

**UNIVERSITATEA AGRARĂ DE STAT DIN MOLDOVA**

Cu titlul de manuscris

C.Z.U: 631.3+539.3

**ȘEREMET DUMITRU**

**PERFEȚIONAREA METODELOR DE CALCUL AL AJUSTAJELOR  
CUPLELOR TRIBOLOGICE RENOVATE CU MATERIALE ETEROGENE**

**255.02. TEHNOLOGII ȘI MIJLOACE TEHNICE PENTRU INDUSTRIA  
PRODUSELOR AGRICOLE**

Teză de doctor în științe inginerești

Conducător științific:

Marian Grigore, dr. hab., prof. univ.

Autor:

Șeremet Dumitru

**CHIȘINĂU, 2022**

© Șeremet, Dumitru, 2022

## CUPRINS

<b>Cuprins</b> .....	<b>3</b>
<b>Adnotare</b> .....	<b>6</b>
<b>Annotation</b> .....	<b>7</b>
<b>Аннотация</b> .....	<b>8</b>
<b>Lista tabelelor</b> .....	<b>9</b>
<b>Lista figurilor</b> .....	<b>10</b>
<b>Lista abrevierilor și notărilor convenționale</b> .....	<b>13</b>
<b>Introducere</b> .....	<b>15</b>
<b>1. Analiza situației cu privire la metodele de recondiționare ale ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene</b> .....	<b>22</b>
1.1. Stadiul actual al cunoașterii cu privire la asigurarea fiabilității pieselor de mașini recondiționate cu materiale eterogene prin metode tehnologice și de proiectare .....	22
1.2. Unele metode de recondiționare a suprafețelor uzate ale pieselor utilajelor agricole și a ajustajului dintre aceste piese .....	25
1.2.1. Generalități cu privire la metodele de recondiționare a pieselor utilajelor agricole ...	25
1.2.2. Recondiționarea pieselor uzate prin prelucrări mecanice .....	27
1.2.3. Recondiționarea pieselor degradate prin deformări plastice.....	29
1.2.4. Recondiționarea pieselor cu degradări prin sudare și încărcare .....	30
1.2.5. Recondiționare cu materiale compozite pe bază de polimeri.....	31
1.2.6. Recondiționarea prin metalizare.....	35
1.3. Metode de restabilire a ajustajelor .....	39
1.3.1. Generalități cu privire la metodele de restabilire a ajustajelor degradate ale utilajelor agricole .....	39
1.3.2. Particularitățile abordării durabilității asamblărilor ce formează sisteme tribologice renovate în tehnica agricolă.....	41
<b>Concluzii, scopul și obiectivele cercetării</b> .....	<b>43</b>
<b>2. Bazele teoretice ale metodelor de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini</b> .....	<b>45</b>
2.1. Aspecte cu privire la metodologia rezolvării problemelor de interschimbabilitate a pieselor recondiționate în conformitate cu știința preciziilor .....	45
2.2. Elaborarea algoritmului pentru rezolvarea problemelor de limită .....	47
2.2.1. Perfecționare algoritmului pentru probleme de limită de o singură dimensiune .....	47
2.2.3. Metodica aplicării MRIA la calculul problemelor termoelastice de limită de două și trei dimensiuni .....	51
2.2.4. Perfecționarea algoritmului de rezolvare a problemelor elastice de limită cu două și trei dimensiuni (metoda elementelor de influență) .....	51

2.2.5. Metodica aplicării MEII la calculul problemelor elastice de limită cu două și trei dimensiuni.....	54
<b>Concluzii la capitolul 2.....</b>	<b>55</b>
<b>3. Cercetări cu privire la calculul preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor cu strângere alcătuite din piese întregi și cele recondiționate cu materiale eterogene din componența mașinilor agricole.....</b>	<b>56</b>
3.1. Cercetări cu privire la asigurarea preciziei îmbinărilor cu strângere proprie .....	56
3.1.1. Calculul ajustajelor îmbinărilor cu strângere și problemele tensiunilor de contact ....	56
3.1.2. Metode cunoscute folosite la calculul preciziei de asamblare a îmbinărilor cu strângere proprie .....	57
3.2. Perfecționarea metodei de calcul al îmbinărilor alcătuite din piese metalice întregi .....	60
3.2.1. Determinarea câmpului de temperatură în zona de contact a îmbinărilor cu strângere proprie.....	60
3.2.2. Determinarea strângerii îmbinărilor alcătuite din piese întregi metalice .....	62
3.3. Perfecționarea metodei de calcul al strângerii proprii a îmbinărilor recondiționate cu materiale eterogene .....	66
3.3.1. Determinarea câmpului de temperatură în zona de contact a îmbinărilor cu strângere recondiționate cu materiale eterogene.....	66
3.3.2. Determinarea strângerii îmbinărilor alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene.....	68
<b>Concluzii la capitolul 3.....</b>	<b>73</b>
<b>4. Cercetări cu privire la perfecționarea metodelor de calcul al elementelor ajustajelor cu joc din îmbinările alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene.....</b>	<b>73</b>
4.1. Cercetări cu privire la calculul preciziei ajustajelor îmbinărilor cu joc .....	73
4.1.1. Lagărele de alunecare și principii de alegere a toleranțelor și ajustajelor pentru aceste îmbinări.....	73
4.1.2. Analiza metodelor de calcul al preciziei ajustajelor cu joc.....	76
4.2. Tensiunile termice în piese de forma unui dreptunghi cu două laturi lungi (fâșie) .....	77
4.2.1. Teorema despre funcțiile principale Green și formule integrale pentru deplasările termoelastice .....	77
4.2.2. Tensiunile termice explicite ale unei probleme particulare de limită.....	80
4.2.3. Studiu de caz cu privire la construirea graficelor tensiunilor termice normale și tangențiale dintr-o piesă în formă de fâșie, cauzate de o sursă unitară interioară punctiformă de căldură și de un gradient constant de temperatură.....	82
4.3. Tensiunile termice în placa de forma unei semi-fâșii.....	84
4.3.1. Formula de integrare pentru o PL concretă pentru semi-fâșie .....	84
4.3.2. Expresiilor analitice pentru funcțiile Green ale tensiunilor și deformațiile termice ..	87
4.3.3. Studiu de caz referitor la construirea graficelor funcțiilor Green pentru tensiunilor și deformațiile termoelastice în semi-fâșie, create de o sursă unitară punctiformă de căldură ..	88
4.3.4. Formule integrale de tipul Green pentru tensiuni și deformații termoelastice.....	90

4.3.5. Studiu de caz pentru determinarea tensiunilor și deformațiilor termoelastice în piese de tip semi-fâșie .....	91
4.4. Tensiunile termice într-o placă dreptunghiulară .....	96
4.4.1. Deducerea formulei integrale pentru deformațiile termoelastice pentru cazul unei piese în formă de dreptunghi .....	96
4.4.2. Expresiile analitice pentru funcțiile Green ale tensiunilor termoelastice .....	97
4.4.3. Studiu de caz referitor la determinarea tensiunilor termice pentru piese cu suprafețe în formă de dreptunghi .....	100
4.5. Tensiuni termice tridimensionale în piese de forma unui paralelipiped semi-mărginit... ..	103
4.5.1. Teorema despre funcțiile principale Green și formula integrală pentru tensiuni în paralelipipedul termoelastic semi-mărginit .....	103
4.5.2. Aplicarea formulei integrale la rezolvarea unei probleme particulare pentru semi-paralelipipedul termoelastic semi-mărginit. ....	106
4.5.3. Graficele tensiunilor termice tangențiale și normale, create de un flux constant de căldură. ....	109
4.6. Aplicarea metodicii elementelor incompresibile de influență (MEII) la calculul ajustajelor cu joc diametral.....	111
4.6.1. Rezolvarea problemelor de contact pentru îmbinările cu joc renovate cu materiale compozite polimerice .....	111
4.6.2. Studiu de caz cu privire la calculul determinarea unghiului portant $\alpha$ și capacitatea de încărcare P a stratului de polimer.....	115
4.6.3. Studiu de caz cu privire la determinarea unghiului portant $\alpha$ și a jocului diametral $\Delta r$ dacă se cunoaște rezistența la compresiune $\sigma_{rr}$ și capacitatea de încărcare a stratului de polimer P.....	116
4.7. Determinarea tensiunilor, cauzate de un gradient constant de temperatură dat în interiorul dreptunghiului situat într-o semi-fâșie termoelastică.....	117
4.7.1. Formularea problemei și expresiile pentru tensiunile termice .....	117
4.7.2. Graficele tensiunilor termice.....	118
<b>Concluzii capitolul 4.....</b>	<b>119</b>
<b>Concluzii generale și direcții viitoare de cercetare .....</b>	<b>122</b>
<b>Sugestii privind cercetările de perspectivă.....</b>	<b>123</b>
<b>Bibliografie.....</b>	<b>124</b>
<b>ANEXE.....</b>	<b>134</b>
<b>Declarația privind asumarea răspunderii.....</b>	<b>142</b>
<b>Curriculum vitae.....</b>	<b>143</b>

## Adnotare

**Autor – Șeremet Dumitru. Titlul „Perfecționarea metodelor de calcul al ajustajelor cuplelor tribologice renovate cu materiale eterogene”. Teză de doctor în științe inginerești, Chișinău, 2022.**

Lucrarea este compusă din introducere, 4 capitole, concluzii generale și recomandări bibliografice din 127 de titluri, 2 anexe, 124 pagini (până la bibliografie), 28 de figuri, 3 tabele. Rezultatele obținute sunt publicate în 15 lucrări științifice, inclusiv 4 cotate ISI.

**Cuvinte-cheie:** Ajustaj, Clasa de toleranță, Precizie dimensională; Funcții Green; Îmbinări cu strângere, Îmbinări cu joc.

**Domeniul de studiu:** Științe inginerești și tehnologii. Calculul ajustajelor cuplelor tribologice renovate.

**Scopul lucrării:** Îmbunătățirea calității utilajelor agricole reparate prin aplicarea unei metode perfecționate de calcul al ajustajelor cuplelor tribologice renovate cu materiale eterogene prin aplicarea funcțiilor Green.

**Obiectivele cercetării:** Dezvoltarea, promovarea și aplicarea bazelor teoretice referitoare la calculul preciziei geometrice a pieselor de mașini recondiționate prin compensarea uzurii cu aplicarea unor straturi de materiale cu proprietăți speciale și la perfecționarea metodelor propriu-zise de calcul al ajustajelor îmbinărilor alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene, elaborarea unui algoritm de calcul al ajustajelor prin metoda perfecționată.

**Noutatea și originalitatea științifică constă în:**

- abordarea trans-disciplinară a problematicilor referitoare la asigurarea preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor alcătuite din piese recondiționate cu diferite materiale prin completarea cu realizările din domeniile interschimbabilității, mecanicii corpului solid și cu tendințele specifice fiabilității și disponibilității utilajelor agricole supuse intervențiilor de mentenanță;

- analiza critică detaliată a stadiului actual cu privire la metodele de calcul al ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene și căile de perfecționare a acestora;

- perfecționarea bazelor teoretice ale metodelor existente de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini recondiționate și a ajustajelor din aceste piese prin elaborarea unor algoritmi de rezolvare a problemelor de limită mono și multidimensionale cu folosirea ulterioară a acestora la determinarea valorii ajustajelor îmbinărilor cu joc și cu strângere.

**Rezultate obținute care contribuie la soluționarea problemelor științifice importante sunt:** exprimate prin obținerea de cunoștințe noi, valorificate prin elaborarea unei metode originale de calcul al ajustajelor îmbinărilor alcătuite din piese recondiționate care se deosebește de cele existente prin soluționarea problemelor de limită din zona de contact cu aplicarea funcțiilor Green, fapt care a condus la mărirea preciziei de proiectare, celei tehnologice și celei funcționale.

**Semnificația teoretică** se referă la îmbunătățirea calității utilajelor agricole reparate prin perfecționarea metodei de calcul a ajustajelor diferitor îmbinări renovate cu materiale eterogene.

**Valoarea aplicativă a lucrării** constă în posibilitatea folosirii metodei de calcul propuse pentru mărirea preciziei de calcul a ajustajelor îmbinărilor pieselor de mașini renovate și la perfecționarea procesului de instruire a studenților, masteranzilor și doctoranzilor de la specialitățile din domeniul științei și activităților inginerești.

**Implementarea rezultatelor științifice.** Rezultatele obținute pot fi implementate în lucrările de elaborare și proiectare a tehnologiilor de reparație a utilajului agricol.

## Annotation

**Author – Seremet Dumitru. Title- „Improving the methods used to calculate engineering fits of tribological couples renovated with heterogeneous materials". Doctoral Thesis in Engineering Sciences, Chisinau, 2022.**

The thesis consists of the introduction, four chapters, conclusions and recommendations, bibliography of 127 sources, 2 Annexes, 124 pages (up to bibliography), 28 figures, 3 tables. The obtained results are published in 15 scientific papers, including 4 ISI resources.

**Key-words:** Engineering fit, Tolerance class, Dimensional accuracy, Green's functions, Interference fits, Clearance fits.

**Field of study:** Engineering sciences and technologies. Calculation of engineering fits of renovated tribological couples.

**Aim of the paper:** Improving the quality of repaired agricultural equipment by applying an improved method of calculating adjustments of renovated tribological couples with heterogeneous materials by applying Green functions

**Research objectives:** To develop, promote and apply theoretical bases related to the calculation of geometric accuracy for machine parts reconditioned by compensating their wear with the application of material layers, characterized by special properties and improvement of the methods used to calculate joint fits that consist of reconditioned heterogeneous materials, to develop an algorithm used to calculate fits employing the improved method.

**Scientific novelty includes:**

- a transdisciplinary approach for the issues related to the accuracy when designing joint fits made of parts reconditioned utilizing different materials through achievements in the fields of interchangeability, solid body mechanics and with the trends specific to reliability and availability of agricultural machinery subject to maintenance interventions;
- detailed critical analysis of the actual state regarding the methods of calculating joint fits renovated with heterogeneous materials and the ways to improve them;
- improvement of theoretical bases of existing methods used to calculate the geometric accuracy of reconditioned machine parts and fits in these parts by developing algorithms to solve mono- and multi-dimensional boundary problems with their subsequent use when determining the value of fits of clearance and interference joints.

**The obtained results that contribute to solving important scientific problems** are expressed by acquiring new knowledge, capitalized by developing an original method of calculating joint fits made of reconditioned parts that differ from existing ones by solving boundary problems in the contact area with the application of Green's functions, which led to the improved design, technological and functional accuracy.

**Theoretical significance** refers to the quality improvement of the agricultural equipment repaired by improving the method of calculating the fits of different joints renovated with heterogeneous materials.

**Applicative value of the paper** consists in the possibility to use the proposed calculation method to increase the calculation accuracy of joint fits of renovated machine parts and to improve the training process of Bachelor's, Master's and Doctoral students in science and engineering.

## Аннотация

**Автор - Шеремет Думитру. Название - «Совершенствование методов расчета посадок трибологических пар восстановленных разнородными материалами».**

**Диссертация кандидата инженерных наук, Кишинев, 2022.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов и рекомендаций, библиографии из 127 источников, 2 приложений, 124 страниц (до библиографии), 28 фигур, 3 таблиц. Полученные результаты опубликованы в 15 научных трудах, в том числе 4 котированные ISI.

**Ключевые слова:** Посадка, класс точности, размерная точность, функции Грина, соединения с натягом, соединения с зазорами.

**Область исследования:** Технические науки и технологии. Расчет посадок восстановленных трибологических пар.

**Цель работы:** Повышение качества ремонтируемой сельскохозяйственной техники за счет применения усовершенствованного метода расчета поправок отремонтированных трибологических моментов с разнородными материалами с применением функций Грина.

**Задачи исследования:** Разработка, внедрение и применение теоретических основ расчета геометрической точности восстановленных деталей машин путем компенсации износа покрытиями со специальными свойствами и совершенствованию существующих методов расчета посадок соединений из восстановленных деталей, разработка программы для расчета посадок по усовершенствованному методу.

**Научная новизна и оригинальность заключается в:**

- междисциплинарной трактовки вопросов обеспечения точности проектирования посадок деталей, восстановленных различными материалами путем дополнения знаний в области взаимозаменяемости, механики твердого тела, надежности и готовности отремонтированной сельскохозяйственной техники;
- детальный критический анализ состояния методов расчета посадок деталей, восстановленных неоднородными материалами и выявление путей их улучшения;
- совершенствование теоретических основ расчета геометрической точности восстановленных деталей машин и из посадок путем разработки алгоритмов для решения одно- и многомерных краевых задач с их последующим использованием при расчете посадок с зазором и с натягом.

**Полученные результаты, вносящие вклад в решение важных научных проблем,** заключаются в приобретении новых знаний, материализованные путем разработки оригинального метода расчета посадок восстановленных деталей отличающиеся от существующих решением краевых задач в зоне контакта соединения с применением функций Грина, что способствовало повышению проектной, технологической и функциональной точности.

**Теоретическая значимость** заключается в улучшении качества отремонтированной с.-х. техники путем совершенствования метода расчета посадок деталей, восстановленных разнородными материалами.

**Прикладная ценность работы** заключается в возможности использования предложенного метода расчета для повышения точности расчета посадок восстановленных деталей машин и улучшения процесса обучения студентов технических специальностей.

**Внедрение научных результатов:** Полученные результаты могут быть внедрены в работы по разработке и проектированию технологий ремонта сельскохозяйственной техники.



**Lista tabelelor**

Tabelul 1.1. Clasificarea metodelor de recondiționare a pieselor de mașini (pag. 27)

Tabelul A.1. Notări convenționale utilizate pentru efectuarea calculului în Maple 15 (pag. 139)

Tabelul A.2. Rezultatul programării (pag. 140)

## Lista figurilor

Figura 1.1. Clasificarea metodelor de aplicarea a straturilor compensatoare de uzură din MC folosite la recondiționarea pieselor de mașini (pag. 34)

Figura 1.2. Secvențe din timpul recondiționării unui arbore (pag. 36)

Figura 2.1. Schema forțelor unitare (b) și componentelor matricei de deplasări Green în coordonate carteziane și cilindrice (a). (pag. 53)

Figura 3.1. Schema de calcul a strângerilor dintre un arbore tubular și o bucășă (pag. 58)

Figura 3.2. Schema îmbinării prin strângere alcătuită din piese întregi cu caracteristici fizice și mecanice diferite (pag. 60)

Figura 3.3. Schema îmbinării prin strângere alcătuită din piese recondiționate materiale eterogene (pag. 67)

Figura 4.1. Schema fâșiei cu drepte marginale  $\Gamma_{20}$ ,  $\Gamma_{21}$  și cu condițiile mecanice și termice de limită pentru  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $\sigma_{21}$ ,  $\sigma_{22}$  și  $T$  (pag. 82)

Figura 4.2. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}^*$  și  $\sigma_{11}$  în fâșia  $V$  în dependență de  $-30mm \leq \xi_1 \leq 30mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă unitară de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0, x_2 = 5mm$  - (a); și de gradientul de temperatura constant  $T_0 = 50^\circ K$ , care acționează pe segmentul  $-4mm \leq y_1 \leq 4mm$  a dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  - (b) (pag. 84)

Figura 4.3. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}^*$  și  $\sigma_{22}$  în fâșia  $V$  în dependență de  $-30mm \leq \xi_1 \leq 30mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă unitară de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0m, x_2 = 5m$  - (a); și de gradientul de temperatura constant  $T_0 = 50^\circ K$ , care acționează pe segmentul  $-4mm \leq y_1 \leq 4mm$  a dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  - (b) (pag. 84)

Figura 4.4. Graficele tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}^*$  și  $\sigma_{12}$  în fâșia  $V$  în dependență de  $-30mm \leq \xi_1 \leq 30mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , cauzate de o sursă unitară punctiformă de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0mm, x_2 = 5mm$  - (a); și de o temperatură constantă  $T_0 = 50^\circ K$ , aplicată pe segmentul  $-4mm \leq y_1 \leq 4mm$  a dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  - (b) (pag. 85)

Figura 4.5. a) tensiunile normale  $\sigma_{11}^*$  și - b) deformațiile normale termice  $\varepsilon_{11}^*$  în semi-fâșia  $V$  pe segmentele  $0mm \leq \xi_1 \leq 20mm$ ,  $0mm \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă interioară de căldură aplicată în punctul interior  $x_1 = 10mm, x_2 = 5mm$  (pag. 90)

Figura 4.6. Tensiunile normale  $\sigma_{22}^*$  - (a) și deformațiile normale termice  $\varepsilon_{22}^*$  - (b) în semi-fâșia  $V$  pe segmentele  $0mm \leq \xi_1 \leq 20mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă interioară de căldură aplicată în punctul interior  $x_1 = 10mm, x_2 = 5mm$  (pag. 90)

Figura 4.7. a) tensiunile tangențiale  $\sigma_{12}^*$  și b) deformațiile tangențiale termice  $\varepsilon_{12}^*$  în semi-fâșia  $V$  pe segmentele  $0mm \leq \xi_1 \leq 20mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă interioară de căldură aplicată în punctul interior  $x_1 = 10mm, x_2 = 5mm$  (pag. 91)

Figura 4.8. Schema semi-fâșiei cu condițiile mecanice și termice de limită. (pag. 92)

Figura 4.9. Tensiunile termice normale  $\sigma_{11}$  a) și deformațiile termice normale  $\varepsilon_{11}$ - b) în semi-fâșia  $V$  la  $0mm \leq \xi_1, \xi_2 \leq 10mm$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_0 = 50 K$ , care este aplicat pe segmentul  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$ .b (pag. 95)

Figura 4.10. Tensiunile termice normale  $\sigma_{22}$  - a) și deformațiile termice normale  $\varepsilon_{22}$ - b) în semi-fâșia  $V$  la  $0mm \leq \xi_1, \xi_2 \leq 10mm$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_0 = 50 K$  care este aplicat pe segmentul  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  (pag. 96)

Figura 4.11. Tensiunile tangențiale termice  $\sigma_{12}$ - a) și deformațiile tangențiale termice  $\varepsilon_{12}$ - b) în semi-fâșia  $V$  la  $0 \leq \xi_1, \xi_2 \leq 10mm$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_0 = 50K$  care este aplicat pe segmentul  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  (pag. 96)

Figura 4.12. Schema dreptunghiului cu condițiile mecanice și termice de limită (pag. 101)

Figura. 4.13. Graficele tensiunilor termice normale pentru: a)  $\sigma_{11}(\xi)$  ; b) seria lor  $S_{11}(\xi)$  (pag. 103)

Figura 4.14. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}(\xi)$ - a) și seria lor  $S_{22}(\xi)$  - b) (pag. 103)

Figura 4.15. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{12}(\xi)$ - a) și seria lor  $S_{12}(\xi)$  - b) (pag. 104)

Figura 4.16. Schema paralelipipedului semi-mărginit  $V \equiv (0 \leq x_1 < \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2, 0 \leq x_3 \leq a_3)$  cu semi-fâșiile  $\Gamma_{ik}$ ;  $i = 2,3; k = 0,1$  și cu dreptunghiul marginal  $\Gamma_{10}$ . Fluxul de căldură  $S_0 = const > 0$  este aplicat pe segmentul  $(0 \leq y_3 \leq a_3 \cup y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2)$  al semi-fâșiei  $\Gamma_{21}$  (pag. 108)

Figura 4.17. Graficul tensiunilor tangențiale  $\sigma_{12}$ , cauzate de fluxul constant de temperatură  $S_0 = 10^4 W/mm^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$  a semi-fâșiei marginale  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0mm \leq \xi_1 \leq 6mm, 0mm \leq \xi_2 \leq 2mm$  - a) și  $0mm \leq \xi_1 \leq 3mm, 0mm \leq \xi_2 \leq 1mm$  - b) (pag. 111)

Figura 4.18. Graficul tensiunilor normale  $\sigma_{11}$ , cauzate de fluxul constant de temperatură  $S_0 = 10^4 W/mm^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$ , a semi-fâșiei marginale  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0mm \leq \xi_1 \leq 6mm, 0mm \leq \xi_2 \leq 2mm$  - a) și  $0mm \leq \xi_1 \leq 2mm, 0mm \leq \xi_2 \leq 6mm$  - b) (pag. 111)

Figura 4.19. Graficul tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}$ , cauzate de fluxul constant de temperatură  $S_0 = 100 W/m^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$ , a semi-fâșiei marginale  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0 \leq \xi_1 \leq 10mm, 0 \leq \xi_3 \leq 7mm, \xi_2 = 1mm$  - a) și  $\xi_2 = 5mm$  - b) (pag. 112)

Figura 4.20. Graficul tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}$ , cauzate de fluxul de căldură constant  $S_0 = 100 W/m^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$ , a semi-fâșiei  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0 \leq \xi_2 \leq 2m, 0 \leq \xi_3 \leq 5m, \xi_1 = 1m$ , - a) și  $0 \leq \xi_2 \leq 3m, 0 \leq \xi_3 \leq 7m, \xi_1 = 2m$  - b) (pag. 112)

Figura 4.21. Schema de încărcare a stratului din polimer: I – zona de comprimare a stratului de polimer care este figură aplicată arborelui;  $d$  – diametrul interior al piesei metalice –  $d_1$

diametrul arborelui care coincide cu diametrul interior al stratului de polimer;  $d_2$  diametrul exterior al stratului de polimer;  $a$  – deplasarea centrului arborelui;  $\delta$  – deformarea maximă a stratului de polimer;  $2\alpha$  - unghiul de acoperire al zonei de compresie (pag. 113)

Figura 4.22. Schema semi-fâșiei cu segmentul marginal  $\Gamma_{10}$ , și semi-dreptele marginale  $\Gamma_{20}$ ,  $\Gamma_{21}$  și gradientul constant de temperatură  $T_0$  dat în interiorul unui dreptunghi (pag. 118)

Figura 4.23. Tensiunile termoelastice normale  $(\sigma_{11})$  – (a),  $(\sigma_{22})$  – (b) și a tensiunile tangențiale  $(\sigma_{12})$  – (c) din semi-fâșie (pag. 120)

## Lista abrevierilor și notărilor convenționale

1D – unu dimensional

2D – doi dimensional

3D – trei dimensional

AM – abreviere din engleză aftermarket

DTV - dilatarea termoelastice de volum

D- media geometrică a limitelor zonei de dimensiuni

FG – funcția Green

FPGDT - funcțiile principale Green a deplasărilor termoelastice

FGDT- funcțiile Green ale deformațiilor termice softul “Maple 15”

FGEP - funcții Green pentru ecuația Poisson

FGTT –funcții Green ale tensiunilor termice

FPTG – funcții principale termoelastice Green

FPTGD- funcții principale termoelastice Green pentru deplasări

MC – materiale compozite

MCP - materiale compozite polimerice

MECI – metoda elementelor compresibile de influență

MEI – metode elementelor de influență

MEIF – metoda ecuațiilor integrale de frontieră

MEII – metoda elementelor incompresibile de influență

MFG – metoda funcțiilor Green

MRIA – metoda reprezentărilor integrale armonice

PL – problemă de limită

PTL - probleme termoelastice de limită

PEL – probleme elastice de limită

RAM - abreviere din engleză a cuvintelor Reliability, Availability, and Maintainability (Fiabilitate, disponibilitate și mentenabilitate);

R (t) – funcția fiabilității;

TRF – timpul resursei de funcționare;

T – resursa funcționării;

$\alpha$  - un semi-unghi al zonei de compresiune a coeficientului dilatării termice lineare;

$\nu$  - coeficientul lui Poisson;

$\lambda, \mu$  - coeficienții lui Lamé;

$\sigma^*$  - funcții Green ale tensiunilor termice

$\delta$ - deformarea maximă a stratului de polimer;

$\sigma$  - tensiuni termice;

$\xi$  - punctul în care se determină deplasările, tensiunile și deformațiile termoelastice

$\varepsilon$  - deformații termoelastice;

$x$  – punctul de aplicare a sursei unitare punctiforme de căldură.

## Introducere

**Actualitatea și importanța temei abordate.** Creșterea vertiginoasă a numărului de echipamente agricole în ultimii ani, în special celor de mână a doua, impune abordări noi a procesului de mentenanță, abordări bazate pe tehnologii moderne de menținere a siguranței în funcționare, a disponibilității și mentenanței întregului complex de mijloace tehnice folosite în agricultură și ramurile conexe.

Este cunoscut că cca. 50 % din costurile de mentenanță revin procurării pieselor de schimb și consumabilelor. În același timp, consumul de materiale folosite la recondiționarea pieselor uzate este de 15-20 ori mai mic ca în cazul fabricării pieselor noi [6].

Elaborările cercetătorilor din străinătate [98, 33, 99] și din țară în domeniul recondiționării pieselor de mașini uzate permit obținerea unor suprafețe de lucru cu proprietăți fizice și mecanice care asigură o durabilitate a pieselor renovate egală sau mai mare ca a pieselor noi [8,9]. În plus, rezultatele cercetării fondului pieselor și a agregatelor automobilelor, tractoarelor și utilajelor agricole, arată că în mediu 25 ... 40% - sunt bune pentru folosire în continuitate, cca. 20 % - nu pot fi restabilite iar celelalte 40 ... 55% pot fi recondiționate [77]. Reieșind din cele menționate mai sus, în special procentajul majoritar al fondului de piese care pot fi restabilite, cât și costul ridicat al pieselor noi în comparație cu cheltuielile mai mici necesare la recondiționarea pieselor uzate putem concluziona că procesul renovării pieselor utilajului agricol este binevenită, și chiar necesară în condițiile actuale ale pieței.

Fiabilitatea utilajelor agricole renovate crește dacă procesele tehnologice, folosite în mentenanță sunt la nivelul producției de bază sau superioare conform următorilor parametri de bază: asigurarea durabilității prin majorarea rezistenței la uzare a suprafețelor de contact și majorarea durabilității prin folosirea normelor de precizie a ajustajului argumentate teoretico-experimental [95] cât și prin folosirea materialelor performante.

În mentenanța utilajului agricol, alegerea metodei de recondiționare trebuie să se efectueze în concordanță cu metodele de asigurare a interschimbabilității bazată pe principiile fiabilității. La rândul său asigurarea interschimbabilității pieselor recondiționate este, în mare măsură, determinată de alegerea corectă a toleranțelor pieselor recondiționate și a ajustajelor dintre aceste piese.

În virtutea specificului condițiilor de exploatare a utilajului agricol și a multitudinii de metode de recondiționare și de materiale folosite în calitate de strat compensator de uzură, apare necesitatea calculării preciziei ajustajelor îmbinărilor specifice utilajului agricol.

Acest lucru mai este condiționat și de faptul că mentenanța utilajelor agricole este efectuată, de regulă, cu piese AM, adică fabricate de către producător de piese de schimb care sunt mai ieftine

dar au și o calitate scăzută sau cu piese recondiționate la dimensiuni de reparație, care posedă calitate destul de bună, datorită materialelor avansate folosite în calitate de compensator de uzură, însă necesită recalcularea ajustajului dintre piesele îmbinării renovate.

Analiza documentației tehnice referitoare la reparația utilajelor agricole arată că clasele de precizie a pieselor recondiționate și precizia ajustajelor pentru majoritatea îmbinărilor alcătuite din aceste piese nu se calculează pentru parametri concreți de funcționare și pentru materiale concrete folosite în calitate de strat compensator de uzură, dar se stabilesc în baza experienței anterioare și prin metoda similitudinii. Metode universale de calcul al preciziei de proiectare pentru îmbinările nominalizate sau lipsesc, sau sunt imperfecte și nu au obținut o răspândire largă în proiectarea îmbinărilor alcătuite din piese renovate [95].

Reieșind din cele menționate anterior, este evidentă **actualitatea perfecționării metodelor de stabilire a ajustajelor îmbinărilor din utilajele agricole prin calcul**, iar tema de doctorat este motivată și prezintă interes major asupra îmbunătățirii calității asamblărilor din piese recondiționate folosite în mentenanța utilajului agricol.

Lucrarea *Perfecționarea metodelor de calcul al ajustajelor cuplelor tribologice renovate cu materiale eterogene* propune o metodă perfecționată de calcul al interstițiului cuplelor tribologice recondiționate prin diferite metode și cu diferite materiale. Metoda de calcul se bazează pe facilitățile funcțiilor Green și este, pentru prima dată, folosită la calcularea ajustajelor cu strângere și cu joc luând în considerare marea majoritate a factorilor posibili de influență asupra durabilității îmbinărilor renovate.

