\hat{R}_1^-(t')}{dt'} e^{-(i\omega + k - i\chi)(t - t')} \right] dt' \\
&= -(i\omega + k + i\chi) \int_0^t \hat{R}_1^-(t') e^{-(i\omega + k + i\chi)(t - t')} dt' + (i\omega + k - i\chi) \int_0^t \hat{R}_1^-(t') e^{-(i\omega + k - i\chi)(t - t')} dt'
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Aici s-a ținut cont că k este suficient de mare și putem considera că $\exp[-kt] = 0$. Dacă ne folosim de (2.19), expresia (2.18) poate fi scrisă sub forma

$$\begin{aligned}
\hat{a}_1(t) &= \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega + i\chi + k)t\} + \frac{\hat{a}_1(0) - \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega - i\chi + k)t\} \\
&- \frac{ig}{2} \int_0^t [\hat{R}_1^-(t') + \hat{R}_2^-(t')] e^{-(i\omega + k + i\chi)(t - t')} dt' - \frac{ig}{2} \int_0^t [\hat{R}_1^-(t') - \hat{R}_2^-(t')] e^{-(i\omega + k - i\chi)(t - t')} dt'
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Pentru a calcula integralele din expresia (2.20) vom realiza schimbul de variabilă $t - t' = \tau$. După schimbarea propusă se modifică semnul integralelor și se inversează limitele de integrare. Ținând cont de proprietățile integralelor, obținem

$$\hat{a}_1(t) = \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega + i\chi + k)t\} + \frac{\hat{a}_1(0) - \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega - i\chi + k)t\} \\ - \frac{ig}{2} \int_0^t [\hat{R}_1^-(t-\tau) + \hat{R}_2^-(t-\tau)] e^{-(i\omega+k+i\chi)\tau} d\tau - \frac{ig}{2} \int_0^t [\hat{R}_1^-(t-\tau) - \hat{R}_2^-(t-\tau)] e^{-(i\omega+k-i\chi)\tau} d\tau$$

În continuare vom considera că operatorii subsistemului atomic pot fi prezentați sub forma $\hat{R}_i^-(t) = \tilde{R}_i^-(t) e^{-i\Omega t}$, unde $\hbar\Omega$ - este diferența de energie dintre două niveluri a radiatorilor plasați în microcavități, $\tilde{R}_i^-(t)$ - este un operator ce are o dependență lentă de timp în raport cu $e^{-i\Omega t}$.

Dacă vom lua aceasta în considerație, atunci

$$\hat{R}_i^-(t-\tau) e^{-(i\omega+k+i\chi)\tau} = \tilde{R}_i^-(t-\tau) e^{-i\Omega(t-\tau)} e^{-(i\omega+k+i\chi)\tau} \\ \approx \tilde{R}_i^-(t) e^{-i\Omega t} e^{-[i(\omega+\chi-\Omega)+k]\tau} = \hat{R}_i^-(t) e^{-[i(\omega+\chi-\Omega)+k]\tau}$$

Aici s-a utilizat aproximația Born-Markov care spune

$$\tilde{R}_i^-(t-\tau) = \tilde{R}_i^-(t) - \frac{d\tilde{R}_i^-(\tau)}{dt} + \dots \approx \tilde{R}_i^-(t)$$

Utilizând aproximația Born-Markov, putem extrage de sub integrală operatorii subsistemului atomic. Astfel expresia (2.20) poate fi prezentată sub forma

$$\hat{a}_1(t) \approx \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega + i\chi + k)t\} + \frac{\hat{a}_1(0) - \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega - i\chi + k)t\} \\ - \frac{ig}{2} [\hat{R}_1^-(t) + \hat{R}_2^-(t)] \int_0^t e^{-[i(\omega+\chi-\Omega)+k]\tau} d\tau - \frac{ig}{2} [\hat{R}_1^-(t) - \hat{R}_2^-(t)] \int_0^t e^{-[i(\omega-\chi-\Omega)+k]\tau} d\tau$$

Calculând integralele și considerând că $t \rightarrow \infty$, în această limită se poate de obținut

$$\hat{a}_1(t) = \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega + i\chi + k)t\} + \frac{\hat{a}_1(0) - \hat{a}_2(0)}{2} \exp\{-(i\omega - i\chi + k)t\} \\ - \frac{ig}{2} [\hat{R}_1^-(t) + \hat{R}_2^-(t)] \frac{k - i(\omega + \chi - \Omega)}{k^2 + (\omega + \chi - \Omega)^2} - \frac{ig}{2} [\hat{R}_1^-(t) - \hat{R}_2^-(t)] \frac{k - i(\omega - \chi - \Omega)}{k^2 + (\omega - \chi - \Omega)^2} \quad (2.21)$$

Ținând cont de simetria problemei, similar se poate de obținut soluția pentru operatorul de anihilare a modului electromagnetic din a doua cavitate. Este suficient să schimbăm indicele „1” cu indicele „2” pentru a obține expresia

$$\hat{a}_2(t) = \frac{\hat{a}_1(0) + \hat{a}_2(0)}{2} e^{-(i\omega+k+i\chi)t} + \frac{\hat{a}_2(0) - \hat{a}_1(0)}{2} e^{-(i\omega+k-i\chi)t} - \frac{ig}{2} [\hat{R}_1^-(t) + \hat{R}_2^-(t)] \frac{k-i(\omega+\chi-\Omega)}{k^2+(\omega+\chi-\Omega)^2} - \frac{ig}{2} [\hat{R}_2^-(t) - \hat{R}_1^-(t)] \frac{k-i(\omega-\chi-\Omega)}{k^2+(\omega-\chi-\Omega)^2} \quad (2.22)$$

Soluțiile pentru operatorii bosonici de creare pot fi obținute prin determinarea conjugatelor pentru expresiile (2.21) și (2.22). Ținând cont de soluțiile obținute pentru operatorii bosonici, ecuația Master în reprezentarea Heisenberg se va scrie sub forma

$$\frac{d\langle \hat{O}(t) \rangle}{dt} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \gamma_{ij} \langle 2\hat{R}_i^+(t)\hat{O}(t)\hat{R}_j^-(t) - \hat{O}(t)\hat{R}_i^+(t)\hat{R}_j^-(t) - \hat{R}_i^+(t)\hat{R}_j^-(t)\hat{O}(t) \rangle + i \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \lambda_{ij} \langle [\hat{O}(t), \hat{R}_i^+(t)\hat{R}_j^-(t)] \rangle + i\Omega \sum_{i=1}^2 \langle [\hat{R}_{zi}(t), \hat{O}(t)] \rangle \quad (2.23)$$

unde

$$\gamma_{11(12)} = \gamma_{22(21)} = \frac{g^2}{2} \left\{ \frac{k}{k^2+(\omega+\chi-\Omega)^2} \pm \frac{k}{k^2+(\omega-\chi-\Omega)^2} \right\},$$

și respectiv

$$\lambda_{11(12)} = \lambda_{22(21)} = \frac{g^2}{2} \left\{ \frac{\omega+\chi-\Omega}{k^2+(\omega+\chi-\Omega)^2} \pm \frac{\omega-\chi-\Omega}{k^2+(\omega-\chi-\Omega)^2} \right\}.$$

Ecuația (2.23) ne reprezintă ecuația master în reprezentarea Heisenberg sau așa numita ecuație duală. Pentru a trece la reprezentarea Schrödinger ne vom folosi de definiția pentru media de la un operator. Trebuie să ținem cont că media de la un operator indiferent de reprezentare trebuie să fie aceeași. Din statistica cuantică se știe că

$$\langle \hat{A}(t) \rangle = Tr \{ \hat{\rho}(0) \hat{A}(t) \} = Tr \{ \hat{\rho}(0) \hat{A}(0) e^{\lambda t} \}$$

unde $\hat{A}(t)$ este un operator arbitrar în reprezentarea Heisenberg. După o permutare ciclică sub operația Tr , se va obține

$$\langle \hat{A}(t) \rangle = Tr \{ e^{\lambda t} \hat{\rho}(0) \hat{A}(0) \} = Tr \{ \hat{\rho}(t) \hat{A}(0) \}$$

ceea ce înseamnă că se găsește media de la operatori ce nu depind de timp, adică am trecut la reprezentarea Schrödinger. Din aceleași considerente se poate de obținut ecuația master pentru operatorul matrice de densitate. Deoarece

$$\frac{d\langle \hat{O}(t) \rangle}{dt} = Tr \left\{ \frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} \hat{O}(0) \right\} = Tr \left\{ \hat{\rho}(0) \frac{d}{dt} \hat{O}(t) \right\}$$

Iar din partea dreaptă a ecuației (2.23) se poate de obținut după maxim două permutări ciclice (până când operatorul $\hat{O}(t)$ trece în partea dreaptă sub operația Tr), de exemplu pentru termenul

$$\begin{aligned} i\Omega \left\langle \left[\hat{R}_{zi}(t), \hat{O}(t) \right] \right\rangle &= i\Omega Tr \left\{ \hat{\rho}(0) \left[\hat{R}_{zi}(t), \hat{O}(t) \right] \right\} = Tr \left\{ \left(\hat{\rho}(t) \hat{R}_{zi}(0) - \hat{R}_{zi}(0) \hat{\rho}(t) \right) \hat{O}(0) \right\} \\ &= Tr \left\{ \left[\hat{\rho}(t), \hat{R}_{zi}(0) \right] \hat{O}(0) \right\} \end{aligned}$$

Dacă vom trece toți termenii în partea stângă vom obține ecuația

$$Tr \left\{ \left(\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} - \hat{L}\hat{\rho}(t) \right) \hat{O}(0) \right\} = 0 \quad (2.24)$$

Se va îndeplini relația (2.24) doar în cazul când vom avea

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} - \hat{L}\hat{\rho}(t) = 0 \quad (2.25)$$

unde

$$\begin{aligned} \hat{L}\hat{\rho}(t) &= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \gamma_{i,j} \left\{ 2\hat{R}_i^-(t) \hat{\rho}(t) \hat{R}_j^+(t) - \hat{\rho}(t) \hat{R}_i^+(t) \hat{R}_j^-(t) - \hat{R}_i^+(t) \hat{R}_j^-(t) \hat{\rho}(t) \right\} \\ &\quad - i \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \lambda_{ij} \left\langle \left[\hat{\rho}(t), \hat{R}_i^+(t) \hat{R}_j^-(t) \right] \right\rangle + i\Omega \sum_{i=1}^2 \left\langle \left[\hat{\rho}(t), \hat{R}_{zi}(t) \right] \right\rangle \end{aligned} \quad (2.26)$$

Astfel, am obținut ecuația master ce descrie dinamica sistemului de cavități optice cuplate, în limita unui factor mic de calitate al cavităților, prin eliminarea operatorilor subsistemului CEM în limita Born-Markov la temperatura $T = 0$ ai câmpului electromagnetic extern, ce implică o interacțiune dintre modurile de cavitare și vidul electromagnetic extern (lipsa fotonilor din exterior) sau un transfer unidirecțional al energiei.

În continuare propunem soluționarea ecuației master în reprezentarea Heisenberg. Deoarece operatorul $\hat{O}(t)$ este funcție de operatorii subsistemului atomic $\hat{O}(\hat{R}_i^+, \hat{R}_i^-, \hat{R}_{zi})$, vom cere ca ultimii să satisfacă ecuația (2.23). Din această condiție se obține un sistem închis de ecuații diferențiale de ordin unu pentru corelatorii subsistemului atomic. Soluția analitică exactă a acestui sistem este

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \sum_{i=1}^3 b_i \exp(\lambda_i t), \quad y_1(t) = -(2\gamma_{12})^{-1} \sum_{i=1}^3 (2\gamma_{11} + \lambda_i) b_i \exp(\lambda_i t), \\ z(t) &= -(16\gamma_{12}^2)^{-1} \sum_{i=1}^3 (4\gamma_{11}^2 + 4\gamma_{12}^2 + 4\gamma_{11}\lambda_i + \lambda_i^2) b_i \exp(\lambda_i t), \\ x_2(t) &= \sum_{i=4}^5 m_i \exp(\lambda_i t), \quad y_2(t) = \sum_{i=4}^5 n_i \exp(\lambda_i t), \end{aligned} \quad (2.27)$$

unde valorile proprii sunt $\lambda_{1(2)} = -2(\gamma_{11} \pm \gamma_{12})$, $\lambda_3 = -4\gamma_{11}$ și respectiv $\lambda_{4(5)} = -2(\gamma_{11} \pm i\lambda_{12})$.

Constantele b_i , m_i și n_i pot fi exprimate din condițiile inițiale după cum urmează

$$b_{1(2)} = \frac{(\gamma_{11} \mp \gamma_{12})x_1(0) \mp (\gamma_{11} \pm \gamma_{12})y_1(0) \mp 4\gamma_{12}z(0)}{2(\gamma_{11} \pm \gamma_{12})};$$

$$n_{4(5)} = \frac{y_2(0) \mp x_2(0)}{2}; \quad b_3 = \frac{2\gamma_{12}^2(2z(0) - x_1(0))}{\gamma_{11}^2 - \gamma_{12}^2};$$

$$m_{4(5)} = [x_2(0) \mp y_2(0)]/2.$$

Aici am utilizat $x_1(t) = \langle \hat{R}_{z1}(t) + \hat{R}_{z2}(t) + 1 \rangle$ numărul mediu al excitărilor atomice din ambele cavități, $z(t) = \langle \hat{R}_{z1}(t)\hat{R}_{z2}(t) - 1/4 \rangle$ denotă funcția de corelare pentru inversia atomică,

$x_2(t) = \langle \hat{R}_{z1}(t) - \hat{R}_{z2}(t) \rangle$ este diferența dintre inversia atomică, $y_1(t) = \langle \hat{R}_1^+(t)\hat{R}_2^-(t) + \hat{R}_2^+(t)\hat{R}_1^-(t) \rangle$

și $y_2(t) = i \langle \hat{R}_1^+(t)\hat{R}_2^-(t) - \hat{R}_2^+(t)\hat{R}_1^-(t) \rangle$ corespund părții reale și imaginare a corelației dintre

polarizarea atomică a emițătorilor. Găsind aceste corelații, se poate de analizat evoluția în timp a stării sistemului. Din expresia analitică pentru corelatori reiese faptul că corelația maximă dintre atomi apare în procesul emisiei spontane. Pentru analiza corelației cuantice este necesar de a găsi un parametru care ar descrie corelația atom-câmp. Folosind ideile expuse în lucrarea [54], noi putem utiliza parametrul *concurența* [53]. Pentru aceasta, este nevoie mai întâi să găsim forma

explicită pentru matricea de densitate, $\hat{\rho}(t) = \sum_{i,j=1}^4 \rho_{i,j}(t)|i\rangle\langle j|$, care poate fi scrisă ca o combinație

liniară a tuturor stărilor posibile a doi atomi în spațiul Hilbert $|1\rangle = |e_1, e_2\rangle$, $|2\rangle = |g_1, e_2\rangle$, $|3\rangle = |e_1, g_2\rangle$ și $|4\rangle = |g_1, g_2\rangle$. Aici $\rho_{ij}(t)$ elementele matriceale dependente de timp. Problema

constă în reprezentarea analitică a acestor coeficienți dependenți de timp folosind soluția (2.27).

Luând în considerație faptul că valoarea medie a variabilelor sistemului de ecuații trebuie găsite utilizând reprezentarea matrice de densitate, ușor de arătat că coeficienții pot fi prezentați sub

forma: $\rho_{11}(t) = [x_1(t) + 2z(t)]/2$, $\rho_{22}(t) = -[2z(t) + x_2(t)]/2$, $\rho_{33}(t) = -[2z(t) - x_2(t)]/2$,

$\rho_{44}(t) = [2 + 2z(t) - x_1(t)]/2$, $\rho_{23}(t) = [y_1(t) + y_2(t)]/2$, $\rho_{32}(t) = [y_1(t) - y_2(t)]/2$. Pentru

analiza inseparabilității cuantice ce se stabilește dintre atomii plasați în cavități optice, vom studia

comportamentul concurenței $C(t) = \sqrt{[\rho_{++}(t) - \rho_{--}(t)]^2 + 4\text{Im}[\rho_{+-}(t)]^2}$ în funcție de timp. Aici

$\rho_{++}(t)$, $\rho_{--}(t)$ și $\rho_{+-}(t)$ sunt elementele matricei de densitate găsite în spațiul Hilbert cu vectorii de bază $|e\rangle = |e_1, e_2\rangle$, $|\pm\rangle = (|e_1, g_2\rangle \pm |g_1, e_2\rangle) / \sqrt{2}$ și $|g\rangle = |g_1, g_2\rangle$. Deci, în limita unui factor mic de calitate al cavităților, am obținut expresia analitică ce demonstrează realizarea stării inseparabile dintre atomii plasați în două cavități distincte, care se stabilește în rezultatul interacțiunii dintre cavități.

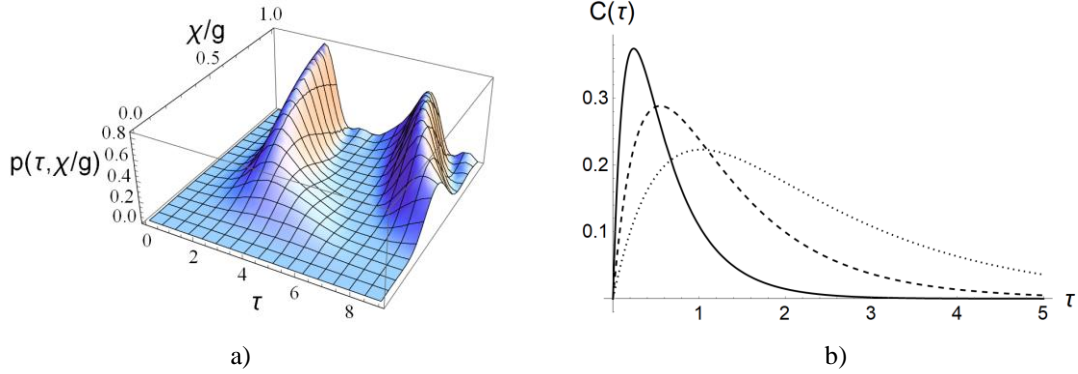


Fig. 2.5. (a) Excitarea periodică a radiatorului localizat în a doua cavitate în funcție de timp și parametrul de schimb χ . Aici am considerat $\hbar=1$, $n_1=1$, $n_2=0$, $\tau=gt$, $k=0$. Starea inițială pentru subsistemul atomic $|e_1, g_2\rangle$. (b) Dependența de timp a concurenței $C(t)$ pentru următorii parametri a sistemului $\hbar=1$, $\tau=gt$, $\Omega=0.9\omega$, $k=0.2g$, pentru starea inițială separabilă a subsistemului atomic $|e_1, e_2\rangle$, $\chi/g=0.3$ pentru linia continuă, $\chi/g=0.5$ pentru linia întreruptă și $\chi/g=0.7$ pentru linia punctată.

În Fig. 2.5 este construită dependența concurenței în funcție de timp. Aici observăm o evoluție a inseparabilității în funcție de timp similară celei din reprezentarea numerică discutată în Ref. [54]. Se atestă o micșorare a valorii maxime pentru concurență odată cu creșterea cuplajului dintre cavități cu vidul electromagnetic extern. În acest caz putem vorbi de situația când inseparabilitatea cuantică dintre atomi nu reușește să se stabilească din cauza pierderilor semnificative de energie din cavități. În Fig. 2.5 mai poate fi observată influența cuplajului dintre cavități asupra inseparabilității cuantice. Astfel un cuplaj bun asigură o stabilire mai rapidă a inseparabilității dar și o dispariție mai rapidă a acesteia, prin mărirea suprafeței de disipare pentru fotoni, la transferul energiei către cea de-a doua cavitate. În lucrările [136, 137] s-a cercetat posibilitatea realizării și controlului inseparabilității cuantice ce se stabilește între atomi localizați în cavități optice distincte, prin intermediul oscilațiilor mecanice a oglinzii semitransparente prin care se asigură cuplajul cavităților.

Descrierea în limita unui factor mic de calitate al cavităților ar putea sta la baza implimentării sistemelor „atom-cavitate” pentru procesarea informației cuantice. Un argument în favoarea ipotezei emise este legat de necesitatea micșorării dispozitivelor utilizate pentru implimentarea circuitelor cuantice. Odată cu micșorarea dimensiunilor, cavitățile optice realizate experimental dețin un factor mai mic de calitate, astfel influența CEM extern, devine una semnificativă și nu poate fi neglijată.

2.4 Cavități cuplate indistinctibile. Molecule fotonice dopate cu radiatori cu două niveluri

În acest subcapitol vom utiliza simetria de rotație a sistemului cuantic format din cavități optice cuplate. Să considerăm că un sistem de atomi este plasat la distanțe mai mici decât lungimea de undă a radiației emise așa ca și în cazul modelului Dicke [1] Funcția de undă pentru doi atomi distincți poate fi prezentată ca superpoziție în spațiul Hilbert 4 dimensional pe vectorii: $|e_1e_2\rangle$, $|e_1g_2\rangle$, $|g_1e_2\rangle$ și $|g_1g_2\rangle$. Aici e_i și g_i ne indică la starea excitată și respectiv de bază a atomului i , unde $i=1, 2$. Considerând ansamblul de atomi indistinctibili, pentru o excitare putem defini starea colectivă $|eg\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1g_2\rangle + |e_2g_1\rangle)$ care împreună cu alte două stări $|ee\rangle$ și $|gg\rangle$ formează trei stări colective. Este important de subliniat faptul că la rotația ansamblului cu unghiul π , aceste stări colective rămân neschimbate. Pentru trei atomi situați în vârfurile unui triunghi echilateral, putem obține patru stări colective $|ggg\rangle$, $|gge\rangle$, $|gee\rangle$ și $|eee\rangle$ din 8 stări în cazul distinctibil $|g_1g_2g_3\rangle$, $|g_1g_2e_3\rangle$, $|g_1g_3e_2\rangle$, $|g_3g_2e_1\rangle$, $|e_1g_2e_3\rangle$, $|g_1e_2e_3\rangle$, $|e_1e_2g_3\rangle$ și $|e_1e_2e_3\rangle$. După cum urmează din această descriere a două stări colective, $|gge\rangle$ și $|gee\rangle$, observăm că aceste pot fi privite ca o superpoziție a trei stări distincte $(|g_1g_2e_3\rangle + |g_1g_3e_2\rangle + |g_3g_2e_1\rangle)/\sqrt{3}$, $(|e_1g_2e_3\rangle + |g_1e_2e_3\rangle + |e_1e_2g_3\rangle)/\sqrt{3}$ și sunt invariante la rotația cu unghiul $2\pi/3$ și $4\pi/3$.

Să ne întoarcem la ansamblul de N cavități cuplate dopate cu radiatori. În comparație cu situația descrisă mai sus, avem posibile două tipuri de excitări localizate în fiecare cavitate. Primul din acestea este legat de excitările atomilor iar cel de-al doilea de excitările prezente în modurile câmpului electromagnetic de cavitate. În ordinea aplicării simetriei propuse, să introducem Hamiltonianul a unor asemenea cavități cuplate în interacțiune cu câmpul electromagnetic extern. Considerând n cavități monomod cuplate, dopate cu radiatori așa cum este prezentat în Fig. 2.5.

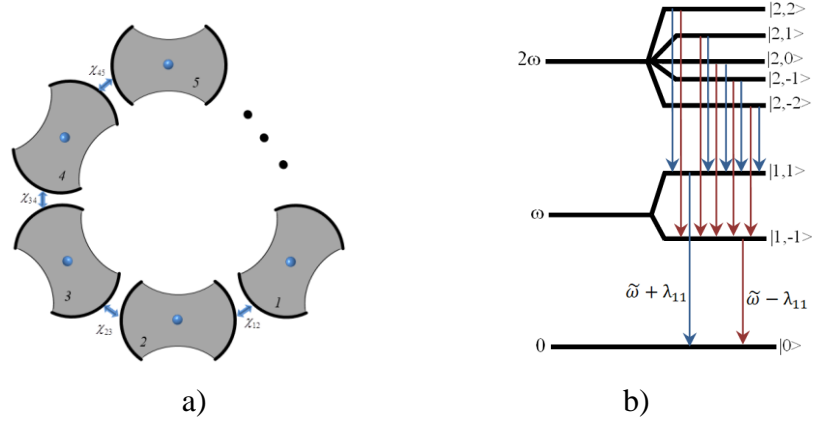


Fig. 2.6. (a) Emițători cuantici cu două niveluri captați în cavități optice cuplate. (b) Schema nivelurilor energetice pentru două cavități cuplate, după scoaterea degenerării pentru una și două excitări colective.

Urmând ideea că sistemul format din n cavități trebuie să rămână în aceeași stare după aplicarea simetriei de rotație asupra poligonului regulat în vârfurile căruia se află cavitățile, introducem funcțiile de undă a Hamiltonianului (2.1, 2.2). Vom neglija în prima aproximație cuplajul cavităților cu câmpul electromagnetic extern. Soluționând problema în limita unui factor înalt Q de calitate al cavităților, vom introduce pierderile de cavitate în următorul subcapitol. Să utilizăm în continuare proprietățile de simetrie pentru două și trei cavități optice.