Tema de doctorat poartă un caracter trans-disciplinar, având tangență cu știința preciziilor pieselor recondiționate și a ansamblurilor din aceste piese, completată cu realizările din domeniul mecanicii corpului solid și tendințele specifice fiabilității și disponibilității utilajelor agricole supuse intervențiilor de mentenanță.

Tema se încadrează în preocupările științifice ale cercetărilor realizate în cadrul mai multor colective de cercetare din țară și străinătate. Astfel, în cadrul Universității Agrare de Stat din Moldova cercetările au fost axate, în special, pe asigurarea fiabilității pieselor recondiționate prin folosirea unor materiale noi cu proprietăți avansate și pe perfecționarea metodelor de compensare a uzurii [109, 110, 88, 103, 12, 7, 31]. Acest lucru se urmărește și în cercetările realizate în străinătate [112, 113, 120, 105, 74 99, 82, 85, 46] și pe plan internațional.

Referitor la asigurarea preciziei de proiectare prin calculul valorilor ajustajelor dintre piesele recondiționate cu diferite materiale cercetările realizate sunt cu mult mai modeste. Metodele folosite în prezent pentru stabilirea claselor de precizie al ajustajelor cu strângere și cu joc sunt bazate, în esență, pe problema Lamé pentru un tub cu pereții groși solicitat de presiuni exterioare



și interioare care nu depind de unghiul polar [75, 106, 14]. În acest caz problema devine axial simetrică, ceea ce înseamnă că deformațiile și tensiunile interioare, de asemenea, sunt axial simetrice.

Metodele bazate pe problema Lamé nu țin cont de un șir de factori prezenți în timpul exploatării utilajelor agricole cum sunt: deplasările din interiorul elementelor tribo-sistemului, temperatura și fluxurile de căldură, sursele de căldură, date în interiorul pereților cilindricului, viteza de rotire a cilindricului care provoacă forțe centrifugale etc.

Primele cercetări cu privire la perfecționare metodelor de calcul al ajustajelor au fost inițiate de V. Șeremet și Gr. Marian [26, 11] prin construirea și folosirea funcțiilor Green, care au propus rezolvarea problemelor de limită ale pieselor recondiționate cu straturi compensatoare de uzură pentru ajustaje alcătuite din piese cilindrice tubulare. Metoda se referă la asamblările când o piesă este metalică iar a doua este recondiționată cu straturi compensatoare de uzură din materiale compozite pe bază de polimeri și nu se ține cont de o serie de factori cum ar fi: sursa interioară de căldură, temperatura, fluxul de temperatură, conductibilitatea termică, coeficientul de dilatare termică a materialului etc.

Situația descrisă a condus la formularea scopului, obiectivelor și ipotezei de lucru a tezei de doctorat.

**Scopul tezei:** Perfecționarea metodelor de calcul al elementelor și ajustajelor formate din ele, renovate cu materiale eterogene prin construirea și aplicarea funcțiilor Green.

Pentru realizarea scopului propus au fost evidențiate obiectivele principale ale cercetării care se referă la calculul preciziei geometrice a pieselor din care rezultă necesitatea perfecționării metodelor propriu-zise de calcul al ajustajelor îmbinărilor alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene (obiectivele specifice sunt prezentate în p.1.4 al prezentei lucrări).

**Ipoteza de lucru.** După studiul literaturii de specialitate și analiza practicilor înaintate din domeniul calculului ajustajelor îmbinărilor alcătuite din materiale eterogene a fost formulată și definită ipoteza de lucru, care presupune posibilitatea măririi preciziei de proiectare a îmbinărilor cu strângere proprie și cu joc, în rezultatul construirii și aplicării funcțiilor Green la calculul valorilor ajustajelor de proiectare.

Confirmarea ipotezei înaintate a fost realizată prin identificarea obiectului de studiu prin prisma sporirii gradului de precizie a metodelor de calcul studiate.

**Obiectul studiului** este metoda de calcul al ajustajelor îmbinărilor alcătuite din piese renovate prin compensarea uzurii cu aplicarea unui strat compensator de uzura care poate fi din diferite materiale și cu anumite proprietăți cerute de condițiile de proiectare, fabricare și exploatare.

**Subiectul cercetărilor** include studierea obiectului de studiu, rezolvarea problemelor de limită mono- și multi-dimensionale, estimarea cantitativă și calitativă a obiectului cercetării prin prisma folosirii funcțiilor Green la calculul ajustajelor cu strângere și cu joc pentru îmbinările renovate, componente ale utilajelor agricole.

**Sinteza metodologiei de cercetare** se bazează pe achiziția de date, informații și cunoștințe pentru abordări sistematice a posibilităților de utilizare a funcțiilor Green în rezolvarea principalelor sarcini determinate de scopul lucrării.

La realizarea cercetărilor teoretice de bază au fost aplicate metode de analiză sistemică și metode matematice; elemente ale teoriei exactității, fiabilității și interschimbabilității. Rezolvarea problemelor necesare pentru calculul ajustajelor s-a efectuat în corelare cu determinarea tensiunilor de contact, iar pentru estimarea efectului temperaturii în zona de contact și în interiorul pieselor componente ale îmbinărilor au fost construite relații matematice necesare pentru determinarea câmpului de temperatură.

La stabilirea clasei de toleranță pentru piesele îmbinării a fost folosită metoda elaborată în teza de doctorat cu privire la stabilirea caracterului ajustajului în dependență de solicitările mecanice, de cele cauzate de forțele centrifugale și de acțiunile termice. Verificarea corectitudinii alegerii clasei de toleranță a fost efectuată prin metoda clasică, folosită în proiectarea ajustajelor reieșind din teoria tensiunilor tangențiale maxime.

**Noutatea științifică** a studiului realizat constă în următoarele:

- abordarea transdisciplinară a problematicii asigurării preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor cu strângere și cu joc alcătuite din piese recondiționate cu diferite materiale. De asemenea, abordarea transdisciplinară s-a completat cu realizările din domeniile interschimbabilității, mecanicii corpului solid și cu tendințele specifice a fiabilității și disponibilității utilajelor agricole supuse intervențiilor de mentenanță;
- perfecționarea bazelor teoretice ale metodelor existente de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini recondiționate și a ajustajelor din aceste piese prin elaborarea unor algoritmi de rezolvare a problemelor de limită uni și multidimensionale cu folosirea metodei reprezentărilor integrale armonice cu obținerea unor noi funcții principale Green pentru ecuația Poisson;
- elaborarea algoritmului pentru stabilirea câmpurilor de toleranță al ajustajelor cu strângere prin calculul strângerii minime funcție de solicitările mecanice, cele cauzate de forțele centrifugale și acțiunile termice bazat pe noile funcții Green construite;
- abordarea principial nouă a calcului ajustajelor cu strângere și a pieselor cu diferite forme geometrice bazată pe construirea unor funcții principale termoelastice Green pentru deformați și tensiuni apărute în piesele îmbinării, exprimate prin funcția Green pentru ecuația Poisson. Cu

ajutorul funcțiilor Green menționate și a formulei integrale de tip Green propuse, au fost rezolvate un șir de probleme particulare noi pentru piese în formă de fâșie, semi fâșie, paralelipiped, cilindru exploatate în condiții termoelastice;

- rezolvarea problemelor de contact cu folosirea Funcțiilor Green pentru îmbinările cu joc diametral renovate cu materiale compozite pentru două cazuri: a) -verificarea corectitudinii alegerii jocului standard de proiectare (clasa de precizie a arborelui și cea a ajustajului) prin determinarea capacității de încărcare  $P$  a stratului compensator de uzură aplicat; b) – proiectarea jocului diametral prin determinarea unghiului portant  $\alpha$  și a jocului diametral  $\Delta_r$ .

**Baza informațională** a tezei constă din 127 surse bibliografice care au stat la baza documentării asupra subiectului studiat și practicei existente în domeniul stabilirii ajustajelor cu strângere și cu joc prin calcul.

**Semnificația teoretică și valoarea aplicativă a cercetărilor** se referă la perfecționarea metodelor de calcul al ajustajelor alcătuite din piese recondiționate prin abordare transdisciplinară completată cu realizările din domeniile interschimbabilității, mecanicii corpului solid și tendințele specifice fiabilității și disponibilității utilajelor agricole supuse intervențiilor de mentenanță.

**Sumarul capitolelor tezei.** Teza este structurată în patru capitole.

**Capitolul I** intitulat „*Analiza situației cu privire la metodele de calcul al ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene*” cuprinde generalități cu privire la asigurarea fiabilității pieselor de mașini recondiționate cu materiale eterogene prin metode tehnologice și de proiectare. În baza analizei efectuate s-a demonstrat actualitatea efectuării unor studii mai profunde referitoare la stabilirea legăturii dintre disponibilitatea și durabilitate pieselor de schimb în dependență de precizia stabilirii câmpurilor de toleranță ale pieselor și ajustajelor renovate, folosite în mentenanța utilajelor agricole.

În baza analizei datelor diferitor autori, referitoare la avantajele și dezavantajele metodelor de calcul al ajustajelor pieselor de mașini, în general și a celor recondiționate, în special, s-au scos în evidență particularitățile metodelor de recondiționare folosite la renovarea utilajelor agricole identificând avantajele și dezavantajele acestora.

În baza analizei metodelor de restabilire a ajustajelor degradate ale utilajelor agricole s-a constatat că, în multe cazuri, după renovare se modifică proprietățile suprafețelor de contact ale cuplului, de obicei, în direcția îmbunătățirii. Această situație motivează necesitatea concretizării câmpurilor de toleranță, atât a pieselor componente cât și a ajustajului în ansamblu, în funcție de condițiile nou create.

În scopul cuantificării ipotezei de lucru înaintate cu privire la posibilitatea majorării durabilității cuplurilor tribologice renovate prin perfecționarea metodei de calcul al ajustajului de proiectare

reieșind din asigurarea durabilității de proiectare, celei tehnologice și de exploatare au fost structurate căile de realizare a obiectivelor trasate prin folosirea funcțiilor Green în calculul ajustajelor cu strângere și cu joc.

**Capitolul II** intitulat „*Bazele teoretice ale metodelor existente de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini*” este axat pe prezentarea elementelor teoretice esențiale pentru continuarea studiului cu privire la asigurarea preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor recondiționate specifice utilajului agricol și elaborării algoritmului pentru calcularea ajustajelor cu strângere și cu joc în limitele teoriei interschimbabilității cu aplicarea transdisciplinară a postulatelor din teoria corpului solid, a teoriilor preciziei, fiabilității și disponibilității echipamentelor reparate.

Analiza și folosirea metodei reprezentărilor integrale armonice, care constă în obținerea funcțiilor principale termoelastice, exprimate prin funcțiile Green pentru ecuația Poisson, au contribuit la elaborarea algoritmilor de rezolvare a problemelor de elasticitate și termoelasticitate, de una, două și trei dimensiuni, folosite în capitolele următoare la rezolvarea problemelor concrete pentru calculul practic al ajustajelor cu strângere, cu joc și a pieselor de diferită formă geometrică.

Formulele teoretice și practice noi de calcul al parametrilor geometrici ai ajustajelor permit luarea în considerare, practic, a tuturor factorilor de influență posibili să apară în timpul montării și exploatării utilajelor respective. Menționăm că, în cazul ajustajelor pentru îmbinările axial simetrice, s-au construit mai multe funcții Green, atât pentru determinarea câmpului de temperatură, cât și pentru stările de tensiuni și deformații elastice și termoelastice. Rezultatele obținute au fost validate prin compararea cu rezultatele obținute prin metoda integrării directe și cu alte rezultate expuse în literatura de specialitate. Comparând metodele existente cu metodele dezvoltate (reprezentărilor integrale armonice și a elementelor incompresibile de influență) și rezultatele obținute în urma aplicării acestor metode, s-a constatat că metodele propuse prezintă avantaje majore față de metodele expuse în literatura de specialitate, inclusiv și asupra metodei integrării directe.

**Capitolul III** intitulat „Cercetări cu privire la calculul preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor cu strângere alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene din componența mașinilor agricole” se concentrează asupra studiului mai profund a problemelor ce țin de asigurarea preciziei de proiectarea a ajustajelor îmbinărilor cu strângere proprie.

Dezvoltarea metodelor de determinare a deformațiilor și tensiunilor termoelastice a condus la elaborarea unei metode noi de calcul al ajustajelor cu strângere corelată cu metoda elementelor incompresibile de influență și metoda reprezentărilor integrale armonice cu posibilitate de a fi deduse în mai multe sisteme de coordonate curb liniare, inclusiv în coordonate polare, cilindrice,

sferice etc., situație întâlnită frecvent în geometria pieselor și ajustaje cuplurilor tribologice renovate cu materiale eterogene.

În același rând, aspectele teoretice dezvoltate în acest capitol au condus la elaborarea unui algoritm cu itinerarul operațiilor necesare pentru rezolvarea problemelor ce țin de calculul strângerii minime al îmbinărilor funcție de solicitările mecanice, cele cauzate de forțele centrifugale și acțiunile termice cu considerarea deformațiilor cauzate de distrugerea microreliefului și alți factori de influență.

Veridicitatea metodei elaborate a fost demonstrată prin calcule pentru condiții concrete ale îmbinărilor cu strângere proprie efectuat cu ajutorul unui algoritm de calcul al ajustajului minim cu folosirea facilităților *Maplesoft 15* care poate fi folosit pentru toate cazurile de solicitări posibile de a fi prezente în îmbinările cu strângere proprie.

**Capitolul IV** intitulat „Cercetări cu privire la perfecționarea metodelor de calcul al elementelor ajustajelor cu joc din îmbinările alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene” prezintă un model matematic de calcul și verificare al ajustajelor cu joc bazat pe rezolvarea unei probleme noi de contact de două dimensiuni. Modelul matematic elaborat prezintă un sistem din trei ecuații care ne-a permis să rezolvăm patru probleme practice întâlnite în proiectarea și verificarea ajustajelor cu joc renovate cu materiale compozite prin calcularea separată sau în combinații a unghiului zonei portante  $\alpha$  a îmbinării proiectate, a jocului diametral  $\Delta_r$  dintre arbore și alezaj, a capacității de încărcare a stratului compensator de uzură aplicat  $P$  și a rezistenței la compresiune a stratului compensator de uzură aplicat  $[\sigma_r]$ .

# 1. Analiza situației cu privire la metodele de recondiționare ale ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene

## 1.1. Stadiul actual al cunoașterii cu privire la asigurarea fiabilității pieselor de mașini recondiționate cu materiale eterogene prin metode tehnologice și de proiectare

Fiabilitate, disponibilitate și mentenabilitatea (RAM) sunt atribute de siguranță în funcționarea utilajelor agricole pe întreg ciclul de viață al acestora. La rândul său, siguranța în funcționare a utilajelor agricole după intervențiile de mentenanță, în mare măsură, este asociată cu noțiunile de durabilitate și interschimbabilitate a pieselor de schimb folosite în procesul de mentenanță.

La mod general, fiabilitatea utilajelor agricole are două aspecte: calitativ și cantitativ.

*Din punct de vedere calitativ*, fiabilitatea reprezintă proprietatea utilajului agricol de a-și menține, de-a lungul unei anumite perioade de timp și în anumite limite, toți parametrii care caracterizează capacitatea de îndeplinire a funcțiilor într-un sistem de condiții specificate de utilizare, mentenanță, transportare și păstrare [11].

*Din punct de vedere cantitativ*, fiabilitatea este determinată de funcția  $R(t)$  care exprimă probabilitatea că timpul (resursa) de funcționare (TRF) să depășească timpul (resursa) prescris ( $t$ ):  $R(t) = P(TRF > t)$  [3]. Probabilitatea că între momentele  $0$  și  $t$  nu va apărea nici un refuz este descrisă de următoarea expresie:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (1.1.1)$$

în care  $F(t)$  este funcția de repartiție a refuzului.

În ingineria mentenanței utilajelor agricole fiabilitatea este percepută ca capacitatea de a furniza servicii de mentenanță preventivă și corectivă care pot fi de încredere definitivă într-o perioadă de timp. Pentru utilajul agricol este foarte important ca fiabilitatea obținută în procesul de menținere să asigure disponibilitatea necesară a utilajului respectiv. Referitor la utilajele agricole prin disponibilitate se are în vedere gradul de satisfacere a condițiilor pentru care a fost realizat, probabilitatea că acestea să poată fi utilizate atunci când beneficiarul are nevoie de el, adică într-un moment dat sau într-un interval de timp specificat [4].

În același rând, asigurarea disponibilității utilajelor agricole nu poate fi separată de mentenabilitatea utilajului respectiv, durabilitatea și interschimbabilitatea pieselor de schimb folosite în procesul de mentenanță.

Conceptele disponibilitate, fiabilitate și mentenabilitatea pot fi exprimate prin următoarea expresie [12. 44]:

$$A(t) = R(t) + [1 - R(t)] \cdot M(t) \quad (1.1.1)$$

în care  $A(t)$  reprezintă disponibilitatea,  $R(t)$  - fiabilitatea, iar  $M(t)$  - mentenabilitatea.

Funcția  $F(t) = 1 - R(t)$  - funcția de non-fiabilitate exprimată prin probabilitatea de defectare.

Pentru calculul disponibilității se utilizează expresia (Biolini, 2017 pg. 178-179):

$$A(t) = \frac{MTBF}{MTBF+MTTR} \quad (1.1.2)$$

în care MTBF (acronimele de la Mean time between failure) reprezintă media timpului dintre defecțiuni; MTTR (acronimele de la Mean time to repair) – media timpului de indisponibilitate cauzat de necesitatea remedierii defecțiunii (timpul operațional de reparare + timpul auxiliar).

În funcție de scopul urmărit se folosesc următoarele forme ale disponibilității: disponibilitate tehnică, disponibilitate de mentenanță, disponibilitate tehnologică și disponibilitate funcțională.

Pentru asigurarea exploatarei eficiente a utilajelor agricole este foarte important ca restabilirea funcționării normale a utilajelor respective să se producă în termeni cât mai restrânși. Această caracteristică se estimează prin coeficientul disponibilității care se exprimă prin următoarea relație matematică adoptată după:

$$K_d = \frac{MTTR}{MTOR} \quad (1.1.3)$$

în care MTOR este – media timpului operațional de mentenanță.

Formula (1.3) se aplică pentru calcul disponibilității pentru o anumită perioadă de timp. În diferite ramuri industriale, în electronică, automatică, telecomunicații etc., de regulă, disponibilitatea se determină pentru un an sau pentru perioadele dintre reparațiile capitale sau curente. Pentru utilaje agricole care se folosesc sezonier, cum sunt combinele, semănătoarele, plugurile etc. este extrem de important ca disponibilitate să fie cât mai mare în perioada când se folosesc utilajele respective, adică a semănătoarelor în timpul semănatului, a combinelor – în timpul recoltării, a plugurilor – în timpul aratului etc.

În asigurarea disponibilității utilajelor agricole rolul decisiv, este determinat de durabilitatea și interschimbabilitatea acestora.

*Durabilitate* pieselor de schimb este una din proprietățile de bază a fiabilității și disponibilității utilajelor agricole și reprezintă proprietatea acestora de a-și păstra capacitatea de lucru până la apariția stării limită pentru sistemul de mentenanță stabilit.

*Interschimbabilitatea* pieselor de schimb este proprietatea care exprimă capacitatea de a fi montate în ansamblul sau agregatul respectiv, în procesul de mentenanță sau exploatare, fără a necesita ajustări sau prelucrări suplimentare, independent de întreprinderea unde a fost fabricat acest produs.

Alăturarea celor două concepte, *Durabilitate* (determinată de intensitatea uzării) și *Interschimbabilitate* (asigurată de precizia geometrică și dimensională) este necesar să se facă prin prisma unei analize complexe interdisciplinare cu implicații în *metodologia de proiectare* bazată

pe totalitatea metodelor de cercetare a durabilității funcție de proprietățile fizico-mecanice și de precizia parametrilor geometrici ai sistemului tribologic renovat.

Pentru repararea utilajelor agricole se folosesc cinci categorii de piese de schimb: OE - Original Equipment; OEM - Original Equipment Manufacturer; AM – aftermarket; piese de schimb din dezmembrări și piese de schimb recondiționate.

*Piese de schimb OE* sunt cele mai scumpe, dar și cele mai sigure, deoarece sunt piesele folosite pe liniile de asamblare la producător. Pe aceste piese sunt imprimare logo-urile producătorului utilajului și fabricantului piesei.

*Piese OEM*, de asemenea, sunt piese de calitate, au aceleași caracteristici ca piesele OE fiind fabricate de fabricanți licențiați de către firmele producătoare de utilaj. Aceste piese sunt identificate doar prin logo-ul producătorului și prin codul piesei.

*Piese AM* sunt fabricate după o licență a celor originale, însă calitatea lor este mai joasă ca a celor originale, fiind și mai ieftene. Prețul scăzut, în multe cazuri se explică prin folosirea materialelor mai ieftene dar și de calitate scăzută. În multe cazuri precizia de fabricație nu corespunde în tocmai preciziei de proiectare. Pe aceste piese este marcat codul piesei.

*Piese de schimb din dezmembrări* sunt piesele la mâna a doua, scoase de pe utilaje scoase din exploatare. De regulă, aceste piese au un grad sporit de uzură fizică sau de oboseală, motiv pentru care în repararea utilajelor agricole se folosesc doar în cazuri de urgență.

*Piese de schimb recondiționate* sunt piesele uzate readuse într-o stare de utilizare convenabilă din punct de vedere al raportului calitate/preț.

Studiul proprietăților fizice și mecanice ale pieselor de mașini renovate au fost consacrate foarte multe lucrări [109, 110, 108, 98, 11, 15] în care se prezintă avantajele și inconvenientele diferitor metode de recondiționare a pieselor de mașini cu prezentarea proprietăților straturilor superficiale și estimarea durabilității pentru diferite condiții de exploatare.

Referitor la argumentarea preciziei de proiectarea a pieselor și îmbinărilor renovate, la ziua de astăzi, s-au stabilit recomandări și norme tehnice privind alegerea și calcularea ajustajelor bazate pe experiența anterioară și pe rezultatele cercetărilor științifice și calculelor de laborator.

Conform acestor recomandări și norme, clasele de toleranțe și ajustajele îmbinărilor se determină în concordanță cu caracteristicile de destinație, fiabilitate, tehnologicitate, standardizare și unificare. În același timp, clasele de toleranțe și ajustajele selectate trebuie să asigure posibilitatea de realizare a elementelor respective în condiții tehnico-economice accesibile în procesul de exploatare și mentenanță.

Un moment important în stabilirea claselor de toleranțe și a câmpului ajustajelor este legat de caracterul instabil al valorilor inițiale, adică este dependent de variația în timp a dimensiunilor



efective, fapt care impune un șir de condiționări în faza de stabilire a claselor de toleranțe și care nu sunt complet luate în considerare.

Din cele menționate rezultă actualitatea efectuării unor studii mai profunde referitoare la stabilirea legăturii dintre disponibilitatea și durabilitate pieselor de schimb în dependență de precizia stabilirii câmpurilor de toleranță ale pieselor și ajustajelor renovate, folosite în mentenanța utilajelor agricole.

## **1.2. Unele metode de recondiționare a suprafețelor uzate ale pieselor utilajelor agricole și a ajustajului dintre aceste piese**

### ***1.2.1. Generalități cu privire la metodele de recondiționare a pieselor utilajelor agricole***

*Recondiționarea* este un proces tehnologic prin care caracteristicile de funcționare și resursa tehnică a unui obiect se readuc la starea proiectată de fabricație sau de recondiționare prin restabilirea parametrilor geometrici și a caracteristicelor fizice și mecanice la valorile stabilite de către documentația tehnică [11].

Recondiționarea pieselor de mașini este una din resursele importante de eficientizare a mentenanței utilajelor agricole, deoarece multe din acestea pot fi readuse în stare de bună funcționare cu cheltuieli semnificativ mai mici ca în cazul pieselor de schimb noi. Acest lucru se explică, în primul rând, prin posibilitatea folosirii în calitate de materie primă a pieselor uzate care costă cu 70-75% mai puțin ca materialul brut folosit la fabricarea pieselor de schimb și, în al doilea rând, prin micșorarea volumului manoperei, întrucât se prelucrează numai suprafețele care au fost uzate [108].

Pentru asigurarea rentabilității mentenanței este necesar să se aleagă metoda cea mai potrivită de recondiționare pentru fiecare piesă concretă și pentru condiții concrete de producere. Bunele practici de folosirea a pieselor recondiționate în mentenanța utilajelor agricole au condus la structurarea metodelor de recondiționare în două clase de bază [81, 82]:

1. Cu modificarea dimensiunilor inițiale a piesei renovate;
2. Cu restabilirea dimensiunilor inițiale a pieselor recondiționate.

În ambele situații este necesar să se restabilească ajustajul inițial al îmbinării, iar în unele cazuri poate apărea situația când este necesar de modificat ajustajul în virtutea folosirii unor materiale noi cu proprietăți speciale, superioare celor ale pieselor noi.

*Metodele de recondiționare a pieselor uzate din prima grupă* se bazează pe restabilirea caracterului îmbinării prin prelucrări mecanice a piesei de bază. Prelucrarea se efectuează la o anumită dimensiune corespunzătoare unei trepte de reparație cu condiția asigurării preciziei de formă și celei dimensionale cerute de către normele tehnice de proiectare, iar piesa conjugată se înlocuiește cu alta nouă. Prin această metodă principiul interschimbabilității se păstrează parțial,

doar în limitele treptei de reparație, iar în cazul dimensiunilor de reparație libere, principiul interschimbabilității în genere, nu se respectă.

*Metodele de recondiționare din a doua grupă* constau în restabilirea caracterului îmbinării prin introducerea unei piese noi sau prin adaos de material care trebuie să compenseze atât valoarea uzurii cât și adaosul necesar pentru prelucrare înainte de aplicarea stratului compensator de uzură și adaosul necesar pentru prelucrarea finală.

Adaosul de material are două funcții importante: prima – crearea condițiilor pentru restabilirea geometriei piesei uzate în limitele impuse de către precizia de proiectare și, a doua, - crearea unor condiții de restabilire a caracteristicilor de exploatare capabile să asigure durabilitatea necesară a pieselor recondiționate și a îmbinărilor în ansamblu. Se consideră că piesele recondiționate sunt bune pentru utilizare dacă durabilitate lor constituie cel puțin 75 % din durabilitatea pieselor noi [11].

Cei mai importanți parametri geometrici care necesită estimare în procesul de recondiționare sunt poziția reciprocă a elementelor pieselor recondiționate și a îmbinării în întregime, clasa de toleranță dimensională, abaterile de formă, ondulația și rugozitatea suprafețelor renovate.

Principalele caracteristici de exploatare sunt rezistența la uzare a suprafețelor aflate în contact tribologic, rezistența la oboseală, rigiditatea piesei, repartizarea masei în jurul axei de rotație și inerție [82]. La rândul său, durabilitate, în mare măsură, este determinată de metoda prin care se aplică și se prelucrează materialul compensator de uzură (MCU) și de calitatea materialului aplicat pe suprafețele degradate.

Au fost realizate mai multe studii referitoare la argumentarea alegerii metodei de recondiționare Șadricev [123], Petrov [109], Volovik [72], Pucin [112, 113], Cernoivanov [120, 121], Tomescu [30], Ionuț [5], Lupescu [6], Paraschiv [19] însă subiectele ce țin de argumentarea preciziei îmbinărilor alcătuite din materiale eterogene și-au găsit concretizare într-un număr destul de limitat de cercetări. În majoritatea cazurilor se apelează la metodele standarde de calcul al ajustajelor renovate [67].

În tabelul 1.1 se prezintă clasificarea metodelor de recondiționare a pieselor uzate care au obținut răspândire mai mare în mentenanța utilajelor agricole în funcție de esența fizică a procesului de recondiționare.

**Tabelul 1.1. Clasificarea metodelor de recondiționare a pieselor de mașini**

Nr. grupă	Grupa	Metoda
1	Prelucrări mecanice	1. Prelucrare la trepte de reparații
		2. Bucșare
		3. Montarea unor garnituri suplimentare
2	Deformări plastice	1. Refulare și mandrinare
		2. Îndreptări
		3. Moletare
		4. Prelucrări la cald
3	Sudare și încărcare	1. Sudare oxiacetilenică
		2. Sudare electrică
		3. Sudarea sub strat protector
		4. Sudare cu electrod vibrator
4	Metalizare	1. În arc electric
		2. Cu gaze
		3. Cu curenți de înaltă frecvență
		4. Cu topire în jet de plasmă
		5. flacără de oxigen cu viteză ridicată
5	Aplicarea materialelor compozite polimerice	1. Din fâșii
		2. Din topitură
		3. Din granule
		4. Din pulbere
6	Metode electrochimice	1. Cromare
		2. Fierarea
		3. Cuprarea
		4. Zincarea
		5. Nichelarea

### ***1.2.2. Recondiționarea pieselor uzate prin prelucrări mecanice***

Prima grupă din clasamentul prezentat în tabelul 1.1 – *Prelucrări mecanice* reprezintă metodele de recondiționare prin care ajustajele se refac doar prin prelucrări mecanice. Astfel *metoda treptelor de reparații* include restabilirea formei geometrice și preciziei piesei de bază prin

strunjire, rectificare, alezare sau alte metode de prelucrare mecanică, iar a doua piesă conjugată este executată special la dimensiuni de reparație, de exemplu, fusele arborilor cotiți și cuzineții, cilindrul motor cu pistoanele și segmentii de piston, bolțul și pistonul etc.

*Metoda bușării* este folosită destul de des datorită faptului că este simplă și nu necesită utilaje speciale pentru realizare. Constă în prelucrarea suprafeței uzate la o dimensiune nouă pentru a fi adusă la forma geometrică corectă. Pe suprafața prelucrată cu anumită precizie se montează o bușă care se fixează prin lipire, sudare sau presare. Bucșa are dimensiune liberă mai mare, în cazul arborilor, sau mai mică, în cazul alezajelor ca cea nominală de proiectare.

A doua suprafață conjugată, de asemenea, se prelucrează până la scoaterea completă a stratului degradat. Prelucrarea se efectuează prin operații de așchiere care asigură parametrii de precizie a ajustajului cerută de condițiile de exploatare. În unele cazuri este necesar de recalculat câmpurile de toleranță reieșind din proprietățile materialelor folosite la confecționarea bușei. De asemenea este necesar să se calculeze valoarea strângerii bușei cu piesa de bază [19].

Un alt aspect al bușării este că din cauza imperfecțiunii stării suprafețelor prelucrate (micro rugozități), suprafața reală de contact este mult mai mică decât cea teoretică. Acest fapt impune necesitatea de a prelucra cât mai fin suprafețele recondiționate, iar la momentul de calcul al strângerilor trebuie să se ia în considerație rugozitatea suprafețelor de contact.

Forța specifică de presare pe suprafața de contact depinde de mărimea strângerii și de modulul de elasticitate al materialelor folosite. La solicitări foarte mari strângerea trebuie să fie mare. În acest scop presarea bușei se face după încălzirea prealabilă a acesteia.

Principalul neajuns al metodei este micșorarea rezistenței mecanice a construcției din cauza micșorării grosimii pereților după prelucrarea mecanică. În plus recondiționarea repetată a pieselor nu este posibilă [14, 15].

*Montarea garniturilor suplimentare* se folosește pentru remedierea suprafețelor plane degradate ale unor îmbinări fixe. Uzura suprafețelor de contact se compensează prin folosirea unor garnituri sau șaibe cu anumite dimensiuni.

Compensatoarele se folosesc la repararea cilindrilor de motor, scaunelor cu supape, axelor și arborilor, etc. De obicei compensatorul se confecționează din același material ca și piesa de baza. Avantajele metodei constau în: recondiționarea pieselor cu un grad mare de uzură; nu necesită utilaje speciale.

Metoda poate fi folosită pentru recondiționarea pieselor din oțel, fonta și aliaje neferoase, care nu mai pot fi recondiționate la dimensiuni de reparație sau au ajuns la ultima treaptă de reparație.