2.4.1 Problema a două cavități indistinctibile dopate cu radiatori

În limita unui factor înalt de calitate, pentru o singură excitație plasată în una din aceste cavități este ușor de observat 4 stări degenerate după energie pentru atomii și modurile distincte ale cavităților descrise de Hamiltonianul liber (2.1): $|e,0\rangle_1 |g,0\rangle_2$, $|g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2$, $|g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2$, $|g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2$. Pentru situația indistinctibilă obținem două seturi formate din două stări

$$\begin{aligned}
 |\psi_{11}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |e,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 + e^{i\varphi} |g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2 \}; \\
 |\psi_{12}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 + e^{i\varphi} |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2 \};
 \end{aligned}
 \tag{2.28}$$

Astfel, spațiul Hilbert poate fi separat în două subspații închise, unul simetric ($e^{i\varphi} = 1$) și unul anti-simetric. Prima stare din (2.28) ne indică la prezența indistinctibilă a excitării atomice iar a doua, prezența indistinctibilă a excitării modurilor CEM în cele două cavități optice. Prin subspațiu închis înțelegem un subspațiu, din care sistemul cuantic nu poate ieși în timpul evoluției sale de la

o stare inițială, altfel spus, dacă sistemul cuantic este pregătit într-o superpoziție formată din aceste două stări, de exemplu, din setul simetric, atunci el nu va părăsi subspațiul simetric în urma interacțiunilor propuse în Hamiltonianul de interacțiune. Pentru două excitări în două cavități din 8 stări posibile $|g,1\rangle_1 |g,1\rangle_2$, $|g,2\rangle_1 |g,0\rangle_2$, $|g,0\rangle_1 |g,2\rangle_2$, $|e,0\rangle_1 |e,0\rangle_2$, $|e,1\rangle_1 |g,0\rangle_2$, $|g,0\rangle_1 |e,1\rangle_2$, $|e,0\rangle_1 |g,1\rangle_2$, $|g,1\rangle_1 |e,0\rangle_2$, obținem 5 stări colective

$$\begin{aligned}
|\psi_{22}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |e,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 + e^{i\varphi} |g,0\rangle_1 |e,1\rangle_2 \}; \\
|\psi_{23}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |e,0\rangle_1 |g,1\rangle_2 + e^{i\varphi} |g,1\rangle_1 |e,0\rangle_2 \}; \\
|\psi_{24}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |g,2\rangle_1 |g,0\rangle_2 + e^{i\varphi} |g,0\rangle_1 |g,2\rangle_2 \}; \\
|\psi_{21}\rangle &= |e,0\rangle_1 |e,0\rangle_2; \quad |\psi_{25}\rangle = |g,1\rangle_1 |g,1\rangle_2;
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Aici $e^{i\varphi} = 1 (\varphi = 0)$ pentru funcțiile simetrice și $-1 (\varphi = \pi, -\pi)$ pentru cazul anti-simetric, $|\psi_{\alpha i}\rangle = |\beta_1, n_1\rangle_1 |\beta_2, n_2\rangle_2$ este starea degenerată a nivelului α de energie, unde $\alpha = n_1 + n_2 + \delta_{e, \beta_1} + \delta_{e, \beta_2}$ este numărul de excitări din sistem, β_i ($\beta_i = e_i, g_i$) și n_i indică excitările atomice și ale câmpului din cavitatea „ i ” respectiv. Setul anti-simetric de stări va fi format doar din aceste trei stări. Astfel spațiul Hilbert 8-dimensional a fost separat în două subspații- unul 5-dimensional și respectiv, unul 3-dimensional. Funcțiile de undă (2.28) și (2.29) sunt invariante la rotația sistemului cu unghiul π . Pentru rotația sistemului compus din două cavități cu unghiul π , trebuie să schimbăm cu locul indicele cavităților între ei $1 \leftrightarrow 2$. Este ușor de observat că pentru o cantă de energie avem și alte superpoziții pentru funcțiile de undă a două cavități cuplate (un foton în prima și o excitare atomică în a doua și invers). Dar aceste funcții de undă reprezintă superpoziții dintre stările colective (2.28) pentru excitările atomice și fotonice din cavități. Să considerăm stările degenerate pentru o singură (2.28) și două (2.29) excitări sunt despicate de Hamiltonianul de interacțiune (2.2), așa încât această despicare este mult mai mică decât distanța dintre nivelurile energetice ale radiatorilor. Reprezentând funcția de undă pentru o excitare și respectiv, două excitări ca superpoziție pe stările (2.28) și (2.29) $|\psi(t)\rangle = \sum_j \exp[-i\lambda_j t] |\psi_j\rangle$, găsim stările noi colective a sistemului, soluționând ecuația Schrödinger staționară în reprezentarea interacțiune $\hat{H}_I |\psi_j\rangle = \lambda_j |\psi_j\rangle$. Funcțiile de undă proprii pentru o singură excitare colectivă sunt $|\psi_1(t)\rangle_i = \sum_{j=1,2} c_{i,j}^{(1)} \exp[-i\lambda_{1,i} t] |\psi_{1,j}\rangle$. Aici indicele „ i ”

indică la nivelul nou de energie apărut după scoaterea degenerării, valorile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune sunt

$$\lambda_{1,1(-1)} = \frac{1}{2} \left(e^{i\varphi} \chi \pm \sqrt{4g^2 + \chi^2} \right); \quad (2.30)$$

și coeficienții superpoziției

$$c_{i,1}^{(1)} = \sqrt{g^2 / (g^2 + \lambda_{1,i}^2)}; \quad c_{i,2}^{(1)} = \sqrt{\lambda_{1,i}^2 / (g^2 + \lambda_{1,i}^2)}; \quad \text{for } i = -1, 1; \quad (2.31)$$

Numiți așa încât primul indice ne indică la nivelul de energie, indicele din paranteze ne indică la numărul de excitări colective.

Pentru două excitări colective în două cavități cuplate obținem funcțiile de undă proprii pentru Hamiltonianul de interacțiune $|\psi_2(t)\rangle_i = \sum_{j=1}^5 c_{i,j}^{(2)} \exp[-i\lambda_{2,i}t] |\psi_{2j}\rangle$. Aici soluția ecuației caracteristice este

$$\begin{aligned} \lambda_{2,1(-1)} &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{5g^2 + 3\chi^2 - \sqrt{(3g^2 + \chi^2)^2 + 12(1 + e^{i\varphi})g^2\chi^2}}, \\ \lambda_{2,2(-2)} &= \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{5g^2 + 3\chi^2 + \sqrt{(3g^2 + \chi^2)^2 + 24g^2\chi^2}}, \quad \lambda_{2,0} = 0, \end{aligned} \quad (2.32)$$

și noii coeficienți pentru două excitări colective ce pot fi găsiți din condițiile de normare

$$\begin{aligned} c_{i,2}^{(2)} &= \frac{\chi}{\sqrt{2}g} \left(1 - \frac{3g^2}{2\chi^2 + g^2 - \lambda_{2,i}^2} \right) c_{i,1}^{(2)}; \quad c_{i,3}^{(2)} = \frac{\lambda_{2,i}^2}{\sqrt{2}g} c_{i,1}^{(2)}; \\ c_{i,4}^{(2)} &= \frac{-3\lambda_{2,i}\chi c_{i,1}^{(2)}}{\sqrt{2}(2\chi^2 + g^2 - \lambda_{2,i}^2)g}; \quad c_{i,5}^{(2)} = \left(1 - \frac{3\chi^2}{2\chi^2 + g^2 - \lambda_{2,i}^2} \right) c_{i,1}^{(2)} \quad \text{pentru } i = -2..2; \\ c_{i,1}^{(2)} &= \frac{\sqrt{2}g\sqrt{(2\chi^2 + g^2 - \lambda_{2,i}^2)^2}}{\sqrt{\lambda_{2,i}^6 + \lambda_{2,i}^4(2g^2 - 3\chi^2) + \lambda_{2,i}^2g^2(13\chi^2 - 7g^2) + 4(\chi^6 + g^6) + 8\chi^2g^4 + 2\chi^4g^2}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Aici indicii constantelor superpozițiilor $c_{n,i}^{(m)}$: m , n și i indică la numărul cuantelor de energie din cavități, nivelul energetic nou apărut după despicare cu energia $\hbar(m\omega + \lambda_n)$ și respectiv la starea $|\psi_{mn}\rangle$ utilizată în superpoziție. Expresiile (2.30), (2.32) și (2.31), (2.33) reprezintă frecvențele noilor cuasiniveluri energetice și respectiv, coeficienții superpoziției pentru funcțiile de undă proprii a Hamiltonianului de interacțiune pentru una și două excitări.

2.4.2 Problema a trei cavități indistinctibile dopate cu radiatori

Pentru trei cavități obținem similar funcțiile de undă pentru o singură excitare. Această

metodă poate fi utilizată și în cazul unui număr mai mare de excitări, reprezentând funcțiile de undă și valorile proprii numeric. Din aceste considerente s-a studiat doar cazul unei singure excitări pentru care se poate de obținut soluția analitică. Stările degenerate simetrice a unei excitări pentru trei cavități

$$\begin{aligned} |\psi_{11}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|e,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 |e,0\rangle_3) \\ |\psi_{12}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,1\rangle_3) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Similar, sunt găsite valorile proprii și funcțiile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune

$$\begin{aligned} \lambda_{1,i(-1)} &= \chi \pm \sqrt{\chi^2 + g^2}, \\ c_{i,1} &= \sqrt{g^2 / (g^2 + \lambda_{1,i}^2)}; \quad c_{i,2} = \sqrt{\chi^2 / (g^2 + \lambda_{1,i}^2)} \quad \text{for } i = -1, 1; \end{aligned}$$

Deci interacțiunea studiată ne-a ajutat să obținem două cuasiniveluri energetice. Pentru două excitări se obțin 5 stări colective simetrice, invariante la rotație

$$\begin{aligned} |\psi_{21}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|e,0\rangle_1 |e,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |e,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 |e,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2 |e,0\rangle_3) \\ |\psi_{22}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}\{ |e,0\rangle_1 (|g,1\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2) + |g,1\rangle_1 |e,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 \\ &\quad + |g,0\rangle_1 |e,0\rangle_2 |g,1\rangle_3 + (|g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 + |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2) |e,0\rangle_3 \} \\ |\psi_{23}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|g,1\rangle_1 |g,1\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,1\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,1\rangle_2 |g,1\rangle_3) \\ |\psi_{24}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|e,1\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |e,1\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 |e,1\rangle_3) \\ |\psi_{25}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|g,2\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,2\rangle_2 |g,0\rangle_3 + |g,0\rangle_1 |g,0\rangle_2 |g,2\rangle_3) \end{aligned}$$

și același număr al soluțiilor ecuației caracteristice pentru $g = \chi$: $\lambda_{2,1}^r = -2.43065$, $\lambda_{2,1}^r = -2.43065$, $\lambda_{2,2}^r = -0.771049$, $\lambda_{2,3}^r = 0.294764$, $\lambda_{2,4}^r = 1.73598$, $\lambda_{2,5}^r = 4.17096$. Aici valorile proprii λ^r sunt exprimate în unități corespunzătoare $g = 1$: $\lambda_{i,j}^r = \lambda_{i,j} / g$. Pentru trei excitări, din 38 stări se obțin 10 stări simetrice colective. Abordarea propusă, desigur că analitic poate fi utilizată doar pentru un număr mic de excitări, de la un număr mai mare de trei excitări în sistem se poate de rezolvat ecuația Schrödinger doar numeric.

Să considerăm că avem N cavități plasate în vârfurile unui poligon regulat. Vom considera că schimbul de energie se petrece doar între cavitățile vecine. Pentru o singură excitare, observăm

următoarele stări simetrice degenerare ale sistemului

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} (|e_1 g_2 \dots g_N\rangle + |g_1 e_2 \dots g_N\rangle + \dots + |g_1 g_2 \dots e_N\rangle) |0_1 0_2 \dots 0_N\rangle$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} |g_1 g_2 \dots g_N\rangle (|1_1 0_2 \dots 0_N\rangle + |0_1 1_2 \dots 0_N\rangle + \dots + |0_1 0_2 \dots 1_N\rangle)$$

Nu este dificil de arătat că acțiunea Hamiltonianului de interacțiune asupra acestor funcții este $\hat{H}_I |\psi_1\rangle = \hbar g |\psi_2\rangle$ și $\hat{H}_I |\psi_2\rangle = \hbar g |\psi_1\rangle + 2\hbar\chi |\psi_2\rangle$. Din aceste considerente, valorile și funcțiile proprii a Hamiltonianului de interacțiune sunt echivalente cazului cu trei cavități cuplate

$$\lambda_{1,(-1)} = \chi \pm \sqrt{\chi^2 + g^2} \text{ și } c_{i,1} = \sqrt{g^2 / (g^2 + \lambda_i^2)}, \quad c_{i,2} = \sqrt{\chi^2 / (g^2 + \lambda_i^2)} \text{ pentru } i = -1, 1.$$

Concluzii: Utilizarea simetriei cuplării cavităților în sisteme de MF permite obținerea subspațiilor Hilbert de dimensiuni reduse ce permite soluționarea simplificată a problemei. Din cauza gradelor de libertate legate de simetria de legare a cavităților și gradelor legate de subsistemul atomic, nu se poate de stabilit o legătură pentru numărul de stări colective simetrice a cavităților, așa cum este obținută la Dicke. Metoda propusă este aplicabilă analitic desigur doar pentru un număr redus de excitări, ce asigură un număr mic al stărilor colective ale sistemului. Pentru un număr semnificativ de excitări în sistem se poate de aplicat metodele numerice de soluționare.

2.5 Ecuația master și evoluția populației cuasinivelurilor energetice

Pentru a descrie sistemul cuantic din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori, în limita unui factor mic de calitate al cavităților optice, vom introduce pierderile de cavitate prin interacțiunea cu vidul electromagnetic extern, prin termenii suplimentari în Hamiltonian:

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^n (\hbar\omega \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \hbar\Omega \hat{R}_{zi}) + \sum_k \hbar\omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k,$$

$$\hat{H}_I = \hbar \sum_{i=1}^n (g_i \hat{R}_i^+ \hat{a}_i + h.c.) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \chi_{i,j} (\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + h.c.) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \kappa (\hat{a}_i \hat{b}_k^\dagger + h.c.)$$

Aici ultimul termen din partea liberă a Hamiltonianului reprezintă energia CEM exterior cavităților. Termenul $\hat{H}_I^b = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \kappa \hat{a}_i \hat{b}_k^\dagger + H.c.$ descrie interacțiunea de tip schimb dintre modurile CEM de cavitate și CEM exterior. Rata de pierderi a fotonilor din cavități κ indică transformarea fotonilor din cavitate în fotonii câmpului electromagnetic liber exterior, descris prin noii operatori bosonici de anihilare și creare \hat{b}_k și \hat{b}_k^\dagger . În continuare vom utiliza stările proprii ale Hamiltonianului de interacțiune (2.2), obținute în subcapitolele precedente. Utilizând stările

colective (2.31, 2.33) obținute în subcapitolul 2.4, vom reprezenta operatorii câmpului de cavitate. Considerând punctul de origine a măsurării energiei, nivelul de bază al atomilor, $E = 0$ (vezi Fig. 2.6. (b)), Hamiltonianul pentru două cavități cuplate poate fi prezentat sub forma $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, unde

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 &= \sum_{i=-1,1} \hbar \tilde{\omega} |1i\rangle \langle 1i| + \sum_k \hbar \omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k, \\ \hat{H}_I &= \sum_k \kappa \hat{b}_k^\dagger \sum_{i=-1,1} \{ \sqrt{2} c_{i,2}^{(1)} |0\rangle \langle 1i| + H.c. \} + \hbar \sum_{j=-1,1} j \lambda_1 |1j\rangle \langle 1j|\end{aligned}\tag{2.35}$$

Aici $|1i\rangle = \sum_{j=1,2} c_{i,j}^{(1)} |\psi_{1j}\rangle$ sunt vectorii în spațiul Hilbert al stărilor simetrice pentru o excitație

colectivă. La fel, a fost introdusă re-normarea frecvențelor $\tilde{\omega} \pm \lambda_1 = \omega + \lambda_{1,1(-)}$, unde $\tilde{\omega} = \omega + \frac{1}{2} \chi$

și $\lambda_1 = \frac{1}{2} \sqrt{4g^2 + \chi^2}$, $c_{1(2)} = c_{1(-),2}^{(1)}$. La obținerea acestui Hamiltonian am considerat acțiunea

operatorilor de creare în starea cu numărul maximal de excitații $m=1$ este egală cu zero, adică $a_i^\dagger |\psi_{ml}\rangle = 0$, datorită faptului că această excitație este imposibilă într-un sistem ce interacționează

cu vidul electromagnetic extern. Argumentarea este legată de legea conservării energiei, sistemul având la dispoziție m cuante de energie, și un vid electromagnetic extern cu care interacționează (ce asigură imposibilitatea adăugării unei cuante de energie din exterior), nu poate trece pe o stare cu $m+1$ excitații. Considerând un număr mare a gradelor de libertate a vidului electromagnetic extern, putem elimina din ecuația master operatorii bosonici ai câmpului electromagnetic extern.

În reprezentarea interacțiune, ecuația master este $i\hbar \partial \tilde{\rho}(t) / \partial t = [\tilde{H}_I(t), \tilde{\rho}(t)]$, unde

$\tilde{H}_I(t) = \exp[i\hat{H}_0 t / \hbar] \hat{H}_I \exp[-i\hat{H}_0 t / \hbar]$ este Hamiltonianul în reprezentarea interacțiune. Utilizând

metoda operatorului de proiectare pe vidul câmpului electromagnetic $\mathcal{P} = |0\rangle \langle 0| Tr_{ph} \{ .. \}$ putem

reprezenta matricea de densitate prin partea lentă $\tilde{\rho}_s(t) = \mathcal{P} \tilde{\rho}(t)$ și rapid oscilantă $\tilde{\rho}_b(t) = \bar{\mathcal{P}} \tilde{\rho}(t)$

respectiv, $\bar{\mathcal{P}} = 1 - \mathcal{P}$. Poate fi arătat că $\mathcal{P}^2 = \mathcal{P}$ și $\bar{\mathcal{P}}\mathcal{P} = 0$. Urmând bine cunoscuta procedură de

eliminarea a părții rapid oscilante a matricei de densitate [32] se poate de obținut ecuația pentru

matricea de densitate $\tilde{W}(t) = Tr_{ph} \{ \tilde{\rho}(t) \}$ pentru excitațiile colective din cavități

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{W}(t)}{dt} &- i\lambda_1 [\tilde{W}(t), \tilde{U}_{1,1}^{1,1}(t) - \tilde{U}_{1,-1}^{1,-1}(t)] \\ &= -\gamma [\tilde{W}(t) (c_1 \tilde{U}_0^{1,1}(t) + c_2 \tilde{U}_0^{1,-1}(t)), c_1 \tilde{U}_{1,1}^0(t) + c_2 \tilde{U}_{1,-1}^0(t)] + H.c.\end{aligned}\tag{2.36}$$

Aici $\gamma = \sum_k 2\pi\delta(\omega_k - \tilde{\omega})\kappa^2 / \hbar^2$, $\tilde{U}_\beta^\alpha = |\alpha\rangle\langle\beta|$, unde $\alpha, \beta = 1, 1; 1, -1$. \tilde{U}_β^α este operatorul care indică tranzițiile și populația noilor cuasiniveluri energetice pentru o singură excitare atom-câmp, formate după scoaterea degenerării după energie. Acești operatori satisfac următoarele relații de comutare $[\tilde{U}_\beta^\alpha, \tilde{U}_\nu^\mu] = \delta_{\beta,\mu}\tilde{U}_\nu^\alpha - \delta_{\alpha,\nu}\tilde{U}_\beta^\mu$. Ecuația generalizată (2.36) ia în considerație efectele de atenuare cooperativă a schimbului de energie dintre subsistemele cuantice în interacțiunea cu vidul electromagnetic extern.

Să studiem rata de atenuare a unei excitări colective. Considerând că stările simetrice colective noi $|1,1\rangle$ și $|1,-1\rangle$ pot fi ușor pregătite inițial, găsim următorul sistem de ecuații închis pentru populația și funcțiile de corelare

$$\begin{aligned}\frac{dx(\tau)}{d\tau} &= -x(\tau) - pu(\tau), \\ \frac{dy(\tau)}{d\tau} &= -p^2 y(\tau) - pu(\tau), \\ \frac{du(\tau)}{d\tau} &= -2qw(\tau) - [p^2 + 1]u(\tau) - \frac{p}{2}(x(\tau) + y(\tau)), \\ \frac{dw(\tau)}{d\tau} &= 2qu(\tau) - [p^2 + 1]w(\tau).\end{aligned}$$

Aici $\tau = t / \tau_2$, $p = c_2 / c_1$, $q = \lambda_1 / \tau_2$, $x = \langle \tilde{U}_{1,1}^{1,1} \rangle$, $y = \langle \tilde{U}_{1,-1}^{1,-1} \rangle$, $u = (\langle \tilde{U}_{1,1}^{1,-1} \rangle + \langle U_{1,-1}^{1,1} \rangle) / 2$ și $w = (\langle \tilde{U}_{1,-1}^{1,1} \rangle - \langle \tilde{U}_{1,1}^{1,-1} \rangle) / 2i$. Pentru simplitate, noi am reprezentat timpul de relaxare a celor două tranziții de pe nivelurile superioare către starea de bază prin constantele $1 / \tau_{1(2)} = 2\gamma c_{1(2)}^2$. Evoluția populației nivelurilor este studiată considerând inițial că avem populată doar starea simetrică $|1,1\rangle$ ($\langle \tilde{U}_{1,1}^{1,1}(0) \rangle = 1$) pe când starea a doua simetrică $|1,-1\rangle$ este nepopulată. Este remarcabil din punct de vedere fizic transferul parțial al excitării de pe starea $|1,1\rangle$ pe starea $|1,-1\rangle$. Acest transfer este reprezentat în Fig. 2.7. În Fig. 2.7 (b) sunt prezentate nutațiile cuantice ale de popularea nivelurilor $|1,1\rangle$ și $|1,-1\rangle$. Aceste nutații suntacompaniate de transferul excitării pe starea $|1,-1\rangle$ care, în procesul de interacțiune prin CEM de cavitate, devine inseparabilă cu starea $|1,1\rangle$. În procesul de relaxare, când energia părăsește sistemul prin interacțiunea cu vidul EM extern, stările $|1,1\rangle$ și $|1,-1\rangle$ devin nepopulate.

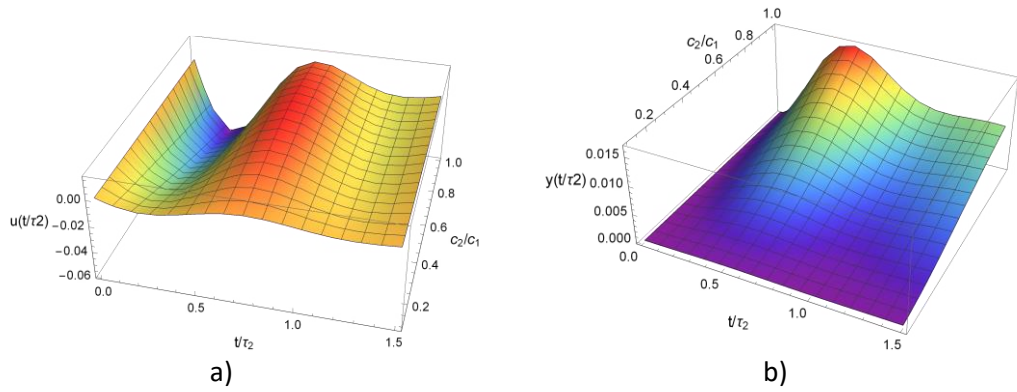


Fig. 2.7 Dependența relativă de timp a nutațiilor cuantice (a)

$u(\tau) = (\langle \tilde{U}_{1-1}^{11}(\tau) \rangle + \langle \tilde{U}_{11}^{1-1}(\tau) \rangle) / 2$ și a populației $y(\tau) = \langle \tilde{U}_{1-1}^{1-1}(\tau) \rangle$ nivelului $|1, -1\rangle$ (b) pentru condițiile inițiale $\langle \tilde{U}_{11}^{11}(0) \rangle = 1$, $\langle \tilde{U}_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 0$, $q = 3$, $\tau = t/\tau_2 = t/(2\gamma c_2^2)$.

Pentru a descrie cantitativ inseparabilitatea cuantică ce se stabilește dintre atomii plasați în două cavități optice, propunem în continuare studierea dinamicii entropiei. Pentru aceasta reprezentăm matricea de densitate prin funcțiile de corelare

$$\hat{W}(t) = (1 - x(t) + y(t))\hat{U}_0^0 + x(t)\hat{U}_{1,1}^{1,1} + y(t)\hat{U}_{1,-1}^{1,-1} + (u(t) - iw(t))\hat{U}_{1,-1}^{1,1} + (u(t) + iw(t))\hat{U}_{1,1}^{1,-1}.$$

Entropia excitărilor atom-cavitate se va calcula după relația

$$S = -\langle \tilde{U}_0^0(t) \rangle \log \langle \tilde{U}_0^0(t) \rangle - \tilde{U}_{e1} \log \tilde{U}_{e1} - \tilde{U}_{e2} \log \tilde{U}_{e2},$$

unde $\tilde{U}_{e1} = (x + y) / 2 + \sqrt{(x - y)^2 / 4 + w^2 + u^2}$, $\langle \tilde{U}_0^0(t) \rangle = 1 - x - y$ și $\tilde{U}_{e2} = (x + y) / 2 - \sqrt{(x - y)^2 / 4 + w^2 + u^2}$. Din dependența de timp a entropiei și inversiei, observăm că în cazul când populația nivelurilor excitate devine egală cu populația nivelului de bază, entropia obține valoarea maximă. Acest maxim corespunde creării unei stări inseparabile dintre stările excitate și starea de bază (vezi Fig. 2.8). Un alt aspect interesant este legat de relaxarea a stării excitate. Aici sunt posibile două situații, prima din care corespunde preparării inițiale a sistemului în superpoziția $|1, 1\rangle$ și $|1, -1\rangle$. În acest caz, entropia crește de la valoarea inițială diferită de zero $S(0) = 0.5$.