Metoda încărcării cu material constă în încărcarea cu diferite materiale de adaos a suprafețelor uzate ale pieselor și prelucrarea lor după încărcare la dimensiunile nominale.

### ***1.2.3. Recondiționarea pieselor degradate prin deformări plastice***

*Recondiționările prin deformări plastice* se bazează pe utilizarea rezervei de material a piesei supuse recondiționării și pe proprietatea materialului de a-și schimba dimensiunile și forma sub acțiunea unor forțe exterioare în urma cărora au loc deformații plastice sau remanente a suprafețelor care trebuie renovate. În rezultatul acestui procedeu se schimbă structura și unele proprietăți fizice și mecanice ale materialului din care este confecționată piesa.

Procesul tehnologic presupune două operații obligatorii: schimbarea formei și dimensiunilor prin deformare plastică și prelucrarea suprafețelor deformate la dimensiunile finale. În multe cazuri mai este necesară și tratarea termică înainte de operația de deformare plastică și după deformarea plastică, iar în unele cazuri și după prelucrarea mecanică.

Cele mai răspândite procedee de deformare plastică sunt *refularea* (mărirea diametrului exterior al arborelui sau micșorarea diametrului interior al alezajului), *mandrinarea* (micșorarea grosimii piesei fără schimbarea înălțimii), *îndreptarea* (scoaterea defectelor ce țin de coaxialitate, planeitate, poziționare etc. bazată pe proprietatea de deformare plastică a materialelor), *moletare* (când direcția de deformare a materialului este opusă forței de acționare din exterior, de exemplu recondiționarea canelurilor, a roților dințate).

Operația de deformare plastică se poate efectua cu sau fără încălzirea piesei supuse recondiționării. În cazul recondiționării prin deformări plastice la cald piesa se încălzește până la temperatura de cca 1000°C și se modifică prin una din metodele descrise anterior. Piesa se lasă apoi să se răcească lent, după care este supusă prelucrării mecanice și tratamentului termic [111]. Pe măsura executării acestui proces, mărimile piesei se controlează cu ajutorul șabloanelor sau a instrumentelor de măsură.

*Recondiționare prin deformare la rece* se execută la temperaturi inferioare celei de recristalizare. În rezultatul deformărilor plastice se produce și ecruisarea suprafețelor prelucrate ce conduce la durificarea acestora. Piesele cu deformații mari, de regulă, sunt tratate termic pentru stabilizarea structurii. Piesele metalice uzate care nu pot fi recondiționate se topesc și se reciclează în piese brute [90]. Principalul neajuns al acestei metode este schimbarea proprietăților fizico-mecanice în rezultatul deformărilor și schimbarea preciziei suprafețe care nu au fost supuse deformațiilor, lucru care, în multe cazuri necesită revizuirea câmpurilor de toleranță ale ajustajelor îmbinărilor din piesele recondiționate prin deformări plastice.

#### ***1.2.4. Recondiționarea pieselor cu degradări prin sudare și încărcare***

Recondiționarea prin sudare și încărcare se folosește pentru obținerea unor îmbinări nedemontabile și pentru compensarea uzurii prin depunerea unei cantități de metal pe suprafețele degradate. Se bazează pe intensificarea legăturilor de coeziune dintre materialul piesei de bază și a materialului de aport datorită încălzirii locale până la temperaturi de plasticizare sau topire, cu sau fără intervenția forțelor exterioare.

Este una din metodele folosite, practic, în toate atelierele de mentenanță a tehnicii datorită universalității, simplității utilajului, accesibilității și productivității ridicate a acesteia. Se folosește sudarea electrică și oxiacetilenică. În condițiile Republicii Moldova sudarea este pe larg utilizată la recondiționarea pieselor cu degradări sub formă de ruperi sau fisuri și mai puțin ca strat compensator de uzură.

Procesul de lichidare a degradărilor în formă de ruperi, fisuri și alte tipuri de discontinuități constă în îndepărtarea mecanică a stratului defect din zona degradată și completarea golului format cu metal topit prin sudare. Pentru mărirea rezistenței mecanice construcția poate fi consolidată cu folosirea unor petici suplimentare care se sudează în zona supusă recondiționării.

Sudarea electrică se folosește în cazul pieselor de oțel, iar cea oxiacetilenică pentru recondiționarea pieselor din fontă și alte aliaje neferoase. Cel mai des se întâlnește la lichidarea crăpăturilor și fisurilor, la consolidarea diferitor elemente ale organelor de mașini, la compensarea unor uzuri mari.

*Procesul recondiționării prin încărcare sub strat de flux* este următorul: electrodul și metalul de bază la încălzire formează o baie de metal topit care se deplasează în sens invers direcției sudării, deplasare care se face sub acțiunea jetului de gaze emanate de arcul electric. Fluxul topit izolează de aer zona de sudură și coloana arcului, astfel împiedicând formarea oxizilor [112, 113]. Electrocul se deplasează spre stânga, proces în timpul căruia se umple cavitatea creată de arcul electric. Fluxul care acoperă partea superioară a piesei încetinește răcirea metalului supraîncălzit, influențând astfel procesul de formare a structurii materialului din zona sudată. Prin această metodă se pot suda piese cu diametrul minim de 35 mm. Avantajul metode este că, datorită curgerii metalului topit, se poate aplica pentru recondiționarea pieselor cu diametrul mai mare de 50mm. Recondiționarea prin sudare sub strat de flux se poate efectua semi-automat și automat, ce o face atractivă la recondiționarea fisurilor pentru rulmenți, axe, arbori etc.

Recondiționarea prin sudare cu electrod vibrator se bazează pe folosirea unui mecanism vibrator care produce conectări și deconectări periodice ale electrodului cu piesa. În timpul încărcării cu material temperatura piesei nu depășește  $80^{\circ}\text{C}$ , neinfluențând structura materialului.

Prin folosirea unei sârme electrod cu conținut ridicat de carbon (0,8%) se obțin structuri dure, excluzând astfel necesitatea tratamentelor termice. La o trecere a sârmei electrod se obțin depuneri de grosimi variabile în limite mari (0,5 – 3 mm) permițând recondiționarea pieselor cu mărime diferită a uzurilor. În timpul procesului se folosește răcirea cu apă, glicerină sau carbonat de sodiu. Proprietățile metalului depus depind de regimul de lucru, ales în funcție de diametrul piesei și de grosimea stratului care se depune [19]. Prin această metodă se pot încălca piese cu diametrul minim de 15 mm. Procedul poate fi aplicat atât la suprafețe interioare cât și exterioare ale pieselor din fontă cenușie și fontă maleabilă (butucii osiilor din față și din spate, carcasa diferențialului etc.). Se recomandă încălcarea pieselor care nu sunt supuse la sarcini dinamice mari.

În rezultatul analizei metodelor de recondiționare prin sudare și încălcare se desprind și unele dezavantaje printre care se pot aminti:

- calitatea recondiționării de depinde foarte mult de calificarea și atenția personalului uman
- în rezultatul încălzirii locale apar condiții de recristalizare, de apariție a tensiunilor interne și a deformațiilor;
- la sudarea unor aliaje pot apărea transformări fazice, de exemplu, la sudarea fontei, grafitul poate să se transforme în cementită fapt care influențează foarte mult proprietățile pieselor recondiționate;
- grosimea straturilor depuse este neuniformă, cu abateri semnificative de la forma cerută ceea ce reclamă prelucrări mecanice ulterioare și consum suplimentar de material;
- este destul de dificil de depistat defectele interne care pot apărea în procesul aplicării materialului de aport;
- în multe cazuri, în special în cazul îmbinărilor cu precizie ridicată este necesar să se concretizeze câmpurile de toleranță, deoarece se schimbă natura materialelor suprafețelor de contact ajustate.

#### ***1.2.5. Recondiționare cu materiale compozite pe bază de polimeri***

*Recondiționarea pieselor cu materiale compozite polimetrice (MCP)* este o metodă relativ nouă utilizată în mentenanța utilajelor agricole. În domeniul mentenanței diferitor mașini și echipamente prezintă o concurență serioasă metodelor tradiționale cum sunt sudare, lipirea, încălcarea, prelucrărilor mecanice și deformărilor plastice [70]. Folosirea MCP la recondiționarea pieselor uzate în comparație cu alte metode permite o micșorare a volumului de lucru cu 20...30%, a prețului de producție la reparație cu 15...20% și consumul de materiale cu 40...50% [91]. De asemenea, se creează condiții favorabile pentru înlocuirea pieselor metalice cu cele fabricate sau

recondiționate cu din materiale compozite polimerice cu un preț de producție de 3...10 ori mai mic ca în cazul pieselor metalice [70].

Folosirea corectă a materialelor compozite pe bază de polimeri conduce la micșorarea greutateii pieselor recondiționate, majorarea rezistenței la uzare, micșorarea fretting-coroziei în zona de contact, creșterea durabilității îmbinărilor renovate.

Schimbarea unei suprafețe de contact metalice cu una placată cu materiale compozite polimerice prezintă un șir de avantaje extrem de importante pentru asigurarea durabilității îmbinărilor renovate cum sunt: creșterea silențiozității în timpul exploatării, lubrifiere mai ușoară, posibilitatea exploatării la viteze mai mari [7].

Recomandări cu privire la renovarea organelor de mașini cu materiale compozite polimerice au fost elaborate de mai mulți autori, începând cu decadă a șasea a secolului trecut . Primele tehnologii de recondiționare a pieselor uzate se refereau la aplicarea materialelor polimerice pe baza rășinilor epoxidice [93, 71] și al. Metoda se deosebește prin universalitate, simplitate, accesibilitate, costuri scăzute, piesele recondiționate cu rășini epoxidice posedă, rezistență la factorii de mediu și la coroziune, sunt neutre în contact cu alt materiale, se folosesc în diapazon de temperaturi destul de larg ( $-70...+120^{\circ}\text{C}$ ). Din dezavantaje se pot menționa: îmbinările cu rășini epoxidice sunt toxice, fragile, micșorarea durabilității îmbinării odată cu creșterea grosimii stratului depus, necesită folosirea rapidă a materialului depus [102].

Următoarea etapă cu privire la folosirea materialelor compozite pentru recondiționarea pieselor de mașini a început odată cu folosirea etanșajilor anaerobi de tipul ГТН – 150(В), ГНВ – 150(В), АН6В6, 6Ф – 6 АН – 6, ФР – 103Б УГ – 7 și al. [125, 91, 74], care prezintă niște sisteme din mai multe componente pe bază de poliacrili și care sunt capabile să rămână în starea inițială o perioadă lungă de timp, și să se solidifice rapid la lipsirea de contact cu oxigenul din aer. Recondiționarea cuplelor tribologice cu ajutorul pastelor ermetice prezintă un șir de avantaje cum ar fi: prețuri reduse de producție, nu prezintă necesitatea utilajelor de ultima generație etc. În același timp aceste materiale posedă și un șir de dezavantaje ca: tendință spre îmbătrânirea rapidă a materialului, ce duce la schimbarea proprietăților fizico-mecanice ale stratului compensator, implicit și a îmbinării în ansamblu.

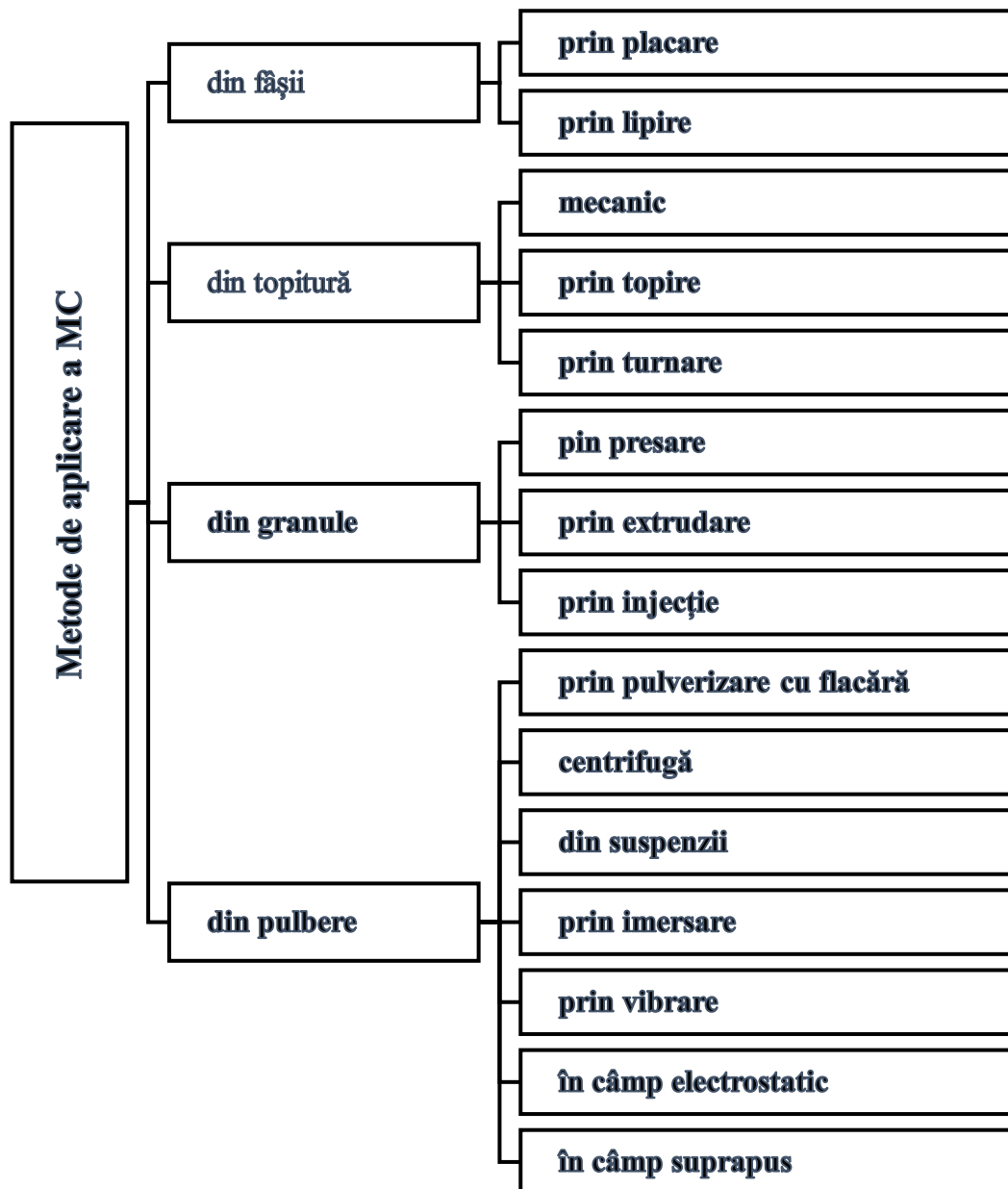
În ultimul timp a obținut răspândire folosirea pentru recondiționarea pieselor de mașini a compozitelor pe bază de polimeri termoplastici. Însă proprietățile specifice ale termoplastelor necesită abordări individuale pentru fiecare caz concret. În mod special este necesar să se fundamenteze metoda de aplicare și componența materialului de aport. De asemenea este foarte important să se aibă în vedere comportarea materialului de bază și cel aplicat în timpul funcționării organelor de mașini renovate.



La ziua de astăzi, pentru aplicarea straturilor compensatoare de uzură pe suprafețele degradate ale pieselor componente ale utilajelor agricole, au obținut răspândire mai largă următoarele metode: din fășii, din topitură, din granule și din pulbere. În figura 1.1 se prezintă clasificarea mai detaliată a metodelor de aplicare a materialelor compozite termoplastice folosite la recondiționarea pieselor de mașini.

Placarea suprafețelor de contact cu acoperiri polimerice este o metodă simplă din punct de vedere tehnologic, și nu necesită utilaj sau îndeletniciri speciale. Ea constă în lipirea pe suprafața prelucrată a diferitor straturi foarte subțiri (foițe, pelicule etc.). Dezavantajul major al acestei metode este apariția tensiunilor interne în stratul compensator din cauza diferenței dintre coeficienții de dilatare termică. Procedul de placare nu se folosește la renovarea suprafețelor cu profil neregulat sau care se găsesc în locuri greu accesibile. De asemenea, placarea este foarte rar folosită la generarea straturilor compensatoare de mici dimensiuni [7].

Metodele de recondiționare prin turnare, presare, injecție pot fi folosite la obținerea straturilor, practic, cu orice grosime, însă de formă simplă, deoarece formele sunt scumpe și, în multe cazuri, nu sunt rentabile din punct de vedere economic, motiv pentru care ele sunt folosite doar în condiții speciale, cu prezența utilajului special și a personalului calificat. În plus straturi cu grosimea mai mică de 4 mm sunt obținute destul de anevoios. Avantajul este că stratul aplicat prin metodele enumerate nu necesită prelucrări suplimentare (prelucrări mecanice). După astfel de proceduri, suprafețele renovate nu prezintă necesitatea prelucrărilor adiționale. Folosirea procedeelor în cauză este pe larg răspândită la detaliile de configurație simplă, însă straturile mai mici de 1 – 4 mm sunt destul de anevoios obținute.



**Figura 1.1. Clasificarea metodelor de aplicarea a straturilor compensatoare de uzură din MC folosite la recondiționarea pieselor de mașini**

Creșterea cerințelor față de calitatea pieselor recondiționate a condus la necesitatea perfecționării continue a metodelor de aplicare a MC și a constituției însăși a acestora. Cercetări în acest domeniu au fost realizate în cadrul Institutului Agricol din Chișinău (denumirea actuala Universitatea Agrară de Stat din Moldova) sub conducerea membrului titular al Academiei de Științe din Moldova Iurie Petrov [88, 78, 102] și continuate sub conducerea membrului de onoare al Academiei de Științe Agricole și Silvice din România, profesorului Grigore Marian [20, 7, 31] care au propus un șir de MC noi cu proprietăți speciale și care sunt implementate cu succes în producție.

Koleasko și Marian au propus o tehnologie originală pentru îmbunătățirea procesului de formare a acoperirilor și anume acționarea cu unde ultrasonore [104, 45], Dudceak a elaborat un MC nou cu rezistență sporită la frecare. Pentru aceasta el a propus următoarea constituție a MC: grafit coloidal – 9,5%; bisulfură de molibden – 2,9%; praf de poliamidă – 9,6%; fibre de sticlă impregnate cu rășină fenol-formaldehidică modificată, P2M – restul. De asemenea au fost argumentate și valorile regimurilor tehnologice de formare a acoperirilor (presiunea – 54 ... 75 MPa; temperatura matriței – 432 ... 448K; durata de întărire sub presiune – 0,8 min/mm).

Cercetările realizate de către Țapu și Malai au rezultat MC pe bază de poliamidă și poligomer epoxidic cu proprietăți dirijabile datorită ranforsării acestora cu fibre și cu sfere de sticlă [31].

### ***1.2.6. Recondiționarea prin metalizare***

Metalizarea este un procedeu foarte răspândit de aplicare a straturilor compensatoare de uzură din metal pe suprafețele degradate. Concomitent cu compensarea uzurii metalul aplicat poate îmbunătăți calitatea suprafeței renovate prin mărirea durtății, rezistenței la uzare și la coroziune etc. La mod general, metalizarea presupune depunerea de metal pe o suprafață prin orice metodă existentă (galvanizare, pulverizare, difuzie, imersare, prin frecare, în vid și al.), însă în practica stabilită în domeniul reparațiilor de mașini prin metalizare se subînțelege procesul de pulverizare a metalului topit.

Esența metodei constă în pulverizarea, cu viteză mare, de către un jet de aer sau gaze a unei cantități de metal topit în arc electric, sau în flacără oxiacetilenică, sau încălzit cu curenți de înaltă frecvență (200...300 kHz), sau cu jet de plasmă.

Avantajele metalizării prin pulverizare sunt:

- productivitate mare, procesul este universal și simplu;
- posibilitatea acoperirilor suprafețelor mari cu grosimi în diapazonul 0,1...10mm și mai mult, fără deformarea pieselor încălzite;
- încălzirea pieselor la temperaturi relativ mici (până la 100 – 150°C) [91];
- rezistență înaltă la uzare;
- posibilitatea depunerii aliajelor de aluminiu și alte metale neferoase, care nu pot fi depuse prin alte metode;
- posibilitatea formării pseudo-aliajelor din plumb și aluminiu nealiabile în stare lichidă;
- obținerea suprafețelor cu porozitate dirijată și tenace ce permit îmbunătățirea condițiilor de ungere;
- posibilitatea recondiționării repetate a suprafețelor degradate;

- instalațiile sunt relativ ieftine, iar prețul metalizării este scăzut în comparație cu alte metode. Domeniile de utilizare a metalizării sunt: recondiționarea organelor de mașini cu dimensiuni mari; protecția împotriva coroziunii prin încărcarea suprafețelor exploatate în medii agresive; încărcarea cu pseudo-aliaje cu proprietăți speciale, în special la acoperirea cuzineților); Încărcarea unor materiale nemetalice.

La dezavantaje putem enumera următoarele: pentru unele materiale de natură diferită cu cel de bază se urmărește scăderea legăturilor de aderență în timpul exploatării ce influențează durabilitatea pieselor recondiționate, imposibilitatea prelucrării prin deformare plastică, a prelucrării filetelor și găurilor [79, 80].



**Figura 1.2. Secvențe din timpul recondiționării unui arbore**

Procesul tehnologic de metalizare cuprinde operațiile de control, triere și degresare a pieselor; pregătirea suprafețelor pieselor, metalizarea și prelucrarea suprafețelor metalizate. Piesele sunt supuse controlului cu scopul de a depista defectele, pentru a nu avea fisuri, nu se va admite prezența încovoierilor sau torsiunilor. Degrăsarea se execută cu o soluție de sodă caustică.

Pregătirea suprafețelor constă în executarea unor filete la piesele cilindrice, sablarea suprafețelor, realizarea unor asperități prin contact electric, sau pulverizarea unui strat intermediar cu un conținut ridicat de molibden.

Grosimea stratului depus nu depășește de obicei 10mm, în caz contrar pot apărea fisuri ale metalului ca urmare a eforturilor termice.

După metalizare, suprafețele se prelucrează pentru obținerea cotelor necesare. Prelucrările cele mai frecvente sunt strunjirea și rectificarea, operații ce se execută la cel puțin 2 zile după metalizare, pentru a evita smulgerea sau fărâmițarea stratului depus.

Pentru readucerea porozității și creșterea rezistenței la uzură se folosește ecruisarea, netezirea prin frecare, sau impregnarea cu lacuri de bachelită, vopsele, uleiuri. Impregnarea se face prin fierbere timp de 3 – 4 ore, într-o baie conținând substanța folosită pentru impregnare, încălzită la temperatura ridicată (pentru ulei se recomandă 100 – 120°C).

### ***1.2.7. Recondiționarea pieselor prin acoperiri electrochimice***

În industria reparației de mașini depunerile electrochimice se folosesc pe larg pentru protecția anticorozivă a metalelor și în scopuri decorative. În unele cazuri prin această metodă se îmbunătățesc unele proprietăți fizice și mecanice ale unor suprafețe metalice și se înlătură degradările când uzura nu este semnificativă și este necesară precizie înaltă.

În ultimele decenii, în Republica Moldova, volumul de recondiționări prin acoperiri galvanice scăzut drastic. Cu toate acestea, pentru recondiționarea pieselor de precizie cu uzură până la 0,3 mm metodele galvanice au perspectivă de a se dezvolta. Cele mai mari șanse de dezvoltare au metodele prin cromare și fierare – în calitate de strat compensator de uzură și cuprarea, nichelarea și zincarea - ca acoperiri anticorozive și decorative.

**Cromarea** constă în depunerea electrolică a cromului pe suprafețele degradate și prelucrate preventiv. În majoritatea cazurilor suprafețele acoperite cu crom sunt supuse prelucrării mecanice de finisare prin care se obțin preciziile necesare pentru funcționarea efectivă a pieselor recondiționate. Cromul poate fi depus electrolic pe aliaje feroase și neferoase. Microduritatea stratului de crom poate atinge 4 – 12GPa [14, 15, 127], coeficientul de frecare este mic datorită granulației fine a cromului, fiind de 2...5 ori mai mic ca a oțelurilor călite [112, 113].

Operația de pregătire a piesei pentru cromare cuprinde următoarele operații: pregătirea preventivă a suprafețelor pentru cromare; aplicarea stratului de crom; pregătirea după galvanizare, tratamente termice și prelucrarea finală.

Pregătirea preventivă constă din prelucrarea mecanică a suprafeței; degresarea chimică sau electrochimică, spălarea în apă fierbinte; izolarea părților care nu se supun operațiilor de galvanizare; spălarea în apă rece; decaparea anodică.

Prelucrarea mecanică este necesară pentru restabilirea formei geometrice și se realizează prin una din metodele de așchiere în funcție de forma suprafeței și proprietățile fizice și mecanice.

Principala etapă a recondiționării prin cromare este însăși operația de aplicare a cromului care poate fi de mai multe feluri. Pentru recondiționarea pieselor se folosește cromare dură și cromarea poroasă.

**Cromarea dură** se aplică în cazul pieselor puternic solicitate (locașuri de rulmenți, bolțuri bușe etc). Electrolitul folosit la cromarea dură este o soluție de anhidridă cromică și acid sulfuric în apă. La recondiționarea pieselor mașinilor agricole sunt recomandate două feluri de băi: baie diluată (cu concentrație redusă) și baie universală cu concentrație medie.

Baia diluată conține mai puțină anhidridă cromică, are o repartiție mai uniformă a curentului pe suprafața piesei de cromat, are un randament mai bun, însă necesită o tensiune a curentului electric mai ridicată (6 – 8V). Procesul cromării netede ne permite să obținem trei feluri de acoperiri: lăptoasă, lucioasă și mată [105].

Primul fel de depuneri, cele lăptoase, se obțin la intensități mici ale curentului și o temperatură ridicată a electrolitului. Din caracteristici putem menționa ca ele au o duritate mai mică, un coeficient de uzură majorat și se recomandă a fi folosite la piesele solicitate mediu cu încărcări alternative. Grosimea stratului obținut este de cca 0,03mm.

Depunerile lucioase iau naștere în urma regimurilor intermediare de cromare, au duritate medie, au un grad de fragilitate sporit, din care cauză sunt recomandate pentru folosire la presiuni mici, grosimea stratului fiind de cca 0,1 – 0,15mm.

Depunerile mate se obțin la densități mari de curent și temperatură mică a electrolitului, fiind cele mai dure, însă din cauza că sunt foarte fragile nu se recomandă pentru recondiționarea pieselor de mașini.

**Cromarea poroasă** se întrebunțează cu rezultate foarte bune pentru compensare uzurii la fusurile arborilor cotiți, cămășilor de cilindru, bolțurilor de piston, fusurilor de arbori. Constă în crearea unor micro porozități formate din rețele de canale și fisuri care comunică între ele. Acest lucru facilitează procesul de ungere a suprafețelor de contact în timpul funcționării și implicit micșorează coeficientul de frecare, lucru foarte important pentru cuplele tribologice cu ungere fluidă și semifluidă.

Cromul poros poate fi obținut prin metode mecanice, chimice și electrochimice, cel mai des fiind olosită metoda electrochimică [112]. Porozitatea se face prin decromării, schimbând inversarea sensului curentului (atacare anodică) pe parcursul a 1 – 10 min, la o densitate de cca. 55 A/dm<sup>2</sup>. Pe suprafețele poroase ungerea este de 3 ori mai mare, iar reținerea uleiului pe suprafața obținută este de 100 de ori mai mare.

**Fierarea** este un proces de depunere a fierului pe cale electrochimică. Procesul posedă caracteristici tehnico-economice bune exprimate prin viteză de depunere mare (0,2...0,5 mm/oră), aderență

bună a stratului de aport față de metalul de bază , stabilitatea structurii metalului de bază, grosimi mari a stratului depus (poate ajunge până la 0,8...1,2 mm), diapazon larg de reglare a proprietăților (microduritatea - 1600...7800MPa), rezistență înaltă la uzare, universalitate ridicată [112].

Stratul depus prin fierare se poate folosi ca un strat intermediar pentru cromare (când uzura este prea mare) sau se folosește singur, în acest caz se supune unui tratament termochimic de durificare superficială (cementare sau cianurare, urmată de călire și revenire).

Operațiile pregătitoare și finale ale fierării sunt asemănătoare cu cele ale cromării.

**Cuprarea** în recondiționări se întrebuițează ca strat intermediar la depunerile de crom și nichel pentru asigurarea unei aderențe mai bune între materialul aplicat și cel de bază și ca strat compensator de uzură la recondiționarea pieselor de alamă sau bronz uzate. Grosimea stratului depus poate varia între 0,02 și 3 mm.

În baia electrolitică pot fi folosite două tipuri de electroliți: acizi și cu cianuri. Din categoria electroliților acizi, fac parte cei care conțin sulfați, cu dezavantajul că cu elementele din oțel cuprul are o aderență slabă, iar stratul obținut este poros.

A doua categorie de electroliți, cei cu cianură elimină dezavantajul electroliților acizi, însă necesită o adăugare sistematică de cianură în timpul procesului. Componenta electrolitului într-o baie acidă este de 200g/l sulfat cupru și 50 g/l acid sulfuric. Procesul are loc la o intensitate a curentului de 2 – 2,5 A/dm<sup>2</sup>, fără amestecare, la o tensiune de 1,5 – 2V, la temperatura camerei. Un dezavantaj major este că stratul astfel obținut este foarte subțire, de cca. 13 μm/h.

### **1.3. Metode de restabilire a ajustajelor**

#### ***1.3.1. Generalități cu privire la metodele de restabilire a ajustajelor degradate ale utilajelor agricole***

În procesul de exploatare a utilajelor agricole are loc, nu doar uzura suprafețelor de contact ale pieselor din diferite ansamble și subansamble, dar și modificarea caracterului asamblărilor exprimate prin mărirea jocurilor în îmbinările cu joc sau micșorarea strângerii în îmbinările cu strângere.

Ajustajul se poate realiza prin trei metode:

1. Fără restabilirea dimensiunilor inițiale (prin reglaje, re poziționarea pieselor, prelucrarea unei piese la trepte de reparații);
2. Prin restabilirea ajustajului inițial folosind recondiționarea suprafețelor uzate prin aport de material sau deformări plastice;
3. Prin refacerea ajustajului pentru modificarea dimensiunilor inițiale ale suprafețelor de contact.

*Restabilirea ajustajelor prin reglaje* se face cu folosirea compensatoarelor de uzură, reglarea interstițiului dintre suprafețele de contact, folosirea mecanismelor cu excentric, folosirea penelor înclinate etc. Metoda se folosește în îmbinările supuse încărcărilor oscilante, de exemplu mecanismul culbutor - tijă, în mecanismele cu reglare automată a jocului, de exemplu jocul dintre saboți și disc, în rulmenții conici etc. Restabilirea ajustajului prin reglaje nu înlătură degradarea formei geometrice a stării suprafețelor a poziției reciproce și cele dimensionale, motiv pentru care jocul limită reappare foarte repede [91].

*Restabilirea ajustajelor prin re poziționarea pieselor* se aplică în cazul pieselor simetrice ca geometrie și precizie, când una din părți este mai încărcată decât cealaltă care lucrează în gol. De exemplu suprafețele de contact ale roților dințate, suprafețele de contact dintre dinții roților conducătoare și condusă și lanț în transmisiile prin lanț, suprafețele de contact ale dinților roților motoare și șenilă ale mecanismelor de rulare cu șenile [112].

*Metoda restabilirii ajustajului prin prelucrarea unei piese la trepte de reparații* se deosebește prin aceea că precizia dimensională și de formă proiectată se păstrează, fără a se menține dimensiunile nominale inițiale. Una din piese se prelucrează până la dispariția urmelor de deteriorare, obținând o nouă dimensiune numită treaptă de reparație. Dimensiunile de reparație sunt mai mici în cazul arborilor și mai mari în cazul alezajelor.

Dimensiunile nominale noi pot fi libere sau standardizate. De regulă, ajustajele cu dimensiuni nominale libere se folosesc individual pentru unitatea în cauză sau pe baza unor norme interne ale unei întreprinderi. În acest caz este extrem de important să se determine dimensiunea nominală nouă și ajustajul dintre piesele conjugate [91].