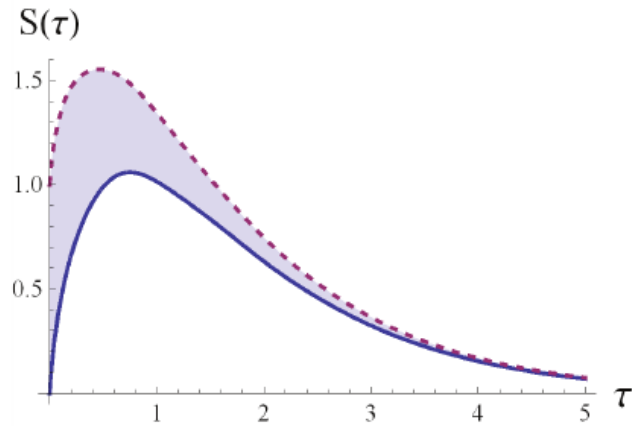


Fig. 2.8. Dependența entropiei $S(\tau)$ în funcție de timpul relativ τ pentru condițiile inițiale

$$\langle U_{11}^{11}(0) \rangle = 1, \langle U_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 0 \text{ (linia continuă), } \langle U_{11}^{11}(0) \rangle = 1/2, \langle U_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 1/2 \text{ (linia} \\ \text{întreruptă), } q = 3, p = 1, \tau = t/\tau_2 = t/(2\gamma c_2^2).$$

Preparând sistemul doar în una din stările excitate, putem observa, în procesul de emisie spontană că excitarea parțial „sare” pe cealaltă stare simetrică, de exemplu dacă considerăm inițial populată starea $|1,1\rangle$ când cealaltă nepopulată $\langle U_{1-1}^{1-1}(0) \rangle = 0$. Un efect similar este cunoscut în literatură și observat experimental [62].

2.6 Utilizarea sistemelor de cavități optice cuplate în procesul de decontaminare a fluidelor translucide

În literatură este propusă o varietate largă de tehnici și proceduri ce pot fi utilizate pentru distrugerea virusilor și bacteriilor periculoase [138]. Multe dintre acestea utilizează radiația lămpilor UV pentru dezinfecție, care, în multiplele situații, au efecte dăunătoare și probleme legate de lungimea de penetrare. De exemplu, radiația UV cu lungimea de undă 253 nm eficient poate decontamina doar suprafața, dar în multe cazuri, efectiv distruge microorganismele patogene dar și celulele organismelor ce nimeresc sub această radiație [139-143]. Odată cu creșterea intensității radiației UV, decontaminarea asociată cu mutațiile produse la nivel de ADN nu crește în intensitate din cauza efectelor de umbrire sau scăderii lungimii de penetrare, împreună cu deteriorarea acizilor nucleici virali [140-143]. În alte lucrări, a fost propusă utilizarea unei surse de radiații cu microunde, a cărei eficiențe nu este considerată a fi bună deoarece cea mai mare parte a energiei este absorbită în apă și nu de către patogeni [141].

Pentru a depăși aceste dezavantaje, este necesară rezolvarea problemelor relatate. Prima

din ele este legată de lungimea mică de penetrare a radiației UV. Pentru rezolvarea ei, este necesară propunerea unui sistem optic care ne-ar permite să obținem un grad înalt de penetrare a radiației în volumul lichidului translucid. A doua, este necesară dezvoltarea unei metode selective de decontaminare prin intermediul pulsurilor scurte descrisă în literatură [138, 141, 142] și estimarea lungimii de penetrare a radiației în lichidele transparente. De exemplu, în Ref. [141, 142] autorii dezvoltă un model pe bază de radiație pentru dezactivarea selectivă a virușilor. Pentru a evita absorbția radiației IR, autorii din lucrarea [141] utilizează radiația IR-apropiată de pulsuri ultrascurte (USP) de ordinul sub-picosecundelor al laserului pe fibre în locul lămpilor UV. Acest puls vizează doar legăturile slabe ale învelișului de proteine ale patogenilor. Prin reglarea densității de putere corespunzătoare a laserului, autorii demonstrează că este fezabilă deteriorarea învelișului de proteine, ducând la inactivarea lor fără a afecta alte celule prezente în lichidul translucid.

În mod particular, se demonstrează că această metodă poate inactiva selectiv microorganismele variind de la virușii ne patogeni precum bacteriofagul M13 și virusul mozaicului de tutun la virușii patogeni, așa cum sunt virusul papilomavirusul uman și virusul imunodeficienței umane (HIV). În același timp, ea lasă materiale sensibile cum ar fi celulele T Jurkat umane, celulele roșii din sânge uman și celulele dendritice de șoarece nevătămate. În Ref. [142] este analizată posibilitatea utilizării pulsurilor laser ultrascurte pentru inactivarea unui spectru larg de patogeni, fără utilizarea substanțelor chimice. Prin alegerea duratei pulsului laserului vizibil, IR apropiat, să fie mai scurtă decât perioada de oscilație a modurilor normale sau în apropierea ei, autorii lucrării [141] au arătat că fluxul laser în configurație de excitație cu un singur puls poate aduce în oscilație o macroparticulă cum ar fi un virus prin stimularea Raman [143]. Este atrăgător faptul că efectul similar Raman coerent pentru frecvențe mai mari a pulsurilor UV este utilizată în diagnosticarea bio-moleculilor (cum ar fi lipidele) în echipamentul optic de diagnosticare [144, 145].

Decontaminarea eficientă prin suprafața zonei evanescentă a materialelor optice cuplate deschide o nouă perspectivă, nu numai pentru aplicațiile inovatoare de cercetare, dar și un nou domeniu în investigațiile fundamentale. Creșterea suprafeței de contact al radiației UV cu lichidul translucid contaminat depinde puternic de indicele de refracție al materialului optic și lichidului, dar și de proprietățile optice ale virușilor și bacteriilor. Un alt efect complementar al decontaminării constă în posibila captare a micro-particulelor din lichid în zona evanescentă a fibrelor sau microsferelor [146, 147]. În acest caz, la propagarea undei electromagnetice prin nano-fibre și posibila captare și manipulare a microparticulelor (viruși, bacterii) prin intermediul acestora devine posibilă. Observațiile recente ale captării particulelor dielectrice de-a lungul fibrelor

deschide noi perspective asupra posibilităților de captare a virușilor, bacteriilor și a altor microorganisme din lichid. După captarea microorganismelor în zona specială de decontaminare, ar crește semnificativ rata dezactivării efective prin radiația UV a patogenilor.

Câmpul evanescent al fibrelor și microsferelor optice este utilizat astăzi în diferiți senzori optici și posibilități de transmitere a informației dintr-un canal optic în alt canal. Recent, o importanță deosebită este acordată acestui câmp în studiul biomoleculilor aflate în suspensii cu un indice de refracție mai mare decât al lichidului ce o înconjoară. În acest caz, datorită gradientului înalt de creștere a intensității electrice a câmpului de evanescență, apare o forță de atracție a acestor biomolecule spre suprafața fibrelor și microsferelor. Acest efect de „pensetă” descoperit de Ashkin [148], ar putea fi utilizat într-un set de fibre optice cuplate, cavități cuplate, numite mai jos, materiale optice.

În acest subcapitol este propusă o metodă nouă de decontaminare cu ajutorul radiației UV-C de evanescență ce apare la suprafața de contact dintre structuri din microsferă sau fibre optice cu diferită geometrie de împachetare. Decontaminarea eficientă prin intermediul CEM UV evanescent format la suprafața metamaterialului deschide noi perspective de inactivare a virușilor și bacteriilor atrași în zona câmpului de evanescență. Eficiența fizică propusă constă în obținerea unei suprafețe de contact cât mai mare dintre fluidul translucid contaminat și metamaterialul propriu zis. Sunt propuse diferite structuri topologice de împachetare a elementelor structurale a metamaterialului pentru creșterea și îmbunătățirea suprafeței de contact cu lichidul contaminat. Observațiile recente [146] cu referire la fenomenul de captare a particulelor dielectrice de-a lungul fibrelor ne permite să propunem o nouă perspectivă de captare a patogenilor și a altor microorganisme din lichid, în zona specială, unde este posibilă decontaminarea UV prin câmpul evanescent.

Să pornim de la metoda tradițională de decontaminare a lichidelor cu radiație UV-C pulsată sau continuă. Dacă avem un cilindru cu lichid contaminat și acest cilindru este radiat cu UV din toate direcțiile, suprafața efectiv decontaminată a lichidului este $S = 2\pi R(L + R)$, unde primul termen indică la suprafața laterală iar ultimul – aria bazelor cilindrului, R reprezintă raza bazei, L este înălțimea cilindrului. Astfel, dacă utilizăm o metodă clasică de decontaminare, o parte mare a lichidului translucid, rămâne infectată, cu excepția volumului lichidului până unde pătrunde radiația UV-C

$$V_{cl} = \pi 2\pi R(L + R)d_p, \quad (2.37)$$

aici V_{cl} reprezintă volumul de lichid translucid eficient decontaminat, $d_p \sim \lambda$ este adâncimea de penetrare a radiației UV în lichid. Mai jos voi prezenta o metodă de mărire a volumului efectiv utilizând metamateriale.

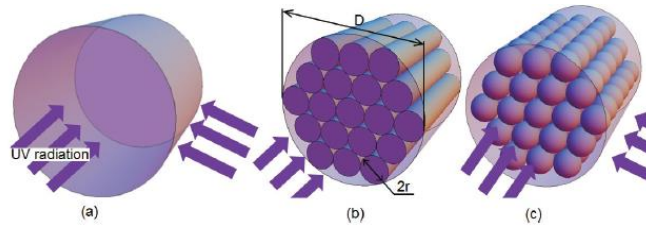


Fig. 2.9. Metode de decontaminare a lichidelor utilizând radiație UV-C, (a)-clasică și (b),(c)- utilizând materiale optice pentru dispersia radiației UV-C în volumul lichidului translucid.

Pentru mărirea suprafeței și respectiv, a volumului efectiv decontaminat, mai jos vom analiza două tipuri de meta-materiale: tipul *A* ce corespunde metamaterialului format din fibre optice împachetate (PCF) și tipul *B* - cristal fonic (PC) (Fig. 2.9), ambele fiind transparente pentru radiația UV.

Dacă sistemul PCF este plasat în cilindru cu lichid decontaminat (Fig. 2.9(b)), lichidul va umple spațiul liber dintre fibre. Astfel, suprafața de decontaminare va crește substanțial

$$S_d = \pi r(r + 2rLN), \quad (2.38)$$

unde N este numărul de fibre din PCF, r este raza fibrei. Ultimul termen reprezintă suprafața laterală a fibrei. Aici s-a considerat că radiația UV este introdusă în lichid prin fibre. Adâncimea de pătrundere a radiației UV (câmpul evanescent) depinde de indicele relativ de refracție al fibrelor și lichidului contaminat. Intensitatea câmpului evanescent poate fi exprimată prin următoarea relație

$$I = I_0 \exp[-z/d],$$

unde I este intensitatea radiației evanescente UV la distanța z de la fibră, d este parametrul de atenuare exponențial al adâncimii de pătrundere

$$d = \frac{\lambda}{4\pi n_2} \sqrt{\frac{\sin^2(\theta_c)}{\sin^2(\theta) - \sin^2(\theta_c)}}.$$

Aici θ_c reprezintă unghiul Brewster, $\sin \theta_c = n_2 / n_1$, θ este unghiul de incidență, $\theta > \theta_c$; n_1 este indicele de refracție al fibrei, n_2 este indicele de refracție al mediului lichid, λ este lungimea de undă a radiației UV. Să determinăm relația dintre metoda clasică și modelul propus de

decontaminare. Pentru aceasta vom avea nevoie să exprimăm suprafața de decontaminare prin numărul de fibre. Estimările arată că pentru raze mici ale fibrelor, r este proporțional cu $r \sim R/\sqrt{N}$. Dacă utilizăm această relație în expresia (2.38), este ușor de obținut următoarea relație pentru suprafața de decontaminare pentru N fibre cilindrice

$$S_d \sim 2\pi RL\sqrt{N}. \quad (2.39)$$

Aici, observăm că suprafața de decontaminare este proporțională cu rădăcina pătrată din numărul de fibre. În expresia (2.39) am neglijat suprafața mică a bazei cilindrului în comparație cu suprafața laterală a fibrelor.

$$V_d \sim 2\pi RLd\sqrt{N} \quad (2.40)$$

Nu este dificil de observat că creșterea volumului de decontaminare este proporțională la \sqrt{N} ($V_d/V_{cl} \sim \sqrt{N}$). Dar nu este clar ce se întâmplă cu alt volum liber dintre fibre, ce se află la distanțe mai mari decât $\lambda/2$ de la fibră, în care nu are loc penetrarea radiației UV-C. Acest volum putem să-l micșorăm dacă continuăm să micșorăm raza fibrelor. Putem estima volumul liber dintre fibre și posibilitatea de utilizare a întregului volum odată cu micșorarea diametrului fibrei. În împachetarea hexagonală precum este indicat în Fig. 2.9 (b), volumul liber dintre trei fibre este $v_f = r^2(\sqrt{3} - \pi/2)L \approx 0.18r^2L$. În acest caz, volumul liber nu depinde de diametrul fibrelor și este egal cu $V_f = \pi R^2L(\sqrt{3} - \pi/2)$. Volumul neutilizat va fi de ordinul $V_a = \pi RL(0.18R - \sqrt{N}\lambda)$. Când această expresie atinge valoarea zero, atunci tot volumul dintre fibre este penetrat suficient pentru a fi decontaminat cu radiație UV. Aceasta corespunde cu următoarea relație pentru raza fibrei $r \sim R/\sqrt{N} \sim \lambda/0.18$. În mod similar poate fi obținut volumul de decontaminare pentru un alt tip de împachetare al fibrelor. Utilizând aceeași metodă, am estimat suprafața de decontaminare a metamaterialului de tip cristal fonic (vezi Fig. 2.9 (c))

$$S_d = 4\pi r^2 N \sim \pi L^2 N^{1/3},$$

unde L este latura cubului, r raza unei microsferă, N este numărul de microsferă din metamaterial. Lichidul va umple tot spațiul dintre sfere. Volumul lichidului decontaminat eficient poate prezentat sub forma

$$V_d \sim dS_d = 4\pi dR^2 N^{1/3} \quad (2.41)$$

În această estimare putem observa că volumul de decontaminare depinde de numărul de microsferă prin dependența $N^{1/3}$.

Deși la prima vedere se pare că volumul de decontaminare este mai mic decât în cazul PCF, aceasta este doar o iluzie. Datorită faptului că numărul de microsferă din metamaterial, cum ar fi cristalul fonic, este mult mai mare decât numărul de fibre din PCF, volumul de decontaminare în cel de-al doilea caz este mult mai mare. O altă prioritate a ultimului meta-material constă în faptul că acesta funcționează în toate direcțiile în mod simetric, spre deosebire de PCF, unde radiația se propagă doar de-a lungul fibrelor. Volumul liber dintre microsferă poate fi prezentat în forma $v_{fr} = (2r)^3 - 4(\pi r^3 / 3) = 8r^3(1 - \pi / 6) \approx 0.48v_c$. Astfel volumul liber pentru un cub de dimensiuni mari L are aceeași proporție $V_{fr} = 0.48V$. În acest caz, diferența dintre volume $V_{fr} - V_d$ este proporțională cu $V[0.1/3/(2L)]$. Atunci când $L < \pi N^{1/3} / 0.98$, creșterea suprafeței devine imposibilă și aspectele clasice ale zonei de evanescență nu sunt acceptabile. În acest caz, spațiul liber dintre microsferă poate fi privit ca volum de decontaminare.

Modelul propus poate fi utilizat atât în mod dinamic (când lichidul translucid curge prin spațiul dintre fibre sau microsferă) cât și staționar (când lichidul se află în spațiul liber fără a se deplasa). Micșorarea razei elementelor optice, tehnologic asigură mărirea suprafeței de contact și ratei de decontaminare legată de mărirea volumului penetrat de radiația UV-C. Dezavantajul micșorării razei materialelor optice constă în mărirea rezistenței la curgere a lichidului ce implică un consum suplimentar de energie.

Acțiunea UV împotriva patogenilor depinde de adâncimea și volumul zonei evanescente a structurilor periodice de ghiduri de undă. Având în vedere concepția tradițională de decontaminare (2.37) și volumul posibil de decontaminare în zonele evanescentă de fibre (2.40) sau structuri cu microsferă periodice (2.41) (vezi Fig. 2.9(b)), putem introduce noțiunea de coeficient de decontaminare relativ

$$\rho = \frac{V_d}{V_c}.$$

Având în vedere că suprafața laterală a cilindrului este mult mai mare decât suprafețele celor două baze, obținem următoarea expresie pentru volumul relativ de decontaminare $\rho \sim d\sqrt{N} / d_p$. O expresia similară poate fi obținută și pentru metamaterialele cum ar fi PC-ul dacă am umplut cilindrul cu microsferă periodice SiO_2 . În acest caz, coeficientul relativ de decontaminare devine proporțional cu $\rho \sim dN^{1/3} / d_p$. Aici volumul clasic de decontaminare este considerat pentru adâncimea de penetrare a radiației în volumul elementar sferic $4\pi R^2 d_p$ cu lățimea $\Delta R \sim d_p$.

Concluzii: Structurile periodice de fibre și materialele sferice ar putea sta baza elaborării de noi dispozitive cu o eficiență sporită în decontaminare utilizând radiația UV-C. Cercetarea eficienței acțiunii pulsurilor UV asupra reacțiilor chimice, care au loc în microorganisme este la nivel inițial [149]. Aici trebuie să luăm în considerație structura cuantificată a energiei transmisă de la un segment al ADN-ului la alt segment. Efectul de captare optică a microparticulelor de-a lungul fibrelor optice [150, 151] prezintă un efect deosebit, care dacă ar putea fi utilizat în procesul de decontaminare pentru captarea patogenilor în zona undei evanescențe a radiației UV, ar putea mări semnificativ eficiența decontaminării.

Creșterea volumului efectiv decontaminat depinde de indicele de refracție al meta-materialului, lichidului și proprietăților optice ale patogenilor. Dezvoltarea unui model neliniar al interacțiunii radiației UV cu microorganismele deschide noi posibilități în domeniul decontaminării, în domeniul proceselor colective care au loc în viruși, bacterii sau alte structuri celulare sub influența radiației UV pulsate în procesul propagării acestora prin țesutul celular [152]. În continuare se propune studierea posibilității acțiunii selective a radiației asupra microorganismelor cu un efect nociv minimal asupra țesutului organic, prin selectarea duratei pulsului laser, frecvenței și intensității radiației.

2.7 Concluzii la capitol

În acest capitol am găsit soluția analitică pentru două cavități distincte dopate cu câte un radiator în limita unui factor înalt de cuplaj dintre cavități. A fost studiată dependența timpului de migrare a unei excitații de la o cavitate la alta în funcție de parametrul de cuplaj dintre cavități și constantele de cuplare ale radiatorilor cu câmpul de cavitate. Acest tip de tunelare a excitației de la o cavitate la alta poate fi utilizat în calculul cuantic. De exemplu, starea de reversibilitate a doi atomi ce zboară prin diferite cavități obținută în acest capitol poate fi considerată ca modalitate de cuplare cuantică a două canale optice la procesarea informației. În acest caz, informațiile introduse în polarizarea atomului și modulul din prima cavitate poate fi transferată către atomul și modulul din a doua cavitate și viceversa.

Am introdus noțiunea de excitații indistinctibile a modurilor cavităților cuplate în interacțiune și excitațiile atomilor plasați în fiecare cavitate. Luând în considerație principiul indistinctibilității dintre excitațiile atomice și fotonice, s-a obținut reducerea semnificativă a numărului gradelor de libertate a spațiului Hilbert. Considerând că energia stărilor îmbrăcate atom-

câmp de cavitate este mai largă decât rata de atenuare a cavităților, am introdus Hamiltonianul de interacțiune cu vidul electromagnetic în subspațiul stărilor colective. Din soluțiile numerice și analitice am studiat evoluția sistemului în prezența amortizării, în dependență de pregătirea inițială a stărilor colective.

În acest capitol evidențiem următoarele teze la susținere:

1. A fost cercetat sistemul cuantic format din cavități optice cuplate, dopate cu radiatori pentru diferite simetrii de împachetare a lor.

2. Cu scopul reducerii semnificative a numărului gradelor de libertate a moleculelor fotonice, a fost propus efectul de indistinctibilitate pentru excitările CEM de cavitate și atomice. A fost descrisă inseparabilitatea cuantică ce apare între atomii plasați în două cavități optice cuplate, în prezența pierderilor de cavitate. Astfel s-a demonstrat, că datorită interacțiunii de schimb dintre cavități, are loc apariția stării inseparabile dintre atomi, care, în urma relaxării pe vidul extern, atenuază exponențial din cauza pierderilor de energie.

3. INTERACȚIUNEA ATOMULUI ÎN MIȘCARE CU UNDA STAȚIONARĂ DE CAVITATE

În acest capitol este studiat modelul cuantic ce descrie interacțiunea dintre unda electromagnetică, traversată de radiatorul cuantic cu două sau trei niveluri. Aici s-a propus, studierea interacțiunii atomului cu două moduri degenerate, ce se propagă în sens opus. Pentru modurile degenerate s-a utilizat transformarea unitară de trecere la reprezentarea interacțiunii prin modurile colective „interactiv” și „neinteractiv” dintre subsistemele cuantice indicate în model. Este arătată analitic influența mișcării atomului asupra modificării frecvenței de rezonanță la interacțiunea cu modurile CEM. Sunt studiate fluctuațiile pentru numărul mediu de fotoni din modurile colective.

3.1 Reprezentarea clasică și cuantică a undei staționare

În acest subcapitol propunem revizuirea problemei interacțiunii de rezonanță a atomului cu două (sau trei) niveluri în mișcare cu unda CEM. Pentru aceasta, inițial este prezentat modelul de Hamiltonian frecvent utilizat în literatură [71-75], prin care este descris atomul în mișcare prin unda staționară a cavității optice prin cuplaj dependent de timp, unde unda staționară CEM este reprezentată semi-cuantic. În Ref. [71], partea interacțiune a Hamiltonianului a unui atom cu două niveluri în cuplaj dependent de timp „ $\cos(\tau)\cos(2\tau)$ ” cu un singur mod al cavității este

$$\hat{H}_I^m = g(t)\{\hat{a}\hat{S}^+ + \hat{a}^\dagger\hat{S}^-\}, \quad (3.1)$$

Aici operatorii \hat{S}^+ și \hat{S}^- descriu tranzițiile dintre nivelurile energetice ale atomului ($\hat{S}^+ = |e\rangle\langle g|$), \hat{a} și \hat{a}^\dagger reprezintă operatorii de anihilare și creare pentru CEM. Interacțiunea dependentă de timp mai poate fi observată în lucrarea [71]. În altă referință [75] este propus un model similar pentru un atom cu trei niveluri în unda staționară a câmpului cavității cu cuplaj dependent de timp ($g(t) \sim \sin(p\pi vt / L)$) al atomului cu un mod al cavității

$$\hat{H}_I^m = \sin\left(\frac{p\pi vt}{L}\right)\{\hat{a}g_1\hat{S}_3^2 \exp[i\Delta t] + \hat{a}g_2\hat{S}_2^1 \exp[-i\Delta t] + h.c.\}. \quad (3.2)$$

Aici operatorii atomici satisfac următoarele relații de comutare $[\hat{S}_n^m, \hat{S}_{n'}^{m'}] = \delta_{mm'}\hat{S}_n^n - \delta_{nn'}\hat{S}_m^m$. Hamiltonianul (3.1) și (3.2) au particularitate interesantă care constă în decuplarea interacțiunii dintre atom și câmpul vid al cavității, atunci când radiatorul se află în nodurile undei staționare, $\sin(p\pi vt / L) = 0$ (sau $p\pi vt / L = j\pi$). Aici v este viteza de mișcare a atomului, p reprezintă un

număr întreg de jumătăți de lungimi de undă, $\Delta = \omega - (\omega_2 - \omega_1) = (\omega_2 - \omega_3) - \omega$ este abaterea de la rezonanță pentru prima și a doua tranziție a atomului cu trei niveluri, L este lungimea rezonatorului. Este evidentă prezența decuplării dacă considerăm că atomul interacționează cu CEM clasic. Conform procedurii de cuantificare, acest model nu respectă principiul incertitudinii al mecanicii cuantice $\Delta n \Delta \phi \geq 1$, unde Δn și $\Delta \phi$ sunt fluctuațiile pentru fază și număr de fotoni ai modului cavității [153]. Determinarea fazei luminii experimental a fost problemă discutată în lucrarea [154], unde s-a arătat că incertitudinea în faza cuantică relativă a două câmpuri care se propagă în brațele unui interferometru Mach-Zehnder poate fi redusă la limita Heisenberg prin utilizarea în interferometru a luminii în două stări Fock care conțin un număr egal de fotoni. Aceasta duce la o schimbare de fază minimă detectabilă cu mult sub cea a oricărui interferometru ce utilizează o sursă de lumină coerentă. Putem menționa că anume principiul incertitudinii stă la baza proiectării interferometrelor optice pentru măsurări exacte, în care este luată în considerație fluctuațiile cuantice după fază a luminii pentru a minimiza eroarea măsurării, prin utilizarea luminii comprimate pe cuadraturi (squeezed light) după fază [155]. Studiul riguros al principiului incertitudinii (sau inegalitatea Cauchy) a CEM coerent, pentru fază a CEM - număr de fotoni, funcții trigonometrice a fazei - număr de fotoni și funcții trigonometrice a fazei - fază a CEM este prezentat în lucrarea [156]. Considerând că în punctele $t = (jL / pv)$ amplitudinea câmpului electromagnetic atinge valoarea zero (ce corespunde unei valori zero a numărului de fotoni, $n = 0$, nu este dificil de observat că în aceste puncte, fluctuația numărului de fotoni ia de asemenea valoarea zero, $\Delta n = 0$. Deci, conform principiului incertitudinii, în aceste puncte fluctuația fazei $\Delta \phi = \omega \Delta t$ trebuie să ia o valoare infinită $\Delta \phi = \infty$. Considerând cele expuse mai sus, în acest capitol este propus un nou model de interacțiune a atomului aflat în mișcare prin două moduri \vec{k} și $-\vec{k}$ a CEM.

În scopul rezolvării problemei legate de principiul incertitudinii, este propusă revizuirea modelului cuantic al atomului cu două (sau trei) niveluri ce se mișcă prin unda staționară a cavității, în rezonanță cu aceasta. După definiție, unda staționară este formată din superpoziția a două unde de aceeași frecvență care se propagă pe aceeași direcție dar în sens opus $E_1 = (E_0 / 2) \sin(kr_j - \omega t)$ și $E_2 = (E_0 / 2) \sin(kr_j + \omega t)$, va fi $E = E_0 \sin kr_j \cos(\omega t)$. Se va selecta calibrarea Coulomb, pentru care $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, ce face ca vectorul potențial A să descrie CEM transversal. Componentele Fourier a vectorului potențial ce se includ într-un cub cu volumul finit $V = L^3$ sunt descrise prin relațiile

$\mathbf{A}_k = \mathbf{e}_\lambda(\pm k) a_{\pm k}(t) e^{\pm i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \mathbf{e}_\lambda(\pm k) \bar{a}_{\pm k}(t) e^{\mp i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, în care pentru ca A să fie real, coeficienții trebuie să satisfacă următoarea condiție $\bar{a}_k = a_k^\dagger$. Aici $k = (\mathbf{k}, \lambda)$, este vectorul de undă și polarizarea pentru componenta Fourier. Nu este dificil de observat că unda ce se propagă de la stânga la dreapta \mathbf{A}_k și unda ce se propagă în sens opus \mathbf{A}_{-k} trebuie să fie descrise de componentele Fourier $a_{\pm k}(t) \sim iA \exp(-i\omega_k t)$ și $\bar{a}_{\pm k}(t) \sim A \exp(-i\omega_k t)$. În reprezentarea cuantică a CEM, componentele Fourier devin operatori [157] $a_k \rightarrow \sqrt{\hbar/(2\omega V \epsilon_0)} \hat{a}_k$ și $\bar{a}_k(t) \rightarrow \sqrt{\hbar/(2\omega V \epsilon_0)} \hat{a}_k^\dagger$. După relația de comutare pe care o satisfac operatorii bosonici $[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = \delta_{k,k'}$, observăm tranziția la unda staționară clasică devine problematică din cauză că faza și amplitudinea undei propuse nu este indicată exact.

Ținând cont de reprezentarea semi-cuantică a undei staționare, care nu ia în considerație proprietățile și fluctuațiile cuantice pentru numărul de fotoni și fază a CEM, propunem în continuare modelul interacțiunii atomului în mișcare cu două moduri degenerate a CEM, ce se propagă în sens opus. Direcția de mișcare a atomului se consideră paralelă direcției modurilor CEM. Vom considera CEM pregătit inițial în stare coerentă. În continuare vor fi prezentate principalele rezultate obținute în rezultatul cercetării, care au fost publicate în lucrările [158, 159].

3.2 Soluția exactă pentru atomul cu două (sau trei) niveluri ce zboară prin cavitate, în interacțiune cu două moduri a CEM

Hamiltonianul sistemului cuantic format dintr-un atom în interacțiune cu două moduri degenerate a cavității (vezi Ref. [47, 49]) poate fi reprezentat sub forma $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, unde

\hat{H}_0 este partea liberă a Hamiltonianului

$$\hat{H}_0 = \omega(\hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k} + \hat{S}_1^1 - \hat{S}_3^3) - \Delta(\hat{S}_1^1 + \hat{S}_3^3) \quad (3.3)$$

și \hat{H}_I reprezintă partea interacțiune,

$$\begin{aligned} \hat{H}_I = \{ & g_2 \hat{S}_3^2 \left[\frac{\hat{a}_k \exp[ikz] - \hat{a}_{-k} \exp[-ikz]}{2i} \right] \exp[i\Delta t] \\ & + g_1 \hat{S}_2^1 \left[\frac{\hat{a}_k \exp[ikz] - \hat{a}_{-k} \exp[-ikz]}{2i} \right] \exp[-i\Delta t] + h.c. \}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Pentru simplitate, aici s-a exprimat energia în unități corespunzătoare $\hbar = 1$. Se va neglija influența emisie și absorbției fotonilor asupra mișcării acestuia. Aici $\hat{a}_{\pm k}^+$, $\hat{a}_{\pm k}$ sunt operatorii bosonici de

creare și anihilare pentru modurile k și $-k$ respectiv, operatorii \hat{S}_n^m descriu tranzițiile dipol – active dintre nivelurile energetice ale atomului ($\hat{S}_n^m = |m\rangle\langle n|$), Δ este abaterea de la rezonanță dintre prima, a doua tranziție și modurile cavității (vezi Fig. 3.1), k este componenta vectorului de undă după axa Oz . Energia pentru atom este măsurată de la nivelul intermediar. Axa Oz este luată astfel încât de-a lungul ei se mișcă atomul și, respectiv, după ea sunt orientate modurile CEM. Originea sistemului de referință este legată de cavitatea optică, fixată pe una din oglinzile cavității. Coordonata z va reprezenta valoarea operatorilor pentru modurile CEM în poziția atomului. În continuare vom realiza o transformare unitară pentru modurile CEM, $\hat{T} = \exp[-ikz(\hat{a}_k^+ \hat{a}_k - \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k})]$ și o rotație descrisă de operatorul $\hat{U} = \exp[\gamma(\hat{a}_k^+ \hat{a}_{-k} - \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_k)]$, unde γ este un parametru real. Prin operatorul \hat{T} se trece la un sistem de referință legat de atom, altfel spus, originea sistemului de coordonate este transferată în poziția atomului. Rotația prin operatorul \hat{U} permite trecerea la noua reprezentare a modurilor CEM prin modurile colective, interactiv și ne-interactiv, astfel încât prin selectarea parametrului γ se poate de obținut un mod colectiv decuplat de atom.

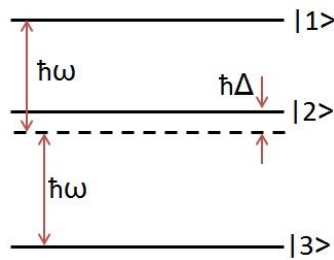


Fig. 3.1. Reprezentarea schematică a nivelurilor energetice ale atomului și a tranzițiilor dipol-active

Ațiunea acestor operatori asupra operatorilor bosonici de creare și anihilare ai CEM poate fi prezentată prin următoarele relații

$$\begin{aligned} \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{a}_k \hat{T} \hat{U} &= e^{-ikz} (\hat{a}_1 \cos \gamma + \hat{a}_2 \sin \gamma), \\ \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{a}_{-k} \hat{T} \hat{U} &= e^{ikz} (-\hat{a}_1 \sin \gamma + \hat{a}_2 \cos \gamma). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dacă utilizăm $\gamma = \frac{\pi}{4}$, modul al doilea colectiv devine decuplat de la atom. Aici $\hat{a}_{1(2)}^+$ și $\hat{a}_{1(2)}$ reprezintă operatorii bosonici de creare și anihilare pentru modurile colective ale CEM.

În noua reprezentare, vom exprima mai întâi starea inițială a sistemului cuantic. Aceasta se obține în urma acțiunii operatorilor transformării unitare și rotației asupra stării inițiale a

câmpului și atomului $|\psi(0)\rangle = \{a|1\rangle + b|2\rangle + c|3\rangle\} \times |\alpha_k, \alpha_{-k}\rangle$, cu $\hat{U}^+ \hat{T}^+ |\psi(0)\rangle$. Aici coeficienții a , b și c satisfac relația $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ (probabilitatea aflării atomului în stările indicate). Într-adevăr, considerând că modurile ce se propagă în sens opus sunt inițial pregătite în stare coerentă, $|\psi(0)\rangle_{CEM} = |\alpha_k, \alpha_{-k}\rangle$ și luând în considerație transformările descrise de relațiile (3.5), se obține starea coerentă a modurilor colective în noua reprezentare

$$|\tilde{\psi}_0(z)\rangle = \exp\{-|\alpha|^2\} \exp\{\sqrt{2}\alpha\hat{a}_1^\dagger i \sin(kz) + \sqrt{2}\alpha\hat{a}_2^\dagger \cos(kz)\} |0\rangle_1 |0\rangle_2. \quad (3.6)$$

În continuare vom analiza evoluția sistemului compus din atomul ce se mișcă prin modurile CEM, ce se propagă în sens opus. Pentru simplitate vom considera că abaterea de la rezonanță este egală cu zero $\Delta = 0$. În scopul obținerii ecuațiilor cinetice pentru câmp sau variabilele atomului, putem porni de la ecuația Von Neumann scrisă pentru Hamiltonianul (3.4)

$$i \frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}(t) = [\hat{H}_0 + \hat{H}_I, \hat{\rho}(t)] \quad (3.7)$$

În scopul obținerii Hamiltonianului efectiv în noua reprezentare, vom acționa asupra ecuației (3.7) cu operatorii unitari $\hat{U}^+ \hat{T}^+$ și $\hat{T} \hat{U}$ din partea stânga și din partea dreaptă respectiv (considerând $z = vt$, pentru un atom în reprezentare clasică). În urma acțiunii se va obține matricea de densitate nouă $\tilde{\rho}(t) = \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{\rho}(t) \hat{T} \hat{U}$, ce poate fi prezentată prin următoarea expresie

$$\begin{aligned} & i \frac{\partial}{\partial t} \{\hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{\rho}(t) \hat{T} \hat{U}\} - i \frac{\partial}{\partial t} \{\hat{U}^+ \hat{T}^+\} \hat{\rho}(t) \hat{T} \hat{U} - i \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{\rho}(t) \frac{\partial}{\partial t} \{\hat{T} \hat{U}\} \\ & = [\tilde{H}_0 + \tilde{H}_I, \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{\rho}(t) \hat{T} \hat{U}]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Suma celui de-al doilea și al treilea termen din partea stângă a expresiei (3.8) $\frac{\partial}{\partial t} \{\hat{U}^+ \hat{T}^+\} \hat{\rho}(t) \hat{T} \hat{U} + \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{\rho}(t) \frac{\partial}{\partial t} \{\hat{T} \hat{U}\}$ devin egali cu $[ikv(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2), \tilde{\rho}(t)]$. Astfel, ecuația pentru matricea de densitate în noua reprezentare poate fi reprezentată sub forma

$$i \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho}(t) = [\hat{H}_{eff}, \tilde{\rho}(t)], \quad (3.10)$$

unde $\hat{H}_{eff} = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_I(t) - kv(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2)$, $\tilde{H}_I = \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{H}_I \hat{T} \hat{U}$ și $\tilde{H}_0 = \hat{U}^+ \hat{T}^+ \hat{H}_0 \hat{T} \hat{U}$. Urmând transformarea unitară (3.5), vom obține următoarele relații:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{eff} &= \tilde{H}_0 + \tilde{H}_I(t) - kv(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2) \\ \tilde{H}_0 &= \omega(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \hat{S}_1^1 - \hat{S}_3^3) \\ \tilde{H}_I &= \{g_{e1} \hat{a}_1 \hat{S}_3^2 + g_{e2} \hat{a}_1 \hat{S}_2^1 + H.c.\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Aici au fost notate noile constante de interacțiune dintre atom și câmp $g_{e1} = g_1 / i\sqrt{2}$, $g_{e2} = g_2 / i\sqrt{2}$. În Hamiltonianul interacțiune nu este prezentă interacțiunea dintre modul colectiv „2” și atom. Astfel, acest mod colectiv al CEM devine decuplat de la atom. Din aceste considerente, modul respectiv a fost numit mod colectiv ne-interactiv, iar modul „1” – mod colectiv interactiv. În noua reprezentare, datorită deplasării frecvențelor, modul interactiv (care este descris prin operatorii bosonici \hat{a}_1^\dagger și \hat{a}_1) devine cuplat cu modul ne-interactiv al CEM (descriș de operatorii bosonici \hat{a}_2^\dagger și \hat{a}_2) în comparație cu modelul descriș în Ref. [47, 49]. Interacțiunea atomului cu modul colectiv interactiv al CEM nu depinde de timp.

Mai jos vom analiza problema în două limite. În primul caz (subcapitolul 3.3) vom analiza migrația energiei din modul interactiv către modul ne-interactiv al cavității, datorită prezenței cuplajului dintre modurile colective, prin mișcarea atomului. În al doilea caz (subcapitolul 3.4) vom studia fluctuațiile cuantice a numărului mediu de fotoni, neglijând modificarea frecvențelor, considerând că atomul se mișcă cu viteză neglijabil de mică.

3.3 Influența cuplajului dintre modurile colective asupra dinamicii sistemului cuantic

Inițial vom considera situația simplă de interacțiune a unui atom cu trei niveluri cu două moduri opuse a vidului EM. Deoarece matricea de densitate poate fi factorizată $\tilde{\rho}(t) = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|$, în locul (3.10) vom soluționa ecuația Schrödinger în reprezentarea interacțiune

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = [\tilde{H}_I - kv(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2)] |\Psi(t)\rangle. \quad (3.12)$$

Spre deosebire de modelul Jaynes-Cummings, sau modelul modurilor degenerate de cavitare propus în literatura de specialitate, Hamiltonianul utilizat în acest subcapitol conține interacțiunea dintre atom și modul interactiv 1 și, în același timp, cuplajul dintre modul interactiv și modul ne-interactiv 2 al cavității. Acest operator este similar cu operatorul Hamilton al două cavități optice cuplate, în interiorul uneia din acestea fiind captat un atom. În loc de câmp evanescent utilizat pentru cuplarea cavităților, cuplajul modurilor colective 1 și 2 este realizat prin deplasarea de frecvență. Vom găsi stările proprii a Hamiltonianului de interacțiune (3.11) sub forma superpoziție a trei stări degenerate pentru o singură excitare a sistemului cuantic

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_i c_i(t) |\psi_i\rangle$$

Aici $|\psi_1\rangle = |2\rangle_a |0,0\rangle_{CEM}$, $|\psi_2\rangle = |3\rangle_a |1,0\rangle_{CEM}$ și $|\psi_3\rangle = |3\rangle_a |0,1\rangle_{CEM}$. Valorile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune sunt

$$\lambda_{1(2)} = \pm\chi,$$

$$\lambda_3 = 0,$$

unde $\chi = \sqrt{g_{e1}^2 + k^2v^2}$. Coeficienții superpoziției pentru stările proprii ale Hamiltonianului de interacțiune pot fi ușor determinați $c_{1,1(2)} = \pm g_{e1} / \sqrt{2}\chi$, $c_{2,1(2)} = 1/\sqrt{2}$, $c_{3,1(2)} = \mp kv / \sqrt{2}\chi$, $c_{1,3} = kv / \chi$, $c_{2,3} = 0$ și $c_{3,3} = g_{e1} / \chi$.

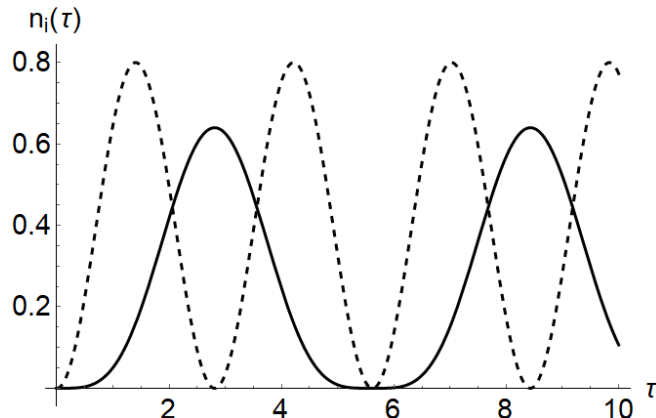


Fig. 3.2. Nutații cuantice pe vidul electromagnetic de cavitate, pentru populația modului interactiv $n_2(\tau)$ - linia continuă și modul ne-interactiv $n_1(\tau)$ - linia întreruptă . Aici s-a

considerat $\tau = g_{e1}t$, $kv / g_{e1} = 0,5$. $|\Psi(0)\rangle = |2\rangle_a |0,0\rangle_{CEM}$.

O soluție similară poate fi obținută pentru două excitări. În acest caz, stările proprii ale Hamiltonianului de interacțiune conțin 6 stări degenerate inițiale $|\psi_1\rangle = |1\rangle_a |0,0\rangle_{CEM}$, $|\psi_2\rangle = |2\rangle_a |1,0\rangle_{CEM}$, $|\psi_3\rangle = |2\rangle_a |0,1\rangle_{CEM}$, $|\psi_4\rangle = |3\rangle_a |2,0\rangle_{CEM}$, $|\psi_5\rangle = |3\rangle_a |0,2\rangle_{CEM}$ și $|\psi_6\rangle = |3\rangle_a |1,1\rangle_{CEM}$. În această situație se obțin două valori proprii egale cu zero și patru expresii extinse

$$\lambda_{1(2)} = 0,$$

$$\lambda_{3(4)} = \pm\sqrt{3(g^2 + k^2v^2) + \sqrt{(g^2 - k^2v^2)^2 + 16g^2k^2v^2}},$$

$$\lambda_{5(6)} = \pm\sqrt{3(g^2 + k^2v^2) - \sqrt{(g^2 - k^2v^2)^2 + 16g^2k^2v^2}}.$$

Aceste valori proprii s-au obținut în aproximația $g_{e1} = g_{e2} = g$ (cuplajul dintre modurile de cavitate și atom la tranzițiile de pe nivelul 2 și 3, și respectiv, 1 și 2 sunt identice). Această limită analitică

poate fi obținută experimental dacă de exemplu în locul atomului cu trei niveluri de tip Ξ sunt utilizați doi atomi cu două niveluri localizați într-un volum de dimensiuni mult mai mici decât $\lambda/2$. În scopul observării influenței mișcării atomului, vom studia transferul de energie dintre modul rezonant interactiv 1 și modul rezonant ne-interactiv 2. Pentru a atinge acest scop, este analizată dependența de timp a numărului mediu de fotoni din fiecare mod $n_1 = \langle a_1^\dagger a_1 \rangle$ și $n_2 = \langle a_2^\dagger a_2 \rangle$.

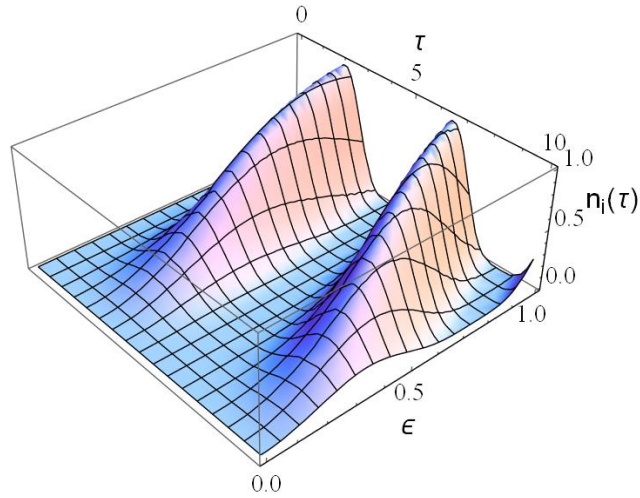


Fig. 3.3. Nutații cuantice în vid pentru

$$n_2(\tau, \varepsilon). \tau = g_{e1}t, \varepsilon = kv / g_{e1}, |\Psi(0)\rangle = |2\rangle_a |0,0\rangle_{CEM}.$$

Pentru simplitate, vom considera nutațiile cuantice ale atomului ce se află inițial în starea intermediară $|\psi(0)\rangle_a = |2\rangle_a$. Pentru această stare inițială, numărul mediu de fotoni pentru ambele moduri sunt descrise de următoarele expresii

$$n_1 = \frac{1}{\tilde{\chi}^2} \sin^2(\tilde{\chi}\tau), \quad n_2 = \frac{\varepsilon^2}{\tilde{\chi}^4} \{1 - \cos(\tilde{\chi}\tau)\}^2.$$

Aici $\tau = g_{e1}t$ și $\varepsilon = kv / g_{e1}$. În imaginile Fig. 3.2 și Fig. 3.3 poate fi observat că transferul de energie dintre modul colectiv rezonant 1 și modul 2 este proporțional cu pătratul valorii vitezei atomului (sau pătratul parametrului ε). Modificarea vitezei atomului ne dă posibilitatea dirijării cu frecvența Rabi de interacțiune cu vidul CEM $\sqrt{g_{e1}^2 + k^2v^2}$. Dacă parametrul ε este mic, putem neglija influența mișcării atomului.

3.4 Fluctuațiile cuantice și numărul mediu de fotoni

Următoarele cercetări sunt dedicate obținerii soluțiilor pentru a descrie dinamica sistemului cuantic propus în subcapitolul precedent, atunci când atomul posedă o viteză mică de deplasare, $kv \ll g_{e1(e2)}$. Cu alte cuvinte, vom neglija termenul legat de cuplajul modurilor colective, interactiv și ne-interactiv din Hamiltonianul (3.11). În această aproximație partea liberă \tilde{H}_0 comută cu partea interacțiune \tilde{H}_I . Urmând metoda propusă în lucrările [160, 161], putem prezenta soluția pentru starea sistemului prin trei vectori operatori în spațiul Hilbert al subsistemului atomic $\hat{x}_1(t) = \exp\{-i\tilde{H}_I t\} |1\rangle$, $\hat{x}_2(t) = \exp\{-i\tilde{H}_I t\} |2\rangle$ și $\hat{x}_3(t) = \exp\{-i\tilde{H}_I t\} |3\rangle$ astfel încât soluția ecuației Schrödinger (3.12) poate fi reprezentată prin expresia

$$|\Psi(t)\rangle = \{a\hat{x}_1(t) + b\hat{x}_2(t) + c\hat{x}_3(t)\} |\psi_0(t)\rangle. \quad (3.13)$$

Aici $|\psi_0(t)\rangle = |\tilde{\psi}_0(z = vt)\rangle$. Dacă utilizăm ecuația Schrödinger pentru vectorii operatori, după metoda propusă în lucrarea [160] (sau determinăm derivata parțială după timp de la acești vectori), putem obține următorul sistem de ecuații diferențiale

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{x}_1}{\partial t} &= -ig_{e2} \hat{a}_1^\dagger \hat{x}_2 \\ \frac{\partial \hat{x}_2}{\partial t} &= -ig_{e2} \hat{a}_1 \hat{x}_1 - ig_{e1} \hat{a}_1^\dagger \hat{x}_3 \\ \frac{\partial \hat{x}_3}{\partial t} &= -ig_{e1} \hat{a}_1 \hat{x}_2 \end{aligned}$$

Deoarece coeficienții care stau pe lângă necunoscutele din acest sistem de ecuații diferențiale de ordin 1 sunt operatori care nu comută, metoda determinării valorilor proprii după determinantul sistemului nu poate fi aplicată. Pentru soluționarea acestui sistem de ecuații vom utiliza metoda substituției. Astfel dacă mai derivăm încă odată ecuația a doua și înlocuim în ea derivatele prin prima și a treia ecuație, obținem:

$$\frac{\partial^2 \hat{x}_2}{\partial t^2} = -g_{e2}^2 \hat{a}_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{x}_2 - g_{e1}^2 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{x}_2$$

Am obținut o ecuație diferențială de ordin 2, liniară, omogenă. Vom căuta soluția ecuației diferențiale sub forma $\hat{x}_2 = \hat{c}e^{\lambda t}$, astfel ecuația caracteristică se va scrie sub forma

$$\lambda^2 + g_{e2}^2 (\hat{n}_1 + 1) + g_{e1}^2 \hat{n}_1 = 0$$

Soluțiile acestei ecuații reprezintă frecvențele Rabi la care vor avea loc nutațiile cuantice ale

atomului. Generalizând, expresiile pentru vectorii operatori pot fi reprezentate sub forma

$$\begin{aligned}\hat{x}_1(t) &= g_{e2}(\hat{c}_2 e^{-i\hat{\Omega}t} - \hat{c}_1 e^{i\hat{\Omega}t}) \frac{1}{\hat{\Omega}} \hat{a}_1^\dagger + \hat{c}_3, \\ \hat{x}_2(t) &= \hat{c}_1 e^{i\hat{\Omega}t} + \hat{c}_2 e^{-i\hat{\Omega}t}, \\ \hat{x}_3(t) &= g_{e1}(\hat{c}_2 e^{-i\hat{\Omega}t} - \hat{c}_1 e^{i\hat{\Omega}t}) \frac{1}{\hat{\Omega}} \hat{a}_1 + \hat{c}_4,\end{aligned}\tag{3.14}$$

unde constantele de mai sus sunt determinate în aproximație adiabatică relativ pentru o viteză mică a atomului

$$\begin{aligned}\hat{c}_1 &= \frac{1}{2} |2\rangle - \hat{a}_1 \frac{g_{e2}}{2\hat{\Omega}} |1\rangle - \hat{a}_1^\dagger \frac{g_{e1}}{2\hat{\Omega}} |3\rangle, \\ \hat{c}_2 &= \frac{1}{2} |2\rangle + \hat{a}_1 \frac{g_{e2}}{2\hat{\Omega}} |1\rangle + \hat{a}_1^\dagger \frac{g_{e1}}{2\hat{\Omega}} |3\rangle, \\ \hat{c}_3 &= |1\rangle [1 - g_{e2}^2 \hat{a}_1 \frac{1}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1^\dagger] - |3\rangle g_{e1} g_{e2} \hat{a}_1 \frac{1}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1^\dagger, \\ \hat{c}_4 &= |3\rangle [1 - \hat{a}_1^\dagger \frac{g_{e1}^2}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1] - |1\rangle \hat{a}_1 \frac{g_{e1} g_{e2}}{\hat{\Omega}^2} \hat{a}_1.\end{aligned}$$