Dimensiunea nominală a ajustajului se determină prin calcul în funcție de adausul de prelucrare necesar de scos de pe piesa supusă prelucrării. În același timp, dimensiunea nominală nu trebuie să fie mai mică ca cea stabilită prin calculele de rezistență la proiectare.

Ajustajul pieselor conjugate trebuie să asigure durabilitatea îmbinării stabilită la proiectare pentru condițiile de exploatare cerute utilajului respectiv. În majoritatea cazurilor câmpurile de toleranță pentru ambele piese sunt folosite acele vechi. Acest lucru este argumentat atunci când materialele suprafețelor renovate sunt aceleași ca pentru piesele noi, lucru care, în majoritatea cazurilor nu se respectă în virtutea multitudinii de metode de recondiționare folosite. De regulă materialele pieselor îmbinărilor renovate sunt eterogene și în acest caz apare necesitatea precizării ajustajului dintre suprafețele renovate.

Precizarea ajustajului presupune mai multe etape printre care: stabilirea adaosului de prelucrare; concretizarea tuturor factorilor care pot influența modificarea ajustajului în timpul exploatării; stabilirea preciziei dimensionale în dependență de rolul funcțional al îmbinării și posibilitățile



tehnologice de fabricație; stabilirea caracteristicilor fizice și mecanice ale materialelor folosite la renovare.

Subiectele ce țin de determinarea adaosului de prelucrare atât a pieselor singulare cât și a îmbinării în ansamblu au fost studiate destul de profund în mai multe lucrări, inclusiv în cadrul Universității Agrare de Stat din Moldova [7, 10, 11], dar și în lucrările efectuate de către cercetătorii din Rusia [72, 105, 91, 112, 118, 124, 126,] și România [5, 19].

Referitor la factorii care pot influența caracterul îmbinării în timpul exploatarei reprezintă o activitate care necesită să fie precizată pentru fiecare tip de îmbinări în funcție de destinația și condițiile de exploatare al fiecărui utilaj în parte. Problema majoră care apare la concretizarea ajustajului o prezintă stabilirea câmpului de toleranță pentru suprafețele conjugate ale pieselor recondiționate.

### ***1.3.2. Particularitățile abordării durabilității asamblărilor ce formează sisteme tribologice renovate în tehnica agricolă***

Durabilitatea mașinilor agricole reparate, fizic, poate fi nelimitată, deoarece piesele componente pot fi schimbate cu altele noi sau pot fi renovate de mai multe ori. Mai mulți autori arată că cca. 70% din piesele uzate pot fi recondiționate, prețul acestora fiind de cca. 30% din prețul celor noi, însă, în multe cazuri, folosirea pieselor recondiționate este limitată de durabilitatea scăzută a acestora [83, 91, 108]. La rândul său, durabilitatea pieselor renovate este dependentă de mai mulți factori cum sunt cei de proiectare, tehnologici și de exploatare. Din acest motiv, în literatura de specialitate se folosesc termenii de durabilitate de proiectare, durabilitate tehnologică și durabilitate de exploatare [11].

*Durabilitatea de proiectare* a pieselor recondiționate se bazează pe alegerea metodei de recondiționare, elaborarea procesului tehnologic și stabilirea preciziei ajustajului renovat. Pentru alegerea metodei raționale de recondiționare se folosește criteriul durabilității care exprimă randamentul folosirii metodelor de recondiționare și se determină din relația [112]:

$$K_d = \frac{R_r}{R_n}, \quad (1.3.1)$$

în care  $R_r$  este resursa piesei recondiționate iar  $R_n$  resursa piesei noi.

Decizia finală cu privire la alegerea metodei de recondiționare se face cu considerarea criteriului tehnico-economic, care exprimă relația dintre durabilitate și cheltuielile aferente recondiționării:

$$C_r < K_d \cdot C_n \quad (1.3.2)$$

în care  $K_d$  - este prețul piesei recondiționate, iar  $C_n$  - prețul piesei noi.

Pentru asigurarea funcționării efective a ajustajelor renovate coeficientul durabilității trebuie să fie cel puțin egal cu 0,85 pentru fiecare piesă în parte și pentru îmbinare în ansamblu.

Valorile pentru coeficientul de durabilitate al diferitor metode de recondiționare este dat în literatura de specialitate [112], însă aceste valori sunt aproximative și poartă un caracter subiectiv. Mai trebuie de avut în vedere și faptul că metodele de recondiționare se perfecționează continuu, deci și coeficientul durabilității obține valori noi.

Din cele menționate rezultă că pentru diferite cazuri este necesar să se concretizeze coeficientul de durabilitate folosind argumente bazate pe analize complexe a tuturor factorilor de influență și a ponderii acestora. Astfel trebuie să se analizeze condițiile de uzare a pieselor componente și modificările ajustajului dintre aceste piese.

În această situație obține valențe noi cunoașterea caracterului și preciziei ajustajului de proiectare care trebuie calculat cu considerația a unui număr maxim de factori care poate influența durabilitatea de exploatare.

Conform standardului SM SR EN ISO 286-1:2013 sistemul de ajustaje ISO stabilește clasele de toleranțe pentru cele două piese conjugate în funcție de caracterul ajustajului.

Îmbinările pieselor din tehnica agricolă sunt aceleași care se folosesc în toate domeniile constructoare de mașini, doar că alegerea acestor este condiționată de mai mulți factori specifici utilajelor agricole.

*Ajustajele cu joc* se folosesc atunci când între piesele asamblate există o mișcare de rotație sau de translație. De regulă piesele din îmbinările cu joc se montează sau se demontează des sau se înlocuiesc frecvent (fus-lagăre de alunecare de la pompele de ulei, de apă, de combustibil; piesele de la mecanismul de distribuție a gazelor; fus-lagăre de alunecare paliere și manetoane la arbore motor; fus-lagăre de alunecare la grupul bielă-piston; cuple arbore – etanșări, piston – cilindru etc.). Ajustajele cu joc se folosesc și în cazul când piesele îmbinării lucrează în condiții de frecare la rostogolire (angrenaje, transmisii cu came, rola de reazem – șenilă, lanțuri cu zale și role, rulmenți etc.).

*Ajustajele cu strângere* se folosesc când trebuie să se transmită o sarcină de la o piesă la alta fără a mai folosit elemente suplimentare de fixare (arbore – inelul rulmentului, arbore – fulie, bucușă de reducere – sculă așchietoare etc.).

Ajustajele intermediare se utilizează când este necesară o centrare bună a pieselor asamblate, iar montarea și demontarea lor trebuie să fie relativ ușoară.

## Concluzii, scopul și obiectivele cercetării

Studiul de sinteză bibliografică cu privire la metodele de calcul al ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene a arătat actualitatea efectuării unor studii mai profunde chemate să îmbunătățească metodele de stabilire a câmpurilor de toleranță ale pieselor și ajustajelor îmbinărilor componente al utilajelor agricole renovate prin diferite metode accesibile pentru condițiile Republicii Moldova.

Pentru stabilirea particularităților metodelor de recondiționare folosite la renovarea utilajelor agricole, s-a efectuat o analiză retrospectivă a metodelor de recondiționare pretabile de a fi folosite în condițiile Republicii Moldova cu identificarea avantajelor și dezavantajelor acestora. În baza analizei metodelor de restabilire a ajustajelor degradate ale utilajelor agricole s-a constatat că, în multe cazuri, după renovare se modifică proprietățile suprafețelor de contact ale cuplei, având alte proprietăți fizice și mecanice, de obicei mai bune, lucru care argumentează concretizarea câmpurilor de toleranță atât a pieselor componente cât și a ajustajului în ansamblu.

Astfel, s-a înaintat ipoteza despre posibilitatea majorării durabilității cuplelor tribologice renovate prin concretizarea ajustajului de proiectare reieșind din asigurarea durabilității de proiectare, celei tehnologice și de exploatare luând în considerare un număr cât mai mare de factori de influență prezenți pe parcursul întregului ciclu de viață a utilajului renovat. Reieșind din ipoteza înaintată a fost structurat scopul și obiectivele lucrării.

Scopul lucrării este: Perfecționarea metodelor de calcul al elementelor și ajustajelor lor renovate cu materiale eterogene prin construirea și aplicarea funcțiilor Green.

- Dezvoltarea bazelor teoretice pentru perfecționarea metodelor de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini recondiționate cu materiale eterogene;
- Scoaterea în evidență a factorilor care influențează precizia calculului ajustajelor îmbinărilor cu strângere și cu joc, alcătuite din piese recondiționate, folosite la proiectarea utilajelor agricole;
- Analiza metodologiilor rezolvării problemelor de interschimbabilitate a pieselor recondiționate în conformitate cu știința preciziilor;
- Perfecționarea algoritmilor de rezolvare a problemelor de limită termoelastice (prin MRIA) și celor elastice (prin MEI) de o, două și trei dimensiuni (1D, 2D, 3D) folosite la calculul îmbinărilor;
- Perfecționarea metodelor de calcul al strângerii proprii pentru îmbinările alcătuite din materiale eterogene;
- Alcătuirea algoritmului de calcul al ajustajelor cu strângere prin aplicarea facilităților funcțiilor Green pretate pentru acest scop;

- Cercetarea și perfecționarea metodelor de calcul al elementelor ajustajelor cu joc alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene;
- Confirmarea validității metodelor de calcul elaborate prin studii de caz pentru cazuri practice întâlnite în stabilirea ajustajelor prin calcul.

## 2. Bazele teoretice ale metodelor de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini

### 2.1. Aspecte cu privire la metodologia rezolvării problemelor de interschimbabilitate a pieselor recondiționate în conformitate cu știința preciziilor

Calitatea pieselor de mașini recondiționate și a îmbinărilor din aceste piese este indisolubil legată de precizia de proiectare și precizia tehnologică. Aceste aspecte sunt părți componente la elaborarea documentației tehnice de proiectare și trebuie luate în considerare atunci când se alege metoda de recondiționare, când se elaborează materiale noi pentru compensarea uzurii și când se stabilesc regimurile tehnologice de prelucrare.

*Precizia de proiectare* este precizia stabilită în faza de proiectare în dependență de rolul funcțional care îi revine elementului respectiv fiind definită de abaterile limită ale dimensiunilor, ale formei, poziției reciproce, ondulației, rugozității etc. [12]. Conform standardului ISO 286-1 sunt definite 20 de trepte de toleranță standardizate, adică 20 de grade de precizie.

Toleranța pentru fiecare interval dimensional și treptele *IT5 ... IT16* se determină cu următoarea relație:

$$T = 10^{0,2 \cdot (ITG-1)} \cdot (0,45 \cdot \sqrt[3]{D} + 0,001D), \mu m \quad (2.1.1)$$

în care *ITG* este treapta IT (număr întreg), *D*- media geometrică a limitelor zonei de dimensiuni (*D<sub>min</sub>* și *D<sub>max</sub>*), determinată prin relația:

$$D = \sqrt{D_{min} \cdot D_{max}} \quad (2.1.2)$$

Toleranțele standardizate *IT5 ... IT16* pot fi calculate și prin relația:

$$T = 10^{0,2 \cdot (ITG-1)} \cdot i, \mu m \quad (2.1.3)$$

în care *i* este factorul unitar de toleranță standardizată.

Pentru dimensiuni cuprinse între 1 și 500 mm și treptele intervalelor de toleranțe standardizate *IT5...IT18* valoare pentru *i* se calculează cu relația:

$$i = 0,45 \sqrt[3]{D_m} + 0,001D_m, \mu m. \quad (2.14)$$

Stabilirea preciziei de proiectare este una din etapele importante și laborioase în elaborarea și aplicarea metodelor de recondiționare a elementelor uzate ale utilajelor agricole deoarece este influențată de un număr de factori perturbatori prezenți atât în procesul de exploatare cât și în procesul de fabricație și de asamblare a elementelor constructive respective. Cu alte cuvinte, precizia de proiectare, pe de o parte, trebuie să asigure funcționarea eficientă a utilajului respectiv la parametrii stabiliți de către cerințele de destinație și exploatare, iar pe de altă parte, trebuie să poată fi asigurată în procesul de fabricație cu cheltuieli rezonabile.

Deciziile luate cu privire la precizie au un impact major atât asupra fiabilității obiectelor renovate, cât și asupra indicatorilor economici. Asigurarea calității utilajelor agricole reparate nu poate fi concepută fără asigurarea unei durabilități sporite a pieselor de schimb folosite în procesul de reparație inclusiv a celor recondiționate. Pentru aceasta este necesar un grad ridicat de precizie al ajustajelor dintre elementele asamblate.

Intervalele mici de toleranță garantează o precizie ridicată însă, în același rând, micșorarea neargumentată a intervalului de toleranță, adică mărirea preciziei de proiectare, conduce la complicarea procesului de producție și scumpirea produsului finit, iar stabilirea unor intervale de toleranță mai mari, adică micșorarea preciziei de proiectare, rezultă că micșorează gradul de interschimbabilitate, implică ajustări și reglări ulterioare și, cel mai important, micșorează durabilitatea tribosistemului renovat. De asemenea, preciziile dimensionale înalte sunt dificil de realizat datorită diverselor surse de eroare care pot apărea în procesul de prelucrare, cum ar fi erorile geometrice, erorile termice, vibrații etc. [41, 1, 2, 34].

Intervalul de toleranță poate fi determinat folosind normele teoriei preciziei, sau utilizând cunoștințe de inginerie și experiență profesională. În cazul folosirii unor metode noi de recondiționare și, mai ales, atunci când suprafețele de contact sunt fabricate din diferite materiale, stabilirea preciziei de prelucrare bazată pe principii științifice este cea mai oportună și dă rezultate mai precise și credibile.

Teoria preciziei geometrice include argumentarea preciziei de proiectare, analiza și sinteza preciziei tehnologice, adică a celei asigurate de procesul de producție și problemele și schimbările prezente în perioada de exploatare.

Metodologia de stabilire a preciziei de proiectare prin metode clasice, pentru îmbinările alcătuite din piese întregi fabricate din același material, este destul de complet formulată în literatura de specialitate [87, 12].

Există și abordări specifice cu privire la stabilirea preciziei de proiectare, în special bazate pe teoria probabilităților. De exemplu, Leonov O. A. [94, 95] a propus o relație analitică pentru determinarea intervalului de toleranță de proiectare pentru resursa stabilită a îmbinării prin probabilitatea naturii procesului de îmbătrânire, nivelul stabilit de rebut și probabilitatea bunei funcționări. Datele componente se determină prin cercetarea modelului refuzurilor pentru una și două limite. De asemenea, Leonov a elaborat un model matematic pentru determinarea metodelor optime de recondiționare și de prelucrare a elementelor pieselor care constituie îmbinarea [94, 95]. Folosirea acestei metode necesită studii cu privire la numărul de refuzuri pentru fiecare caz aparte și nu ia în considerare mai mulți factori de influență.

Contribuții care încearcă să depășească această provocare au fost aduse prin cercetări a analizei preciziei mari și a costurilor ridicate de proces efectuate în cadrul metodei proiectării pe bază de experiment de către Siebertz, van Bebbber și Hochkirchen [65]. Deși această abordare este considerată de succes, totuși ea nu poate lua în considerare numeroase influențe externe care modifică durabilitatea sistemului, cum ar fi fluctuațiile de temperatură, erorile de producție, specificul exploatării fiecărei piese separat [48].

Precizia care rezultă în faza de realizare practică a elementului respectiv se numește *precizie tehnologică* sau *precizia de prelucrare*. Prin precizia tehnologică se înțelege gradul de corespondență a formei, dimensiunilor, rugozității și poziției reciproce a suprafețelor prelucrate cu cerințele desenului de execuție și a normelor tehnice impuse.

Din cele menționate rezultă că pentru ca procesul de recondiționare să fie acceptat este necesar ca intervalele de toleranță stabilite în procesul de proiectare să depășească suma tuturor erorilor de prelucrare și că metodele existente de proiectare a ajustajelor din piese recondiționate, nu asigură precizia necesară.

## 2.2. Elaborarea algoritmului pentru rezolvarea problemelor de limită

### 2.2.1. Perfecționare algoritmului pentru probleme de limită de o singură dimensiune

Pentru calcularea ajustajelor cu strângere este necesar să se construiască un algoritm care ne-ar permite să construim funcțiile Green pentru probleme de limită de o singură dimensiune specifice pentru calcularea ajustajelor cu strângere. În calitate de punct de inițiere a servit algoritmul prezentat în cartea [63]. Astfel, fiind dată problema de limită unidimensională:

$$L[y(x)] \equiv \sum_{j=0}^n p_j(x) \frac{\partial^{n-j} y(x)}{\partial x^{n-j}} = 0, \quad a < x < b \quad (2.2.1)$$

cu următoarele condiții de limită la capetele segmentului de dreaptă  $[a, b]$

$$M_k(y) \equiv \sum_{j=0}^{n-1} \left[ \alpha_{jk} \frac{\partial^j y(a)}{\partial x^j} + \beta_{jk} \frac{\partial^j y(b)}{\partial x^j} \right] = 0, \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (2.2.2)$$

unde  $p_j(x)$  sunt funcții continue pentru  $a < x < b$ ,  $p_0(x) \neq 0$ ;  $M_k$  sunt operatori diferențiali lineari independenți:  $\alpha_{jk}$  și  $\beta_{jk}$  sunt considerate ca constante cunoscute.

Primul pas în construirea funcției Green constă în alcătuirea expresiilor generale pentru funcția Green:

$$g(x, \xi) = \sum_{i=1}^n a_i^*(\xi) y_i(x), \text{ pentru } a \leq x \leq \xi; \quad (2.2.3)$$

$$g(x, \xi) = \sum_{i=1}^n b_i^*(\xi) y_i(x), \text{ pentru } \xi \leq x \leq b, \quad (2.2.4)$$

unde  $a_i^*(\xi)$  și  $b_i^*(\xi)$  sunt funcții necunoscute, iar funcțiile  $y_i(x)$ , ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) alcătuiesc setul complet de soluții fundamentale ale ecuației (2.2.4)

În al doilea pas scriem condițiile de continuitate în punctul  $x = \xi$

$$\sum_{i=1}^n C_i(\xi) \frac{\partial^j y(\xi)}{\partial x^j} = 0, \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, n-2) \quad (2.2.5)$$

în raport cu  $n$  funcții necunoscute

$$C_i(\xi) = b_i^*(\xi) - a_i^*(\xi), \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n). \quad (2.2.6)$$

*Pasul trei.* Stabilim relațiile pentru diferența derivatelor de ordinul  $(n-1)$  în punctul  $x = \xi$ :

$$\frac{\partial^{n-1} g(\xi+0, \xi)}{\partial x^{n-1}} - \frac{\partial^{n-1} g(\xi-0, \xi)}{\partial x^{n-1}} = \frac{1}{p_0(\xi)}. \quad (2.2.7)$$

*Pasul patru.* Substituind mărimile din ecuațiile (2.2.6) și (2.2.7) în ecuația (2.2.5) obținem condițiile de limită în forma:

$$M_k(g) = \sum_{i=1}^n (a_i^* A_k(y_i) + b_i^* B_k(y_i)) = 0 \quad (2.2.8)$$

*Pasul cinci.* Rezolvând sistemul de ecuații (2.2.3) – (2.2.6) determinăm coeficienții  $a_i^*$  și  $b_i^*$ .

*Pasul șase.* Substituim coeficienții determinați  $a_i^*$  și  $b_i^*$  în ecuațiile (2.2.3), (2.2.4) și obținem expresiile finale pentru funcția Green a problemei de limită (2.2.1) și (2.2.2).

### 2.2.2. Perfecționarea algoritmului de rezolvare a problemelor termoelastice de limită de două și trei dimensiuni (metoda reprezentărilor integrale armonice)

În cazul ajustajelor folosite în tehnica agricolă există o mulțime de îmbinări în care efectul temperaturii și elasticității au pondere esențială. Pentru rezolvarea problemelor termoelastice în formă de integrale pentru prima dată a fost propusă și elaborată metoda reprezentărilor integrale armonice (MRIA) [27, 56, 58, 59]. Această metodă se bazează pe formula integrală pentru deplasările termoelastice și pe reprezentările integrale armonice pentru funcțiile principale Green a deplasărilor termoelastice (FPGDT), exprimate prin funcțiile Green pentru ecuația Poisson (FGEP).

Problema termoelastică de limită constă din sistemul de ecuații diferențiale Lamé și ecuația Poisson:

$$\mu \nabla^2 u_i(\xi) + (\lambda + \mu) \theta_{,i}(\xi) - \gamma T_{,i}(\xi) = 0; \quad i = 1, 2, 3, \nabla^2 T(\xi) = -a^{-1} F(\xi), \quad \xi \in V \quad (2.2.9)$$

cu condițiile de limită mecanice omogene:

$$u_i(y) = 0, y \in \Gamma_u; \quad p_i(y) = 0, y \in \Gamma_p; \quad \beta u_i(y) + \eta p_i(y) = 0; \quad y \in \Gamma_m \quad (2.2.10)$$

pe suprafața  $\Gamma_{mec} \equiv \Gamma_u \cup \Gamma_p \cup \Gamma_m$  și cu condițiile termice neomogene:

$$T = T(y), \quad y \in \Gamma_D; \quad \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T(y)}{\partial n_y}, \quad y \in \Gamma_N; \quad \alpha T + a \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha T(y) + a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y}, \quad y \in \Gamma_M \quad (2.2.11)$$

pe suprafața  $\Gamma_T \equiv \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_M$ . În ecuațiile (2.2.9) - (2.2.11)  $\nabla^2$  este operatorul Laplace tridimensional în sistemul Cartezian de coordonate;  $\gamma = \alpha(2\mu + 3\lambda)$  este constanta de termoelasticitate;  $\lambda$  și  $\mu$  sunt constantele de elasticitate a lui Lamé;  $\alpha$  este coeficientul dilatării termice lineare;  $a$  este coeficientul conductivității termice;  $\theta = u_{i,i}$  este dilatarea termoelastică de



volum (DTV);  $\partial/\partial n_\Gamma$  este derivata pe normala exterioară  $n_\Gamma$  pe suprafața  $\Gamma$  a corpului solidului  $V$ ; Feste sursa de căldură distribuită pe anumite domenii ale corpului solid  $V$ ;  $T$  este câmpul de temperatură;  $u_i$  și  $p_i$  sunt deplasările și sarcinile date pe suprafețele  $\Gamma_u$  și  $\Gamma_p$ ;  $\Gamma_m$  este suprafața pe care sunt date condiții mecanice mixte de limită;  $\Gamma_{mec}$  este suprafața pe care sunt date condiții mecanice de limită;  $\beta, \eta$  sunt mărimi constante;  $\Gamma_D, \Gamma_N$  și  $\Gamma_M$  sunt suprafețele pe care sunt date condițiile de limită de tip Dirichlet, Neumann și mixte;  $\alpha T(y) + a \partial T(y)/\partial n_y$  este legea de schimb de căldură prin convecție dintre mediul exterior și suprafața corpului solid.

Soluția sub formă de integrală a problemei termoelastice de limită (2.2.9)-(2.2.11) se scrie în felul următor [55-57]:

$$u_i(\xi) = a^{-1} \int_V F(x) U_i(x, \xi) dV(x) - \int_{\Gamma_D} T(y) \frac{\partial U_i(y, \xi)}{\partial n_y} d\Gamma_D(y) + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} U_i(y, \xi) d\Gamma_N(y) + a^{-1} \int_{\Gamma_M} \left[ \alpha T(y) + a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} \right] U_i(y, \xi) d\Gamma_M(y); \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2.12)$$

în care FPGDT  $U_i(x, \xi)$  care reprezintă deplasările în punctul  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ , cauzate de o sursă unitară de căldură concentrată, aplicată în punctul  $x \equiv (x_1, x_2, x_3)$ ,  $x, \xi \in V$ ;  $y \in \Gamma$ , care trebuie determinate. Celelalte mărimi din (2.2.12) sunt cunoscute.

Pentru determinarea FPGDT este necesar de rezolvat problema de limită de tipul (2.2.9)-(2.2.11) care constă din ecuațiile de echilibru în deplasări și ecuația de tipul Poisson:

$$\mu \nabla_\xi^2 U_i(x, \xi) + (\lambda + \mu) \Theta_{,\xi_i}(x, \xi) - \gamma G_{T,\xi_i}(x, \xi) = 0; \quad i = 1, 2,$$

$$\nabla^2 G_T(x, \xi) = -\delta(x - \xi), \quad x, \xi \in V \quad (2.2.13)$$

cu condițiile de limită mecanice omogene:

$$U_i(y, \xi) = 0, y \in \Gamma_u; \quad P_i(y, \xi) = 0, y \in \Gamma_p; \quad \beta U_i(y, \xi) + \eta P_i(y, \xi) = 0; \quad y \in \Gamma_m \quad (2.2.14)$$

pe suprafața  $\Gamma_{mec} \equiv \Gamma_u \cup \Gamma_p \cup \Gamma_m$  și cu condițiile termice omogene :

$$G_T(y, \xi) = 0, \quad y \in \Gamma_D; \quad \frac{\partial G_T(y, \xi)}{\partial n_y} = 0, \quad y \in \Gamma_N; \quad \alpha G_T(y, \xi) + a \frac{\partial G_T(y, \xi)}{\partial n_y} = 0, \quad y \in \Gamma_M, \quad \xi \in V \quad (2.2.15)$$

$\Theta = U_{i,i}$  este dilatarea termică de volum (DTV) cauzată de sursa unitară de căldură concentrată, aplicată în punctul  $x \equiv (x_1, x_2, x_3)$ , descrisă cu funcția  $\delta(x - \xi)$  a lui Dirac;  $G_T$  este FGEP pentru temperatură.

În lucrările [55-58] a fost propusă o nouă abordare pentru construirea funcțiilor principale Green pentru deplasările termoelastice (FPGDT). Această nouă abordare se bazează pe următoarele reprezentări integrale noi pentru FPGDT  $U_i(x, \xi)$  și TVD  $\theta(x, \xi)$ , exprimate prin FGEP  $G_i(x, \xi)$  și  $G_T(x, \xi)$ :

$$U_i(x, \xi) = \frac{\gamma \xi_i}{2\mu} G_T(x, \xi) - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} \xi_i \Theta(x, \xi) - \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} x_i G_i(x, \xi) - \quad (2.2.16)$$

$$\int_{\Gamma} \left( \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_i(y, \xi) - G_i(y, \xi) \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} \right) \left[ U_i(x, y) + \frac{\xi_i}{2\mu} \left( (\lambda + \mu) \Theta(x, y) - \gamma G_T(x, y) \right) \right] d\Gamma(y), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\Theta(x, \xi) = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu} G_{\Theta}(x, \xi) + \int_{\Gamma} \left[ \frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial n_{\Gamma}} - \Theta(x, y) \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} \right] G_{\Theta}(y, \xi) d\Gamma(y) \quad (2.2.17)$$

În lucrarea [59] pentru problema de limită (2.2.9)-(2.2.11), scrisă în coordonate cilindrice  $(\xi_1, \rho, \psi)$  au fost deduse următoarele formule integrale:

$$\begin{aligned} u_q(M) &= a^{-1} \int_V F(N) U_q(N, M) dV(N) - \int_{\Gamma_D} T(N') \frac{\partial U_q(N', M)}{\partial n_{N'}} d\Gamma_D(N') + \\ &+ \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T(N')}{\partial n_{N'}} U_q(N', M) d\Gamma_N(N') + a^{-1} \int_{\Gamma_M} \left[ \alpha T(N') + a \frac{\partial T(N')}{\partial n_{N'}} \right] U_q(N', M) d\Gamma_{N'}(N'); \\ q &= \xi_1, \rho, \psi \end{aligned} \quad (2.2.18)$$

în care pentru FPGDT și TVD au fost deduse următoarele reprezentări integrale:

$$U_1(M, N) = -\frac{(\lambda + \mu) \xi_1}{2\mu} \Theta(M, N) - \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} x_1 G_1(M, N) + \frac{\gamma \xi_1}{2\mu} G_T(M, N) - \quad (2.2.19)$$

$$\int_{\Gamma} \left( \frac{\partial G_1(M, N')}{\partial n_y} - G_1(M, N') \frac{\partial}{\partial n_y} \right) \left[ U_1(N', N) + y_1 \left( \frac{\lambda + \mu}{2\mu} \Theta(N', N) - \frac{\gamma}{2\mu} G_T(N', N) \right) \right] d\Gamma(N')$$

pentru deplasarea verticală  $U_1$ ;

$$U_{\rho}(M, N) = -\rho \left( \frac{\lambda + \mu}{2\mu} \Theta(M, N) - \frac{\gamma}{2\mu} G_T(M, N) \right) - \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} r G_{\rho}(M, N) - \quad (2.2.20)$$

$$\int_{\Gamma} \left( \frac{\partial G_{\rho}(M, N')}{\partial n_{\Gamma}} - G_{\rho}(M, N') \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} \right) \left[ U_{\rho}(N', N) + \rho' \left( \frac{\lambda + \mu}{2\mu} \Theta(N', N) - \frac{\gamma}{2\mu} G_T(N', N) \right) \right] d\Gamma(N')$$

pentru deplasarea radială  $U_{\rho}$  și

$$U_{\psi}(M, N) = -\frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} r G_{\psi}(M, N) - \int_{\Gamma} \left( \frac{\partial G_{\psi}(M, N')}{\partial n_{\Gamma}} \left( M, N' \right) \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} \right) U_{\psi}(N', N) d\Gamma(N') \quad (2.2.21)$$

pentru deplasarea circulară  $U_{\psi}$ , și

$$\Theta(M, N) = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu} G_{\Theta}(M, N) + \int_{\Gamma} \left( \frac{\partial \Theta(M, N')}{\partial n_{\Gamma}} - \Theta(M, N') \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} \right) G_{\Theta}(N', N) d\Gamma(N') \quad (2.2.22)$$

pentru DTV  $\Theta$ , unde  $G_{\Theta}$  este soluția fundamentală pentru ecuația Poisson care este acordată cu condițiile de limită a DTV.

În reprezentările (2.2.19)-(2.2.21) funcțiile  $G_q(M, N)$ ,  $q = 1, \rho, \psi$  se determină cu expresiile

$$\begin{aligned} G_1(M, N) &= G(M, N); \quad G_{\rho}(M, N) = G(M, N) \cos(\phi - \psi); \\ G_{\psi}(M, N) &= G(M, N) \sin(\phi - \psi) \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

în care funcția  $G(M, N)$  este soluția fundamentală (cu exactitatea unei funcții regulate) pentru ecuația Poisson;  $N(x_1, r, \phi) \in V$ ;  $M(\xi_1, \rho, \psi) \in V$ , iar punctul  $N'(x'_1, r', \gamma') \in \Gamma$  este punctul de integrare.

De menționat că primul avantaj principal al MRIA în comparație cu metodele existente ale termoelasticității constă în determinarea directă (fără determinarea preliminară a câmpului de temperatură) a deplasărilor, deformațiilor și tensiunilor termoelastice în formă de integrale, care conțin produse dintre datele termice și nucleele  $U_i$ .

Al doilea avantaj principal al MRIA constă în aceea că pentru construirea FPTDG  $U_i$  se utilizează aceleași proceduri matematice atât pentru PTL de două dimensiuni, cât și pentru cele de trei dimensiuni.

Formulele în integrale obținute ne permite să obținem soluții analitice noi pentru mai multe PTL particulare în care tensiunile termice sunt create de un gradient constant de temperatură dat pe segmente ale dreptelor sau planurilor marginale. Tensiunile termice obținute pentru fâșie și semi-fâșie sunt prezentate în funcții elementare, ceea ce este foarte important pentru implementarea lor numerică.

### ***2.2.3. Metodica aplicării MRIA la calculul problemelor termoelastice de limită de două și trei dimensiuni***

*Primul pas.* Se scriu reprezentările integrale armonice (2.2.16) și (2.2.17) sau (2.2.19) – (2.2.22) pentru cazul corpului solid cu parametri geometrici concreți;

*Pasul doi.* Se simplifică reprezentările integrale armonice (2.2.16) și (2.2.17) sau (2.2.19) – (2.2.22) ținând cont de condițiile omogene generalizate de limită;

*Pasul trei.* Se obțin formulele structurale pentru (FPTGD), exprimate prin (FGEP);

*Pasul patru.* Expresiile analitice pentru FPTGD se substituie în formulele integrale (2.2.12) și (2.2.18), scrise pentru problemele de limită concretă (2.2.9- 2.2.11) obținând soluția problemei inițiale de limită sub formă de integrală;

*Pasul cinci.* Se calculează integralele din formulele (2.2.12) – (2.2.18) în rezultatul căruia obținem expresiile analitice finale pentru deplasările termoelastice  $u_i$ ,  $u_q$ ;

*Pasul șase.* Se reprezintă expresiile analitice finale sub formă de grafice și se analizează rezultatele obținute.