Aici $\hat{\Omega} = \sqrt{g_{e2}^2 \hat{n}_1 + g_{e1}^2 (\hat{n}_1 + 1)}$. Funcția de undă (3.13) poate fi reprezentată în forma analitică $|\Psi(t)\rangle = |f_1(t)\rangle + |f_2(t)\rangle + |f_3(t)\rangle$, unde am notat prin vectorii $|f_i(t)\rangle = \hat{x}_i(t) |\psi_0(t)\rangle$. Starea inițială $|\psi_0(t)\rangle$, pentru CEM considerată coerentă, se determină în noua reprezentare (3.14) prin acțiunea operatorilor unitari \hat{T} și \hat{U}

$$|\psi_0(t)\rangle = \exp\{-|\alpha|^2\} \exp\{i\sqrt{2}\alpha \hat{a}_1^\dagger \sin(kvt)\} |0\rangle_1 \times \exp\{\sqrt{2}\alpha \hat{a}_2^\dagger \cos(kvt)\} |0\rangle_2 = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t) |n\rangle_1,$$

unde

$$c_n(t) = \exp\{-|\alpha|^2 + \sqrt{2}\alpha \hat{a}_2^\dagger \cos(kvt)\} \frac{[i\sqrt{2}\alpha \sin(kvt)]^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle_2.$$

Deoarece al doilea mod este utilizat doar pentru normarea funcției de undă $|\psi_0(t)\rangle$

$(\langle\psi_0(t)|\psi_0(t)\rangle = 1)$, nu vom utiliza indicele "1" pentru modul activ al undei staționare din rezonator. Astfel vectorii menționați mai sus pot fi prezentați sub forma

$$\begin{aligned}|f_1(t)\rangle &= |1\rangle_a \sum_{n=0} |n\rangle_1 \left[a \left(\frac{(n+1)g_{e2}^2}{\Omega^2(n+1)} [\cos[\Omega(n+1)t] - 1] + 1 \right) c_n \right. \\ &\quad \left. - b \frac{ig_{e2}\sqrt{n+1}}{\Omega(n+1)} \sin[\Omega(n+1)t] c_{n+1} + c \left[\sqrt{(n+2)(n+1)} \frac{g_{e1}g_{e2}}{\Omega^2(n+1)} [\cos[\Omega(n+1)t] - 1] \right] c_{n+2} \right]\end{aligned}\tag{3.15}$$

$$|f_2(t)\rangle = -|2\rangle_a \sum_{n=0} |n\rangle_1 \left\{ a \frac{ig_{e2}\sqrt{n}}{\Omega(n)} \sin[\Omega(n)t]c_{n-1} - b \cos[\Omega(n)t]c_n \right. \\ \left. + c \frac{ig_{e1}\sqrt{n+1}}{\Omega(n)} \sin[\Omega(n)t]c_{n+1} \right\} \quad (3.16)$$

$$|f_3(t)\rangle = |3\rangle_a \sum_{n=1} |n\rangle_1 \left\{ a \frac{g_{e1}g_{e2}\sqrt{n(n-1)}}{\Omega^2(n-1)} \times [\cos[\Omega(n-1)t]-1]c_{n-2} \right. \\ \left. - b \frac{ig_{e1}\sqrt{n}}{\Omega(n-1)} \sin[\Omega(n-1)t]c_{n-1} + \frac{cg_{e1}^2n}{\Omega^2(n-1)} [\cos[\Omega(n-1)t]-1]c_n + c_n c \right\} \quad (3.17)$$

Utilizând acești vectori putem determina dinamica fluctuațiilor cuantice $\Delta^2 = \langle f_i(t) | \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} | f_i(t) \rangle - \langle f_i(t) | \hat{a}^\dagger \hat{a} | f_i(t) \rangle \times \langle f_j(t) | \hat{a}^\dagger \hat{a} | f_j(t) \rangle$, unde pentru indicele care se repetă am considerat că se realizează suma de la 1 la 3.

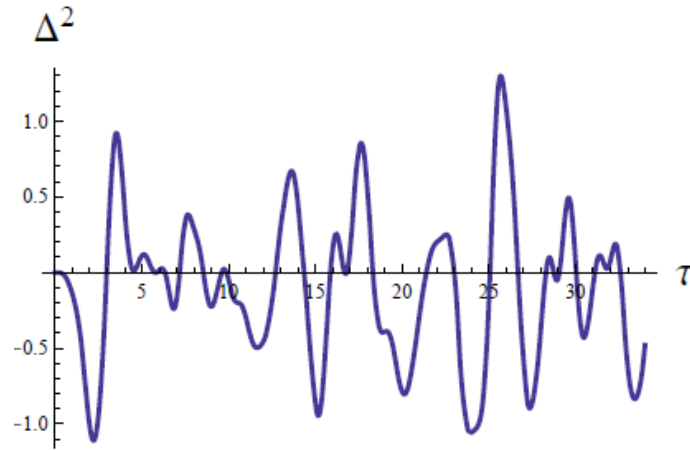


Fig. 3.4. Fluctuații cuantice pentru numărul de fotoni obținute pentru modelul descris în

acest capitol. $\eta = g_{e1} / g_{e2} = 1$, $|\psi(0)\rangle_a = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle + |2\rangle)$, $\alpha = 1$, $\varepsilon = kv / g_{e2} = 0,3$

În scopul prezentării diferențelor dintre abordarea propusă în această lucrare și modelul cuplajului dependent de timp, prezentat în Ref. [71-75], propunem să studiem dinamica inversiei atomice și fluctuațiile cuantice a numărului de fotoni. Pentru simplitate, vom utiliza notația $n_i = n$. În acest caz, utilizând relațiile (3.15)-(3.17), vom determina următoarele expresii

$$p_1(f) = \sum_{n=0} \left\{ a \frac{(n+1)}{\tilde{\Omega}^2(n+1)} [\cos[\tilde{\Omega}(n+1)\tau] - 1] + a + b \frac{\sqrt{n+1}}{\tilde{\Omega}(n+1)} \sin[\tilde{\Omega}(n+1)\tau] \frac{\sqrt{2}\alpha \sin(\varepsilon\tau)}{\sqrt{(n+1)}} \right. \\ \left. - c \frac{\eta\sqrt{(n+2)(n+1)}}{\tilde{\Omega}^2(n+1)} [\cos[\tilde{\Omega}(n+1)\tau] - 1] \times \frac{2\alpha^2 \sin^2(\varepsilon\tau)^2}{\sqrt{(n+1)(n+2)}} \right\}^2 f(n) \tilde{c}_n^2,$$

$$p_2(f) = \sum_{n=0} f(n) \tilde{c}_{n-1}^2 \left\{ a \frac{\sqrt{n}}{\tilde{\Omega}(n)} \sin[\tilde{\Omega}(n)\tau] - b \cos[\tilde{\Omega}(n)\tau] \frac{\sqrt{2}\alpha \sin(\varepsilon\tau)}{\sqrt{n}} - c \frac{\eta\sqrt{n+1}}{\tilde{\Omega}(n)} \sin[\tilde{\Omega}(n)\tau] \frac{2\alpha^2 \sin^2(\varepsilon\tau)}{\sqrt{n(n+1)}} \right\}^2,$$

$$p_3(f) = \sum_{n=1} f(n) \tilde{c}_{n-2}^2 \left\{ a \frac{\eta\sqrt{n(n-1)}}{\tilde{\Omega}^2(n-1)} [\cos[\tilde{\Omega}(n-1)\tau] - 1] - b \frac{\eta\sqrt{n}}{\tilde{\Omega}(n-1)} \sin[\tilde{\Omega}(n-1)\tau] \frac{\sqrt{2}\alpha \sin(\varepsilon\tau)}{\sqrt{(n-1)}} - c \left[\frac{\eta^2 n}{\tilde{\Omega}^2(n-1)} [\cos[\tilde{\Omega}(n-1)\tau] - 1] + 1 \right] \times \frac{\{\sqrt{2}\alpha \sin(\varepsilon\tau)\}^2}{\sqrt{(n-1)n}} \right\}^2,$$

unde $p_i(f) = \langle f_i(t) | f(n) | f_i(t) \rangle$, $i = 1, 2, 3$; $\eta = g_{e1} / g_{e2}$, $\tau = g_{e2}t$, $\varepsilon = kv / g_{e2}$, $\tilde{\Omega}(n) = \sqrt{n + \eta^2(n+1)}$. Aceste funcții pot fi utilizate pentru estimarea fluctuațiilor cuantice și a numărului mediu de fotoni.

În Fig. 3.6 este prezentată dinamica excitării atomului $p_1(1)$. Din grafic se observă o deviație semnificativă dintre soluțiile obținute din ambele modele. Se observă că în modelul [75], graficul prezintă o evoluție periodică a nutațiilor cuantice ale atomului cu perioada egală cu $2\pi n$ (Fig. 3.6 linia punctată). Această periodicitate este absentă în modelul propus în această lucrare (vezi Fig. 3.6 linia continuă).

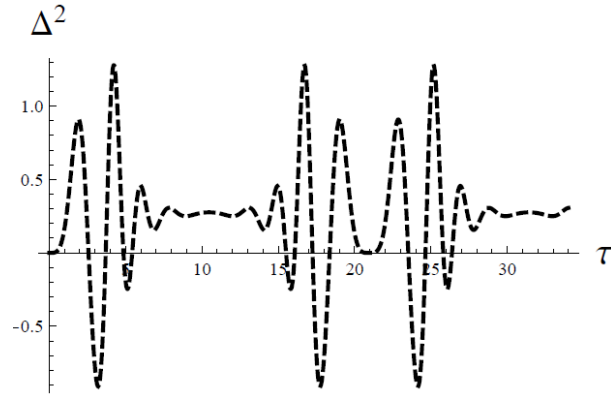


Fig. 3.5. Fluctuațiile cuantice pentru numărul mediu de fotoni după modelul cuplajului

dependent de timp. $\eta = g_{e1} / g_{e2} = 1$, $|\psi(0)\rangle_a = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle + |2\rangle)$, $\alpha = 1$, $\varepsilon = kv / g_{e2} = 0,3$

Fluctuațiile cuantice a numărului de fotoni în concordanță cu abordarea propusă și modelul cuplajului dependent de timp, pot fi estimate după următoarea expresie $\Delta^2 = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2$, unde \hat{a}^\dagger și \hat{a} sunt operatorii de creare și anihilare a fotonilor care corespund pentru ambele

modele. Corelațiile $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle$ și $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ pot fi ușor estimate utilizând suma $\sum_{i=1}^3 p_i(f)$, în care $f = \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}$ și $f = \hat{a}^\dagger \hat{a}$.

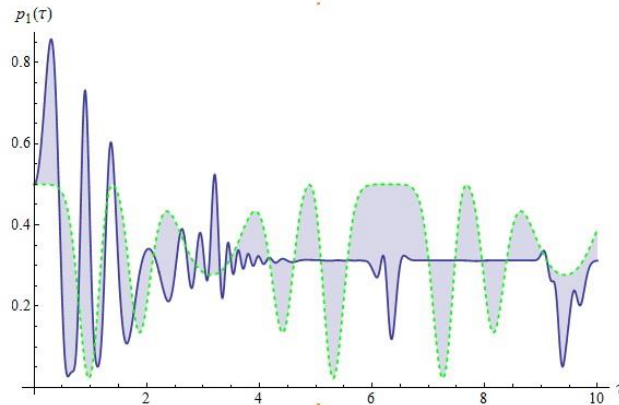


Fig. 3.6. Dependența de timp a populației stării excitate a atomului. Linia punctată corespunde modelului cuplajului dependent de timp descris în literatură. $\eta = g_{e1} / g_{e2} = 1$,

$$|\psi(0)\rangle_a = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1\rangle + |2\rangle), \alpha = 5 \text{ (număr de fotoni pentru câmpul coerent de cavitate)}$$

Diferența esențială dintre aceste două modele constă în dinamica fluctuațiilor cuantice în vecinătatea nodurilor unde staționare $kvt = 2\pi n$. În abordarea propusă în acest capitol, fluctuațiile cuantice a numărului de fotoni prezintă o funcție ne-periodică de timp. Periodicitatea inversiei atomice în modelul propus este distrusă datorită fluctuațiilor cuantice în noduri unde staționare, în care, componenta clasică a unde staționare ia valoarea egală cu zero $\sin(kvt) = 0$.

3.5 Concluzii la Capitol

Considerând că câmpul electromagnetic extern coerent creează unda staționară clasică, $E = E_0 \sin kr_j \cos(\omega t)$, în acest capitol a fost propus modelul cuantic al două moduri ale CEM ce se propagă în sens opus, abaterea de la rezonanță a căroră la interacțiunea cu atomul în mișcare este influențată de viteza acestuia. Trecând la un sistem de referință legat de atomul în mișcare prin cavitate, am studiat dinamica pentru numărul de fotoni și fluctuațiilor cuantice în două moduri de cavitate ce se propagă în sens opus. Luând în considerație deplasarea frecvențelor, prin abaterea $\pm kv$ de la rezonanță pentru ambele moduri, au fost obținute nutațiile cuantice în vid pentru un atom cu trei niveluri ce se mișcă paralel la modurile CEM. În modelul descris se obține o semnificativă renormare a frecvenței Rabi în vid pe durata nutațiilor cuantice. Un astfel de efect

poate fi testat prin studierea captării dinamice a atomului aflat în mișcare prin cavitate. A fost studiat transferul de energie dintre modul interactiv și ne-interactiv al cavității.

Pentru viteze mici ale atomului $kv \ll g$ s-a observat o deosebire semnificativă dintre modelul cuplajului dependent de timp propus în referințele [71-75] și abordarea problemei propusă în acest capitol. Diferențele apar în procesul periodic de cuplare și decuplare a atomului și modului de cavitate în punctele $0, 2\pi, 4\pi\dots$ pentru timpul relativ τ . În aceste momente de timp sistemul cuantic pornește evoluția sa de la starea cuantică inițial factorizată.

Tezele acestui capitol sunt:

1. A fost cercetată dinamica de interacțiune a atomului ce se mișcă prin două moduri k și $-k$ ale undei electromagnetice. S-a analizat influența mișcării atomului asupra decuplării acestuia de la modul colectiv ne-interactiv. În limita unei viteze mici de deplasare a atomului, s-au studiat fluctuațiile cuantice pentru numărul de fotoni a CEM.

2. S-a demonstrat posibilitatea manipulării interacțiunii dintre modurile colective degenerate ale câmpului electromagnetic prin intermediul atomului în mișcare.

4. CONDENSATUL BOSE-EINSTEIN SUB INFLUENȚA SUBSISTEMULUI DE ATOMI NECONDENSAT

Studiul experimental și aplicativ al condensatului BE a atomilor suprarăciți în capcane optice (cavități cuplate) deschide noi posibilități al cuplajului dintre diferite specii de atomi suprarăciți. O deosebită atenție se acordă interacțiunilor binare dintre atomii diferitor specii și posibilitatea modificării tranziției de condensat BE a unei specii sub influența alteia.

În acest capitol propunem studierea interacțiunii neliniară dintre două specii de gaze Bose ce au un dezechilibru mare dintre mase. Se analizează situația când la temperaturi joase, una dintre componentele gazului, cu masă mică, intră în starea condensată Bose-Einstein, în timp ce cealaltă componentă a gazului rămâne necondensată. Este prezentat un nou tip de interacțiune dintre atomii ușori prin intermediul stărilor cuantice ale speciei grele de atomi. A fost obținut un potențial nou de interacțiune dintre atomii ușori care conține atât interacțiunea binară directă cât și interacțiunea prin intermediul speciei de atomi grei, dependentă de temperatură. Astfel cu creșterea temperaturii, potențialul de interacțiune se micșorează, făcând ca la temperaturi mici, numărul atomilor din condensat să crească până la o valoare maximală. După această valoare, are loc scăderea numărului de particule din condensat, până la temperatura critică, similară cu condensatul Bose-Einstein tradițional. Modificarea a tranziției de fază tradiționale ce descrie dependența parametrului de ordine (numărului de atomi din condensat) în funcție de temperatură, este prezentată printr-o anomalie, descrisă mai sus, în regiunea temperaturilor joase. Principalele rezultate din acest capitol au fost publicate în lucrarea [164].

4.1 Hamiltonianul efectiv pentru gazul bosonic format din două specii de atomi la interacțiuni intra și inter-specie

Pornind de la ideile prezentate în lucrările [165, 166] efectele neliniare în sisteme cuantice în interacțiune ar putea modifica semnificativ tranzițiile de fază tradiționale. Propunem să analizăm posibilitatea utilizării efectelor neliniare la tranziția de fază Bose-Einstein. Să considerăm două specii de gaze Bose (pe care le vom nota prin A și C) în spațiu, în prezența interacțiunii atomice binare intra-specie (dintre atomii aceleași specii) și inter-specie (dintre atomii de specie diferită). Hamiltonianul amestecului de gaze poate fi prezentat în următoarea formă:

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & \int \frac{\hbar^2}{2m_c} \nabla \hat{\psi}_c^+(r) \nabla \hat{\psi}_c(r) dr + \frac{1}{2V} \int \hat{\psi}_c^+(r) \hat{\psi}_c^+(r') U_{cc}(r-r') \hat{\psi}_c(r) \hat{\psi}_c(r') dr dr' \\
& + \int \frac{\hbar^2}{2m_a} \nabla \hat{\psi}_a^+(r) \nabla \hat{\psi}_a(r) dr + \frac{1}{2V} \int \hat{\psi}_a^+(r) \hat{\psi}_a^+(r') U_{aa}(r-r') \hat{\psi}_a(r) \hat{\psi}_a(r') dr dr' \\
& + \frac{1}{2V} \int \hat{\psi}_a^+(r) \hat{\psi}_c^+(r') U_{ac}(r-r') \hat{\psi}_c(r) \hat{\psi}_a(r') dr dr',
\end{aligned} \tag{4.1}$$

aici m_j este masa componentei j , V este volumul și $U_{jk}(r-r')$ potențialul binar de interacțiune dintre două particule din componentele j și k respectiv. Vom aplica transformata Fourier pentru Hamiltonianul (4.1), astfel acesta trece în noua formă

$$\begin{aligned}
\hat{H} = & \sum_p \frac{p^2}{2m_a} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_a(q) \hat{a}_{p+q}^\dagger \hat{a}_{p'}^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{a}_p + \sum_p \frac{p^2}{2m_c} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \\
& + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_c(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_{p'+q} \hat{c}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_{ac}(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{a}_{p'}^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{c}_p.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Descrierea teoretică a tranziției de fază se bazează pe teoria microscopică a lui Bogoliubov [102]. Abordarea poate fi aplicată pentru gaze bosonice diluate în prezența unei interacțiuni slabe locale între componentele gazului. Ideea metodei utilizată de către Bogoliubov constă în înlocuirea cu c -numere a operatorilor bosonici pentru particulele condensate în toate funcțiile de corelație și operatori. Recent, rolul substituției prin c -numere a operatorilor bosonici de creare și anihilare a fost studiată în lucrările [106-108]. Datorită interacțiunii puternice, la înlocuirea cu c -numere a operatorilor bosonici, se păstrează doar termenii pătratici formați din operatori de creare și anihilare, iar cei care conțin 3 sau 4 operatori pot fi neglijați. Un astfel de Hamiltonian în formă pătratică poate fi utilizat pentru descrierea destul de eficientă a CBE în apropierea $T=0$. Metoda Bogoliubov a fost ulterior aplicată pentru studiul CBE în prezența potențialului de interacțiune ne-local [109]. Pentru utilizarea aproximației Bogoliubov trebuie de ținut cont de condițiile necesare pentru aplicarea teoriei perturbațiilor și anume, o forță de interacțiune binară dintre particulele condensatului diluat de rază r_0 de acțiune mult mai mică decât distanța d medie dintre molecule

($r_0 \ll d = n^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{N}{V}\right)^{-\frac{1}{3}}$). Astfel interacțiunea dintre două particule este egală cu zero dacă distanța

dintre acestea este mai mare sau egală cu r_0 . La fel trebuie considerate temperatura gazului diluat foarte mică, astfel încât distribuția impulsurilor termale a componentelor $p \sim \sqrt{2mk_B T}$ să fie mult

mai mică decât impulsul $p = \frac{\hbar}{r_0}$, determinat de raza de acțiune a forței de interacțiune dintre

particule. Astfel, temperatura trebuie să îndeplinească condiția $T \ll \frac{\hbar^2}{2mk_B r_0^2}$, sau pentru lungimea

de împrăștiere a ce caracterizează efectele interacțiunii gazului diluat și rece: $|a|n^{\frac{1}{3}} \ll 1$. Conform

ultimelor rezultate experimentale [167, 168] rezonanța Fischbach, în care energia stării legate a unui potențial inter-atomic este egală energia cinetică a perechii de atomi răciți, poate modifica

esențial temperatura critică a subsistemului format din atomii grei. În acest caz, temperatura critică

depinde de gradele de libertate interne a fiecărui atom și, dependența temperaturii critice de masa

a două subsisteme în interacțiune (4.1) este lăsat pe al doilea plan. Totuși, vorbind despre două

subsisteme în interacțiune, A și C (4.2), putem alege cazul când temperatura critică a unui

subsistem este mult mai mică decât cea a subsistemului al doilea. În această situație, putem utiliza metoda de eliminare a operatorilor pentru subsistemul ce posedă o temperatură critică de condensare BE mult mai mică.

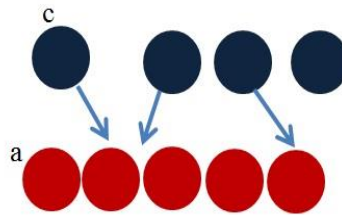


Figura 4.1. Condensatul Bose-Einstein al gazului format din două specii de atomi

În continuare vom analiza situația particulară când interacțiunea intra-specie pentru subsistemul A și C (vezi Fig. 4.1) este mult mai slabă decât interacțiunea inter-specie:

$|U_{ac}(0)| \gg |U_{cc}(0)|, |U_{aa}(0)|$. Datorită dezechilibrului de masă, atomii ușori din subsistemul A

au o temperatură critică de condensare mult mai mare, $T_c \sim \hbar^2 n^{2/3} / mk_B$, în comparație cu atomii

grei din subsistemul C . Deoarece condensatul pentru subsistemul A apare la temperaturi mult

mai mari decât pentru subsistemul C , putem elimina operatorii subsistemului C , considerând că

numărul de atomi ai acestui subsistem ce intră în condensatul format al subsistemului A este mic,

și atomii C părăsesc rapid starea condensată a subsistemului A . Aceasta ar însemna că atomii C

rămân dispersați într-un domeniu larg pentru valorile momentului în spațiul „ p ”, pe când

subsistemul atomic A se află în stare CBE. În limitele descrise mai sus, vom utiliza aproximația

Born-Markov pentru eliminarea operatorilor subsistemului C . După eliminare, vom obține Hamiltonianul efectiv care va descrie interacțiunea dintre particulele subsistemului A prin intermediul particulelor din subsistemul C , într-un mod similar procedurii utilizate în descrierea interacțiunii efective dintre electroni prin intermediul fononilor în modelul Bardeen-Cooper-Schrieffer pentru supraconductibilitate [169]. Utilizând metoda operatorului de proiectare, putem elimina operatorii pentru subsistemul ne-condensat, ce posedă un număr mare a gradelor de libertate. Pentru aceasta, vom divide formal Hamiltonianul sistemului în două părți, $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I$, unde \hat{H}_0 conține partea liberă a Hamiltonianului și interacțiunea inter-specie (dintre un atom A și un atom C) și intra-specie (dintre doi atomi ai aceleași specii):

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 = & \sum_p \frac{p^2}{2m_a} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \sum_p \frac{p^2}{2m_c} \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p'} U_{ac}(0) \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \\ & + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_a(q) \hat{a}_{p+q}^\dagger \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{a}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_c(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_{p'+q} \hat{c}_p. \end{aligned}$$

Hamiltonianul ce descrie interacțiunea dintre subsistemele A și C are următoarea formă

$$\hat{H}_I = \frac{1}{2L^3} \sum_{p,p',q} U_{ac}(q) \hat{c}_{p+q}^\dagger \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{p'+q} \hat{c}_p (1 - \delta_{0,q}).$$

Conform presupunerii noastre că subsistemul C nu este condensat, vom utiliza ecuația Liouville în reprezentarea interacțiune

$$\frac{\partial \tilde{\rho}(t)}{\partial t} = -i\lambda \hat{L}_I(t) \tilde{\rho}(t).$$

Aici $\lambda L_I(t) = [\tilde{H}_I(t), \dots] / \hbar$, $\tilde{H}_I(t) = \exp[i\hat{H}_0 t] \hat{H}_I \exp[-i\hat{H}_0 t]$. În această situație putem introduce operatorul de proiectare ce divide matricea de densitate $\tilde{\rho}(t) = \tilde{\rho}_s(t) + \tilde{\rho}_b(t)$ în partea relevantă $\tilde{\rho}_s(t) = \mathcal{P} \tilde{\rho}(t)$ și irelevantă $\tilde{\rho}_b(t) = (1 - \mathcal{P}) \tilde{\rho}(t)$. Operatorul de proiectare este definit în felul următor $\mathcal{P} = \hat{\rho}_c Tr_c \{ \dots \}$, unde $\hat{\rho}_c = C \exp[-\hat{H}_c / T]$ și $\hat{H}_c = \sum_p p^2 / (2m_c) \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p$ reprezintă matricea de densitate și Hamiltonianul liber pentru subsistemul C . Matricea de densitate a subsistemului A poate fi obținută prin determinarea Tr parțial după subsistemul C , $\hat{W}(t) = Tr_c \{ \hat{\rho}(t) \}$. Conform definiției pentru operatorul de proiectare, observăm că $\tilde{\rho}_s(t) = \hat{\rho}_c W(t)$, $\mathcal{P}^2 = \mathcal{P}$, respectiv $\bar{\mathcal{P}}^2 = \bar{\mathcal{P}}$, $\mathcal{P} \tilde{H}_I(t) \mathcal{P} = 0$, $\mathcal{P} \bar{\mathcal{P}} = 0$, $\bar{\mathcal{P}} = 1 - \mathcal{P}$. Astfel, pentru matricea de densitate obținem următoarele ecuații pentru părțile $\tilde{\rho}_s(t)$ și $\tilde{\rho}_b(t)$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_s(t)}{\partial t} = -i\lambda \mathcal{P}L_I(t)\{\tilde{\rho}_s(t) + \tilde{\rho}_b(t)\}, \quad (4.3)$$

și

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_b(t)}{\partial t} = -i\lambda \bar{\mathcal{P}}L_I(t)\{\tilde{\rho}_s(t) + \tilde{\rho}_b(t)\}. \quad (4.4)$$

Urmând procedura bine cunoscută de eliminare a părții rapid oscilante a matricei de densitate, vom integra partea irelevantă a matricei de densitate descrisă prin ecuația (4.4). După substituirea soluției obținute în ecuația (4.3), obținem următoarea relație pentru partea relevantă a matricei de densitate

$$\frac{\partial \rho_s(t)}{\partial t} = -\lambda^2 \mathcal{P} \int_0^t d\tau L_I(t)S(t, t-\tau)L_I(t-\tau)\rho_s(t-\tau), \quad (4.5)$$

unde

$$\tilde{S}(t, t-\tau) = \hat{T}(t, t-\tau) \exp\{-i\lambda \bar{\mathcal{P}} \int_{t-\tau}^t d\tau_1 L_I(\tau_1)\}. \quad (4.6)$$

Aici $\hat{T}(t, t-\tau)$ reprezintă operatorul de evoluție al sistemului. Corelația cuantică dintre subsistemul A și C poate fi observată în ordinul al doilea al descompunerii după parametrul mic λ^2 , din partea dreaptă a ecuației (4.5). Mai jos vom arăta că această descompunere corespunde unui număr mic al atomilor C în starea condensată a subsistemului A . Într-adevăr, utilizând aproximațiile $\tilde{S}(t, t-\tau) \approx 1$ și $\tilde{\rho}_s(t-\tau) = \tilde{\rho}_s(t)$, ecuația (4.5) poate fi scrisă sub următoarea formă

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho}_s(t) = -\lambda^2 \mathcal{P} \int_0^t d\tau L_I(t)L_I(t-\tau)\tilde{\rho}_s(t). \quad (4.7)$$

Conform acestei proceduri, partea dreaptă a ecuației (4.7) poate fi prezentată sub următoarea formă

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_s(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^t d\tau \left[\mathcal{P}\tilde{H}_I(t)\tilde{H}_I(t-\tau)\rho_s(t) - \mathcal{P}\tilde{H}_I(t)\tilde{\rho}_s(t)\tilde{H}_I(t-\tau) \right] + h.c. \quad (4.8)$$

În aproximația de ordinul doi al parametrului mic λ , putem utiliza partea cunoscută a Hamiltonianului, \hat{H}_0

$$\hat{H}_0 = \sum_p \varepsilon_p^a \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \sum_p \varepsilon_p^c \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p,$$

unde am considerat energiile $\varepsilon_p^a = (p^2 + U_{ac}(0)n_c m_a) / (2m_a)$; $\varepsilon_p^c = p^2 / (2m_c)$. Aici

$n_c = \sum_p \langle \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \rangle / V$ este concentrația atomilor de masă mică ai subsistemului C . După înlocuirea

formeii aproximative a acestui Hamiltonian, în partea dreaptă a ecuației (4.8) obținem următoarea integrală de schimb dintre atomii subsistemului A prin intermediul atomilor subsistemului C

$$I_1 = -\frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{1}{2L^3} \right)^2 \sum_{q_1, q, p, p_1} U_{ac}(q_1) U_{ac}(q) \\ \times \int_0^t Tr \{ \hat{\rho}_c \hat{c}_{p+q}^\dagger(t) \hat{c}_p(t) \hat{c}_{p_1+q_1}^\dagger(t-\tau) \hat{c}_{p_1}(t-\tau) \} d\tau \\ \times \sum_{p', p_1} \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p_1}^\dagger(t-\tau) \hat{a}_{p_1+q_1}(t-\tau) \hat{\rho}_s(t).$$

Utilizând teorema Wick, putem calcula traseul parțial luat după subsistemul C

$$T = Tr \{ \hat{\rho}_c \hat{c}_{p+q}^\dagger(t) \hat{c}_p(t) \hat{c}_{p_1+q_1}^\dagger(t-\tau) \hat{c}_{p_1}(t-\tau) \} (1 - \delta_{0,q}) (1 - \delta_{0,q_1}) \\ = \delta_{p+q, p_1} \delta_{p, p_1+q_1} N_{p_1}^c (1 + N_p^c) \\ \times \exp[-i(\varepsilon_{p_1+q_1}^c - \varepsilon_{p_1}^c - i\omega)\tau].$$

Aici $N_p^c = 1 / \{ \exp[(\varepsilon_p^c - \mu_B) / T] - 1 \}$ este distribuția Bose a componentei ne-condensate C , $\omega \rightarrow 0$ este constantă de atenuare mică. Această constantă de atenuare descrie pierderile atomilor ne-condensați C din starea condensată ($q \rightarrow 0$) a subsistemului A . Acum considerând că stabilizarea interacțiunii dintre atomii A are loc după un interval de timp ce satisface condiția $\omega \times t \gg 1$, putem ușor să calculăm integrala după variabila τ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t d\tau \exp[-i(\varepsilon_{p_1+q_1}^c - \varepsilon_{p_1}^c - \varepsilon_{p_1+q_1}^a + \varepsilon_{p_1}^a - i\omega)\tau] \\ = \frac{1}{i(\varepsilon_{p_1+q_1}^c - \varepsilon_{p_1}^c - \varepsilon_{p_1+q_1}^a + \varepsilon_{p_1}^a - i\omega)}.$$

Luând aceasta în considerație, în aproximația Born-Markov, corelația dintre atomii subsistemului A prin intermediul atomilor din subsistemul C este descrisă prin următoarea ecuație master

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_s(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar^2} \left(\frac{1}{2L^3} \right)^2 \sum_q \sum_p \sum_{p', p_1} U_{ac}(-q) U_{ac}(q) \\ \times \left\{ \frac{N_{p+q} (1 - N_p)}{(\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a - i\omega)} \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p_1+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p_1}(t) \tilde{\rho}_s(t) \right. \\ \left. - \frac{N_p (1 - N_{p+q})}{(\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a - i\omega)} \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \tilde{\rho}_s(t) \hat{a}_{p_1+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p_1}(t) \right\} \\ + h.c. \quad (4.9)$$

Considerând că $\varepsilon_{p'}^a + \varepsilon_{p'+q}^a \approx \varepsilon_{p_1+q}^a + \varepsilon_{p_1}^a$, putem separa partea Hamilton și partea ne-Hamilton a

ecuației master (4.9).

Întorcându-ne din nou la Hamiltonianul componentei A , obținem ecuația master care descrie două tipuri de interacțiuni. Una din ele este interacțiunea binară ce corespunde schimbului obișnuit dintre atomii subsistemului A , iar a doua, interacțiunea binară virtuală dintre atomii subsistemului A prin intermediul atomilor subsistemului C

$$\frac{\partial \tilde{W}(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\tilde{H}^{eff}, \tilde{W}(t)] + \Lambda \tilde{W}(t). \quad (4.10)$$

Primul termen din partea dreaptă a acestei ecuații corespunde părții Hamilton, care descrie interacțiunea dintre atomii subsistemului A . Al doilea termen, $\Lambda \tilde{W}(t)$ descrie pierderile din sistem. Hamiltonianul efectiv din primul termen descrie schimbul virtual dintre atomii subsistemului A prin intermediul subsistemului C

$$\tilde{H}^{eff} = \sum_p \varepsilon_p^a \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{1}{2L^3} \sum_{p_1, p', q} \tilde{G}(q, T) \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p_1+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p_1}(t), \quad (4.11)$$

unde transformata Fourier a potențialului interatomic este schimbat prin funcția efectivă, dependentă de temperatură, $\tilde{G}(q, T) = G(q) - W(q, T)$, obținută după renormalizarea potențialului de cuplaj al interacțiunii efective dintre perechile de atomi ale subsistemului A prin intermediul subsistemului C . Pierderile din sistem sunt descrise prin partea ne-Hamilton a ecuației master la temperaturi finite (4.10)

$$\Lambda \tilde{W}(t) = -\frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{1}{2L^3} \right)^2 \sum_q \sum_p \sum_{p', p_1} U_{ac}(-q) U_{ac}(q) N_{p+q} (1 + N_p) \\ \times \delta(\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a) \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p_1+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p_1}(t) \hat{\rho}_s(t).$$

Conform expresiei (4.10) partea adițională în Hamiltonianul efectiv (4.11) conține potențialul de interacțiune dependent de temperatură

$$W(q, T) = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{1}{2L^3} \right) U_{ac}(-q) U_{ac}(q) \sum_p \frac{N_{p+q}^c - N_p^c}{\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a}, \quad (4.12)$$

Care este proporțional cu diferența dintre numărul mediu al atomilor C în perechea de moduri $\{p+q, p\}$. Contribuția acestui potențial depinde de numărul de atomi din modul dispersat p din apropierea stării condensate $q \rightarrow 0$, care crește odată cu creșterea numărului de atomi din subsistemul C . Este important de menționat că această parte a potențialului de interacțiune este de semn opus potențialului tradițional de cuplaj $G(q)$, și pentru temperaturi mici, $T \rightarrow 0$, dispare

asimptotic. Pentru a demonstra aceasta, vom urma aproximația, dezvoltată în literatură [170]. Mai jos vom găsi o expresie simplă pentru partea de schimb adițională, $W(q, T)$, dintre atomii subsistemului A prin intermediul celor din subsistemul C (12). Într-adevăr, constanta $\tilde{G}(q) = [\tilde{G}(r) \exp[i(\mathbf{q}, \mathbf{r})]] \mathbf{d}^3 \mathbf{r}$, poate fi scrisă la împrăștierea pe lungimi de undă, prin expresia

$$G(0) = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m_a} = g.$$

Conform acestui concept, partea reală $\tilde{G}(r)$ conține termeni ce influențează sistemul pe termen scurt, ceea ce face să se discute rezolvarea ecuației Schrödinger la nivel microscopic. Cu toate acestea, în virtutea ipotezelor de mai sus privind gazele diluate și reci, se poate concluziona că forma actuală a lui $\tilde{G}(r)$ nu este relevantă pentru descrierea proprietăților macroscopice ale gazului, în măsura în care se presupune că potențialul $\tilde{G}(q)$ dă valoarea corectă pentru valori mici a potențialului. Valoarea momentană $\tilde{G}(q \ll 0)$ a acestuia poate fi obținută din transformata Fourier. Prin urmare, este convenabil de înlocuit actualul potențial $\tilde{G}(r)$ prin unul efectiv lent. În continuare vom estima limita $q \rightarrow 0$ pentru funcția $W(q, T)$. Dacă calculăm limita de la expresia (4.12), obținem

$$g_k(T) = \lim_{q \rightarrow 0} W(q, T) = \frac{2\pi U_{ac}^2(0)}{\hbar^4 (2\pi)^3 T} \int_0^\infty p^2 dp \left[\frac{\exp[(\varepsilon_p^c - \mu_c)/T]}{(\exp[(\varepsilon_p^c - \mu_c)/T] - 1)^2} \right]. \quad (4.13)$$

Aici am considerat că potențialul chimic al subsistemului C este negativ $\mu_c < 0$. Pentru energii mici ale atomilor C , $\varepsilon_p^c - \mu_c \ll T$ și $\varepsilon_p^c \gg \mu_c$ obținem, că termenii de sub integrală iau forma analitică simplă

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{N_{p+q}^c - N_p^c}{\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a - i0} = \lim_{q \rightarrow 0} T \left\{ \frac{1}{\varepsilon_{p+q}^c} - \frac{1}{\varepsilon_p^c} \right\} / (\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{T}{\varepsilon_{p+q}^c \varepsilon_p^c} = \frac{T}{\varepsilon_p^c \varepsilon_p^c}.$$

Aceasta corespunde situației când potențialul nu influențează sistemul la temperaturi joase ($T \rightarrow 0$). Aici considerăm că energiile particulelor A în condensat iau valoarea zero

$$|\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c| \gg |\varepsilon_{p_1}^a - \varepsilon_{p_1+q}^a|.$$

Raportul dintre g și g_k , $\kappa(T) = g_k / g$, poate fi ușor estimat. Pentru aceasta vom nota prin $x = \varepsilon_p^c / T$ - o variabilă relativă pentru energie. Ținând cont că componenta C nu este un gaz relativist, vom reprezenta variabilele din expresia (4.13) prin energie, $p dp = dp^2 / 2 = m_c d\varepsilon_p^c$,

unde $p = \sqrt{2m_c \varepsilon_p^c}$. Trecând la noua variabilă relativă, x , obținem următoarea expresie pentru parametrul $\kappa(T)$

$$\kappa(T) = \kappa \sqrt{T} \int_0^\infty \sqrt{x} \left[\frac{\exp[x - \mu_c / T]}{\{\exp[x - \mu_c / T] - 1\}^2} \right] dx, \quad (4.14)$$

unde $\kappa = (\sqrt{2}U^2(0)(m_c)^{3/2}) / (\hbar^4 g(2\pi)^2)$.

După cum rezultă din această descriere, am obținut un Hamiltonian tradițional a unui gaz Bose ce conține interacțiunea binară, dar, în modelul propus, în locul constantei de interacțiune g , este introdusă o funcție dependentă de temperatură $\tilde{g}(T) = g(1 - \kappa(T))$. Observăm că integrala în expresia (4.14) devine divergentă dacă luăm valoarea zero a temperaturii în cazul când potențialul chimic μ_c tinde la zero

$$\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1} \exp[-px]}{(\exp(qx) + z)^n} = \frac{\Gamma(\alpha)}{(n-1)!} \sum_{k=0}^\infty \frac{(k+1)_{n-1} (-z)^k}{(p + qk + qn)^\alpha},$$

unde $\text{Re}(q) > 0$; $\text{Re}(p + qn) > 0$; $|z| \leq 1$; $z \neq -1$; $\text{Re } \alpha > 0$; $(k+1)_{n-1} = (k+1)(k+2)\dots(k+n-2)$ [171]. Aici $\alpha = 3/2$; $p = -1$; $q = 1$; $n = 2$; $z = -\exp[-|\mu_c|/T]$. Pentru a evita această divergență, este bine mai întâi luat limita la zero a temperaturii, apoi aceeași limită pentru potențialul chimic μ_c .

În concluzie, partea adițională a integralei de schimb (4.14) este prezentă prin semn opus în comparație cu constanta tradițională de interacțiune, $\tilde{g} = g(1 - \kappa(T))$, și poate fi redusă la expresia simplificată

$$\kappa(T) = \kappa \exp\left(-\frac{|\mu_c|}{T}\right) \sqrt{T} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\exp[-|\mu_c|/T])^k}{(k+1)^{1/2}}, \quad (4.15)$$

ce tinde la valoarea zero la temperaturi mici. În următorul subcapitol, considerând că rezonanța exactă dintre subsistemele A și C nu este realizată pentru toți parametrii, p și q , $\varepsilon_p^c - \varepsilon_{p+q}^c - \varepsilon_{p_1}^a + \varepsilon_{p_1+q}^a \neq 0$, vom neglija partea legată de pierderi din ecuația master (4.10). Vom descrie termodinamic CBE considerând că Hamiltonianul subsistemului A depinde de temperatura termostatului conform expresiei (4.11).

4.2 Tranziția de fază Bose-Einstein și Hamiltonianul efectiv de interacțiune la temperatură finită

Subsistemul A poate fi descris prin Hamiltonianul efectiv (4.11), care conține partea liberă și interacțiune. Spre deosebire de Hamiltonianul standard, partea interacțiune a Hamiltonianului obținut, depinde de temperatură. Această dependență este reprezentată prin parametrul unidimensional $\kappa(T)$ descris în expresia (4.14)

$$\hat{H} = \sum_p \varepsilon_p^a \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{g[1-\kappa(T)]}{2L^3} \sum_{p', p'', q} \hat{a}_{p'}^\dagger(t) \hat{a}_{p'+q}(t) \hat{a}_{p'+q}^\dagger(t) \hat{a}_{p''}(t), \quad (4.16)$$

Acum vom urma aproximația obișnuită în CBE la temperatura zero [170] și vom introduce numărul total de atomi pentru componenta A : $\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + \sum_{p \neq 0} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p = N$. Considerând că numărul de atomi din condensat e aproximativ egal cu N , avem $(\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0 + \sum_{p \neq 0} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p)^2 \approx N^2 - 2N \sum_{p \neq 0} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p$ și Hamiltonianul (4.16) în apropierea stării condensate, poate fi aproximat la următoarea expresie

$$\hat{H} = \frac{g - n[W(T)N - U(0)n_c]}{2} + \sum_p \varepsilon_p^a \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{1}{2} g(1-\kappa(T))n \sum_p [2\hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_{-p}^\dagger + \hat{a}_p \hat{a}_{-p}], \quad (4.17)$$

unde $n = N/V$ este concentrația pentru componenta A . Hamiltonianul (4.17) poate fi diagonalizat prin transformarea liniară de tip Bogoliubov [170] $\hat{a}_p = u_p \hat{b}_p + v_{-p} \hat{b}_{-p}^\dagger$ și $\hat{a}_p^\dagger = u_p \hat{b}_p^\dagger + v_{-p} \hat{b}_{-p}$, unde

$$u_p; v_{-p} = \pm \left[\frac{\varepsilon_p^a + g(1-\kappa(T))n}{2\varepsilon(p)} \pm \frac{1}{2} \right]^{1/2}, \quad (4.18)$$

depind de temperatură. Putem demonstra că $u_p^2 + v_{-p}^2 = \cosh(2\theta_p)$ și $u_p v_{-p} = (1/2) \sinh(2\theta_p)$, unde

$$\coth(2\theta_p) = - \frac{\varepsilon_p^a + g(1-\kappa(T))n}{g(1+\kappa(T))n},$$

Astfel, am obținut forma diagonală a Hamiltonianului (4.17)

$$\hat{H} = E_0 + \sum_p \varepsilon(p) \hat{b}^\dagger \hat{b},$$

cu parametrii dependenți de temperatură

$$E_0 = U(0)n_c N / 2 + \frac{g(1-\kappa(T))nN}{2} \left[1 + \frac{128}{15\pi} (na)^3 \right],$$

$$\varepsilon(p) = \sqrt{(2g(1-\kappa(T))n + \varepsilon_p^a) \varepsilon_p^a}.$$

Considerând că distribuția Gibbs pentru acest gaz Bose se respectă, putem determina numărul de particule din condensat

$$\begin{aligned} N_0 &= N - \sum_p \langle \hat{b}_p^\dagger \hat{b}_p \rangle \\ &= N - \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar)^3} \int p^2 dp \left[\frac{\varepsilon_p^a + \tilde{g}(T)n}{2\varepsilon(p)} \coth\left[\frac{\varepsilon(p)}{2T}\right] - \frac{1}{2} \right], \end{aligned}$$

și dependența de temperatură a fracției atomilor condensati:

$$\begin{aligned} n_0(T) &= n - \frac{(mT)^{3/2}}{\sqrt{2\pi^2\hbar^3}} \int_0^\infty dx \sqrt{x} \\ &\times \left[\frac{xT + \tilde{g}(T)n}{2\sqrt{xT(xT + 2\tilde{g}(T)n)}} \coth\left(\frac{\sqrt{xT(xT + 2\tilde{g}(T)n)}}{2T}\right) - \frac{1}{2} \right], \end{aligned} \quad (4.19)$$

Vom obține concentrația atomilor din condensat prin rezolvarea ecuației (4.19) față de temperatura relativă. Particularitățile estimărilor numerice a funcției $n_0(T)$ legată de coeficientul de cuplaj (4.15) vor fi prezentate în următorul subcapitol.

4.3 Influența interacțiunii neliniare cu componenta necondensată asupra tranziției de fază

Așa cum este bine cunoscut, potențialul de interacțiune în stare condensată trebuie să obțină valoare zero când temperatura tinde spre zero, astfel atomii ce nu interacționează în starea condensată N_0 atinge o valoare aproximativ egală cu numărul total N . Datorită acesteia, deoarece potențialul binar de interacțiune dintre atomii componentei A nu atinge valoarea zero la temperaturi joase, acest efect practic devine imposibil. Ce se întâmplă dacă potențialul de interacțiune adițional (4.14) proporțional cu $\kappa(T)$, prin intermediul componentei C are semn opus, în comparație cu interacțiunea binară directă. În acest caz, la temperatură mică, potențialul de interacțiune total descrește odată cu creșterea temperaturii, datorită faptului că potențialul binar efectiv negativ prezintă o componentă atractivă (4.12) în partea interacțiune a Hamiltonianului. Această parte compensează tradiționalul potențial astfel încât tranziția de fază este îmbunătățită. În acest caz, la temperaturi mici, ar trebui să observăm creșterea numărului de atomi din condensat odată cu creșterea temperaturii, după care acest număr trebuie să descrească până la valoarea zero,

aşa cum este în condensatul CBE tradițional.

Pentru observarea influenței interacțiunii neliniare, să simplificăm expresia (4.19). Într-adevăr, introducând noua variabilă $xT + \tilde{g}n = Ty$, și, observând că $xT(xT + 2\tilde{g}n) = (Ty - \tilde{g}n)(y + \tilde{g}n) = (Ty)^2 - (\tilde{g}n)^2$, putem reprezenta expresia (4.19) prin o formă mult mai simplă a integralei față de variabila nouă ($z = Ty / (gn)$)

$$n_0(T) = n - \frac{(m\tilde{g}n_0)^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_1^\infty \sqrt{z-1} dz \times \left[\frac{z}{2(z^2-1)^{1/2}} \coth\left(\frac{\tilde{g}n(z^2-1)^{1/2}}{2T}\right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (4.20)$$

Pentru estimările numerice, putem reprezenta această integrală sub diferite forme. De exemplu, utilizând noile variabile $\sinh^2 u = z^2 - 1$, $A = gn/T$, $z = \cosh u$ obținem

$$n_0(T) = n - \frac{(m\tilde{g}n_0)^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \sqrt{\cosh u - 1} d(\cosh u) \times \left[\frac{\cosh u}{2 \sinh u} \coth\left(\frac{\tilde{g}n \sinh u}{2T}\right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (4.21)$$

La integrarea prin părți a expresiei (4.21), obținem următoarea expresie

$$n_0(T) = n - \frac{(m\tilde{g}n_0)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{2A} \int_0^\infty \cosh(u/2) \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \exp[-An \sinh(u)] du \right\}, \quad (4.22)$$

unde $A = \tilde{g}n_0 / T$. Pentru calcule numerice propunem formă, obținută din ecuația (4.22)

$$n_0 = n - \frac{(m\tilde{g}n_0)^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} \times \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1}{2A} \sum_j \varepsilon \cosh(j\varepsilon/2) \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \exp[-An \sinh(j\varepsilon)] \right\}. \quad (4.23)$$

Am considerat că parametrii sistemului iau valorile: $\varepsilon = 0.1$; $g = 0.1$; $(mn_0)^{3/2} / (\pi^2\hbar^3) = 0.9$; $N/V = 100$; $\kappa = 0.03$; $|\mu| = 0.01$. Graficul dependenței pentru concentrația atomilor din condensat, construit pentru o temperatură relativă, este prezentat în Fig. 4.2, și este obținut pentru parametrii indicați mai sus.