### ***2.2.4. Perfecționarea algoritmului de rezolvare a problemelor elastice de limită cu două și trei dimensiuni (metoda elementelor de influență)***

Problema de limită a teoriei elasticității constă din sistemul de ecuații diferențiale Lamé

$$\mu \nabla^2 u_i(x) + (\lambda + \mu) \theta_{,i}(x) + K_i(x) = 0; \quad x \in V; \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2.24)$$

cu condițiile mecanice neomogene de limită:

$$u_i = u_i(y), y \in \Gamma_u; p_i = p_i(y), y \in \Gamma_p; \beta u_i + \eta p_i = \beta u_i(y) + \eta p_i(y); y \in \Gamma_m \quad (2.2.25)$$

pe suprafața  $\Gamma_{mec} \equiv \Gamma_u \cup \Gamma_p \cup \Gamma_m$ , unde  $K_i(x)$  sunt forțele de volum,  $\Gamma_u$ ,  $\Gamma_p$  și  $\Gamma_m$  – părțile suprafeței  $\Gamma_{mec}$  pe care sunt date respectiv deplasările, sarcinile și combinațiile liniare din ele.

Formula integrală pentru deplasările elastice ale problemei de limită (2.2.24) și (2.2.25) se scrie sub forma [63, 28, 29]:

$$u_k(x) = \int_V K_j(\xi) U_j^{(k)}(x, \xi) dV(\xi) - \int_{\Gamma_u} [u_j(y) P_j^{(k)}(y, x) d\Gamma_u(y) + \int_{\Gamma_p} p_j(y) U_j^{(k)}(y, x) d\Gamma_p(y) + \int_{\Gamma_m} [\beta u_i(y) + \eta p_i(y)] U_j^{(k)}(y, x) d\Gamma_m(y)] \delta_{jk}, k = 1, 2, 3 \quad (2.2.26)$$

unde  $U_j^{(k)}(x, \xi)$  sunt componentele matricei Green, care reprezintă deplasările în punctul  $x \equiv (x_1, x_2, x_3) \in V$  pe direcția axei  $ox_j$ , cauzate de o forță unitară concentrată, aplicată în punctul  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \in V$  pe direcția axei  $ox_k$  a sistemului cartezian de coordonate;  $P_j^{(k)}(y, x)$  sunt sarcinile, cauzate de deplasările  $U_j^{(k)}(y, x)$ . Momentul crucial cel mai dificil de care depinde succesul rezolvării problemei de limită (2.2.24), (2.2.25) prin Metodei Elementelor Incompresibile de Influență (MEII) constă în construirea matricei de deplasări Green  $U_j^{(k)}(x, \xi)$ . Acest moment crucial dificil a fost depășit prin obținerea următoarelor reprezentări integrale (Șeremet, 2003):

$$U_i^{(k)}(x, \xi) = A \left[ \left( B \delta_{ik} - \xi_i \frac{\partial}{\partial \xi_k} \right) G_i(x, \xi) + x_i \frac{\partial}{\partial \xi_k} G_\theta(x, \xi) \right] + \int_\Gamma \left[ G_i(y, x) \frac{\partial}{\partial n_\Gamma} - \frac{\partial}{\partial n_\Gamma} G_i(y, x) \right] \left[ U_i^{(k)}(y, \xi) + \frac{\lambda + \mu}{2\mu} y_i \theta^{(k)}(y, \xi) \right] d\Gamma(y) - \frac{\lambda + \mu}{2\mu} x_i \int_\Gamma \left[ \frac{\partial \theta^{(k)}(y, \xi)}{\partial n_\Gamma} - \theta^{(k)}(y, \xi) \frac{\partial}{\partial n_\Gamma} \right] G_\theta(y, x) d\Gamma(y), \quad (2.2.27)$$

- pentru componentele matricei de deplasări Green, și

$$\theta^{(k)}(x, \xi) = - \frac{1}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial}{\partial \xi_k} G_\theta(x, \xi) + \int_\Gamma \left[ \frac{\partial \theta^{(k)}(y, \xi)}{\partial n_\Gamma} - \theta^{(k)}(y, \xi) \frac{\partial}{\partial n_\Gamma} \right] G_\theta(y, x) d\Gamma(y) \quad (2.2.28)$$

- pentru funcțiile de influență a dilatării elastice de volum. În ecuațiile (2.2.27)-(2.2.28)  $A = (\lambda + \mu)/2(\lambda + 2\mu)$ ;  $B = (\lambda + 3\mu)/(\lambda + \mu)$ ; funcțiile  $G_i(x, \xi)$ ,  $G_\theta(x, \xi)$  sunt soluții fundamentale (cu exactitatea unor funcții regulate) pentru ecuația Poisson;  $\delta_{ik}$  este simbolul lui Kronecker.

În cazul coordonatelor cilindrice reprezentările integrale generale ale metodei elementelor de influență au fost obținute din reprezentările, descrise în coordonate carteziane (2.2.27) în baza figurii 2.1.

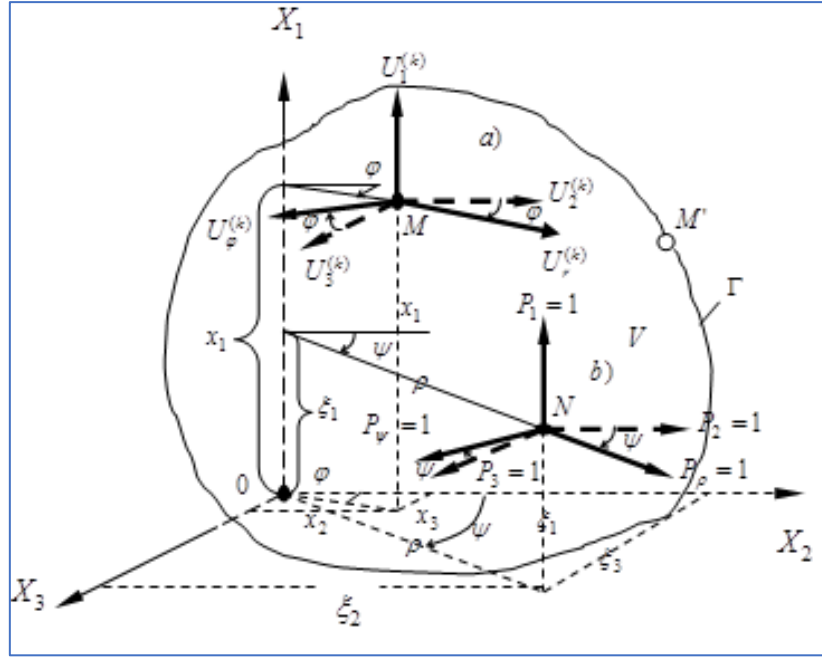


Figura 2.1. Schema forțelor unitare (b) și componentelor matricei de deplasări Green în coordonate carteziene și cilindrice (a).

Reprezentările integrale în coordonate cilindrice se scriu sub forma [29]:

$$\Theta^{(q)} = -\frac{1}{\lambda+2\mu}L^{(q)}G_{\theta} + \int_{\Gamma} \left( \frac{\partial \Theta^{(q)}}{\partial n_{\Gamma}} G_{\theta} - \Theta^{(q)} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_{\theta} \right) d\Gamma(M'); \quad q = \xi_1, \rho, \psi \quad (2.2.29)$$

- pentru funcțiile de influență a dilatării elastice de volum;

$$U_r^{(q)} = \tilde{U}_r^{(q)} + \int_{\Gamma} \left[ \left( G_r^{(\rho)} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_r^{(\rho)} + 2 \frac{n_{\phi'}}{r'} G_{\phi}^{(\rho)} \right) \left( U_r^{(q)} + \frac{\lambda+\mu}{2\mu} r' \Theta^{(q)} \right) + \left( G_{\phi}^{(\rho)} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_{\phi}^{(\rho)} + \frac{2n_{\phi'}}{r'} G_r^{(\rho)} \right) U_{\phi}^{(q)} - \left( G_{\theta} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_{\theta} \right) \frac{\lambda+\mu}{2\mu} r' \Theta^{(q)} \right] d\Gamma(M') \quad (2.2.30)$$

- pentru funcțiile de influență ale deplasărilor radiale;

$$U_{\phi}^{(q)} = \tilde{U}_{\phi}^{(q)} + \int_{\Gamma} \left[ \left( G_r^{(\psi)} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_r^{(\psi)} + \frac{2n_{\phi'}}{r'} G_{\phi}^{(\psi)} \right) \left( U_r^{(q)} + \frac{\lambda+\mu}{2\mu} r' \Theta^{(q)} \right) + \left( G_{\phi}^{(\psi)} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_{\phi}^{(\psi)} - \frac{2n_{\phi'}}{r'} G_r^{(\psi)} \right) U_{\phi}^{(q)} \right] d\Gamma(M') \quad (2.2.31)$$

- pentru funcțiile de influență ale deplasărilor circulare și

$$U_1^{(q)} = \tilde{U}_1^{(q)} + \int_{\Gamma} \left[ \left( G_1 \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_1 \right) \left( U_1^{(q)} + \frac{\lambda+\mu}{2\mu} Y_1 \Theta^{(q)} \right) - \left( G_{\theta} \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} G_{\theta} \right) \frac{\lambda+\mu}{2\mu} x_1 \Theta^{(q)} \right] d\Gamma(M') \quad (2.2.32)$$

- pentru funcțiile de influență ale deplasărilor verticale.

În ecuațiile (2.2.30) - (2.2.32) deplasările  $\tilde{U}_s^{(q)}$ ;  $s = 1, r, \phi$ ;  $q = 1, \rho, \psi$  sunt determinate astfel:

$$\tilde{U}_r^{(q)} = A \left[ (B \delta_{q\rho} - \rho L^{(q)}) G_r^{(\rho)} + r L^{(q)} G_{\theta} + (B+1) \delta_{q\psi} G_r^{(\psi)} \right];$$

$$\tilde{U}_{\phi}^{(q)} = A \left[ (B \delta_{q\rho} - \rho L^{(q)}) G_{\phi}^{(\rho)} + (B+1) \delta_{q\psi} G_{\phi}^{(\psi)} \right];$$

$$\tilde{U}_1^{(q)} = A[(B\delta_{q1} - \xi_1 L^{(q)})G_1 + x_1 L^{(q)}G_\theta] \quad (2.2.33)$$

unde  $L^{(q)}$  este operator diferențial

$$L^{(q)} = \delta_{q1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} + \delta_{q\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\delta_{q\psi}}{\rho} \frac{\partial}{\partial \psi}, \quad (2.2.34)$$

iar  $\Theta^{(q)}$  este funcția de influență a dilatării de volum

$$\Theta^{(q)} = \frac{\partial U_r^{(q)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\phi^{(q)}}{\partial \phi} + \frac{U_r^{(q)}}{r} + \frac{\partial U_1^{(q)}}{\partial x_1}. \quad (2.2.35)$$

În ecuațiile (2.2.33) funcțiile  $G_r^{(\rho)}, G_\phi^{(\psi)}, G_\phi^{(\rho)}, G_r^{(\psi)}, G_1$  se determină cu expresiile:

$$G_r^{(\rho)} = G_\phi^{(\psi)} = G \cos(\phi - \psi); G_\phi^{(\rho)} = -G \sin(\phi - \psi); G_r^{(\psi)} = G \sin(\phi - \psi) \quad (2.2.36)$$

unde funcțiile  $G, G_1$  sunt soluții fundamentale ale ecuației Poisson (cu exactitatea unor funcții regulate) iar funcțiile  $G_r^{(\rho)}, G_\phi^{(\psi)}, G_\phi^{(\rho)}, G_r^{(\psi)}$  - care satisfac sistemului de ecuații

$$\begin{aligned} \nabla^2 G_r^{(q)} - \frac{1}{r^2} G_r^{(q)} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial G_\phi^{(q)}}{\partial \phi} &= -\delta_{rq} \delta(M - N) \\ \nabla^2 G_\phi^{(q)} - \frac{1}{r^2} G_\phi^{(q)} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial G_r^{(q)}}{\partial \phi} &= -\delta_{\phi q} \delta(M - N) \end{aligned} \quad (2.2.37)$$

### 2.2.5. Metodica aplicării MEII la calculul problemelor elastice de limită cu două și trei dimensiuni

*Primul pas.* Se scriu reprezentările integrale (2.2.27) – (2.2.28) sau (2.2.29) – (2.2.33) pentru cazul corpului solid elastic cu geometrie concretă;

*Pasul doi.* Se simplifică reprezentările integrale (2.2.27) – (2.2.28) sau (2.2.29) – (2.2.33), ținând cont de condițiile omogene generalizate de limită;

*Pasul trei.* Din reprezentările integrale simplificate se obțin formulele structurale pentru matricele de deplasări Green  $U_i^{(k)}$ ;  $i, k = 1, 2, 3$ ;  $U_s^{(q)}$ ;  $s = x_1, r, \phi$ ;  $q = \xi_1, \rho, \psi$ , exprimate prin FGEP sau prin funcțiile  $G_r^{(\rho)}, G_\phi^{(\psi)}, G_\phi^{(\rho)}, G_r^{(\psi)}$ ;

*Pasul patru.* Se substituie expresiile analitice pentru FGEP sau pentru funcțiile  $G_r^{(\rho)}, G_\phi^{(\psi)}, G_\phi^{(\rho)}, G_r^{(\psi)}$  în formulele structurale pentru  $U_i^{(k)}(x, \xi)$  sau  $U_s^{(q)}$  obținând expresiile analitice respective pentru  $U_i^{(k)}$  sau  $U_s^{(q)}$ ;

*Pasul cinci.* Se substituie expresiile analitice pentru  $U_i^{(k)}$  sau  $U_s^{(q)}$  în formula integrală (2.2.26) scrisă pentru problema de limită concretă obținând soluțiile problemei inițiale de limită (2.2.24) și (2.2.25) sub formă de integrale;

*Pasul șase.* Se calculează integralele indicate în pasul cinci obținând expresiile analitice finale pentru deplasările  $u_i$ .

*Pasul șapte.* Se construiesc graficele rezultatelor analitice obținute cu analiza acestora.

## **Concluzii la capitolul 2**

În acest capitol au fost prezentate elemente teoretice esențiale necesare pentru continuarea studiului cu privire la asigurarea preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor recondiționate specifice utilajului agricol și elaborării algoritmului pentru calcularea ajustajelor cu strângere și cu joc evidențiate în următoarele capitole.

Principalele contribuții aduse în acest capitol sunt următoarele:

- S-a efectuat o analiză a metodologiei de rezolvare a problemelor de interschimbabilitate a pieselor recondiționate în conformitate cu știința preciziilor din care rezultă că toleranțele stabilite în procesul de proiectare trebuie să ia în considerare toți factorii de influență care apar în timpul exploatării și care, prin metodele existente de proiectare a ajustajelor din piesele recondiționate, nu asigură precizia necesară.

- S-au elaborat algoritmele pentru problemele de limită de o singură și mai multe dimensiuni care pot fi folosite la calculul ajustajelor cu strângere și cu joc.

- Pentru rezolvarea problemelor de termoelasticitate au fost folosită metoda reprezentărilor integrale armonice care constă în obținerea funcțiilor principale termoelastice exprimate prin funcțiile Green pentru ecuația Poisson (FPTD). Avantajul principal a metodei elaborate constă în îmbinarea a două etape de rezolvare a problemelor termoelastice de limită (PTL) într-o singură etapă. De asemenea, deplasările și tensiunile termoelastice se exprimă direct prin acțiunile termice date pe suprafață și în interiorul corpului termoelastic.

- S-a demonstrat că MEII permite obținerea soluției problemei de limită a teoriei elasticității sub formă de integrale, exprimate prin acțiunile mecanice cunoscute de pe suprafața și din interiorul corpului elastic.

- S-a stabilit ordinea de efectuare a procedurilor matematice pentru obținerea soluțiilor problemelor termoelastice de limită (PTL) și a celor elastice de limită (PEL).

### **3. Cercetări cu privire la calculul preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor cu strângere alcătuite din piese întregre și cele recondiționate cu materiale eterogene din componența mașinilor agricole**

#### **3.1. Cercetări cu privire la asigurarea preciziei îmbinărilor cu strângere proprie**

##### **3.1.1. Calculul ajustajelor îmbinărilor cu strângere și problemele tensiunilor de contact**

În literatura de specialitate problema tensiunilor de contact și problema calculului ajustajelor cu materiale eterogene a fost studiată de mai mulți autori cu aplicarea a mai multor metode ale teoriei elasticității și termoelasticității: metoda soluțiilor omogene [96, 97], metoda separării variabilelor [76], soluțiilor generale [97], metoda transformărilor integrale [117], metoda lui Șvarț [116], metoda Fourier [37] metodele variaționale [84], metoda potențialilor de elasticitate [42], metode numerice [107]. Analiza și controlul preciziei asamblării sunt prezentate în lucrarea [68]. Studiul echilibrul elastic al copurilor de deferite forme canonice a fost prezentat în lucrarea [76].

Spre regret, existența a mai multe metode matematice nu asigură rezolvarea tuturor problemelor de limită, în special a celor tridimensionale și nu permit să se țină cont simultan de mai mulți factori care influențează soluția. Deci, succesul în calculul ajustajelor este dependent de calitatea metodelor folosite la rezolvarea problemelor de limită ale mecanicii corpurilor solide deformabile, inclusiv a teoriei elasticității [16, 96, 97], plasticității [18] și termoelasticității [27, 32, 36-40].

Din acest punct de vedere precizia metodelor de calcul al ajustajelor îmbinărilor de piese (care de fapt sunt probleme de limită tridimensionale) se reduce la perfecționarea metodelor matematice existente de rezolvare a problemelor de limită tridimensionale ale teoriei elasticității și termoelasticității (vezi p.2.2 al prezentei lucrări).

Spre deosebire de metodele matematice existente, metoda elementelor de influență și metoda reprezentărilor integrale armonice ne permite să ținem cont de un șir de factori prezenți în ajustajele utilajelor agricole cum sunt: *temperatura, fluxul termic, sursa de căldură, grosimea stratului de material eterogen, modulul de elasticitate, rezistența și capacitatea portantă a stratului de material eterogen, coeficientul lui Poisson etc.*

De adăugat că metoda elementelor de influență și metoda reprezentărilor integrale armonice au o perspectivă substanțială de dezvoltare, deoarece reprezentările integrale generale, pe care ele se bazează, pot fi deduse în diferite sisteme de coordonate ortogonale, inclusiv Carteziene, polare, cilindrice și sferice, care se întâlnesc frecvent în geometria pieselor și ajustajelor cuplurilor renovate cu materiale eterogene.

În această lucrare, metodele menționate urmează să fie dezvoltate pentru rezolvarea problemelor de limită de o dimensiune, de două și trei dimensiuni (metodica de aplicare a rezolvării acestor probleme de elasticitate este prezentată în paragraful 2.2.1 și 2.2.5, în baza MEII: în cazul



calculului ajustajelor cuplelor asamblate prin strângere proprie sau cu joc (în coordonate polare); pentru rezolvarea problemelor de limită de trei dimensiuni întâlnite la calculul ajustajelor asamblărilor din piese renovate, geometria cărora se descrie în coordonate carteziane (de exemplu, pentru îmbinările cu pană, cu caneluri, cu profil special etc. renovate prin aport de material).

### ***3.1.2. Metode cunoscute folosite la calculul preciziei de asamblare a îmbinărilor cu strângere proprie***

Asamblările cu strângere proprie se folosesc pentru imobilizarea unor piese care nu se demontează sau care se demontează rar. Asamblările cu strângere au importante avantaje: posibilitatea transmiterii unor momente destul de mari; comportare bună la sarcini variabile, centrare precisă a pieselor, economie de spațiu și greutate; simplitate în execuția pieselor componente, cost redus etc. Dintre dezavantaje se pot enumera: deteriorarea suprafețelor de contact la demontare; neadmiterea suprasolicitării îmbinării chiar o singură dată, cerințe elevate față de suprafețele de contact și precizia de fabricare, probleme la controlul îmbinării [15].

Imobilitatea în timpul exploatării a îmbinărilor cu strângere proprie se realizează prin deformațiile elastice ale pieselor asamblate apărute datorită diferenței de dimensiuni a suprafețelor conjugate. Menținerea asamblării depinde de mai mulți factori și, în primul rând, de alegerea corectă a ajustajului, rugozitatea suprafețelor de contact, metoda asamblării, posibili factori de influență care pot apărea pe parcursul exploatării.

Alegerea ajustajului cu strângere proprie, deci și rezistența la patinare, se face în funcție de un număr mare de factori, printre care mai importanți sunt: parametri geometrici ai pieselor montate și ai îmbinării; caracteristicile fizice și mecanice ale materialelor pieselor asamblate (modulul de elasticitate, limita de curgere, coeficientul Poisson, relaxarea tensiunilor, coeficientul dilatărilor termice a materialelor pieselor conjugate, coeficientul de frecare a suprafețelor de contact); condițiile de încărcare (valoarea sarcinilor la care este supusă îmbinarea, viteza de rotație, masa pieselor care se rotesc); tehnologia montării (condițiile de presare, forța de presare, viteza de presare, forma teșiturilor etc.); condițiile de exploatare (mărimea și caracterul solicitărilor, temperatura de exploatare, mediul de exploatare, numărul de montări/demontări etc.) [69].

În literatura de specialitate, îmbinărilor cu strângere sunt dedicate mai multe studii, însă acestea, de regulă, se referă la îmbinările obținute din piese noi, iar specificul îmbinărilor din piese renovate este destul de modest prezentat.

În momentul de față, calculul și alegerea ajustajelor îmbinărilor cu strângere se efectuează prin metode clasice, folosind o mulțime de date din îndrumare de specialitate. Metodele existente presupun determinarea valorii strângerii în dependență de solicitările la care este supusă îmbinarea [86]. Condiția principală este ca presiunea specifică  $p$  dintre suprafețele de contact să fie mai mare

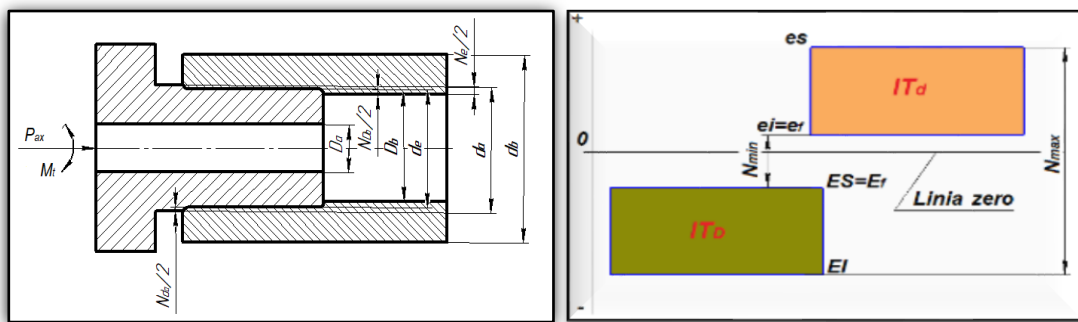
decât forțele exterioare la care este expusă îmbinarea (forța axială  $P_{ax}$  și momentul de torsiune  $M_t$ ).

În figura 3.1 se prezintă schema unei asamblări cu strângere proprie cu reprezentarea grafică a epurei câmpului de toleranță.

Metoda clasică de calcul al ajustajului îmbinărilor cu strângere proprie se pornește de la faptul că în rezultatul presării are loc deformarea simultană a bușei ( $N_{Db}$ ) și a arborelui ( $N_{da}$ ), astfel deformarea totală a pieselor îmbinării după asamblare este:

$$N = N_{Db} + N_{da} \quad (3.1.1)$$

Menționăm că, după asamblare, această diferență devine egală cu zero.



**Figura 3.1. Schema de calcul a strângerilor dintre un arbore tubular și o bușă**

În această figură  $D_a$  – diametrul găurii din arborele tubular;  $d_a$  – diametrul exterior al arborelui tubular;  $D_b$  – diametrul interior al bușei;  $d_b$  – diametrul exterior al bușei;  $d_e$  – diametrul efectiv al îmbinării (diametrul obținut în îmbinare după asamblare);  $N_e$  – valoarea efectivă a strângerii;  $N_{Db}$  – deformarea bușei după asamblare;  $N_{da}$  – deformarea arborelui după asamblare;  $N_{max}$  – strângerea maximă;  $N_{min}$  – strângerea minimă;  $ES, EI, es, ei$  - Abaterile superioare și inferioare, respectiv pentru alezaj și pentru arbore.

Valoarea deformației totale trebuie să creeze, în zona de contact, niște forțe de frecare capabile să imobilizeze piesele asamblate în toate cazurile posibile de solicitări. Reieșind din această situație au fost deduse careva formule de calcul exprimate prin forța axială și momentul de torsiune care acționează asupra îmbinării în funcție de diametrul ajustajului, coeficientul de frecare, modulele de elasticitate ale celor două materiale din care este compusă piesa, coeficienții lui Lamé, etc. Astfel, strângerile minime pentru sistemele alcătuite din piese metalice se determină din următoarele relații [13]:

$$N_{min. ax.} = \frac{P_{ax}}{\pi d_n l f} d_n \left( \frac{C_D}{E_D} + \frac{C_d}{E_d} \right); \quad (3.1.2)$$

$$N_{min. tors.} = \frac{2M_t}{\pi d_n^2 l f} d_n \left( \frac{C_D}{E_D} + \frac{C_d}{E_d} \right); \quad (3.1.3)$$

$$N_{min. rez.} = \frac{\sqrt{P_{ax}^2 + \left(\frac{2M_t}{d_n}\right)^2}}{\pi d_n l f} d_n \left( \frac{C_D}{E_D} + \frac{C_d}{E_d} \right), \quad (3.1.4)$$

în care  $P_{ax}$  și  $M_t$  reprezintă, respectiv, forța axială și momentul de torsiune la care este solicitată îmbinarea;  $d_n$  – diametrul nominal al ajustajului;  $l$  – lungimea îmbinării;  $f$  – coeficientul de frecare;  $E_D$  și  $E_d$  – modulele de elasticitate ale materialelor celor două piese asamblate;  $C_D$  și  $C_d$  – coeficienții lui Lamé.

Aceste formule se folosesc pentru cazul când ambele piese sunt întregi, dar nu țin cont de mai mulți factori mecanici și termici de influență.

Formulele de calcul al strângerilor pentru îmbinările, alcătuite din piese recondiționate, când suprafețele de contact sunt fabricate din materiale eterogene, rezultatele obținute nu sunt suficient de exacte, deoarece nu iau în considerare toți factorii de influență, cum sunt cei termici (temperatura, fluxul de căldură, sursa de căldură, coeficientul de conductibilitate termică etc.), cei mecanici (deformațiile remanente după presare din straturile aplicate pentru compensarea uzurii, deformațiile termoelastice, deformațiile plastice rezultate în procesul de exploatare, rezistența admisibilă a materialelor eterogene la diferite solicitări etc.).

Bazându-se pe teoria elasticității, Vorobiov și Bejelukova [73] au propus formule pentru determinarea strângerii dintre o piesă metalică și una din polimer. De menționat că formulele de calcul diferă în funcție de suprafața pe care a fost aplicat stratul compensator de uzură. Aceste formule prezintă calcule care se fac cu anumite simplificări, ceea ce reduce esențial gradul de exactitate a rezultatelor. Remizov, Bochikov și Braghinskii [114] recomandă corectarea valorii strângerii folosindu-se de coeficientul de compensare termică.

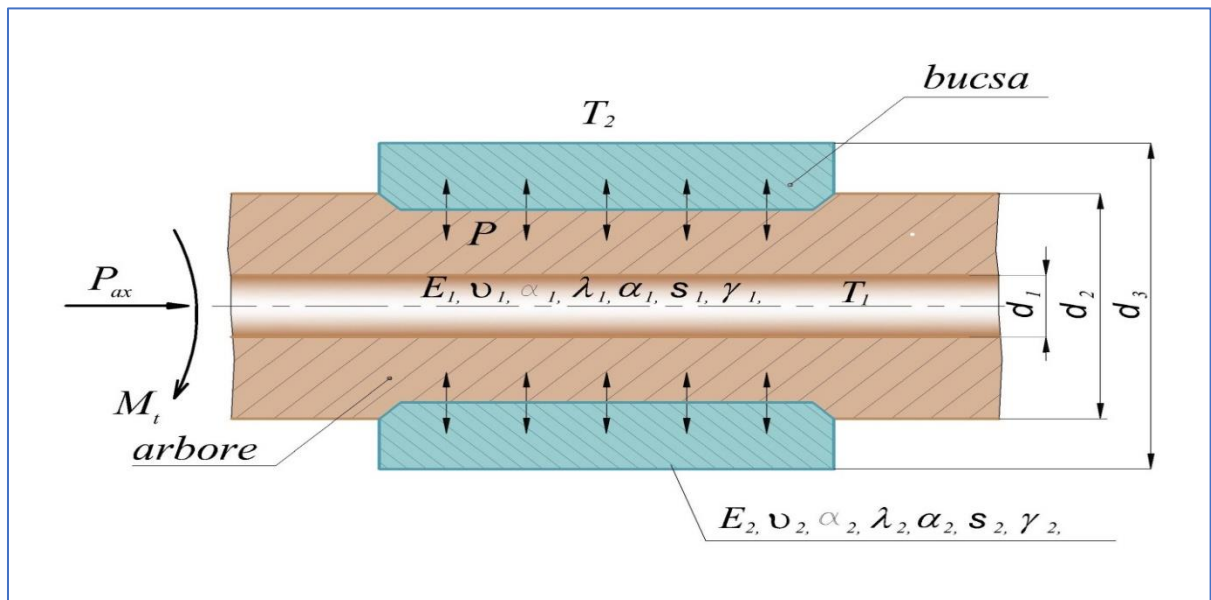
O abordare nouă în calculul ajustajelor cu strângere proprie a fost propusă de către V. Șeremet și Gr. Marian [11] care, au propus folosirea funcțiilor Green la rezolvarea problemelor de limită ale pieselor recondiționate cu straturi compensatoare de uzură pentru ajustaje alcătuite din piese cilindrice tubulare. Aceste principii sunt dezvoltate, în continuare, în teza de doctor habilitat [12, 13] prin elaborarea unei metode de calcul care permite dimensionarea îmbinărilor cu strângere pentru condițiile când în zona de contact există un strat intermediar cu plasticitate considerabil mai mare decât a pieselor de bază. Metoda se referă la asamblările când o piesă este metalică, iar a doua este recondiționată cu straturi compensatoare de uzură din materiale compozite și nu se ține cont de o serie de factori cum ar fi: sursa interioară de căldură, temperatura, fluxul de temperatură, conductibilitatea termică, coeficientul de dilatare termică a materialului etc.

### 3.2. Perfecționarea metodei de calcul al îmbinărilor alcătuite din piese metalice integre

#### 3.2.1. Determinarea câmpului de temperatură în zona de contact a îmbinărilor cu strângere proprie

Cum s-a menționat în subcapitolul precedent metodele existente de calcul al ajustajelor cu strângere nu iau în considerare toți parametrii de influență asupra îmbinărilor cu strângere alcătuite din două materiale eterogene, de exemplu a temperaturii din zona de contact, sursele de generare a căldurii, coeficienții de dilatare termică liniară, coeficienții de conductibilitate termică etc.

Pentru lichidarea acestui dezavantaj se propune de efectuat calculul ajustajelor cu strângere prin folosirea funcțiilor Green prezentată în subcapitolul 2.2.1 și a metodei integrării directe. Schema asamblării este prezentată în figura 3.2.