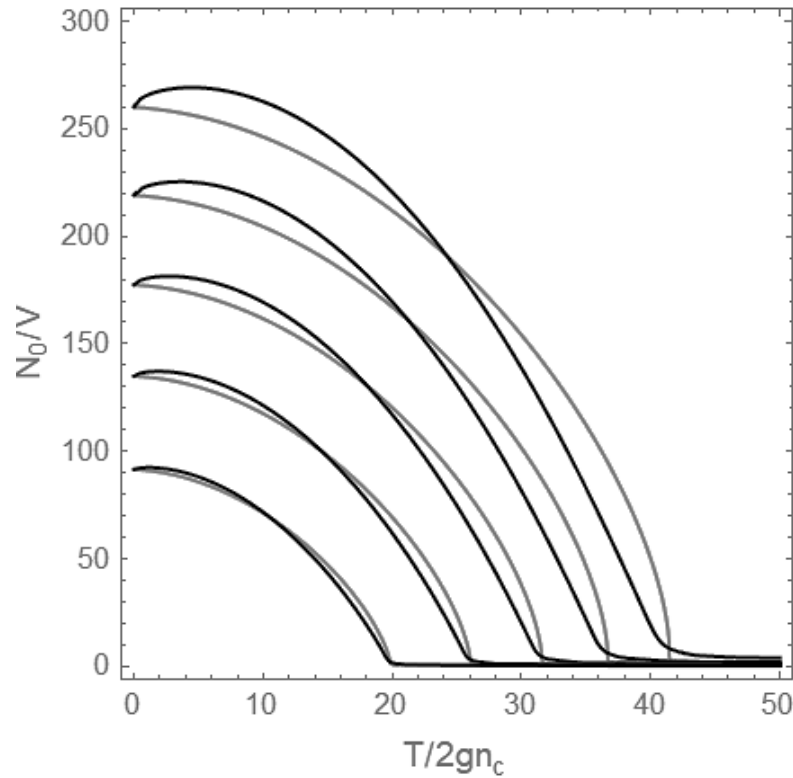


Fig. 4.2 Dependența parametrului de ordine la tranziția CBE. (a) $\varepsilon = 0.1$, $g = 0.1$, $(mn_0)^{3/2} / (\pi^2 \hbar^3) = 0.9$, $|\mu| = 0.01$, $n = 100, 150, 200, 250, 300$; $\kappa = 0.03$ și $\kappa = 0.0$ pentru cele de nuanță gri.

Se poate observa că CBE în amestecul din două specii de atomi cu un larg dezechilibru de masă, are o particularitate specifică la temperaturi joase. Odată cu creșterea temperaturii, se evidențiază creșterea ratei atomilor în starea condensată. Această particularitate a tranziției de fază modifică dependența numărului de atomi din condensat nu doar al temperaturi joase, dar și la temperaturi apropiate de punctul critic T_c . Aceasta poate fi observat din rezultatele numerice prezentate în Fig. 4.2 pentru $\kappa \neq 0$ și pentru $\kappa = 0$ în Fig. 4.3. Rezultatele numerice au fost estimate pentru valori ale parametrilor sistemului prezentați în literatură [172]: $a = 10^{-6}$ cm, $a = 10^{-6}$ cm, $\lambda = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mkT}\right)^{1/2} \sim 10^{-4}$ cm, $L = \left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^{1/2} \sim 10^{-4}$ cm, $na^3 \sim 10^{-8}$, unde a este lungimea de împrăștiere pentru unda secundară, λ este lungimea de undă termală, L este dimensiunea sistemului și n valoarea medie a densității particulelor, astfel încât $na^3 \ll 1$, $a/L \ll 1$, $a/\lambda \ll 1$. S-a observat o influență sporită a parametrului neliniar introdus κ asupra tranziției de fază. Valorile selectate pentru acest parametru au fost dictate de condițiile observării tranziției de

fază CBE. Pentru valori mai mari ai acestui parametru apar divergențe legate utilizarea abordării teoretice pentru descrierea tranziției de fază CBE

Dacă constanta de interacțiune cu componenta C crește, observăm, că la temperaturi mici, potențialul total de interacțiune descrește odată cu temperatura datorită faptului că potențialul conține componenta negativă atractivă (4.12) în Hamiltonianul de interacțiune. În acest caz, la temperaturi mici, observăm creșterea numărului de atomi odată cu creșterea temperaturii (vezi Fig. 4.2). După atingerea valorii maxime, numărul de particule din condensat descrește până la valoarea zero precum CBE tradițional.

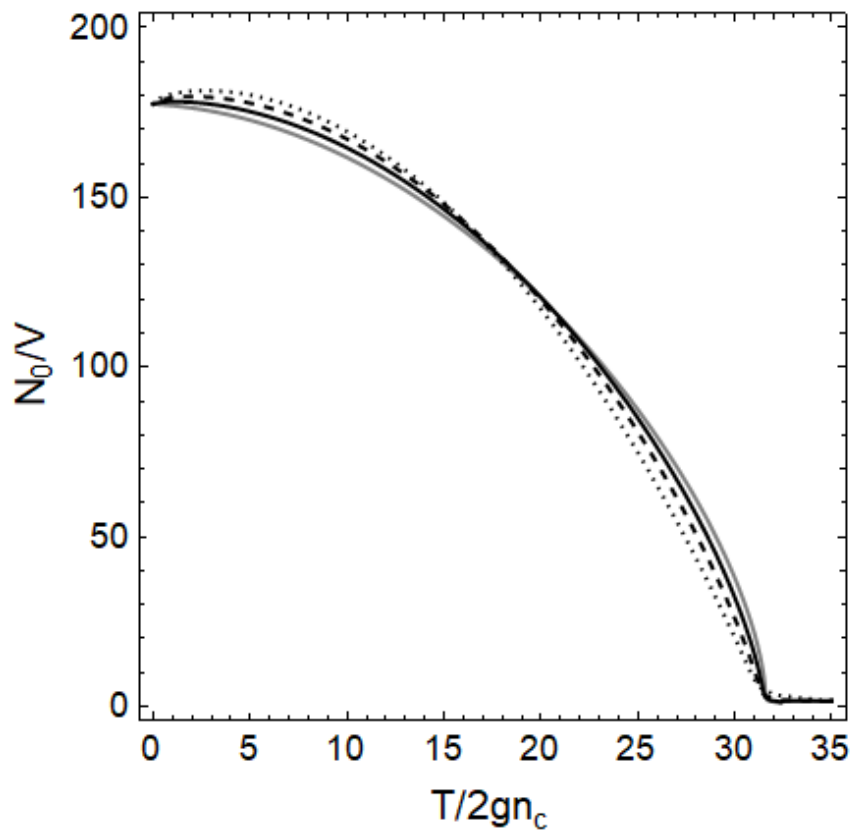


Fig. 4.3. Dependența parametrului de ordine în funcție de temperatură pentru diferite valori a parametrului neliniar, $n = 200$, $\kappa = 0$ (gri), $\kappa = 0.01$ (negru), $\kappa = 0.02$ (linie întreruptă), $\kappa = 0.03$ (linie punctată).

Desigur, odată cu creșterea temperaturii, observăm în Fig. 4.3 un comportament incorect pentru numărul de atomi în condensat în funcție de temperatură în apropierea punctului critic de tranziție. Aceasta este cauzată de inaplicabilitatea metodei de expansiune propusă pentru numărul de atomi din condensat pentru întregul interval de temperaturi $(0, T_c)$, ce este justă doar pentru

valori a temperaturii mai mici decât temperatura critică. Aici o nouă metodă de descompunere pentru tranziția CBE neliniară trebuie găsită.

Din considerente că în rezultatele numerice au fost luați un număr finit de termeni în seria numerică, pentru valori mai mari a parametrului neliniar decât $\kappa = 0,4$ se observă divergență la temperaturi apropiate de temperatura critică de condensare.

În modelul propus este analizată influența componentei necondensate asupra CBE. Nu am analizat influența dimensiunii finite și a numărului finit de atomi din potențial de captare. Sunt un set de lucrări asociate cu problemele unei dimensiuni aleatorii a cutiei unde sunt captați atomii condensati [173] și aplicarea limitei termodinamice în astfel de situații [174]. Combinând modelul propus cu efectele discutate în lucrările menționate mai sus, legate de limitarea CBE [173, 174], este posibilă îmbunătățirea descrierii calitative ale experimentelor avansate ale CBE. Particularități similare s-au observat în tranziția de fază de superfluiditate pentru izotopii ${}^3\text{He}$ și ${}^4\text{He}$ pentru permitivitate $\varepsilon(T)$ și densitate $\rho(T)$ descrise în lucrarea [175].

4.4 Concluzii la Capitol

În acest capitol s-a demonstrat că schimbul virtual de interacțiune dintre atomii unei componente prin intermediul speciei ne-condensate este modificat odată cu creșterea temperaturii în funcție de concentrația atomilor ne-condensați din CBE. Dacă considerăm interacțiunea binară inter-specie dintre atomi al gazului rece mai mare decât interacțiunea binară intra-specie, putem observa situația când atomii ne-condensați joacă un rol de catalizator activ în CBE. De exemplu, pentru $\kappa > 0$ observăm că concentrația atomilor a componentei de bază ce intră în condensat poate crește în regiunea temperaturilor joase ale tranziției de fază. Astfel, este elucidat un nou concept referitor la formarea CBE în procesele schimbului de energie dintre atomii sistemului condensat și cel necondensat din amestec. În amestecul de gaze Bose, componente ne-condensate pot fi nu doar una, acestea influențând interacțiunea dintre particulele componentei din condensat atunci când se formează precipitatul. Acest subsistem poate fi considerat ca un mediu ce poate stimula condensarea CBE.

Tezele acestui capitol sunt:

1. A fost propus modelul de dirijare a tranziției de fază Bose-Einstein pentru componenta ușoară, unde componenta grea, este utilizată cu funcția de catalizator pentru stimularea condensării speciei ușoare, obținându-se astfel potențialul efectiv de interacțiune și schimbul binar de energie dintre atomii condensatului prin intermediul stărilor virtuale a speciei ne-condensate.
2. Ca aplicații, acest efect poate fi utilizat în schimbarea temperaturii tranziției de fază și a numărului de atomi din condensat în dependență de concentrația fluxului de atomi grei ce traversează condensatul.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

În teză au fost studiate fenomenele cooperative ce apar la interacțiunea sistemelor cuantice de emițători la interacțiunea lor cu modurile staționare ale câmpului electromagnetic. În capitolul 2 a fost propusă utilizarea simetriei de rotației legată de cuplajul dintre cavități prin împachetarea lor în molecule fotonice, asupra formării subspațiilor Hilbert, ce permite soluționarea simplificată a problemei. A fost evidențiată posibilitatea generării inseparabilității cuantice dintre atomii plasați în cavitățile optice cuplate. Cadrul teoretic dezvoltat pentru descrierea dinamicii moleculelor fotonice dopate cu emițători cuantici permite evidențierea influenței simetriei de cuplaj al cavităților asupra inseparabilității cuantice. În capitolul III a fost descrisă interacțiunea dintre emițătorul cuantic în mișcare și modurile degenerate de cavitate. Rezultatul important științific legat de acest capitol constă în elucidarea unei dinamici diferite pentru numărul de fotoni și statistica câmpului de cavitate în comparație cu modelele teoretice abordate pentru acest sistem cuantic. Modelarea teoretică realizată ar putea aduce un aport semnificativ în domeniul captării în câmp electromagnetic al emițătorilor cuantici. În capitolul IV a fost propus modelul tranziției de fază de tip Bose-Einstein în amestec de gaze bosonice. Modelarea teoretică a problemei se bazează pe excluderea unui subsistem cuantic în interacțiune în limitele aproximației Born-Markov. Printre importante realizări ale acestui capitol poate fi menționată posibilitatea manipulării tranziției de fază prin intermediul unei alte componente, care generează un potențial binar de interacțiune dependent de temperatură dintre atomii ce intră în condensat. Deosebirea de tranziția tradițională CBE constă în potențialul binar de interacțiune dependent de temperatură. Modelarea teoretică prezentată în acest capitol demonstrează influența parametrului neliniar inclus asupra fracției atomilor ce intră în starea de condensat Bose-Einstein, astfel modificând semnificativ dinamica tradițională a acestei tranziții. Obiectivele principale ale cercetării au fost realizate integral.

Principalele teze înaintate spre susținere:

1. Au fost elaborate procedeele pentru descrierea dinamicii sistemului cuantic format din cavități optice cuplate, în care sunt captați emițători cuantici, fapt ce poate contribui la crearea stărilor inseparabile pentru utilizarea lor ulterioară la prelucrarea cuantică a informației.
2. A fost reconceptualizat principiul indistinctibilității prin utilizarea acestuia atât pentru excitații atomice, cât și pentru excitații ale modurilor de cavitate pentru câmpul electromagnetic, având ca scop identificarea posibilităților de manipulare a dinamicii moleculelor cuantice formate din cavități optice cuplate. Cadrului teoretic dezvoltat ar putea admite implementarea acestor sisteme cuantice în tehnologiile moderne (procesare cuantică a informației, senzori etc.).

3. A fost prezentată metoda pentru descrierea interacțiunii dintre emițătorii cuantici în mișcare și modurile degenerate ale câmpului electromagnetic de cavitate, fapt ce a contribuit la evidențierea posibilităților de manipulare și generare selectivă a rezonanței dintre câmpul electromagnetic și emițătorul cuantic prin intermediul vitezei acestuia în raport cu cavitatea. Modelul propus ar putea fi utilizat pentru îmbunătățirea cadrului teoretic aplicat în domeniul captării cuantice ale atomilor. Descrierea efectului cooperativ de interacțiune dintre modurile degenerate prin intermediul emițătorului cuantic, deschide calea unor noi posibile implementări ale acestui sistem cuantic.
4. A fost dezvoltat modelul ce descrie influența efectelor cooperative de interacțiune dintre particulele unui gaz bosonic prin intermediul altei componente, cu diferență semnificativă de masă, ceea ce a contribuit la evidențierea particularităților nespecifice în evoluția parametrului de ordine din condensatul Bose-Einstein. Abordarea propusă ar putea îmbunătăți cadrul teoretic existent utilizat pentru descrierea tranziției de fază către condensat Bose-Einstein.

Recomandări

- **Se recomandă** studiul influenței interacțiunii dintre două moduri degenerate ale câmpului electromagnetic asupra mișcării atomului și posibilităților de captare a acestuia.
- **Se recomandă** elucidarea corelațiilor cuantice care apar între componentele subsistemelor cuantice în interacțiune, de tip cavitate-atom. Dezvoltarea acestei probleme ar permite testarea modelului fizic descris în teză și implementarea acestui model în domeniul prelucrării cuantice a informației.
- **Se recomandă** revizuirea metodei utilizate pentru calculul parametrului de ordine la temperatura $T = 0$ pentru eliminarea divergenței.

BIBLOGRAFIE

1. DICKE, R.H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes. *În: Phys. Rev.* 1954, vol. 93 pp. 99–110.
2. BRENNEN, G.K., DEUTSCH, I.H. Entangling dipole-dipole interactions for quantum logic in optical lattices. *În: Quantum Electronics and Laser Science Conference (QELS 2000). Technical Digest. Postconference Edition. TOPS Vol.40 (IEEE Cat. No.00CH37089)*, San Francisco, CA, USA, 2000, pp. 149–150.
3. COOPER, N.R., REZAYI, E.H., SIMON, S.H. Vortex Lattices in Rotating Atomic Bose Gases with Dipolar Interactions. *În: Phys. Rev. Lett.* 2005, vol. 95, pp. 200402-1–200402-4.
4. ZHANG, J., ZHAI, H. Vortex Lattices in Planar Bose-Einstein Condensates with Dipolar Interactions. *În: Phys. Rev. Lett.* 2005, vol. 95, pp. 200403-1–200403-4.
5. BONIFACIO, R. et al. Chaotic and cooperative regimes for the micromaser. *În: Phys. Rev. A.* 1993, vol. 47, pp. R2464(R)–R2467(R).
6. ORSZAG, M., RAMÍREZ, R., RETAMAL, J.C., SAAVEDRA, C. Quantum cooperative effects in a micromaser. *În: Phys. Rev. A.* 1994, vol. 49, pp. 2933–2937.
7. LIDAR, D.A., BIHARY, Z., BIRGITTA WHALEY, K. From completely positive maps to the quantum Markovian semigroup master equation. *În: Chem. Phys.* 2001, vol. 268, pp. 35–53.
8. FU, K.-M. C. et al. Observation of the Dynamic Jahn-Teller Effect in the Excited States of Nitrogen-Vacancy Centers in Diamond. *În: Phys. Rev. Lett.* 2009, vol. 103, pp. 256404-1–256404-4.
9. PRASANNA VENKATESH, B., JUAN, M.L., ROMERO-ISART, O. Cooperative Effects in Closely Packed Quantum Emitters with Collective Dephasing. *În: Phys. Rev. Lett.* 2018, vol. 120, pp. 033602-1–033602-6.
10. ENAKI, N.A. Entanglement and Cooperative Effects between the Mode Components of Raman Process in Cavity and Their Analogy with Atomic Collective Effects. *În: New Development of Quantum Optics Research.* New York: Nova Sciences Publisher, 2015, pp. 51–98.
11. SHAMMAH, N. et al. Open quantum systems with local and collective incoherent processes: Efficient numerical simulation using permutational invariance. *În: Phys. Rev. A.* 2018, vol. 98, pp. 063815-1–063815-34.
12. CUMMINGS, F.W. Stimulated emission of radiation in a single mode. *În: Phys. Rev.* 1965,

vol. 140 (4A), pp. A1051–A1056.

13. HAROCHE, S., RAIMOND, J.M. Radiative properties of Rydberg states in resonant cavities. *În: Advances in Atomic and Molecular Physics*. 1985, vol. 20, pp. 347–411.
14. REMPE, G., WALTHER, H., KLEIN, N. Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser. *În: Phys. Rev. Lett.* 1987, vol. 58(4), pp. 353–356
15. YOSHIE, T. et al. Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity. *În: Nature*. 2004, vol. 432, pp. 200–203.
16. KASPRZAK, J. et al. Up on the Jaynes-Cummings ladder of a quantum-dot/microcavity system. *În: Nature Materials* 2010, vol. 9, pp. 304–308.
17. BRUNE, M., RAIMOND, J.M., HAROCHE, S. Theory of the Rydberg-atom two-photon micromaser. *În: Phys. Rev. A*. 1987, vol. 35(1), pp. 154–163.
18. FINK, J.M. et al. Climbing the Jaynes-Cummings Ladder and observing its nonlinearity in a cavity QED system. *În: Nature*. 2008, vol. 454, pp. 315–318
19. QUACH, J., MAKIN, M. I. Band structure, phase transitions, and semiconductor analogs in one-dimensional solid light systems. *În: Phys. Rev. A*. 2009, vol. 80, pp. 063838-1–063838-7.
20. ANGELAKIS, D.G., SANTOS, M.F., BOSE, S. Photon-blockade-induced Mott transitions and XY spin models in coupled cavity arrays. *În: Phys. Rev. A*. 2007, vol. 76, pp. 031805-1–031805-4.
21. YE, J., VERNOOY, D.W., KIMBLE, H.J. Trapping of Single Atoms in Cavity QED. *În: Phys. Rev. Lett.* 1999, vol. 83, pp. 4987–4990.
22. MOSSBERG, T.W., LEWENSTEIN, M., GAUTHIER, D.J. Trapping and cooling of atoms in a vacuum perturbed in a frequency-dependent manner. *În: Phys. Rev. Lett.* 1991, vol. 67, pp. 1723–1726.
23. KRUSE, D. et al. Cold atoms in a high-q ring cavity. *În: Phys. Rev. A*. 2003, vol. 67, pp. 051802(R)-1–051802(R)-4 .
24. ASHKIN, A., DZIEDZIC, J.M., BJORKHOLM, J.E., CHU, S. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *În: Opt. Lett.* 1986, vol. 11(5), pp. 288–290.
25. ASHKIN, A., DZIEDZIC, J.M. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *În: Science*. 1995, vol. 235, pp. 1517–1520.
26. ENAKI, N., PROFIR, A., CIOBANU, N., BAZGAN, S. et al. Optical metamaterials for

- decontamination of translucent liquids and gases. *În: J. Phys D: Appl. Phys.* 2018, vol. 51, pp. 385101-1–385101-11.
27. ENAKI, N.A., **BAZGAN, S.** et al. Improvement in ultraviolet based decontamination rate using meta-materials. *În: Applied Surface Sciences.* 2017, vol. 417, pp. 40–47.
 28. RAKOVICH, Y.P., DONEGAN, J. F. Photonic atoms and molecules. *În: Laser & Photon. Rev.* 2010, vol. 4, pp. 179–191.
 29. CAZZANELLI, M., VINEGONI, C., PAVESI, L. Temperature dependence of the photoluminescence of all-porous-silicon optical microcavities. *În: J. Appl. Phys.* 1999, vol. 85, pp. 1760–1764.
 30. CURTIS, C.L., DOAN, V.V., CREDO, G.M., SAILOR, M.J. Observation of Optical Cavity Modes in Photoluminescent Porous Silicon Films. *În: J. Electrochem. Soc.* 1993, vol. 140, pp. 3492–3494.
 31. BRIEGEL, H.J., ENGLERT, B.G. Quantum optical master equations: The use of damping bases. *În: Phys. Rev. A.* 1993, vol. 47, pp. 3311–3329.
 32. CARMICHAEL, H. *An Open Systems Approach to Quantum Optics.* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993. 182 p.
 33. BORISKINA, S.V. Photonic Molecules and Spectral Engineering. Photonic Microresonator Research and Applications. *În: Springer Series in Optical Sciences.* 2010, vol. 156, pp. 393–421.
 34. BAYER, M. et al. Optical Modes in Photonic Molecules. *În: Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 81, pp. 2582–2585.
 35. FULLER, K.A., Optical resonances and two-sphere systems. *În: Appl. Opt.* 1991, vol. 30, pp. 4716–4731.
 36. VOLLMER, F. et al. Protein detection by optical shift of a resonant microcavity. *În: Appl. Phys. Lett.* 2002, vol. 80, pp. 4057–4059.
 37. NADEAU, J.L. et al. High-Q whispering-gallery mode sensor in liquids. *În: Proc. SPIE.* 2002, vol. 4629, pp. 172–180.
 38. TERAOKA I., ARNOLD, S., VOLLMER, F. Perturbation approach to resonance shifts of whispering-gallery modes in a dielectric microsphere as a probe of a surrounding medium. *În: J. Opt. Soc. Am. B.* 2003, vol. 20, pp. 1937–1945.
 39. LIN, Y. et al. Biochemical detection with optical whispering-gallery resonators. *În: Proc. SPIE.* 2007, vol. 6452, pp. 64520U-01–64520U-08.

40. WELLER, A., LIU, F.C., DAHINT, R., HIMMELHAUS, M. Whispering gallery mode biosensors in the low-Q limit. *Appl. Phys. B.* 2008, vol. 90, pp. 561–567.
41. NUHIJI, E., MULVANEY, P. Detection of Unlabeled Oligonucleotide Targets Using Whispering Gallery Modes in Single, Fluorescent Microspheres. *Small.* 2007, vol. 3, pp. 1408-1–1408-14.
42. RAKOVICH, Y.P., DONEGAN, J.F. Photonic atoms and molecules. *Laser & Photon. Rev.* 2010, vol. 4, pp. 179–191.
43. SPILLANE, S. M. et al. Ideality in a Fiber-Taper-Coupled Microresonator System for Application to Cavity Quantum Electrodynamics. *Phys. Rev. Lett.* 2003, vol. 91, pp. 043902-1–043902-4.
44. KURPIERS, P. et al. Deterministic quantum state transfer and remote entanglement using microwave photons. *Nature.* 2018, vol. 558, pp. 264–267.
45. HUANG, X.-B., CHEN, Y.-H., WANG, Z. Fast generation of three-qubit Greenberger-Horne-Zeilinger state based on the Lewis-Riesenfeld invariants in coupled cavities. *Scientific Reports.* 2016, vol. 6, pp. 25707-1–25707-11.
46. NAPOLI, A., MESSINA, A. Entangling a three high-Q cavity system in a GHZ state. *Fortschr. Phys.* 2001, vol. 49 pp.1059.
47. NAPOLI, A., XIANG-MING, H., MESSINA, A. Unitary reduction of the Liouville equation relative to a two-level atom coupled to a bimodal lossy cavity. *Phys. Lett. A.* 2003, vol. 308, pp. 329–334.
48. BENIVEGNA, G., MESSINA, A. Collective behavior of M bosonic modes interacting with a single two-level atom. *Phys. Rev. A.* 1988, vol. 37, pp. 4747–4751.
49. BENIVEGNA, G., MESSINA, A. New Quantum Effects in the Dynamics of a Two-mode Field Coupled to a Two-level Atom. *Journal of Mod. Optics.* 1994, vol. 41, pp. 907–925.
50. MESSINA, A., MANISCALCO, S., NAPOLI, A. Interaction of bimodal fields with few-level atoms in cavities and traps. *Journal of Mod. Optics.* 2003, vol. 50(1), pp. 1–49.
51. SLOSSER, J.J., MEYSTRE, P. Tangent and cotangent states of the electromagnetic field. *Phys. Rev. A.* 1990, vol. 41, pp. 3867–3874.
52. AGARWAL, G.S. Coherent population trapping states of a system interacting with quantized fields and the production of the photon statistics matched fields. *Phys. Rev. Lett.* 1993, vol.71, pp. 1351–1354.
53. WOOTTERS, W. K. Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits. *Phys. Rev. Lett.* 1995, vol. 75, pp. 1513–1516.

- Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 80, pp. 2245–2248.
54. GONZALEZ-TUDELA, A. et al. Entanglement of Two Qubits Mediated by One-Dimensional Plasmonic Waveguides. *În: Phys. Rev. Lett.* 2011, vol. 106, pp. 020501-1–020501-4.
 55. MAKHLIN, Y., SCHÖN, G., SHNIRMAN, A. Quantum-state engineering with Josephson-junction devices. *În: Rev. Mod. Phys.* 2001, vol. 73, pp. 357–400.
 56. HANSON, R. et al. Spins in few-electron quantum dots. *În: Rev. Mod. Phys.* 2007, vol. 79, pp. 1217–1265.
 57. WEBER, J.R. et al. Quantum computing with defects. *În: Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 2010, vol. 107, pp. 8513–8518.
 58. ABDEL-KHALEK, S., NOFAL, T.A. Correlation and entanglement of a three-level atom inside a dissipative cavity. *În: Physica A.* 2011 vol. 390, pp. 2626–2635.
 59. FRANCESCHI, S.D. et al. Hybrid superconductor–quantum dot devices. *În: Nature Nanotech.* 2010 vol. 5, pp. 703–711.
 60. SHEN, L.T. et al. Cooling distant atoms into entangled states via coupled cavities. *În: Quantum Information & Computation.* 2013, vol. 13, pp. 281–289.
 61. MONTENEGRO, V., ORSZAG, M. Creation of entanglement of two atoms coupled to two distant cavities with losses. *În: J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2011, vol. 44 pp. 154019-1–154019-9.
 62. BERKELAND, D.J., RAYMONDSON, D.A., TASSIN V.M. Tests for nonrandomness in quantum jumps. *În: Phys. Rev. A.* 2004, vol. 69 pp. 052103-1–052103-4.
 63. DUAN, L.M., LUKIN, M., CIRAC, J.I., ZOLLER, P. Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics. *În: Nature.* 2001, vol. 414, pp. 413–418.
 64. FELINTO, D. et al. Control of decoherence in the generation of photon pairs from atomic ensembles. *În: Phys. Rev. A.* 2005, vol. 72 p. 053809-1–053809-15.
 65. KUZMICH, A. et al. Generation of nonclassical photon pairs for scalable quantum communication with atomic ensembles. *În: Nature.* 2003, vol. 423, pp. 731–734.
 66. ENAKI, N., BAZGAN, S. Exact solution for energy transfer between radiators localized in separate coupled cavities. *În: Phys. Scr.* 2013, vol. 2013, pp. 014022-1–01422-6.
 67. LI, X.-S., LIN, D.L., GONG, C.-D. Nonresonant interaction of a three-level atom with cavity fields. I. General formalism and level occupation probabilities. *În: Phys. Rev. A.* 1987, vol.

- 36, pp. 5209–5219.
68. NUBMANN, S. et al. Vacuum-stimulated cooling of single atoms in three dimensions. *În: Nature Physics*. 2005, vol. 1, pp. 122–125.
 69. ENAKI, N., GALEAMOV, E. Collective resonance fluorescence of extended systems of col atoms in the resonator standing wave. *În: Rom. Journ. Phys.* 2008, vol. 53, pp. 745–754.
 70. CIOBANU, N., ENAKI, N., ORSZAG, M. Cooperative emission from two atoms localized in a standing wave field. *În: Phys. Scr.* 2012, vol. 2012, pp. 014007-1–014007-5.
 71. SUN, Y., YANG, Y.-P., CHEN, H. Evolution of population inversion controlled by the time-dependent coupling: an inverse problem. *În: Chin. Phys. Lett.* 2006, vol. 23, pp. 1136–1138.
 72. PRANTS, S., YACOUPOVA, L.S. The jaynes-cummings model with modulated field-atom coupling in resonator quantum electrodynamics. *În: J. of Mod. Opt.* 1992, vol. 39, pp. 961–971.
 73. JOSHI, A., LAWANDE, S.V. Generalized jaynes-cummings models with a time-dependent atom-field coupling. *În: Phys. Rev. A.* 1993, vol. 48, pp. 2276–2284.
 74. ABDEL-ATY, M., ABO-KAHLA, D., OBADA, A.-S. F. Spatial dependence of moving three-level atoms interacting with a three-laser beam. *În: Canadian J. of Phys.* 2013, vol. 91(12), pp. 1068–1073.
 75. ABDEL-KHALEK, S., EL-SAMAN, Y.S., ABDEL-ATY, M. Geometric phase of a moving three-level atom. *În: Optics. Commun.* 2010, vol. 283, pp. 1826–1831.
 76. RAIMOND, J.M., BRUNE, M., HAROCHE, S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *În: Rev. Mod. Phys.* 2001, vol. 73, pp. 565–582.
 77. GLEYZES, S. et al. Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity. *În: Nature.* 2007, vol 446, pp. 297–300.
 78. MILMAN, P. et al. A proposal to test bell’s inequalities with mesoscopic non-local states in cavity qed. *În: Eur. Phys. J. D.* 2005, vol. 32, pp. 233–239.
 79. BRADLEY, R. et al. Microwave cavity searches for dark-matter axions. *În: Rev. Mod. Phys.* 2003, vol. 75, pp. 777–817.
 80. COHEN-TANNOUDJI, C. *Fundamental Systems in Quantum Optics (Les Houches)*. Elsevier Science, North-Holland, Amsterdam, 1990. 347 p.
 81. MURR, K. Large velocity capture range and low temperatures with cavities. *În: Phys. Rev. Lett.* 2006, vol. 96, pp. 253001-1–253001-4.

82. DOMOKOS, P., RITSCH, H. Mechanical effects of light in optical resonators. *În: J. Opt. Soc. Am.* 2003, vol. 20, pp. 1098–1130.
83. DOMOKOS, P. VUKICS, A., RITSCH, H. Anomalous doppler-effect and polariton-mediated cooling of two-level atoms. *În: Phys. Rev. Lett.* 2004, vol. 92, pp. 103601-1–103601-4.
84. DOPPLER, C., Ber das farbige licht der doppelsterne und einiger anderer gestirne des himmels. Abhandlungen der Konigl. Bohm. *În: Gesellschaft der Wissenschaften.* 1842, vol. 2, pp. 465–482.
85. HO, T.-L., Shenoy, V.B. Binary mixtures of bose condensates of alkali atoms. *În: Phys. Rev. Lett.* 1996, vol. 77, pp. 3276–3279.
86. AO, P., CHUI, S.T. Binary Bose-Einstein condensate mixtures in weakly and strongly segregated phases. *În: Phys. Rev. A.* 1998, vol. 58 pp. 4836–4840.
87. ESRY, B.D. et al. Hartree-Fock theory for double condensates. *În: Phys. Rev. Lett.* 1997, vol. 78, pp. 3594–3597.
88. TIMMERMANS, E. Phase separation of Bose-Einstein condensates. *În: Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 81, pp. 5718–5721.
89. PU, H., BIGELOW, N.P. Properties of two-species Bose condensates. *În: Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 80, pp. 1130–1133.
90. BARANKOV, R.A. Boundary of two mixed Bose-Einstein condensates. *În: Phys. Rev. A,* 2002, vol. 66, pp. 013612-1–013612-6.
91. BUSCH, T., CIRAC, J.I., PEREZ-GARCIA, V.M., ZOLLER, P. Stability and collective excitations of a two component Bose-Einstein condensed gas: A moment approach. *În: Phys. Rev. A.* 1997, vol. 56, pp. 2978–2983.
92. GRAHAM, R., WALLS, D. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *În: Phys. Rev. A.* 1998, vol. 57, pp. 484–487.
93. MYATT, C.J. et al. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *În: Phys. Rev. Lett.* 1997, vol. 78, pp. 586–589.
94. HALL, D.S. et al. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *În: Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 81, pp. 1539–1542.
95. MADDALONI, P. et al. Collective excitations of trapped binary mixtures of Bose-Einstein condensed gases. *În: Phys. Rev. Lett.,* 2000, vol. 85, pp. 2413–2417.
96. TRIPPENBACH, M. et al. Structure of binary Bose-Einstein condensates. *În: J. Phys. B.*

- 2000, vol. 33 pp. 4017–4031.
97. STENGER, J. et al. Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates. *În: Nature*. 1999, vol. 396, pp. 345–348.
 98. MODUGNO, G. et al. Two atomic species superfluid. *În: Phys. Rev. Lett.* 2002, vol. 89, pp. 190404-1–190404-4.
 99. ENAKI, N.A., PREPELITZA, O.B. The specific of the creation of Cooper pairs in two-phonon exchanges with thermostat. *În: Izvestia Academii Nauk, Rep.of Moldova*. 1992, vol. 3(9), pp. 52–58.
 100. ENAKI, N. *Non-Linear Cooperative effects in open quantum systems: entanglement and second order coherence*. Hauppauge NY: Nova Science Publishers, 2015. 355 p.
 101. LEWENSTEIN, M. et al. Ultracold atomic gases in 3D optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond. *În: Advances in Physics*. 2007, vol. 56, pp. 243–379.
 102. BOGOLIBOV, N.N. On the theory of superfluidity. *În: J. of Phys. USSR*. 1947, vol. 11, pp. 23–32.
 103. GROSS, E.P. Structure of a quantized vortex in Bose systems. *În: Il Nuovo Cimento*. 1961, vol. 20, pp. 454–477.
 104. PITAEVSKII, L.P., Vortex Lines in an Imperfect Bose Gas. *În: Sov. Phys – JETP*. 1961, vol. 13, pp. 451–454.
 105. DALFOVO, F. et al. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *În: Rev. Mod. Phys.* 1999, vol. 71, pp. 463–512.
 106. LIEB, E.H., SEIRINGER, R., YNGVASON, J. Justification of c-number substitutions in bosonic Hamiltonians. *În: Phys. Rev. Lett.* 2005, vol. 94, pp. 080401-1–080401-4.
 107. SÜTÖ, A. Equivalence of Bose-Einstein condensation and symmetry breaking. *În: Phys. Rev. Lett.*, 2005, vol. 94, pp. 080402-1–080402-4.
 108. ZAGREBNOV, V.A., BRU, J.B. The Bogoliubov model of weakly imperfect Bose gas. *În: Phys. Rep.* 2001, vol. 350, pp. 291–434.
 109. BULAKHOV, M.S. et al. Re-examining the quadratic approximation in theory of a weakly interacting Bose gas with condensate: the role of nonlocal interaction potentials. *În: J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2018, vol. 51, pp. 205302-1–205302-12.
 110. PIECZARKA, M. et al. Observation of quantum depletion in a non-equilibrium exciton-polariton condensate. *În: Nat. Commun.* 2020, vol. 11, pp. 429-1– 429-7.

111. BELL, J. S. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *În: Physics*. 1964, vol. 1, pp. 195–200.
112. FREEDMAN, S., CLAUSER, J. Experimental test of local hiddenvariable theories. *În: Phys. Rev. Lett.* 1972, vol. 28, pp. 938–941.
113. FRY, E., THOMPSON, R. Experimental test of local hidden-variable theories. *În: Phys. Rev. Lett.* 1976, vol. 37, pp. 465–468.
114. ASPECT, A., GRANGIER, P., ROGER, G. Experimental tests of realistic local theories via Bell’s theorem. *În: Phys. Rev. Lett.* 1981, vol. 47, pp. 460–463.
115. ASPECT, A., GRANGIER, P., ROGER, G. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm gedanken experiment: a new violation of Bell’s inequalities. *În: Phys. Rev. Lett.* 1982, vol. 49, pp. 91–94.
116. TITTEL, W., BRENDDEL, J., ZBINDEN, H., GISIN, N. Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart. *În: Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 81, pp. 3563–3566.
117. WEIHS, G., JENNEWEIN, T., SIMON, C., WEINFURTER, H., ZEILINGER, A. Violation of Bell’s inequality under strict Einstein locality conditions. *În: Phys. Rev. Lett.* 1998, vol. 81, pp. 5039–5043.
118. BENNETT, C.H., WIESNER, S.J., Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. *În: Phys. Rev. Lett.* 1992, vol. 69, pp. 2881–2884.
119. BENNETT, C.H. et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *În: Phys. Rev. Lett.* 1993, vol. 70, pp. 1895–1899.
120. BENNET, C.H. et al. Concentrating partial entanglement by local operations. *În: Phys. Rev. A*. 1996, vol. 53, pp. 2046–2052.
121. HILL, S., WOOTERS, W. Entanglement of a pair of quantum bits. *În: Phys. Rev. Lett.* 1997, vol. 78, pp. 5022–5025.
122. OLLIVIER, H., ZUREK, W.H., Quantum Discord: A Measure of the Quantumness of Correlations. *În: Phys. Rev. Lett.* 2001, vol. 88, pp. 017901-1–017901-4.
123. YICHEN HUANG Quantum discord for two-qubit X states: Analytical formula with very small worst-case error. *În: Phys. Rev. A*. 2013, vol. 88, pp. 014302-1–014302-3.
124. ENAKI, N., BAZGAN, S. Collective excitations of atoms and field modes in coupled cavities. *În: Phys. Scr.* 2014, vol. 2014, pp. 014010-1–014010-6.

125. ENAKI, N., **BAZGAN, S.** Symmetry of packing of doped cavities and its influence on the emission spectrum of entangled states. În: *Rom. Reports in Phys.* 2015, vol. 67(4), pp. 1322–1330.
126. ORSZAG, M., RAMIREZ R., RETAMAL, J.C., ROA, L. Generation of highly squeezed states in a two-photon micromaser. În: *Phys. Rev. A*, 1992, vol. 45, pp. 6717–6720.
127. ARIMONDO, E., ORRIOLS, G. Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping. În: *Lett. Nuovo Cimento*. 1976, vol. 17, pp. 333–338.
128. LOO, F.Y. et al. Investigations of a two-level atom in a magneto-optical trap using magnesium. În: *J. Opt. B: Quantum and Semiclassical Optics*. 2004, vol. 6, pp. 81–85.
129. CARROLL, C.E., HIOE, F.T. Coherent population transfer via the continuum. În: *Phys. Rev. Lett.* 1992, vol. 68, pp. 3523–3526.
130. SWAIN, S. Conditions for population trapping in a three-level system. În: *J. Phys. B: Atomic and Molecular Physics*. 1982, vol. 15, pp. 3405–3412.
131. RADMORE, P.M., KNIGHT, P.L. Population trapping and dispersion in a three-level system. În: *J. Phys. B: Atomic and Molecular Physics*. 1982, vol. 15, pp. 561–573.
132. BJÖRK, G., JONSSON, P., SANCHEZ-SOTO, L.L. Single-particle nonlocality and entanglement with the vacuum. În: *Phys. Rev. A*. 2001, vol. 64, pp. 042106-1–042106-6.
133. SCALA, M., MIGLIORE, R., MESSINA, A. Dissipation and entanglement dynamics for two interacting qubits coupled to independent reservoirs. În: *J. Phys. A: Math. Theor.* 2008, vol. 41, pp. 435304-1–435304-12.
134. BELLOMO, B., LO FRANCO, R., COMPAGNO, G. Non-Markovian Effects on the Dynamics of Entanglement. În: *Phys. Rev. Lett.* 2007, vol. 99, pp. 160502-1–160502-4.
135. FACCHI, P., FLORIO, G., PASCAZIO, S. Probability-density-function characterization of multipartite entanglement. În: *Phys. Rev. A*. 2006, vol. 74, pp. 042331-1–042331-7.
136. **BAZGAN, S.** Control of quantum correlation between atoms placed in coupled cavities. În: *SPIE Proceedings*. 2018, vol. 10977, pp. 109771G-1–109771G-5
137. **BAZGAN, S.** Corelații cuantice între atomi plasați în cavități optice cuplate, În: *Telecommunications, Electronics and Informatics*. 2018, vol. 6, pp. 505–507.
138. ROWAN, N.J. et al. Pulsed light inactivation of food-related microorganisms. În: *Applied and Environmental Microbiology*. 1999, vol. 65, pp. 1312–1315.
139. ROSENHECK, K., DOTY, P. The far ultraviolet absorption spectra of polypeptide and

- protein solutions and their dependence on conformation. *In: Proc. Natl. Acad. Sci.* 1961, vol. 47 (11), pp. 1775–1785.
140. SUTHERLAND, J.C., GRIFFIN, K.P. Absorption spectrum of DNA for wavelengths greater than 300nm. *In: Radiat. Res.* 1981, vol. 86, pp. 399–409.
 141. TSEN, K.-T. et al. Selective destruction of viruses with ultrashort pulsed lasers. *In: SPIE Newsroom.* 2009, pp. 10.1117/2.1200911.1845-1–10.1117/2.1200911.1845-3
 142. TSEN S.-W. D. et al. Prospects for a novel ultrashort pulsed laser technology for pathogen inactivation. *In: Journal of Biomedical Science.* 2012, vol. 19(1), pp. 62-1–62-11.
 143. ZHANG, C., ZHANG, D., CHENG, J.-X. Coherent Raman Scattering in Biology and Medicine. *In: Annual Rev. Biomed. Eng.* 2015, vol. 17, pp. 415–445.
 144. PALONPON, A.F. et al. Raman and SERS microscopy for molecular imaging of live cells. *In: Nat. Protoc.* 2013, vol. 8(4), pp. 677–692.
 145. YAMAKOSHI, et al. Imaging of EdU, an alkyne-tagged cell proliferation probe, by Raman microscopy. *In: J. Am. Chem. Soc.* 2011, vol. 133, pp. 6102–6105.
 146. ASHKIN, A., DZIEDZIC, J.M. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *In: Science.* 1987, vol. 235, pp. 1517–1520.
 147. MORRISSEY, M.J. et al. Tapered optical fibers as tools for probing magneto-optical trap characteristics. *In: Rev. Sci. Instrum.* 2009, vol. 80, pp. 0531021–0531025.
 148. ASHKIN, A. Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure. *In: Phys. Rev. Lett.* 1970, vol. 24, pp. 156–159.
 149. BAZGAN, S. et al. Propagation of UV radiation through meta-materials and its application in bio decontamination. *In: Rom. Rep. in Phys.* 2015, vol. 67, pp. 1602–1607.
 150. KRESS, H. *Cell mechanics during phagocytosis studied by optical tweezers based microscopy.* Göttingen: Cuvillier Verlag, 2006. 140 p.
 151. GUSACHENKO, I., TRUONG, V.G., FRAWLEY, M., NIC CHORMAIC, S. Optical nanofiber integrated into optical tweezers for in situ fiber probing and optical binding studies. *In: Photonics.* 2015, vol. 2, pp. 795–807.
 152. DESANTIS, M.C., KIM, J.H., SONG, H., KLASSE, P.J., CHENG, W., Quantitative Correlation between Infectivity and Gp120 Density on HIV-1 Virions Revealed by Optical Trapping Virometry. *In: J. Biol. Chem.* 2016, vol. 291(25), pp.13088–13097.
 153. LOUDON, R. *The quantum theory of light.* Oxford: Oxford Sciences Publication, 2000. 448p.

154. HOLLAND, M.J., BURNETT, K. Interferometric Detection of Optical Phase Shifts at the Heisenberg Limit. *In: Phys. Rev. Lett.* 1993, vol. 71, pp. 1355–1358.
155. SCHNABEL, R. Squeezed states of light and their applications in laser interferometers. *In: Phys. Rep.* 2017, vol. 684, pp. 1–51.
156. KOZLOVSKII, A.V. Uncertainty Relations for the Number of Photons and the Phase Operator of an Electromagnetic Field for Phase Quantum Superpositions of Coherent States. *In: Optics and Spectroscopy.* 2020, vol. 128, pp. 355–366.
157. BJORKEN, J.D., DRELL, S.D. *Relativistic Quantum Fields.* New-York: McGraw-Hill, 1965. 396 p.
158. ENAKI, N.A., BAZGAN, S. Doppler effect in opposite propagating modes of cavity. *In: SPIE Proceedings.* 2016, vol. 10010, pp. 100101X-1–100101X-11.
159. ENAKI, N., BAZGAN, S., MIHAILESCU, I.N., Measurements of amplitude and frequencies of subwavelength oscillations of atoms using resonance fluorescence of three levels atom in two standing waves. *In: SPIE Proceedings.* 2015, vol. 9258, pp. 92581K-1–92581K-9.
160. ENAKI, N., ROSCA, T. The exact quantum solution of n-radiators in cooperative interaction with a cavity field. *In: Phys. Scr.* 2012, vol. 2012, pp. 014011-1–014011-6.
161. ENAKI, N., KOROLI, V. Trapping of three-level atoms interacting with a single-mode cavity field. *In: JOSA A.* 1999, vol. 16, pp. 2793–2798.
162. SCULLY, M.O., ZUBAIRY, M.S. *Quantum Optics.* Cambridge: the press syndicate of University of Cambridge, 1997. 650 p.
163. MOLLOW, B.R. Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems. *In: Phys. Rev.* 1969, vol. 188, pp. 1969–1975.
164. BAZGAN, S., PEZZE, L., SMERZI, A., ENAKI, N.A. Description of Bose–Einstein condensate of cold gas in interaction through virtual states of non-condensate atomic components. *In: Physica A: Stat. Mech. Appl.* 2018, vol. 503, pp. 190–199.
165. ENAKI, N.A., COLUN, S. Nonlinear effects in the theory of superconductivity. *In: J. of Phys.: Conference Series.* 2012, vol. 338, pp. 012006-1–012006-10.
166. ENAKI, N.A., EREMEEV, V.V. Cooperative two-phonon phenomena in superconductivity. *In: New J. Phys.* 2002, vol. 4, pp. 80-1–80-12.
167. CHIN, C., GRIMM, R., JULIENNE, P., TIESINGA, E. Feshbach resonances in ultracold gases. *In: Rev. of Mod. Phys.* 2010, vol. 82(2), pp. 1225–1286.

168. THEIS, M. *Optical Feshbach Resonances in a Bose-Einstein Condensate*: tz. de doct. în fizică. Innsbruck, 2005. 151 p.
169. HAKEN, H. *Quantum Field Theory of Solids: An Introduction*. North-Holland: North-Holland Pub. Co., 1976. 330 p.
170. YAMAMOTO, Y. Bose-Einstein condensation and matter-wave lasers [online]. Tokyo FIRST Quantum information processing project, 2011 [citată 07.07.2018]. Disponibil: <https://www.nii.ac.jp/qis/first-quantum/e/forStudents/lecture/index.html>.
171. PRUDNIKOV, A.P., BRYCHKOV, YU. A., MARICHEV, O.I. *Integrals and Series, Special functions*. London: Taylor & Francis, 1992. 750p.
172. PATTINSON, R. *Two Component Bose Einstein Condensates: Equilibria and Dynamics at Zero Temperature and Beyond*: tz de doct. School of Mathematics and Statistics, Newcastle University, United Kingdom, 2014. 163p.
173. KARBOWSKI, J., TURSKI L.A. The Bose-Einstein condensation in random box. În: *Physica A*. 2000, vol. 276, pp. 489–494.
174. ADHIKARI, S.K., GAMMAL, A. Limits of validity for a semiclassical mean-field two-fluid model for Bose-Einstein condensation thermodynamics. În: *Physica A*. 2000, vol. 286, pp. 299–306.
175. KEMPISKI, W., ŻUK, T., STANKOWSKI, J., SITARZ, S. Density and polarizability of liquid ^4He . În: *Low Temp. Phys.* 1988, vol. 14(5), pp. 451–456.

DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII

Subsemnatul, declar pe răspundere personală că materialele prezentate în teza de doctorat sunt rezultatul propriilor cercetări și realizări științifice. Conștientizez că, în caz contrar, urmează să suport consecințele în conformitate cu legislația în vigoare.

BÎZGAN Serghei

Handwritten signature in blue ink, reading "Bîzgan".

Data: 13.03.2020

CURRICULUM VITAE

INFORMAȚII PERSONALE

| | |
|-----------------------|---------------------------------------|
| Nume, Prenume | BÎZGAN Serghei |
| Data nașterii | 12 octombrie 1987 |
| Adresă | Chișinău, Sprâncenoaia 1A, ap. 527 |
| Telefon | +373 69608110 |
| E-mail | bizgan_s@yahoo.com |
| Naționalitatea | Român |



STUDII

- 2007-2010: Studii de licență, specialitatea Fizică, Universitatea de Stat din Moldova
- 2010-2012: Studii de master, specialitatea Fizică Teoretică, Universitatea de Stat din Moldova
- 2012-2016: Studii de doctorat, specialitatea 131.03 - Fizică statistică și cinetică, Universitatea Academiei de Științe a Moldovei

EXPERIENȚĂ PROFESIONALĂ

- 2010 – prezent: cercetător științific în cadrul laboratorului „Optică Cuantică și Procese Cinetice”. Institutul de Fizică Aplicată, Ministerul Educației, Culturii și Cercetării, R. Moldova
- 2017–prezent: profesor de fizică, Instituția Publică Liceul Teoretic Republican „Aristotel”
- 2015 –2017: lector universitar, Universitatea Academiei de Științe a Moldovei, catedra Fizică și Chimie
- 2012 – 2017: profesor de fizică și informatică, Instituția Publică Liceul Teoretic Agricol din Chișinău, Chișinău

DOMENIILE DE INTERES ȘTIINȚIFIC

Optică și mecanică cuantică
Procesarea cuantică a informației

PARTICIPĂRI ÎN PROIECTE DE CERCETARE

- Proiect de cercetare și inovare, Program de Stat, 20.80009.5007.01, 2020-2023
- Proiect NATO SPS EAP SFPP 984890, 2015-2019
- Proiect Național, Tineri cercetători 18.80012.50.33A, 2018-2019
- Proiect STCU 6140, 2016-2018
- Proiect instituțional 15.817.07F, 2015-2019
- Proiect bilateral de mobilitate Italia-Moldova 15.820.18.02.04/It, 2015-2016
- Proiect Național, Tineri cercetători 11.819.05.11F, 2011-2012
- Proiect bilateral Moldova-Belorusia 10.820.05.05/BF, 2010-2011

PUBLICAȚII

Articole în reviste internaționale cu factor de impact – 10

Capitole în monografiile și culegeri internaționale – 3

Articole în culegeri ale conferințelor – 7

Teze ale comunicărilor la simpozioane, conferințe științifice – 20

APTITUDINI LINGVISTICE

Română (maternă), Franceză (nivel intermediar), Rusă (fluent), Engleză (nivel intermediar).