**Figura 3.2. Schema îmbinării prin strângere alcătuită din piese integre cu caracteristici fizice și mecanice diferite**

La prima etapă formulăm problema de limită necesară pentru determinarea câmpului de temperatură prezent în îmbinările alcătuite din diferite materiale [14].

Pentru determinarea câmpului de temperatură rezolvăm problema de limită compusă din următoarele ecuații diferențiale:

$$\frac{d^2 T_1(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_1(r)}{dr} = -\frac{s_1(r)}{a_1} \text{ - pentru arbore,} \quad (3.2.1)$$

$$\frac{d^2 T_2(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_2(r)}{dr} = -\frac{s_2(r)}{a_2} - \text{pentru alezaj} \quad (3.2.2)$$

în care  $T_1(r)$ ,  $s_1(r)$  și  $a_1$  reprezintă respectiv câmpul de temperatură funcție de  $r$ , sursa de căldură funcție de  $r$  și constanta conductivității termice în arbore;  $T_2(r)$ ,  $s_2(r)$  și  $a_2$  respectiv în alezaj.

Constantele arbitrare de integrare din  $T_1(r)$  și  $T_2(r)$  se determină din următoarele condiții de limită:

$$T_1(r_1) = T_1 \text{ și } T_2(r_3) = T_2. \quad (3.2.3)$$

și de conjugare:

$$T_1(r_2) = T_2(r_2); \lambda_1 \frac{dT_1(r_2)}{dr} = \lambda_2 \frac{dT_2(r_2)}{dr} \quad (3.2.4)$$

în care  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$  sunt coeficienții conductibilității căldurii a materialelor pieselor conjugate.

Pentru rezolvarea problemei de limită formulată anterior este necesar de să se determine soluțiile generale ale ecuațiilor diferențiale (3.2.1) și (3.2.2) care pentru surse constante de căldură au următoarea formă:

$$T_1(r) = c_1 + c_2 \ln r - \frac{s_1 r^2}{4a_1} - \text{pentru arbore} \quad (3.2.5)$$

și

$$T_2(r) = f_1 + f_2 \ln r - \frac{s_2 r^2}{4a_2} - \text{pentru alezaj} \quad (3.2.6)$$

unde  $c_1$ ,  $c_2$  și  $f_1$ ,  $f_2$  sunt constante de integrare care se determină din condițiile (3.2.3) și (3.2.4).

Substituind expresiile (3.2.5) și (3.2.6) în condițiile de limită (3.2.3) și în condițiile de conjugare (3.2.4) obținem următorul sistem de ecuații lineare:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 \ln r_1 - \frac{s_1 r_1^2}{4a_1} = T_1; f_1 + f_2 \ln r_3 - \frac{s_2 r_3^2}{4a_2} = T_2 \\ c_1 + c_2 \ln r_2 - \frac{s_1 r_2^2}{4a_1} = f_1 + f_2 \ln r_2 - \frac{s_2 r_2^2}{4a_2}; \lambda_1 c_2 - \lambda_2 f_2 = \frac{r_2^2}{2} \left( \frac{s_1}{a_1} - \frac{s_2}{a_2} \right) \end{cases} \quad (3.2.7)$$

Soluția sistemului de ecuații (3.2.7) poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{s_1}{4a_1} r_1^2 + T_1 - c_2 \ln r_1; f_1 = \frac{s_2}{4a_2} r_3^2 + T_2 - f_2 \ln r_3 \\ c_2 = \frac{N_1 \lambda_2 + N_2 \ln \frac{r_3}{r_2}}{\ln \left[ \left( \frac{r_3}{r_2} \right)^{\lambda_1} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^{\lambda_2} \right]}; f_2 = \frac{N_1 \lambda_1 - N_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \left[ \left( \frac{r_3}{r_2} \right)^{\lambda_1} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^{\lambda_2} \right]} \end{cases} \quad (3.2.8)$$

în care

$$N_1 = \frac{s_1}{4a_1} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{s_2}{4a_2} (r_3^2 - r_2^2) + T_2 - T_1; N_2 = \frac{r_2^2}{2} \left( \frac{\lambda_1 s_1}{a_1} - \frac{\lambda_2 s_2}{a_2} \right) \quad (3.2.9)$$

Substituind coeficienții  $c_1, c_2$  și  $f_1, f_2$  din (3.2.7) și (3.2.8) în (3.2.5) și (3.2.6) obținem următoarele expresii finale pentru câmpurile de temperatură în ambele componente ale cuplei tribologice [14]:

$$T_1(r) = \frac{s_1}{4a_1}(r_1^2 - r^2) + T_1 + c_2 \ln \frac{r}{r_1}; T_2(r) = \frac{s_2}{4a_2}(r_2^2 - r^2) + T_2 + f_2 \ln \frac{r}{r_3} \quad (3.2.10)$$

### 3.2.2. Determinarea strângerii îmbinărilor alcătuite din piese întregi metalice

Determinarea strângerii pentru îmbinările supuse diferitor tipuri de solicitări este determinată de acțiunea forțelor care apar în zona de contact ale pieselor conjugate și de factorii însoțitori pe parcursul exploatării (sursele interioare de căldură  $s_1, s_2$  și temperaturile  $T_1, T_2$  prezente pe suprafețele interioară și exterioară a îmbinării; forțele centrifugale cvasistatice din piesele singulare și îmbinate). Astfel problema de limită pentru îmbinările din piesele recondiționate cu materiale de natură diferită se reduce la rezolvarea a două ecuații diferențiale - una pentru arbore și a doua pentru alezaj [14].

În cele ce urmează se prezintă formularea ecuației pentru arbore:

$$\frac{d^2 U_{r1}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_{r1}(r)}{dr} - \frac{U_{r1}(r)}{r^2} = f_1(r) \quad (3.2.11)$$

în care  $U_{r1}$  sunt deplasările radiale din arbore,  $f_1(r)$  este funcția de:

- derivata temperaturii pe raza arborelui circular ( $r_1 \leq r \leq r_2$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ):

$$\frac{dT_1(r)}{dr} = -\frac{s_1}{2a_1}r + \frac{c_2}{r}, \quad (3.2.12)$$

-  $q_1$  constanta dependentă de coeficientul Poisson  $\nu_1$  și coeficientul dilatării termice liniare  $\alpha_1$  determinată cu relația:

$$q_1 = (1 + \nu_1)\alpha_1, \quad (3.2.13)$$

-  $b_1$  este o constantă determină cu relația:

$$b_1 = [(1 - \nu_1^2)/E_1] \cdot \gamma_1 \omega^2 g^{-1}, \quad (3.2.14)$$

în care  $E_1$  și  $\gamma_1$  sunt modulul de elasticitate și greutatea specifică a materialului arborelui,  $\omega$  - viteza unghiulară de rotire,  $g$  - accelerația căderii libere.

Astfel, expresia generală pentru funcția  $f(r)$  este:

$$f_1(r) = q_1 \frac{dT_1(r)}{dr} - b_1 r, \quad (3.2.15)$$

iar cea finală din ecuația (3.15) are următoarea formă:

$$f_1(r) = -\left(\frac{q_1 s_1}{2a_1} + b_1\right)r + \frac{q_1 c_2}{r} \quad (3.2.16)$$

Ecuația diferențială pentru alezajul ( $r_2 \leq r \leq r_3$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) se formulează, în mod analogic, cum a fost formulată pentru arbore. Sensul fizic al acestei ecuații reprezintă echilibrul îmbinării exprimat prin deplasări și are următoarea formă [14]:

$$\frac{d^2 U_{r2}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_{r2}(r)}{dr} - \frac{U_{r2}(r)}{r^2} = - \left( \frac{q_2 s_2}{2a_2} + b_2 \right) r + \frac{q_2 f_2}{r}, \quad (3.2.17)$$

În continuare prezentăm soluțiile generale pentru ecuațiile diferențiale ale deplasărilor din arbore (3.2.11) - (3.2.16) și alezaj (3.2.17), care sunt compuse din soluțiile generale  $m_1 r + \frac{m_2}{r}$  și  $k_1 r + \frac{k_2}{r}$  a ecuațiilor omogene (3.2.11), (3.2.17) și soluțiile particulare  $\bar{U}_{T1}(r) + \bar{U}_{\omega1}(r)$  și  $\bar{U}_{21}(r) + \bar{U}_{\omega2}(r)$  determinate în rezultatul calculării integralei de la produsul funcțiilor Green pentru piesele conjugate și părțile drepte ( $f_1(r), f_2(r)$ ), care sunt cunoscute. În rezultat obținem următoarele ecuații:

$$U_{r1}(r) = m_1 r + \frac{m_2}{r} + \bar{U}_{T1}(r) + \bar{U}_{\omega1}(r); \quad (3.2.18)$$

$$\bar{U}_{T1}(r) = q_1 \left( c_2 r \ln r - \frac{s_1}{16a_1} r^3 \right); \quad \bar{U}_{\omega1}(r) = -\frac{b_1}{8} r^3$$

$$U_{r2}(r) = k_1 r + \frac{k_2}{r} + \bar{U}_{21}(r) + \bar{U}_{\omega2}(r); \quad (3.2.19)$$

$$\bar{U}_{T2}(r) = q_2 \left( f_2 r \ln r - \frac{s_2}{16a_2} r^3 \right); \quad \bar{U}_{\omega2}(r) = -\frac{b_2}{8} r^3$$

în care  $m_1, m_2, k_1, k_2$  sunt constante arbitrare de integrare, determinarea cărora necesită cunoașterea tensiunilor radiale în arbore  $\sigma_{r1}(r)$  și în alezaj  $\sigma_{r2}(r)$  folosind legea Duhamel – Newman [14]:

$$\sigma_{r1}(r) = \frac{E_1}{1-\nu_1^2} \left( \frac{dU_{r1}(r)}{dr} + \nu_1 \frac{U_{r1}(r)}{r} \right) - E_1 \alpha_1 T_1(r) - \text{pentru arbore}; \quad (3.2.20)$$

$$\sigma_{r2}(r) = \frac{E_2}{1-\nu_2^2} \left( \frac{dU_{r2}(r)}{dr} + \nu_2 \frac{U_{r2}(r)}{r} \right) - E_2 \alpha_2 T_2(r) - \text{pentru alezaj}$$

Substituind deplasările (3.2.18) și (3.2.19) în ecuațiile (3.2.20) obținem următoarele expresii pentru tensiunile radiale exprimate prin constantele de integrare:

$$\sigma_{r1}(r) = \frac{E_1 m_1}{1-\nu_1} - \frac{E_1 m_2}{(1+\nu_1)r^2} + p_1(r);$$

$$p_1(r) = p_{1\omega}(r) + p_{1T}(r); \quad p_{1\omega}(r) = -\frac{b_1}{8} (3 + \nu_1) r^2; \quad (3.2.21)$$

$$p_{1T}(r) = \frac{E_1}{1-\nu_1^2} q_1 \left[ c_2 (1 + (1 + \nu_1) \ln r) - \frac{s_1}{16a_1} (3 + \nu_1) r^2 \right] - E_1 \alpha_1 T_1(r)$$

$$\sigma_{r2}(r) = \frac{E_2 k_1}{1-\nu_1} - \frac{E_2 k_2}{(1+\nu_1)r^2} + p_2(r);$$

$$p_2(r) = p_{2\omega}(r) + p_{2T}(r); \quad p_{2\omega}(r) = p_{2T}(r); \quad p_{2\omega}(r); \quad (3.2.22)$$

$$p_{2T}(r) = \frac{E_2}{1-\nu_2^2} q_2 \left[ f_2 (1 + (1 + \nu_1) \ln r) - \frac{s_2}{16a_2} (3 + \nu_2) r^2 \right] - E_2 \alpha_2 T_2(r)$$

unde  $p_1(r)$  și  $p_2(r)$  reprezintă presiunile radiale în arbore și în alezaj care sunt compuse din presiunea cauzată de temperatură ( $p_{1T}(r), p_{2T}(r)$ ) și forțele centrifugale ( $p_{1\omega}(r), p_{2\omega}(r)$ ).

Pentru determinarea constantelor arbitrare de integrare  $m_1, m_2, k_1, k_2$  folosim următoarele condiții de limită:

$$\sigma_{r1}(r_1) = 0; \quad \sigma_{r1}(r_2) = p_{min} \quad (3.2.23)$$

pentru arborele ( $r_1 \leq r \leq r_2; 0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) și

$$\sigma_{r2}(r_2) = p_{min}; \quad \sigma_{r2}(r_3) = 0 \quad (3.2.24)$$

pentru alezaj ( $r_2 \leq r \leq r_3$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ).

Substituind (3.2.21) și (3.2.22) în condițiile de limită (3.2.23) și (3.2.24) obținem următoarele două sisteme alcătuite din câte două ecuații liniare în raport cu constantele  $m_1$ ,  $m_2$  și  $k_1$ ,  $k_2$  [14]:

$$\begin{cases} \frac{E_1 m_1}{1-\nu_1} - \frac{E_1 m_2}{(1+\nu_1)r_1^2} = -p_1(r_1) \\ \frac{E_1 m_1}{1-\nu_1} - \frac{E_1 m_2}{(1+\nu_1)r_2^2} = p_{\min} - p_1(r_2) \end{cases} \quad \text{- pentru arbore} \quad (3.2.25)$$

$$\begin{cases} \frac{E_1 k_1}{1-\nu_1} - \frac{E_1 k_2}{(1+\nu_1)r_1^2} = -p_1(r_1) \\ \frac{E_2 k_1}{1-\nu_2} - \frac{E_2 k_2}{(1+\nu_2)r_3^2} = -p_2(r_3) \end{cases} \quad \text{- pentru alezaj} \quad (3.2.26)$$

Soluția sistemului (3.2.25) se scrie sub forma:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{(1-\nu_1)[(p_{\min} - p_1(r_2))r_2^2 + p_1(r_1)r_1^2]}{E_1(r_2^2 - r_1^2)} \\ m_2 = \frac{(1+\nu_1)[p_{\min} - p_1(r_2) + p_1(r_1)]r_2^2 r_1^2}{E_1(r_2^2 - r_1^2)} \end{cases} \quad \text{- pentru arbore} \quad (3.2.27)$$

La fel scriem soluțiile pentru sistemul (3.2.26)

$$\begin{cases} k_1 = \frac{(1-\nu_2)[(p_{\min} - p_2(r_2))r_2^2 - p_2(r_3)r_3^2]}{E_2(r_3^2 - r_2^2)} \\ k_2 = \frac{(1+\nu_2)[p_{\min} + p_2(r_2) - p_2(r_3)]r_2^2 r_3^2}{E_2(r_3^2 - r_2^2)} \end{cases} \quad \text{- pentru alezaj} \quad (3.2.28)$$

Valoarea strângerii minime ( $N_{\min}$ ) pentru cazul solicitărilor mecanice (forța axială, moment de torsiune și acțiunea simultană a acestora) și termice (sursa de căldură, temperatura și fluxul de căldură din elementele componente și din zona de contact) poate fi determinată cu următoarea relație:

$$N_{\min} = N_{p_{\min}} + N_{\omega_{\min}} + N_{T_{\min}} = 2(U_{r_1 p}(r_2) + U_{r_2 p}(r_2)) + 2(U_{r_1 T}(r_2) + U_{r_2 T}(r_2)) + 2(U_{r_1 \omega}(r_2) + U_{r_2 \omega}(r_2)) \quad (3.2.29)$$

unde  $N_{p_{\min}}$ ,  $N_{\omega_{\min}}$ ,  $N_{T_{\min}}$  sunt strângerile cauzate de solicitările mecanice și cele termice.

Componentele relației (3.2.29) se determină folosind constantele din (3.2.27) și (3.2.28) substituie în (3.2.21) și (3.2.22) și grupând expresiile obținute pe lângă  $p_{\min}$ ;  $p_{1\omega}(r_1)$ ,  $p_{1\omega}(r_2)$  și  $p_{1T}(r_1)$ ,  $p_{1T}(r_2)$ ;  $p_{2\omega}(r_2)$ ,  $p_{2\omega}(r_3)$  și  $p_{21T}(r_2)$ ,  $p_{2T}(r_3)$ .

În acest mod, strângerea  $N_{p_{\min}}$  se determină cu formulele [14]:



$$N_{p_{\min}} = p_{\min} 2r_2 \left[ \frac{1+e_1^2}{E_1(1-e_1^2)} - \frac{\nu_1}{E_1} + \frac{(1+e_2^2)}{E_2(1-e_2^2)} + \frac{\nu_2}{E_2} \right]; e_1 = \frac{r_1}{r_2}; e_2 = \frac{r_2}{r_3} \quad (3.2.30)$$

sau

$$N_{p_{\min}} = p_{\min} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right); d_2 = 2r_2; h_1 = \frac{1+e_1^2}{1-e_1^2}; h_2 = \frac{1+e_2^2}{1-e_2^2} \quad (3.2.31)$$

Formulele de determinare a presiunii  $p(p_{P_{ax}}, p_{M_t}, p_{P_{ax}M_t})_{\min}$  depind de mărimea forței axiale  $P_{ax}$ , momentul de torsiune  $M_t$  și de acțiunea concomitentă a forței  $P_{ax}$  și a momentului  $M_t$  care trebuie transmise de la arbore la bucășă se scriu sub forma:

$$P_{\min} = \begin{cases} p_{P_{ax}} = \frac{P_{ax}}{\pi d_2 l f} \\ p_{M_t} = \frac{2M_t}{\pi d_2^2 l f} \\ p_{P_{ax}M_t} = \frac{\sqrt{P_{ax}^2 + (2M_t/d_2)^2}}{\pi d_2^2 f} \end{cases} \quad (3.2.32)$$

unde  $f$  este coeficientul de frecare în zona de contact;  $l$  - lungimea zonei de contact.

Substituind (3.2.22) în (3.2.21) obținem următoarele formule finale pentru determinarea strângerilor minime, cauzate de forța axială  $P_{ax}$ , momentul de torsiune  $M_t$  și de acțiunea concomitentă a forței  $P_{ax}$  și a momentului  $M_t$ :

$$N_{P_{\min}} = \begin{cases} N_{P_{ax}} = \frac{P_{ax}}{\pi d_2 l f} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right) \\ N_{M_t} = \frac{2M_t}{\pi d_2^2 l f} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right) \\ N_{P_{ax}M_t} = \frac{\sqrt{P_{ax}^2 + (2M_t/d_2)^2}}{\pi d_2^2 f} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right) \end{cases} \quad (3.2.33)$$

care coincide cu formulele lui Lamé (3.3.2) - (3.3.4).

Pentru determinarea componentelor  $N_{\omega_{\min}}$  și  $N_{T_{\min}}$  din (3.2.29), folosim metodologia din cazul precedent. Astfel obținem următoarele relații de calcul:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} N_{\omega_{\min}} \\ N_{T_{\min}} \end{array} \right\} &= d_2 \left[ - \left\{ \begin{array}{l} p_{1\omega}(r_2) \\ p_{1T}(r_2) \end{array} \right\} \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} \right) + 2 \frac{e_1^2}{E_1 n_1} \left\{ \begin{array}{l} p_{1\omega}(r_1) \\ p_{1T}(r_1) \end{array} \right\} \right] - \\ &d_2 \left[ \left\{ \begin{array}{l} p_{2\omega}(r_2) \\ p_{2T}(r_2) \end{array} \right\} \left( \frac{1 + \nu_2 h_2}{E_2} + \frac{2}{E_2 n_2} \left\{ \begin{array}{l} p_{2\omega}(r_3) \\ p_{2T}(r_3) \end{array} \right\} \right) \right] + d_2 \left\{ \begin{array}{l} \bar{S}_{\omega} \\ \bar{S}_T \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.2.34)$$

în care

$$\begin{aligned}\bar{S}_\omega &= \frac{r_2^2}{8}(b_2 - b_1); \bar{S}_T = (q_1 c_2 - q_2 f_2) \ln r_2 - \frac{r_2^2}{16} \left( \frac{q_1 s_1}{a_1} + \frac{q_2 s_2}{a_2} \right); \\ b_1 &= \left[ (1 - \nu_1^2) / E_1 \right] \cdot \gamma_1 \omega^2 g^{-1}; b_2 = \left[ (1 - \nu_2^2) / E_2 \right] \cdot \gamma_2 \omega^2 g^{-1}; \\ q_1 &= (1 + \nu_1) \alpha_1; q_2 = (1 + \nu_2) \alpha_2; n_1 = 1 - e_1^2; n_2 = 1 - e_2^2\end{aligned}\quad (3.2.35)$$

iar mărimile  $p_{1\omega}(r_2), p_{1\omega}(r_1), p_{2\omega}(r_2), p_{2\omega}(r_3)$  și  $p_{1T}(r_2), p_{1T}(r_1), p_{2T}(r_2), p_{2T}(r_3)$  se calculează după formulele:

$$\begin{aligned}p_{1\omega}(r_2) &= -\frac{E_1 b_1}{8(1 - \nu_1^2)} (3 + \nu_1) r_2^2; p_{1\omega}(r_1) = -\frac{E_1 b_1}{8(1 - \nu_1^2)} (3 + \nu_1) r_1^2 \\ p_{2\omega}(r_2) &= -\frac{E_2 b_2}{8(1 - \nu_2^2)} (3 + \nu_2) r_2^2; p_{2\omega}(r_3) = -\frac{E_2 b_2}{8(1 - \nu_2^2)} (3 + \nu_2) r_3^2;\end{aligned}\quad (3.2.36)$$

$$p_{1T}(r_1) = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} q_1 \left[ c_2 (1 + (1 + \nu_1) \ln r_1) - \frac{s_1}{16a_1} (3 + \nu_1) r_1^2 \right] - E_1 \alpha_1 T_1;\quad (3.2.37)$$

$$p_{1T}(r_2) = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} q_1 \left[ c_2 (1 + (1 + \nu_1) \ln r_2) - \frac{s_1}{16a_1} (3 + \nu_1) r_2^2 \right] - E_1 \alpha_1 T_1(r_2); \quad (3.2.38)$$

$$T_1(r_2) = T_1 + \frac{s_1}{4a_1} (r_1^2 - r_2^2) + c_2 \ln \frac{r_2}{r_1};$$

$$p_{2T}(r_2) = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} q_2 \left[ f_2 (1 + (1 + \nu_2) \ln r_2) - \frac{s_2}{16a_2} (3 + \nu_2) r_2^2 \right] - \quad (3.2.39)$$

$$E_2 \alpha_2 T_2(r_2); T_2(r_2) = T_2 + f_2 \ln \frac{r_2}{r_3};$$

$$p_{2T}(r_3) = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} q_2 \left[ f_2 (1 + (1 + \nu_2) \ln r_3) - \frac{s_2}{16a_2} (3 + \nu_2) r_3^2 \right] - E_2 \alpha_2 T_2 \quad (3.2.40)$$

Menționăm că algoritmul de calcul și calculul numeric propriu zis a temperaturii și a strângerilor minime pentru îmbinarea din figura 3.2 sunt prezentate în anexele A și B.

### 3.3. Perfecționarea metodei de calcul al strângerii proprii a îmbinărilor recondiționate cu materiale eterogene

#### 3.3.1. Determinarea câmpului de temperatură în zona de contact a îmbinărilor cu strângere recondiționate cu materiale eterogene

Schema asamblării este prezentată în figura 3.3.

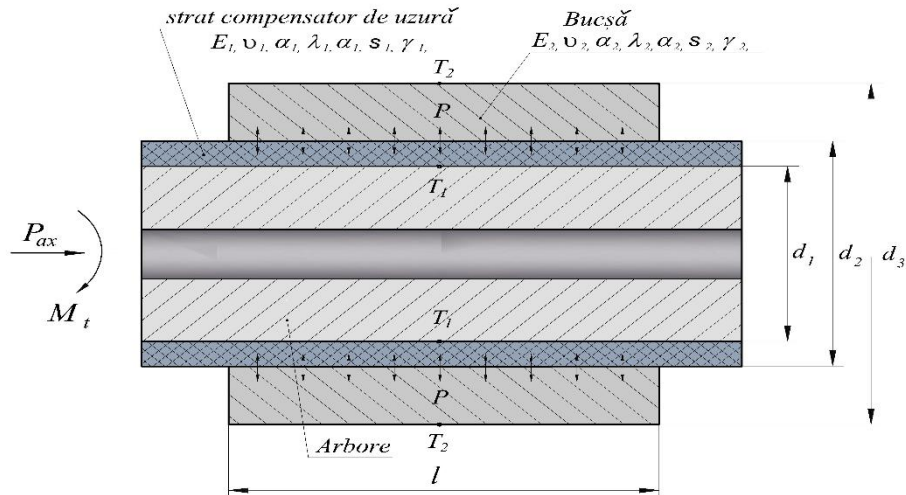


Figura 3.3. Schema îmbinării prin strângere alcătuită din piese reconșionate cu materiale eterogene

La prima etapă formulăm problema de limită necesară pentru determinarea câmpului de temperatură prezent în cuplele îmbinării cu strângere din diferite materiale [14].

Pentru determinarea câmpului de temperatură rezolvăm problema de limită compusă din următoarele ecuații diferențiale:

$$\frac{d^2 T_1(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_1(r)}{dr} = -\frac{s_1(r)}{a_1} \text{ - pentru stratul compensator de uzură} \quad (3.3.1)$$

și

$$\frac{d^2 T_2(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_2(r)}{dr} = -\frac{s_2(r)}{a_2} \text{ - pentru alezaj} \quad (3.3.2)$$

în care  $T_1(r)$ ,  $s_1(r)$  și  $a_1$  reprezintă respectiv câmpul de temperatură funcție de  $r$ , sursa de căldură funcție de  $r$  și constanta conductivității termice în stratul compensator de uzură;  $T_2(r)$ ,  $s_2(r)$  și  $a_2$  respectiv în alezaj.

Constantele arbitrare de integrare din  $T_1(r)$  și  $T_2(r)$  se determină din următoarele condiții de limită:

$$T_1(r_1) = T_1 \text{ și } T_2(r_3) = T_2 \quad (3.3.3)$$

și de conjugare:

$$T_1(r_2) = T_2(r_2); \lambda_1 \frac{dT_1(r_2)}{dr} = \lambda_2 \frac{dT_2(r_2)}{dr} \quad (3.3.4)$$

în care  $\lambda_1$  și  $\lambda_2$  sunt coeficienții conductibilității căldurii a materialelor pieselor conjugate.

Pentru rezolvarea problemei de limită formulată anterior este necesar de să se determine soluțiile generale ale ecuațiilor diferențiale (3.3.1) și (3.3.2) care pentru surse constante de căldură au următoarea formă:

$$T_1(r) = c_1 + c_2 \ln r - \frac{s_1 r^2}{4a_1} \text{ - pentru stratul compensator de uzură} \quad (3.3.5)$$

și

$$T_2(r) = f_1 + f_2 \ln r - \frac{s_2 r^2}{4a_2} \text{ - pentru alezaj} \quad (3.3.6)$$

unde  $c_1, c_2$  și  $f_1, f_2$  sunt constante de integrare care se determină din condițiile (3.3.3) și (3.3.4). Substituind expresiile (3.3.5) și (3.3.6) în condițiile de limită (3.3.3) și în condițiile de conjugare (3.3.4) obținem următorul sistem de ecuații lineare:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 \ln r_1 - \frac{s_1 r_1^2}{4a_1} = T_1; f_1 + f_2 \ln r_3 - \frac{s_2 r_3^2}{4a_2} = T_2 \\ c_1 + c_2 \ln r_2 - \frac{s_1 r_2^2}{4a_1} = f_1 + f_2 \ln r_2 - \frac{s_2 r_2^2}{4a_2}; \lambda_1 c_2 - \lambda_2 f_2 = \frac{r_2^2}{2} \left( \frac{s_1}{a_1} - \frac{s_2}{a_2} \right) \end{cases} \quad (3.3.7)$$

Soluția sistemului de ecuații (3.3.7) poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{s_1}{4a_1} r_1^2 + T_1 - c_2 \ln r_1; f_1 = \frac{s_2}{4a_2} r_3^2 + T_2 - f_2 \ln r_3 \\ c_2 = \frac{N_1 \lambda_2 + N_2 \ln \frac{r_3}{r_2}}{\ln \left[ \left( \frac{r_3}{r_2} \right)^{\lambda_1} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^{\lambda_2} \right]}; f_2 = \frac{N_1 \lambda_1 - N_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \left[ \left( \frac{r_3}{r_2} \right)^{\lambda_1} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^{\lambda_2} \right]} \end{cases} \quad (3.3.8)$$

în care

$$N_1 = \frac{s_1}{4a_1} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{s_2}{4a_2} (r_3^2 - r_2^2) + T_2 - T_1; N_2 = \frac{r_2^2}{2} \left( \frac{\lambda_1 s_1}{a_1} - \frac{\lambda_2 s_2}{a_2} \right) \quad (3.3.9)$$

Substituind coeficienții  $c_1, c_2$  și  $f_1, f_2$  din (3.3.8) și (3.3.9) în (3.3.5) și (3.3.6) obținem următoarele expresii finale pentru câmpurile de temperatură în ambele componente ale îmbinării [14]:

$$T_1(r) = \frac{s_1}{4a_1} (r_1^2 - r^2) + T_1 + c_2 \ln \frac{r}{r_1}; T_2(r) = \frac{s_2}{4a_2} (r_2^2 - r^2) + T_2 + f_2 \ln \frac{r}{r_3} \quad (3.3.10)$$

### 3.3.2. Determinarea strângerii îmbinărilor alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene

Determinarea strângerii pentru îmbinările supuse diferitor tipuri de solicitări este determinată de acțiunea forțelor care apar în zona de contact ale pieselor conjugate și de factorii însoțitori pe parcursul exploatării (sursele interioare de căldură  $s_1, s_2$  și temperaturile  $T_1, T_2$  prezente pe suprafețele interioară și exterioară a îmbinării; forțele centrifugale cvasistatice din piesele singulare și îmbinate). Astfel problema de limită pentru îmbinările din piesele recondiționate cu materiale de natură diferită se reduce la rezolvarea a două ecuații diferențiale - una pentru arbore și a doua pentru alezaj [14].

În cele ce urmează se prezintă formularea ecuației pentru stratul compensator de uzură:

$$\frac{d^2 U_{r1}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_{r1}(r)}{dr} - \frac{U_{r1}(r)}{r^2} = f_1(r) \quad (3.3.11)$$

în care  $U_{r1}$  sunt deplasările radiale din stratul compensator de uzură,  $f_1(r)$  este funcția de:

- derivata temperaturii pe raza arborelui circular ( $r_1 \leq r \leq r_2$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ):

$$\frac{dT_1(r)}{dr} = -\frac{s_1}{2a_1}r + \frac{c_2}{r}, \quad (3.3.12)$$

-  $q_1$  constanta dependentă de coeficientul Poisson  $\nu_1$  și coeficientul dilatării termice liniare  $\alpha_1$  determinată cu relația:

$$q_1 = (1 + \nu_1)\alpha_1, \quad (3.3.13)$$

-  $b_1$  este o constantă determină cu relația:

$$b_1 = [(1 - \nu_1^2)/E_1] \cdot \gamma_1 \omega^2 g^{-1}, \quad (3.3.14)$$

în care  $E_1$  și  $\gamma_1$  sunt modulul de elasticitate și greutatea specifică a materialului stratul compensator de uzură,  $\omega$  – viteza unghiulară de rotire,  $g$  – accelerația căderii libere.

Astfel, expresia generală pentru funcția  $f(r)$  este:

$$f_1(r) = q_1 \frac{dT_1(r)}{dr} - b_1 r, \quad (3.3.15)$$

iar cea finală din ecuația (3.3.11) are următoarea formă:

$$f_1(r) = -\left(\frac{q_1 s_1}{2a_1} + b_1\right)r + \frac{q_1 c_2}{r} \quad (3.3.16)$$

Ecuația diferențială pentru alezajul ( $r_2 \leq r \leq r_3$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) se formulează, în mod analogic, cum a fost formulată ecuația pentru stratul compensator de uzură.

$$\frac{d^2 U_{r2}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_{r2}(r)}{dr} - \frac{U_{r2}(r)}{r^2} = -\left(\frac{q_2 s_2}{2a_2} + b_2\right)r + \frac{q_2 f_2}{r}, \quad (3.3.17)$$

Sensul fizic ale acestor ecuații constă în echilibrul îmbinării exprimat prin deplasări [14]:

În continuare prezentăm soluțiile generale pentru ecuațiile diferențiale ale deplasărilor din stratul compensator de uzură (3.3.11) - (3.3.16) și alezaj (3.3.17), care sunt compuse din soluțiile generale  $m_1 r + \frac{m_2}{r}$  și  $k_1 r + \frac{k_2}{r}$  a ecuațiilor omogene (3.3.11), (3.3.17) și soluțiile particulare  $\bar{u}_{1T}(r) + \bar{u}_{1\omega}(r)$  și  $\bar{u}_{2T}(r) + \bar{u}_{2\omega}(r)$  determinate în rezultatul calculării integralei de la produsul funcțiilor Green pentru piesele conjugate și părțile drepte ( $f_1(r)$ ,  $f_2(r)$ ), care sunt cunoscute. În rezultat obținem următoarele soluții generale finale pentru ecuațiile neomogene (3.3.11), (3.3.17):

$$u_{r1}(r) = m_1 r + \frac{m_2}{r} + \bar{u}_1(r); \bar{u}_1(r) = \bar{u}_{1T}(r) + \bar{u}_{1\omega}(r);$$

$$\bar{u}_{1T}(r) = q_1 \left( c_2 r \ln r - \frac{s_1}{16a_1} r^3 \right); \bar{u}_{1\omega}(r) = -\frac{b_1}{8} r^3, \quad (3.3.18)$$

și

$$u_{r2}(r) = k_1 r + \frac{k_2}{r} + \bar{u}_2(r); \bar{u}_2(r) = \bar{u}_{2T}(r) + \bar{u}_{2\omega}(r)$$

$$\bar{u}_{2T}(r) = q_2 \left( f_2 r \ln r - \frac{s_2}{16a_2} r^3 \right); \bar{u}_{2\omega}(r) = -\frac{b_2}{8} r^3 \quad (3.3.19)$$

în care  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  sunt constante arbitrare de integrare, determinarea cărora necesită cunoașterea tensiunilor radiale în stratul compensator de uzură  $\sigma_{r1}(r)$  și în alezaj  $\sigma_{r2}(r)$  folosind legea Duhamel – Newman [14]

$$\begin{aligned}\sigma_{r1}(r) &= \frac{E_1}{1-\nu_1^2} \left( \frac{dU_{r1}(r)}{dr} + \nu_1 \frac{U_{r1}(r)}{r} \right) - E_1 \alpha_1 T_1(r); \\ \sigma_{r2}(r) &= \frac{E_2}{1-\nu_2^2} \left( \frac{dU_{r2}(r)}{dr} + \nu_2 \frac{U_{r2}(r)}{r} \right) - E_2 \alpha_2 T_2(r).\end{aligned}\quad (3.3.20)$$

Substituind deplasările (3.3.18) și (3.3.19) în ecuațiile (3.3.20) obținem următoarele expresii pentru tensiunile radiale exprimate prin constantele de integrare:

$$\begin{aligned}\sigma_{r1}(r) &= \frac{E_1 m_1}{1-\nu_1} - \frac{E_1 m_2}{(1+\nu_1)r^2} + p_1(r); \quad p_1(r) = p_{1\omega}(r) + p_{1T}(r); \\ p_{1\omega}(r) &= -\frac{b_1}{8} (3 + \nu_1)r^2; \\ p_{1T}(r) &= \frac{E_1}{1-\nu_1^2} q_1 \left[ c_2 (1 + (1 + \nu_1) \ln r) - \frac{s_1}{16a_1} (3 + \nu_1)r^2 \right] - E_1 \alpha_1 T_1(r)\end{aligned}\quad (3.3.21)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{r2}(r) &= \frac{E_2 k_1}{1 - \nu_1} - \frac{E_2 k_2}{(1 + \nu_1)r^2} + p_2(r); \quad p_2(r) = p_{2\omega}(r) + p_{2T}(r); \\ p_{2\omega}(r) &= \frac{b_2}{8} (3 + \nu_2)r^2; \\ p_{2T}(r) &= \frac{E_2}{1-\nu_2^2} q_2 \left[ f_2 (1 + (1 + \nu_1) \ln r) - \frac{s_2}{16a_2} (3 + \nu_2)r^2 \right] - E_2 \alpha_2 T_2(r)\end{aligned}\quad (3.3.22)$$

unde  $p_1(r)$  și  $p_2(r)$  reprezintă presiunile radiale în stratul compensator de uzură și în alezaj care sunt compuse din presiunea cauzată de temperatură ( $p_{1T}(r)$ ,  $p_{2T}(r)$ ) și forțele centrifugale ( $p_{1\omega}(r)$ ,  $p_{2\omega}(r)$ ). Pentru determinarea constantelor arbitrare de integrare  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  folosim următoarele condiții de limită:

$$u_{r1}(r_1) = 0; \quad \sigma_{r1}(r_2) = p_{\min} \quad (3.3.23)$$

în stratul compensator de uzură ( $r_1 \leq r \leq r_2$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) și

$$\sigma_{r2}(r_2) = p_{\min}; \quad u_{r2}(r_3) = 0 \quad (3.3.24)$$

pentru alezaj ( $r_2 \leq r \leq r_3$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ).

Substituind (3.3.18), (3.3.21) și (3.3.19), (3.3.22) în condițiile de limită (3.3.23) și (3.3.24) obținem următoarele două sisteme alcătuite din câte două ecuații liniare în raport cu constantele  $m_1$ ,  $m_2$  și  $k_1$ ,  $k_2$  [14]:

$$\begin{cases} m_1 r_1 + \frac{m_2}{r_1} = -\bar{u}_1(r_1) \\ \frac{E_1 m_1}{1-\nu_1} - \frac{E_1 m_2}{(1+\nu_1)r_2^2} = p_{\min} - p_1(r_2) \end{cases} \quad \text{- pentru stratul compensator de uzură} \quad (3.3.25)$$

și

$$\begin{cases} \frac{E_2 k_1}{1-\nu_2} - \frac{E_2 k_2}{(1+\nu_2)r_2^2} = p_{\min} - p_2(r_2) \\ k_1 r_3 + \frac{k_2}{r_3} = -\bar{u}_2(r_3) \end{cases} \quad \text{- pentru alezaj} \quad (3.3.26)$$

Soluția sistemului (3.3.25) se scrie sub forma:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{[p_{\min} - p_1(r_2)]r_2^2(1-v_1^2) - E_1 \bar{u}_1(r_1)r_1(1-v_1)}{E_1[r_1^2(1-v_1) + r_2^2(1+v_1)]} \\ m_2 = -\bar{u}_1(r_1)r_1 - m_1 r_1^2 \end{cases} \quad \text{- pentru stratul comp. de uzură} \quad (3.3.27)$$

La fel scriem soluțiile pentru sistemul (3.3.26)

$$\begin{cases} k_1 = \frac{[p_{\min} - p_2(r_2)]r_2^2(1-v_2^2) - E_2 \bar{u}_2(r_3)r_3(1-v_2)}{E_2[r_3^2(1-v_2) + r_2^2(1+v_2)]} \\ k_2 = -\bar{u}_2(r_3)r_3 - k_1 r_3^2 \end{cases} \quad \text{- pentru alezaj} \quad (3.3.28)$$

Valoarea strângerii minime ( $N_{\min}$ ) pentru cazul solicitărilor mecanice (forța axială, moment de torsiune și acțiunea simultană a acestora) și termice (sursa de căldură, temperatura și fluxul de căldură din elementele componente și din zona de contact) poate fi determinată cu următoarea relație:

$$N_{\min} = N_{p_{\min}} + N_{\min \omega} + N_{\min T} = 2(u_{r_1 p}(r_2) + u_{r_2 p}(r_2)) + 2(u_{r_1 \omega}(r_2) + u_{r_2 \omega}(r_2)) + 2(u_{r_1 T}(r_2) + u_{r_2 T}(r_2)) \quad (3.3.29)$$

unde  $N_{p_{\min}}$ ,  $N_{\min \omega}$ ,  $N_{\min T}$  sunt strângerile cauzate de solicitările mecanice și cele termice.

Componentele relației (3.3.29) se determină folosind constantele din (3.3.27) și (3.3.28) substituite în (3.3.18) și (3.3.19) și grupând expresiile obținute pe lângă  $p_{\min}$ ;  $\bar{u}_{1\omega}(r_1)$ ,  $\bar{u}_{1T}(r_1)$ ;  $p_{1\omega}(r_2)$ ,  $p_{1T}(r_2)$ ,  $p_{2\omega}(r_2)$ ,  $p_{2T}(r_2)$ ; și  $\bar{u}_{2\omega}(r_3)$ ,  $\bar{u}_{2T}(r_3)$ .

În acest mod, strângerea  $N_{p_{\min}}$  se determină cu formulele [14]:

$$N_{p_{\min}} = 2p_{\min} \left[ \frac{r_2^2(1-v_1^2)(r_2^2 - r_1^2)}{E_1[r_1^2(1-v_1) + r_2^2(1+v_1)]r_2} + \frac{r_2^2(1-v_2^2)(r_2^2 - r_3^2)}{E_2[r_3^2(1-v_2) + r_2^2(1+v_2)]r_2} \right] \quad (3.3.30)$$

sau

$$N_{p_{\min}} = p_{\min} d_2 \left[ \frac{(1-v_1^2)(1-e_1^2)}{E_1[e_1^2(1-v_1) + (1+v_1)]} + \frac{(1-v_2^2)(e_2^2 - 1)}{E_2[(1-v_2) + e_2^2(1+v_2)]} \right]; e_1 = \frac{r_1}{r_2}; e_2 = \frac{r_2}{r_3} \quad (3.3.31)$$

Formulele de determinare a presiunii  $p(p_{P_{ax}}, p_{M_t}, p_{P_{ax}M_t})_{\min}$  depind de mărimea forței axiale  $P_{ax}$ , momentul de torsiune  $M_t$  și de acțiunea concomitentă a forței  $P_{ax}$  și a momentului  $M_t$  care trebuie transmise de la stratul compensator de uzură la bușă se scriu sub forma:

$$P_{\min} = \begin{cases} p_{P_{ax}} = \frac{P_{ax}}{\pi d_2 l f} \\ p_{M_t} = \frac{2M_t}{\pi d_2^2 l f} \\ p_{P_{ax}M_t} = \frac{\sqrt{P_{ax}^2 + (2M_t/d_2)^2}}{\pi d_2^2 f} \end{cases} \quad (3.3.32)$$

unde  $f$  este coeficientul de frecare în zona de contact;  $l$  - lungimea zonei de contact.

Substituind (3.3.32) în (3.3.31) obținem următoarele formule finale pentru determinarea strângerilor minime, cauzate de forța axială  $P_{ax}$ , momentul de torsiune  $M_t$  și de acțiunea concomitentă a forței  $P_{ax}$  și a momentului  $M_t$ :

$$N_{P_{min}} = \begin{cases} N_{P_{ax}} = \frac{P_{ax}}{\pi d_2 l f} d_2 \left[ \frac{(1-v_1^2)(1-e_1^2)}{E_1[e_1^2(1-v_1)+(1+v_1)]} + \frac{(1-v_2^2)(e_2^2-1)}{E_2[(1-v_2)+e_2^2(1+v_2)]} \right] \\ N_{M_t} = \frac{2M_t}{\pi d_2^2 l f} d_2 \left[ \frac{(1-v_1^2)(1-e_1^2)}{E_1[e_1^2(1-v_1)+(1+v_1)]} + \frac{(1-v_2^2)(e_2^2-1)}{E_2[(1-v_2)+e_2^2(1+v_2)]} \right] \\ N_{P_{ax}, M_t} = \sqrt{\frac{P_{ax}^2 + (2M_t/d_2)^2}{\pi d_2^2 l f}} d_2 \left[ \frac{(1-v_1^2)(1-e_1^2)}{E_1[e_1^2(1-v_1)+(1+v_1)]} + \frac{(1-v_2^2)(e_2^2-1)}{E_2[(1-v_2)+e_2^2(1+v_2)]} \right] \end{cases} \quad (3.3.33)$$

în care  $d_2$  este diametrul nominal al îmbinării.

Pentru determinarea componentelor  $N_{\omega_{min}}$  și  $N_{T_{min}}$  din (3.3.29), folosim metodologia din cazul precedent. Astfel obținem următoarele relații de calcul:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} N_{min\omega} \\ N_{minT} \end{array} \right\} &= d_2 \left[ - \left\{ \begin{array}{l} P_{1\omega}(r_2) \\ p_{1T}(r_2) \end{array} \right\} \frac{(1-v_1^2)(1-e_1^2)}{E_1[e_1^2(1-v_1)+(1+v_1)]} - \left\{ \begin{array}{l} P_{2\omega}(r_2) \\ p_{2T}(r_2) \end{array} \right\} \frac{(1-v_2^2)(e_2^2-1)}{E_2[(1-v_2)+e_2^2(1+v_2)]} \right] - \\ &2 \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{1\omega}(r_1)r_1 \\ \bar{u}_{1T}(r_1)r_1 \end{array} \right\} \left( r_2^{-1} + \frac{E_1(1-v_1)(1-e_1^2)}{E_1[e_1^2(1-v_1)+(1+v_1)]r_2} \right) - \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{2\omega}(r_3)r_3 \\ \bar{u}_{2T}(r_3)r_3 \end{array} \right\} \left( r_2^{-1} + \frac{(1-v_2^2)(e_2^2-1)}{[(1-v_2)+e_2^2(1+v_2)]r_2} \right) + \\ &2 \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{1\omega}(r_2) \\ \bar{u}_{1T}(r_2) \end{array} \right\} + 2 \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{2\omega}(r_2) \\ \bar{u}_{2T}(r_2) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.3.34)$$

în care

$$\begin{aligned} \bar{u}_{1T}(r_2) &= 2q_1 \left( c_2 r_2 \ln r_2 - \frac{s_1}{16a_1} r_2^3 \right); \quad \bar{u}_{1\omega}(r_2) = -\frac{b_1}{4} r_2^3 \\ \bar{u}_{2T}(r_2) &= 2q_2 \left( f_2 r_2 \ln r_2 - \frac{s_2}{16a_2} r_2^3 \right); \quad \bar{u}_{2\omega}(r_2) = -\frac{b_2}{4} r_2^3 \end{aligned} \quad (3.3.35)$$

$$b_1 = [(1-v_1^2)/E_1] \gamma_1 \omega^2 g^{-1}; \quad b_2 = [(1-v_2^2)/E_2] \cdot \gamma_2 \omega^2 g^{-1};$$

$$q_1 = (1+v_1)\alpha_1; \quad q_2 = (1+v_2)\alpha_2; \quad n_1 = 1-e_1^2; \quad n_2 = 1-e_2^2,$$

iar mărimile  $p_{1\omega}(r_2), \bar{u}_{1\omega}(r_1), p_{2\omega}(r_2), \bar{u}_{2\omega}(r_3)$  și  $p_{1T}(r_2), \bar{u}_{1T}(r_1), p_{2T}(r_2), \bar{u}_{2T}(r_3)$  se calculează după formulele:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{1T}(r_1) &= q_1 \left( c_2 r_1 \ln r_1 - \frac{s_1}{16a_1} r_1^3 \right) \\ \bar{u}_{2T}(r_3) &= q_2 \left( f_2 r_3 \ln r_3 - \frac{s_2}{16a_2} r_3^3 \right) \end{aligned} \quad (3.3.36)$$

$$\begin{aligned} p_{1\omega}(r_2) &= -\frac{E_1 b_1}{8(1-v_1^2)} (3+v_1)r_2^2; \quad \bar{u}_{1\omega}(r_1) = -\frac{b_1}{8} r_1^3 \\ p_{2\omega}(r_2) &= -\frac{E_2 b_2}{8(1-v_2^2)} (3+v_2)r_2^2; \quad \bar{u}_{2\omega}(r_3) = -\frac{b_2}{8} r_3^3 \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

$$\begin{aligned} p_{1T}(r_2) &= \frac{E_1}{1-v_1^2} q_1 \left[ c_2 (1+(1+v_1) \ln r_2) - \frac{s_1}{16a_1} (3+v_1)r_2^2 \right] - E_1 \alpha_1 T_1(r_2); \\ T_1(r_2) &= T_1 + \frac{s_1}{4a_1} (r_1^2 - r_2^2) + c_2 \ln \frac{r_2}{r_1}; \end{aligned} \quad (3.3.38)$$



$$p_{2T}(r_2) = \frac{E_2}{1-\nu_2^2} q_2 \left[ f_2(1 + (1 + \nu_2) \ln r_2) - \frac{s_2}{16a_2} (3 + \nu_2)r_2^2 \right] - E_2 \alpha_2 T_2(r_2); T_2(r_2) = T_2 + f_2 \ln \frac{r_2}{r_3} \quad (3.3.39)$$

### Concluzii la capitolul 3

În baza cercetărilor cu privire la calculul preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor cu strângere au fost aduse următoarele contribuții:

1. În baza analizei metodelor de calcul al ajustajelor cu strângere corelate cu problemele tensiunilor de contact s-a constatat că metoda elementelor de influență și metoda reprezentărilor integrale armonice au o perspectivă substanțială de dezvoltare, deoarece reprezentările integrale generale, pe care ele se bazează, pot fi deduse în diferite sisteme de coordonate ortogonale, inclusiv Carteziene, polare, cilindrice și sferice, situație întâlnită frecvent în geometria pieselor și ajustaje cuplurilor tribologice renovate cu materiale eterogene.
2. Analiza metodelor cunoscute de calcul al ajustajelor cu strângere a scos în evidență că, practic, toate metodele existente se bazează pe legea lui Lamé și, de regulă, sunt recomandate pentru îmbinările din piese noi.
3. Au fost construite relațiile necesare pentru determinarea câmpului de temperatură în zona de contact a îmbinărilor cu strângere din diferite materiale.
4. S-au obținut relații analitice, bazate pe funcțiile Green, pentru calculul strângerii minime funcție de majoritatea parametrilor de influență posibili să apară în timpul exploatarei și asamblării.
5. S-a alcătuit algoritmul pentru stabilirea câmpurilor de toleranță pentru îmbinările cu strângere prin calculul strângerii minime funcție de solicitările mecanice, cele cauzate de forțele centrifugale și acțiunile termice, cu considerarea deformațiilor cauzate de distrugerea microreliefului și de numărul de montări repetate.
6. A fost alcătuit un algoritm de calcul al ajustajului minim cu folosirea facilităților mediului de calcul *Maplesoft 15* care poate fi folosit pentru majoritatea cazurilor de solicitări posibile de a fi prezente în îmbinările cu strângere proprie.

#### **4. Cercetări cu privire la perfecționarea metodelor de calcul al elementelor ajustajelor cu joc din îmbinările alcătuite din piese recondiționate cu materiale eterogene**

##### **4.1. Cercetări cu privire la calculul preciziei ajustajelor îmbinărilor cu joc**

##### **4.1.1. Lagărele de alunecare și principii de alegere a toleranțelor și ajustajelor pentru aceste îmbinări**

Lagărele de alunecare sunt îmbinări întâlnite foarte des în construcția de utilaje agricole, care la proiectare sunt prevăzute cu un anumit joc între suprafețele de contact. Aceste organe de mașini asigură rezistența pieselor cu mișcare de rotație (completă și oscilantă), de translație sau pivotantă. Ca formă, cel mai des se întâlnesc cu suprafețe cilindrice, pene, conice, sferice (cu aliniere automată pentru sarcini radiale și elicoidale). Suprafețele plane se întâlnesc în formă de dreptunghi cu două laturi scurte și două laturi lungi, care mai sunt numite și fâșii (de exemplu, arbori canelați lungi, ghidaje la diferite mașini unelte și mașini agricole etc.) cu două laturi scurte și două laturi mijlocii, care mai sunt numite și semi-fâșii (de exemplu, pene, came glisante, arbori și flanșe canelate) și cu diferite lungimea laturilor care nu diferă mult (în această lucrare noi le-am numit simplu – dreptunghiuri). După regimul de frecare lagărele de alunecare, ponderea cea mai mare revine lagărelor cu frecare uscată și limită. Lagărele cu frecare fluidă se întâlnesc, doar în motoarele cu ardere internă.

Din punct de vedere tribologic în lagărele de alunecare din construcția mașinilor agricole există frecare de alunecare și de pivotare.

*Frecare de alunecare (glisare)* se referă la rezistența survenită la suprafața de contact a elementelor cuplei tribologice care se mișcă rectiliniu unul în raport cu celălalt, deplasarea având loc în planul tangent la suprafața comună. Forța de frecare care apare în urma interacțiunii dintre corpuri are sens opus mișcării și nu depinde de mărimea suprafeței de contact, dar depinde de proprietățile corpurilor aflate în contact. Mărimea care ne dă date despre natura suprafețelor aflate în contact poartă numele de *coeficient de frecare*.

*Frecarea de pivotare* se referă la rezistența creată la rotirea unui corp în jurul normalei la un plan tangent comun celor două corpuri în punctul de contact.

În funcție de efectul pe care-l exercită, frecarea din îmbinările cu joc poate avea caracter nedorit, dorit (ambreiaje, transmisii de fricțiune, frâne etc.) sau mixt (îmbinări cu filet, îmbinări cu pană etc).

Caracterul nedorit al frecării se remarcă în diferite îmbinări cilindrice cu joc, îmbinări cu pană, cu caneluri, angrenaje etc. Din cauza forțelor de frecare, care apar în tribosistemele menționate, semi cuplele aflate în mișcare se încălzesc și se uzează, se schimbă parametrii geometrici ai trib - sistemelor și precizia de asamblare, apar vibrații, gripări etc.

Există o mulțime de factori externi și interni care influențează forțele de frecare din îmbinările cu frecare nedorită și care trebuie, în mod obligatoriu luați în considerare atunci când se stabilește caracterul îmbinării (la proiectare), se alege materialul suprafețelor de contact, se stabilește metoda de recondiționare [112].

Pentru micșorarea forțelor de frecare se folosesc diferite procedee constructive și tehnologice cum sunt: micșorarea suprafeței reale de contact prin optimizarea rugozității suprafețelor conjugate, alegerea materialelor cuplei tribologice care sunt compatibile din punct de vedere tribologic, folosirea lubrifianților, formarea unor elemente constructive capabile să înmagazineze și să păstreze o durată cât mai îndelungată a unsoarelor în zona de contact, optimizarea jocului dintre piesele cuplei tribologice etc.

Alocarea toleranțelor optime pentru utilajele agricole reparate, capabile să asigure fiabilitatea prescrisă pentru utilajele noi, prezintă o provocare pentru asigurarea interschimbabilității pieselor renovate, asigurarea preciziei montajului final și disponibilitatea utilajelor agricole după operațiile de mentenanță corectivă. Acest lucru obține valențe noi în cazul îmbinărilor cu joc renovate care, în procesul de mentenanță, necesită ajustări, practic, pe parcursul tuturor intervențiilor.

Pentru asigurarea funcționării sigure a îmbinărilor cu joc renovate, este strict necesar să se asigure precizia de proiectare și cea tehnologică a ajustajelor dintre piesele componente ale acestor îmbinări [46].

*Ajustajul cu joc* asigură întotdeauna un interstițiu între alezaj și arbore atunci când sunt asamblate, adică limita inferioară a dimensiunii alezajului este mai mare sau, în cazul extrem, egală cu limita superioară a dimensiunii arborelui. Mărimile limită ale interstițiului dintre arbore și alezaj este determinat de jocul minim și câmpul ajustajului, care este diferența dintre jocul maxim și jocul minim.

Mărimea jocului minim și mărimea câmpului de toleranță depind de un număr mare de factori, care trebuie luați în considerare la proiectarea ajustajelor. Printre principalii factori de influență se regăsesc caracterul frecării, încărcarea specifică și direcția sarcinii, caracterul solicitărilor, viteza de alunecare a unei piese în raport cu cealaltă, natura materialului din care sunt fabricate piesele componente, echilibrul termic, grosimea pereților bușei sau cuzinetului, caracteristicile mediului în care funcționează asamblarea etc. [12, 13].

În același timp, calculul corect al ajustajului și respectarea toleranțelor sunt cruciale pentru calitatea tehnică al unui produs finit. Toleranțele foarte precise implică, inevitabil, costuri ridicate la fabricare, iar cele scăzute conduc la micșorarea fiabilității produselor fabricate sau renovate [48].

Prin urmare, la proiectarea toleranțelor pieselor recondiționate, în special a celor recondiționate cu materiale compozite, piese care au proprietăți diferite față de cele inițiale, de regulă îmbunătățite, este necesar să se optimizeze valoarea toleranței pieselor componente și a ajustajului în întregime. În practica analizei toleranțelor îmbinărilor cu joc acest proces se realizează prin minimizarea valorii jocului [35].

În practica mentenanței corective și recondiționării pieselor de mașini, metoda de recondiționare prin minimizarea jocului în îmbinările cu joc, practic nu se folosește. Însă rezultatele practice demonstrează oportunitatea aplicării acestei metode, deoarece, ca urmare, crește precizia dimensională a pieselor renovate prin micșorarea presiunii specifice pe suprafețele de contact, micșorarea rugozității suprafețelor cuprinsă și cuprinzătoare [92]. În același rând se cunoaște că pentru minimizarea jocului este necesar să se ia în calcul maximum de factori potențiali de influență durabilitatea îmbinării [119].

#### ***4.1.2. Analiza metodelor de calcul al preciziei ajustajelor cu joc***

Pentru asigurarea preciziei îmbinărilor cu joc renovate este necesar ca orice arbore renovat și alezaj să poseze anumită precizie dimensională, de formă și de poziție, care sunt estimați prin toleranțele acestora și valorile jocului minim și celui maxim.

La rândul său, factorii de influență enumerați în subcapitolul precedent au o influență determinantă asupra jocului minim, care în îmbinările de precizie, de regulă, se stabilește prin calcul.

În literatura de specialitate sunt descrise mai multe metode de calcul al preciziei ajustajelor cu joc și al elementelor componente. Majoritatea metodelor sunt axate pe calculul îmbinărilor alcătuite din piese noi, practic fiind insuficient abordată problematica îmbinărilor din piese recondiționate, care, după cum s-a menționat în subcapitolul 1.2 posedă caracteristici specifice necesare de a fi luate în considerare în funcție de gradul de influență. În continuare ne propunem să dăm exemple de câteva din aceste metode și să analizăm avantajele și dezavantajele lor.

Pentru cazul îmbinărilor cu joc cu ungere fluidă există un șir de recomandări, bine definite în mai multe surse bibliografice [106] și pornește de la premisa că între piesele conjugate, în timpul funcționării trebuie să apară un joc suficient pentru existența unei pelicule de ulei.

Pentru îmbinările metalo-polimerice prezintă interes metoda propusă de Remizov [114]. Această metodă este folosită la calculul jocului în trib sistemele alcătuite dintr-un arbore metalic și un lagăr din polimer presat în carcasă. Ea are la bază principiile din teoria elasticității și constă în crearea a patru funcții statice unghiulare. Însă și această metodă este folosită cu aproximații, rezultatele fiind inexacte.

O altă metodă cu ajutorul căreia se determină jocul minim pornind de la sarcina specifică care acționează asupra lagărului, și modulul de elasticitate real. Această metodă ne permite să determinăm jocul radial doar când admitem un șir de simplificări în calcule. Ca factori de influență, această metodă, ia în calcul modulul de elasticitate a polimerului, dimensiunile piesei și condițiile de încărcare. Trebuie de menționat și faptul că calculele sunt destul de voluminoase, iar parametrii inițiali greu de măsurat. Iată de ce această metodă se folosește destul de rar în calculul jocului din îmbinările metalo-polimerice, iar rezultatele sunt deseori contradictorii.

Din cercetările mai recente, referitoare la analiza și stabilirea ajustajelor, prezintă interes folosirea modelului Monte-Carlo pentru analiza toleranțelor din asamblările mecanice. Avantajele acestei metode dau posibilitatea folosirii pentru sisteme tehnice complexe, precum și permisiunea de soluții de toleranțe simultane. Dezavantajul metodei este că, pentru a obține precizii rezonabile sunt necesare eșantioane mari pentru obținerea datelor necesare [43].

Pentru prima dată, a fost demonstrată posibilitatea folosirii funcțiilor Green la stabilirea caracterului îmbinărilor cu joc renovate cu materiale compozite polimerice prin utilizarea problemelor mixte de limită, propuse de către Grigore Marian în teza sa de doctor habilitat [11]. Autorul a elaborat principiile de asigurare a interschimbabilității funcționale a îmbinărilor cilindrice metalopolimerice cu joc prin aplicarea tensorilor de deplasări Green pentru prima problemă fundamentală a elasticității.

Metodele propuse se referă la anumite tipuri de piese și nu iau în considerare toți factorii prezenți în ajustajele cu loc posibili în timpul exploatarei acestora, în special, în condițiile specifice sectorului agrar.

De menționat că piesele recondiționate, care urmează să fie asamblate trebuie să posede o anumită precizie geometrică conform cerințelor de proiectare. Precizia geometrică ale părților individuale influențează precizia îmbinării și procesul de montare și demontare a asamblărilor respective. Astfel, etapa de proiectare impune cunoașterea proceselor care pot provoca abateri în diferite componente și apoi pot afecta ansamblul în întregime.

În continuare urmează rezolvarea problemelor termoelastice de limită pentru diverse domenii de 2 și 3 dimensiuni. Problema construirii funcțiilor termoelastice Green u aplicarea metodei potențialelor a fost studiată în publicațiile [42, 47, 66], iar prin metoda elementelor finite în lucrarea [49]. În prezenta teză se va utiliza o metodă mai efektivă numită MRIA [60, 61]. Metodica de rezolvare a acestor probleme termoelastice este prezentată în subsecțiune 2.2.3, elaborată în baza MRIA.

## **4.2. Tensiunile termice în piese de forma unui dreptunghi cu două laturi lungi (fâșie)**

### ***4.2.1. Teorema despre funcțiile principale Green și formule integrale pentru deplasările termoelastice***

În această subsecție se studiază problema plană de deformării a unei fâșii termoelastice. Fâșia este solicitată de o sursă unitară punctiformă interioară de căldură sau de o temperatură unitară punctiformă aplicată pe conturul fâșiei (în cazul construirii funcțiilor de influență) și de acțiuni termice distribuite (în cazul când se deduce formula integrală de tip Green pentru soluția problemei

în formă de integrale). Pentru aceasta se construiesc FPTGD  $U_i(x, \xi)$  și funcția Green pentru tensiunile termice (FGTT)  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$ . În fine se deduce formula integrală de tipul Green pentru tensiunile termice  $\sigma_{ij}$  în interiorul fâșiei. Rezultatele obținute sunt formulate și demonstrate în următoarea teoremă:

**Teoremă** [54]. Fie că câmpul de deplasări  $u_i(\xi)$  în punctul interior  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2)$  a fâșiei termoelastice  $V(-\infty < x_1 < \infty; 0 \leq x_2 \leq a_2)$  se determină din rezolvarea ecuațiilor Lamé

$$\mu \nabla^2 u_i(\xi) + (\lambda + \mu) \theta_{,i}(\xi) - \gamma T_{,i}(\xi) = 0 \quad (4.2.1)$$

iar în punctele  $y \equiv (y_1, 0)$  și  $y \equiv (y_1, a_2)$  a dreptelor marginale  $\Gamma_{20}(-\infty < y_1 < \infty; y_2 = 0)$  și  $\Gamma_{21}(-\infty < y_1 < \infty; y_2 = a_2)$  sunt date următoarele condiții mecanice și termice de limită:

$$u_2 = \sigma_{21} = 0, \quad \xi_2 = 0, \quad -\infty \leq \xi_1 \leq \infty; \quad \sigma_{22} = u_1 = 0; \quad \xi_2 = a_2, \quad -\infty \leq \xi_1 \leq \infty \quad (4.2.2)$$

unde  $\sigma_{21}$  și  $\sigma_{22}$  sunt tensiunile tangențiale și cele normale care se determină cu legea Duhamel-Neumann

$$\sigma_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \delta_{ij}(\lambda u_{k,k} - \gamma T); \quad i, j = 1, 2 \quad (4.2.3)$$

Fie de asemenea că câmpul de temperatură  $T(\xi)$  în ecuația (4.2.1), cauzat de sursa interioară de căldură  $F(\xi)$ , de temperatura  $T(\xi)$  și fluxul de căldură  $a(\partial T / \partial n_{y_2})$  satisfac ecuația conductibilității de căldură de tip Poisson

$$\nabla^2 T(\xi) = -a^{-1} F(\xi), \quad \xi \in V \quad (4.2.4)$$

și condițiilor de limită

$$a(\partial T / \partial n_{y_2}) = S_{20}(y), \quad y \equiv (y_1, 0) \in \Gamma_{20}; \quad T(y) = T_{21}(y), \quad y \equiv (y_1, a_2) \in \Gamma_{21} \quad (4.2.5)$$

Dacă sursa interioară de căldură și acțiunile termice satisfac condițiilor:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{a_2} |F(x)| dx_1 dx_2 < \infty; \quad \int_{-\infty}^{\infty} |S_{20}(y_{1,0})| dy_1 < \infty; \quad \int_{-\infty}^{\infty} |T_{21}(y_1, a_2)| dy_1 < \infty \quad (4.2.6)$$

atunci soluția problemei de limită în ecuațiile (4.2.1) – (4.2.5) a termoelasticității pentru tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  există și ea se prezintă sub forma următoarei formule integrale de tipul lui Green, scrisă sub formă matricială [54]:

$$\sigma(\xi) = \frac{1}{a} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{a_2} F(x) \sigma^*(x, \xi) dx_1 dx_2 + \int_{-\infty}^{\infty} S_{20}(y_1, 0) \Pi(y_1, 0; \xi) dy_1 \right] - \int_{-\infty}^{\infty} T_{21}(y_1, a_2) Q(y_1, a_2; \xi) dy_1. \quad (4.2.7)$$

Matricele  $\sigma^*(x, \xi)$ ,  $Q(y_1, a_2; \xi) = (\partial / \partial y_2) \sigma^*(y, \xi)$ ,  $y \equiv (y_1, a_2)$ ;  $\Pi(y_1, 0; \xi) = \sigma^*(y, \xi)$ ,  $y \equiv (y_1, 0; \xi)$  de influență a unei surse de căldură interioare unitare punctiforme  $F = a \delta(x - \xi)$ , a unei temperaturi unitare punctiforme  $T_{21} = \delta(y - \xi)$  date pe  $\Gamma_{21}$ , a unui flux de căldură  $S_{20} = a \delta(x - \xi)$  dat pe  $\Gamma_{20}$  asupra tensiunilor termice necunoscute  $\sigma(\xi)$  din ecuațiile (4.2.7) se determină după cum urmează:

a). pentru matricea

$$\sigma^*(x, \xi) = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^* & \sigma_{12}^* \\ \sigma_{21}^* & \sigma_{22}^* \end{pmatrix} = -m \begin{pmatrix} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2}{\tilde{E}\tilde{E}_2} + (\xi_1 - x_1) \left( \frac{\bar{f}}{\bar{E}} + \frac{\bar{f}_2}{\bar{E}_2} + \frac{\tilde{f}}{\tilde{E}} + \frac{\tilde{f}_2}{\tilde{E}_2} \right) - 2(\xi_1 - x_1) \left[ \bar{\varphi} \left( \frac{1}{\bar{E}} + \frac{1}{\tilde{E}} \right) + \bar{\varphi}_2 \left( \frac{1}{\bar{E}_2} + \frac{1}{\tilde{E}_2} \right) \right] \\ - 2(\xi_1 - x_1) \left[ \bar{\varphi} \left( \frac{1}{\bar{E}} + \frac{1}{\tilde{E}} \right) + \bar{\varphi}_2 \left( \frac{1}{\bar{E}_2} + \frac{1}{\tilde{E}_2} \right) \right] \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2}{\tilde{E}\tilde{E}_2} - (\xi_1 - x_1) \left( \frac{\bar{f}}{\bar{E}} + \frac{\bar{f}_2}{\bar{E}_2} + \frac{\tilde{f}}{\tilde{E}} + \frac{\tilde{f}_2}{\tilde{E}_2} \right) \end{pmatrix} \quad (4.2.8)$$

unde  $m = \gamma\mu[4\pi(\lambda + 2\mu)]^{-1}$ ,  $\ln \tilde{E}^{-1}$  - este o funcție singulară în punctul  $x = \xi$

$$\bar{E} = \bar{E}(x, \xi) = 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/a_2)(x_1 - \xi_1)} e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)}, \bar{E}_2 = \bar{E}_2(x, \xi) = \bar{E}(x; \xi_1, -\xi_2) \quad (4.2.9)$$

$$\tilde{E} = \tilde{E}(x, \xi) = 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/a_2)(x_1 - \xi_1)}, \tilde{E}_2 = \tilde{E}_2(x, \xi) = \tilde{E}(x; \xi_1, -\xi_2) \quad (4.2.10)$$

$$\bar{f} = \bar{f}(x, \xi) = (\pi/a_2) \left( e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/a_2)(x_1 - \xi_1)} \right), \bar{f}_2 = \bar{f}_2(x, \xi) = \bar{f}(x; \xi_1 - \xi_2) \quad (4.2.11)$$

$$\tilde{f} = \tilde{f}(x, \xi) = (\pi/a_2) \left( e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) - e^{(\pi/a_2)(x_1 - \xi_1)} \right), \tilde{f}_2 = \tilde{f}_2(x, \xi) = \tilde{f}(x; \xi_1 - \xi_2) \quad (4.2.12)$$

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(x, \xi) = (\pi/a_2) e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2), \bar{\varphi}_2 = \bar{\varphi}_2(x, \xi) = \bar{\varphi}(x; \xi_1, -\xi_2) \quad (4.2.13)$$

b). pentru matricea

$$\mathbf{Q}(y_1, a_2; \xi) = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix} = 2m \begin{pmatrix} L[\bar{\varphi}_{2a_2} + (\xi_1 - y_1)\phi_{2a_2}] + S & (\xi_1 - y_1)(\bar{\psi}_{2a_2}L - \bar{\varphi}_{2a_2}^2M) \\ (\xi_1 - y_1)(\bar{\psi}_{2a_2}L - \bar{\varphi}_{2a_2}^2M) & L[\bar{\varphi}_{2a_2} - (\xi_1 - y_1)\phi_{2a_2}] - S \end{pmatrix}, \quad (4.2.14)$$

unde funcțiile  $\phi_{2a_2}, \bar{\psi}_{2a_2}, L, M, S$  se determină cu expresiile:

$$\phi_{2a_2} = 2^{-1}(\pi/a_2)^2 e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(\xi_2), \psi_{2a_2} = 2^{-1}(\pi/a_2)^2 e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(\xi_2) \quad (4.2.15)$$

$$L = \bar{E}_{2a_2}^{-1} + \tilde{E}_{2a_2}^{-1}, M = \bar{E}_{2a_2}^{-2} + \tilde{E}_{2a_2}^{-2}, S = (\xi_1 - y_1)\bar{\varphi}_{2a_2} (\bar{f}_{2a_2}\tilde{E}_{2a_2}^{-2} - \tilde{f}_{2a_2}\bar{E}_{2a_2}^{-2}) \quad (4.2.16)$$

în care funcțiile  $\bar{E}_{2a_2}, \tilde{E}_{2a_2}, \bar{f}_{2a_2}, \tilde{f}_{2a_2}$  și  $\bar{\varphi}_{2a_2}$  sunt obținute din ecuațiile (4.9)-(4.13) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2)$  cu punctul  $y \equiv (y_1, a_2)$ :

$$\bar{E}_{2a_2} = \bar{E}_2(y_1, a_2; \xi) = 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(\xi_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \quad (4.2.17)$$

$$\tilde{E}_{2a_2} = \tilde{E}_2(y_1, a_2; \xi) = 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(\xi_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \quad (4.2.18)$$

$$\bar{f}_{2a_2} = \bar{f}_2(y_1, a_2; \xi) = -(\pi/a_2) \left( e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(\xi_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \right) \quad (4.2.19)$$

$$\tilde{f}_{2a_2} = \tilde{f}_2(y_1, a_2; \xi) = -(\pi/a_2) \left( e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(\xi_2) - e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \right) \quad (4.2.20)$$

$$\bar{\varphi}_{2a_2} = \bar{\varphi}_2(y_1, a_2; \xi) = (\pi/a_2) e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(\xi_2) \quad (4.2.21)$$

c). pentru matricea  $\mathbf{\Pi}(y_1, 0; \xi)$

$$\mathbf{\Pi}(y_1, 0; \xi) = \begin{pmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \end{pmatrix} = -2m \begin{pmatrix} \ln \frac{\bar{E}_0}{\tilde{E}_0} + (\xi_1 - y_1) \left( \frac{\bar{f}_0}{\bar{E}_0} + \frac{\tilde{f}_0}{\tilde{E}_0} \right) - 2(\xi_1 - x_1) \bar{\varphi}_0 \left( \frac{1}{\bar{E}_0} + \frac{1}{\tilde{E}_0} \right) \\ -2(\xi_1 - x_1) \bar{\varphi}_0 \left( \frac{1}{\bar{E}_0} + \frac{1}{\tilde{E}_0} \right) \quad \ln \frac{\bar{E}_0}{\tilde{E}_0} - (\xi_1 - y_1) \left( \frac{\bar{f}_0}{\bar{E}_0} + \frac{\tilde{f}_0}{\tilde{E}_0} \right) \end{pmatrix}, \mathbf{\sigma}(\xi) = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{Bmatrix} \quad (4.2.22)$$

unde funcțiile  $\bar{E}_0, \tilde{E}_0, \bar{f}_0, \tilde{f}_0, \bar{\varphi}_0$  sunt obținute din ecuațiile (4.2.9)-(4.2.13) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2)$  cu punctul  $y \equiv (y_1, 0)$ :

$$\begin{aligned} \bar{E}_0 &= \bar{E}(y_1, 0; \xi) = 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(\xi_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \\ \tilde{E}_0 &= \tilde{E}(y_1, 0; \xi) = 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(\xi_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \end{aligned} \quad (4.2.23)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_0 &= \bar{f}(y_1, 0; \xi) = (\pi/a_2) \left( e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(\xi_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \right) \\ \tilde{f}_0 &= \tilde{f}(y_1, 0; \xi) = (\pi/a_2) \left( e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(\xi_2) - e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \right) \\ \bar{\varphi}_0 &= \bar{\varphi}(y_1, 0; \xi) = (\pi/a_2) e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi/2a_2)(\xi_2) \end{aligned} \quad (4.2.24)$$

Demonstrare acestei teoreme este prezentată în Anexa E în care mai întâi de toate sunt deduse și validate FPTGD.

#### 4.2.2. Tensiunile termice explicite ale unei probleme particulare de limită

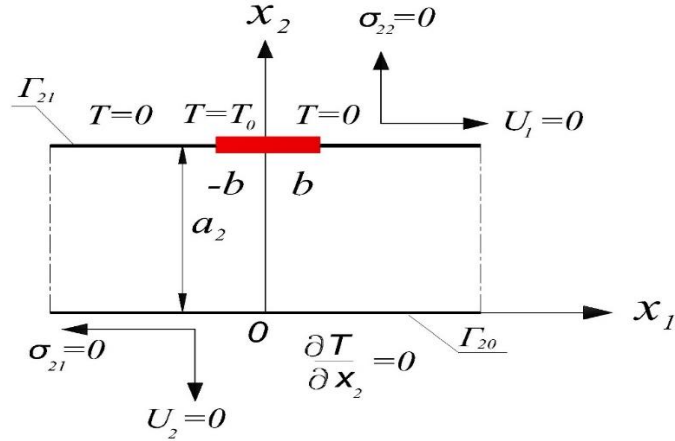
În această subsecție este prezentat un exemplu de aplicare a formulei integrale pentru tensiunile termice la soluționarea unei probleme de limită termoelastică pentru fâșia  $V$ .

Fie că trebuie să determinăm tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$ ;  $i, j = 1, 2$  în fâșia  $V \equiv (-\infty < x_1 < +\infty, 0 \leq x_2 \leq a_2)$ , cauzate de condițiile termice date pe dreptele marginale  $\Gamma_{20}$  și  $\Gamma_{21}$ :

$$\begin{aligned} T(y) &= \begin{cases} T_{21}(y) = T_0 = \text{const}, & y \in [-b \leq y_1 \leq b, y_2 = a_2]; y \in \Gamma_{21}; \quad b > 0 \\ T_{21}(y) = 0, & y \in (-\infty < y_1 \leq -b, y_2 = a_2) \cup (b \leq y_1 < \infty, y_2 = a_2), y \in \Gamma_{21} \end{cases} \\ \partial T(y_1, 0) / \partial n_{y_2} &= -\partial T(y_1, 0) / \partial y_2 = S_{20}(y_1, 0) = 0; \quad y \equiv (y_1, 0) \in \Gamma_{20} \end{aligned} \quad (4.45)$$

și mecanice (4.2.2) prezentate în figura 4.1.





**Figura 4.1. Schema fâșiei cu dreptele marginale  $\Gamma_{20}$ ,  $\Gamma_{21}$  și cu condițiile mecanice și termice de limită pentru  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $\sigma_{21}$ ,  $\sigma_{22}$  și  $T$**

Soluția problemei menționate anterior poate fi obținută folosind formula integrală de tipul lui Green (4.2.7) în absența sursei interioare de căldură, a fluxului de căldură pe  $\Gamma_{20}$  și a temperaturii  $T_{21}(y_1)$  pe  $\Gamma_{21}$ :

$$\sigma(\xi) = - \int_{-b}^{+b} T_{21}(y_1) Q(y_1, a_2; \xi) dy_1 \quad (4.2.26)$$

sau

$$\sigma_{ij}(\xi) = - \int_{-b}^{+b} T_{21}(y_1, a_2) Q_{ij}(y_1, a_2; \xi) dy_1 \quad (4.2.27)$$

unde matricea  $Q(y_1, a_2; \xi)$  este definită de (4.2.14)-(4.2.21). Așa dar, înlocuind (4.2.14)-(4.2.21) în (4.2.27) obținem următoarea formula integrală pentru determinarea tensiunilor termice:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(\xi) &= \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \int_{-b}^b (\partial/\partial\xi_2) \left[ 1 - (\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial\xi_1} \right] \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} dy_1 = \\ &= \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \left[ (\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial\xi_2} \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} \Big|_{-b}^{+b} + 2 \int_{-b}^b (\partial/\partial\xi_2) \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} dy_1 \right] = \end{aligned} \quad (4.2.28)$$

$$\left\{ (\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial\xi_2} \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} \Big|_{-b}^{+b} + 4 \left[ \operatorname{arctg} \frac{e^{(\pi/2a_2)(x_1-\xi_1)} - \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} + \operatorname{arctg} \frac{e^{(\pi/2a_2)(x_1-\xi_1)} + \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} \right] \right\}_{-b}^{+b}$$

$$\sigma_{22}(\xi) = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \int_{-b}^b (\partial/\partial\xi_2) \left[ 1 + (\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial\xi_1} \right] \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} dy_1 = - \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 (\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial\xi_2} \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} \Big|_{-b}^{+b} \quad (4.2.29)$$

$$\sigma_{12}(\xi) = - \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \int_{-b}^b (\partial/\partial\xi_2) \left[ (\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial\xi_2} \right] \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} dy_1 = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \left[ (y_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial\xi_1} + 1 \right] \ln \frac{\bar{E}_{2a_2}}{\tilde{E}_{2a_2}} \Big|_{-b}^{+b} \quad (4.2.30)$$

După calcularea formulei integrale (4.2.28) obținem expresiile finale pentru tensiunile termice, prezentate în funcții elementare [54]:

$$\sigma_{11}(\xi) = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ (\xi_1 - b) \ln \frac{1 - 2e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{(\pi/a_2)(b-\xi_1)}}{1 + 2e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{(\pi/a_2)(b-\xi_1)}} - \right. \right. \\ \left. \left. - (\xi_1 + b) \ln \frac{1 - 2e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{-(\pi/a_2)(b+\xi_1)}}{1 + 2e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{-(\pi/a_2)(b+\xi_1)}} \right] + \right. \\ \left. 4 \left[ \operatorname{arctg} \frac{e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} - \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} + \operatorname{arctg} \frac{e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} + \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} - \right. \right. \\ \left. \left. \operatorname{arctg} \frac{e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} - \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} - \operatorname{arctg} \frac{e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} + \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} \right] \right\} \quad (4.2.31)$$

$$\sigma_{22}(\xi) = -\frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left\{ (\xi_1 - b) \ln \frac{1 - 2e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{(\pi/a_2)(b-\xi_1)}}{1 + 2e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{(\pi/a_2)(b-\xi_1)}} - \right. \\ \left. (\xi_1 + b) \ln \frac{1 - 2e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{-(\pi/a_2)(b+\xi_1)}}{1 + 2e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{-(\pi/a_2)(b+\xi_1)}} \right\} \quad (4.2.32)$$

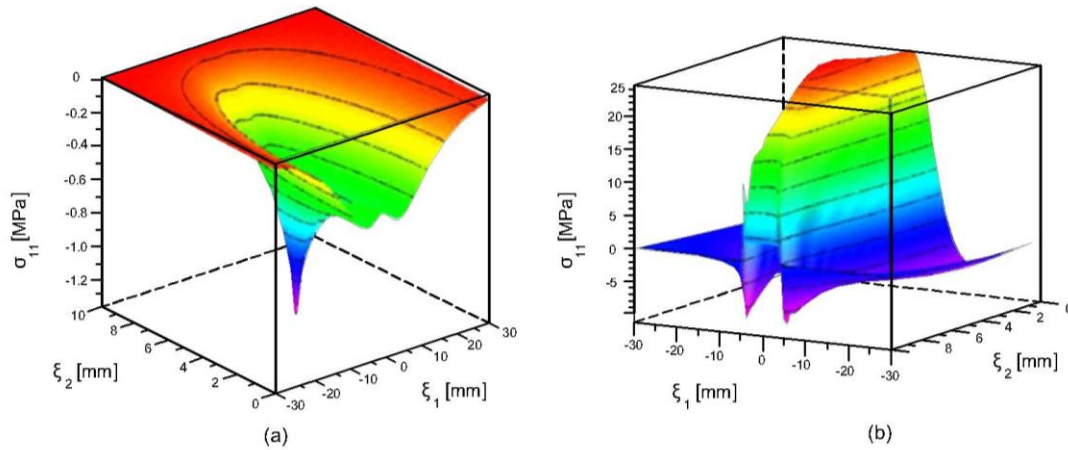
$$\sigma_{12}(\xi) = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda+2\mu)} T_0 \left\{ \left[ (b - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right] \ln \frac{1 - 2e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{(\pi/a_2)(b-\xi_1)}}{1 + 2e^{(\pi/2a_2)(b-\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{(\pi/a_2)(b-\xi_1)}} + \right. \\ \left. + \left[ (b + \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right] \ln \frac{1 - 2e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{-(\pi/a_2)(b+\xi_1)}}{1 + 2e^{-(\pi/2a_2)(b+\xi_1)} \sin(\pi\xi_2/2a_2) + e^{-(\pi/a_2)(b+\xi_1)}} \right\} \quad (4.2.33)$$

Exemplu de construire a graficelor tensiunilor termice  $\sigma_{11}^*$ ,  $\sigma_{22}^*$ ,  $\sigma_{12}^*$  (4.2.8) și  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  (4.2.31)-(4.2.33) se prezintă în studiul de caz din următorul paragraf.

#### ***4.2.3. Studiu de caz cu privire la construirea graficelor tensiunilor termice normale și tangențiale dintr-o piesă în formă de fâșie, cauzate de o sursă unitară interioară punctiformă de căldură și de un gradient constant de temperatură***

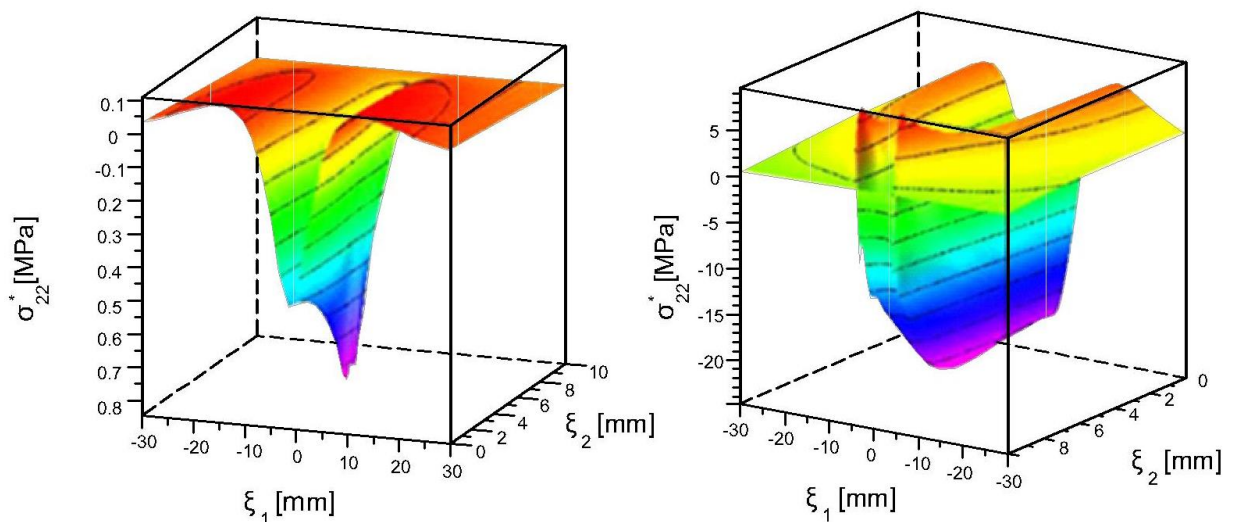
În cele ce urmează se prezintă un studiu de caz referitor la construirea graficelor tensiunilor termice  $\sigma_{11}^*$ ,  $\sigma_{22}^*$ ,  $\sigma_{12}^*$ , cauzate de o sursă interioară unitară punctiformă de căldură și tensiunile termice  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$ , cauzate de un gradient constant de temperatură  $T_0=50^\circ K$  pe o dreapta marginală au fost construite pentru  $a_2 = 10mm$  și  $b = 4mm$  pentru material elastic cu următoarele valori ale constantelor termice și de elasticitate: coeficientul Poisson  $\nu=0,3$ , modulul de elasticitate  $E=2,1 \cdot 10^5 MPa=2,1 \cdot 10^5 N/mm^2=2,1 \cdot 10^4 kg/mm^2$  și coeficientul dilatării termice lineare  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (K)^{-1}$ . Graficele au fost construite cu aplicare softului Maple 15.

Comportarea tensiunilor normale  $\sigma_{11}^*$ , cauzate de o sursă unitară punctiformă de căldură și tensiunile termice  $\sigma_{11}$ , cauzate de un gradient constant de temperatură pe dreapta marginală, calculate după formulele (4.2.8) și (4.2.28), sunt prezentate în figura 4.2 (a) și (b) respectiv.



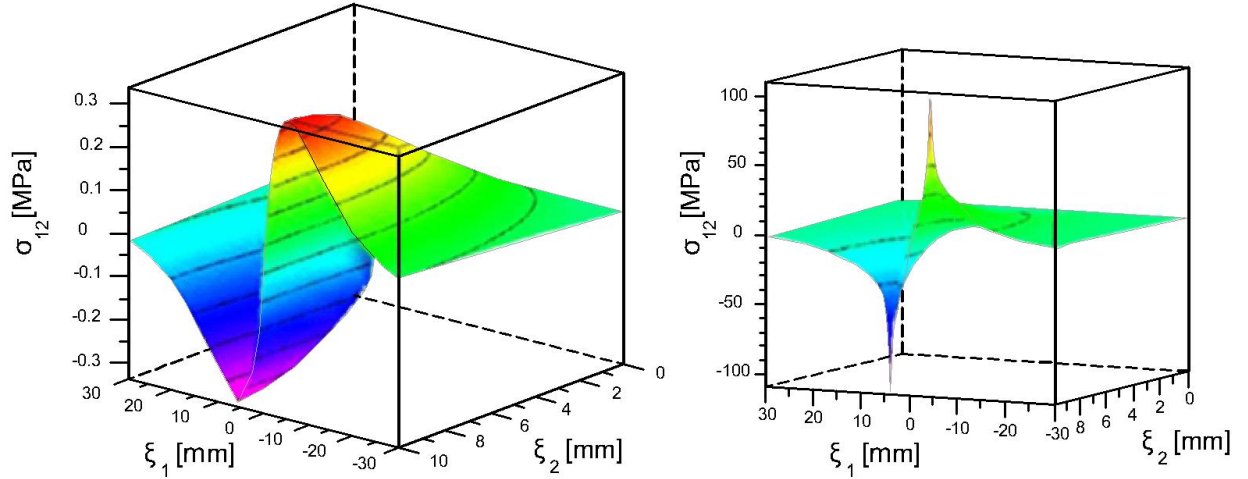
**Figura 4.2. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}^*$  și  $\sigma_{11}$  în fâșia  $V$  în dependență de  $-30\text{mm} \leq \xi_1 \leq 30\text{mm}$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10\text{mm}$ , create de o sursă unitară de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0, x_2 = 5\text{mm}$  - (a); și de gradientul de temperatura constant  $T_0 = 50^\circ\text{K}$ , care acționează pe segmentul  $-4\text{mm} \leq y_1 \leq 4\text{mm}$  a drepte marginale  $\Gamma_{21}$  - (b)**

Comportarea tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}^*$ , cauzate de o sursă unitară de căldură punctiformă și a tensiunilor termice  $\sigma_{22}$ , cauzate de gradientul constant de temperatură marginal, calculate după formulele (4.2.8) și (4.2.29) sunt arătate pe figura 4.3 (a) și (b), respectiv.



**Figura 4.3. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}^*$  și  $\sigma_{22}$  în fâșia  $V$  în dependență de  $-30\text{mm} \leq \xi_1 \leq 30\text{mm}$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10\text{mm}$ , create de o sursă unitară de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0\text{m}, x_2 = 5\text{m}$  - (a); și de gradientul de temperatura constant  $T_0 = 50^\circ\text{K}$ , pe segmentul  $-4\text{mm} \leq y_1 \leq 4\text{mm}$  a drepte marginale  $\Gamma_{21}$  - (b)**

Comportarea tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}^*$ , cauzate de o sursă unitară de căldură punctiformă și a tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}$ , cauzate de gradientul constant de temperatură marginal, calculate după formulele (4.2.8) și (4.2.33) sunt arătate pe figura 4.4 (a) și (b), respectiv.



**Figura 4.4. Graficele tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}^*$  și  $\sigma_{12}$  în fâșia  $V$  în dependență de  $-30\text{mm} \leq \xi_1 \leq 30\text{mm}$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10\text{mm}$ , cauzate de o sursă unitară punctiformă de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0\text{mm}$ ,  $x_2 = 5\text{mm}$  - (a); și de o temperatură constantă  $T_0 = 50^\circ\text{K}$ , aplicată pe segmentul  $-4\text{mm} \leq y_1 \leq 4\text{mm}$  a dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  - (b)**

Analiza graficelor din figurile 4.2 – 4.4 ne permite să confirmăm satisfacerea condițiilor de limită din ecuația (4.2.2) –pentru tensiunile termice  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ , cauzate de un gradient constant de temperatură  $T_0 = 50^\circ\text{K}$  și pentru tensiunile termice  $\sigma_{12}^*$ ,  $\sigma_{22}^*$  (4.2.8), create de o sursă unitară punctiformă de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 0\text{mm}$ ,  $x_2 = 5\text{mm}$ . De asemenea, în punctul  $x_1 = 0\text{mm}$ ,  $x_2 = 5\text{mm}$  de aplicare a sursei unitare punctiforme de căldură tensiunile termice  $\sigma_{11}^*$ ,  $\sigma_{22}^*$ ,  $\sigma_{12}^*$  au salturi.

### 4.3. Tensiunile termice în placa de forma unei semi-fâșii

#### 4.3.1. Formula de integrare pentru o PL concretă pentru semi-fâșie

**Teoremă** [62]. Fie câmpul de deplasări  $u_i(\xi)$  în punctele interioare  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2)$  a semi-fâșiei termoelastice  $V(0 \leq x_1 < \infty; 0 \leq x_2 \leq a_2)$  se determină de ecuațiile Lamé

$$\mu \nabla^2 u_i(\xi) + (\lambda + \mu) \theta_{,i}(\xi) - \gamma T_{,i}(\xi) = 0; \quad i = 1, 2 \quad (4.3.1)$$

iar în punctele  $y \equiv (0, y_2)$  și  $y \equiv (y_1, 0)$ ,  $y \equiv (y_1, a_2)$  a dreptelor marginale  $\Gamma_{10}(y_1 = 0; 0 \leq y_2 \leq a_2)$ , și  $\Gamma_{20}(0 \leq y_1 < \infty; y_2 = 0)$ ,  $\Gamma_{21}(0 \leq y_1 < \infty; y_2 = a_2)$  sunt date următoarele condiții mecanice omogene de limită:

$$\begin{aligned} u_1 = \sigma_{12} = 0, \quad \xi_1 = 0, 0 \leq \xi_2 \leq a_2; \quad u_2 = \sigma_{21} = 0; \quad \xi_2 = 0, 0 \leq \xi_1 \leq \infty \\ \sigma_{22} = u_1 = 0, \quad \xi_2 = a_2, 0 \leq \xi_1 \leq \infty \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

unde  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  și  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$  tensiunile normale și tangențiale care se determină cu legea Duhamel-Neumann (4.2.3). De asemenea, fie că câmpul de temperatură  $T(\xi)$  în ecuațiile (4.3.1), creat de

sursa interioară de căldură  $F(\xi)$ , temperatura  $T_{21}(y)$  și fluxurile de căldură  $S_{10}(y)$ ,  $S_{20}(y)$  satisfac următoarei PL a conductibilității staționare de căldură

$$\nabla^2 T(\xi) = -a^{-1}F(\xi), \quad \xi \in V \quad (4.3.3)$$

$$a \partial T / \partial n_{y_1} = S_{10}(y), \quad y \equiv (0, y_2) \in \Gamma_{10}$$

$$a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{20}(y), \quad y \equiv (y_1, 0) \in \Gamma_{20}; T(y) = T_{21}(y), \quad y \equiv (y_1, a_2) \in \Gamma_{21} \quad (4.3.4)$$

Dacă sursa de căldură și acțiunile marginale satisfac condițiilor:

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{a_2} |F(x)| dx_1 dx_2 < \infty; x \equiv (x_1, x_2); \int_0^{a_2} |S_{10}(0, y_2)| dy_2 < \infty \quad (4.3.5)$$

$$\int_0^{+\infty} |S_{20}(y_1, 0)| dy_1 < \infty, \int_0^{+\infty} |T_{21}(y_1, a_2)| dy_1 < \infty$$

atunci soluția PTL (4.3.1) – (4.3.4) există în raport cu tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  și pot fi determinate cu următoarea formula integrală:

$$\sigma_{ij}(\xi) = \frac{1}{a} \left[ \int_0^{+\infty} \int_0^{a_2} F(x) \sigma_{ij}^*(x, \xi) dx_1 dx_2 + \int_0^{a_2} S_{10}(0, y_2) K_{ij}(0, y_2; \xi) dy_2 + \int_0^{+\infty} S_{20}(y_1, 0) \Pi_{ij}(y_1, 0; \xi) dy_1 \right] - \int_0^{+\infty} T_{21}(y_1, a_2) Q_{ij}(y_1, a_2; \xi) dy_1; i, j = 1, 2. \quad (4.3.6)$$

Nucleele  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$ ,  $x \equiv (x_1, x_2)$ ;  $K_{ij}(0, y_2; \xi) = \sigma_{ij}^*(y, \xi)$ ,  $y \equiv (0, y_2)$ ;  $\Pi_{ij}(y_1, 0; \xi) = \sigma_{ij}^*(y, \xi)$ ,  $y \equiv (y_1, 0)$  și  $Q_{ij}(y_1, a_2; \xi) = -(\partial / \partial y_2) \sigma_{ij}^*(y, \xi)$ ,  $y \equiv (y_1, a_2)$  reprezintă tensiunile termice, create respectiv de: sursa interioară unitară punctiformă de căldură  $F = a\delta(x - \xi)$ ; de fluxurile de căldură  $S_{10} = a\delta(x - \xi)$ ,  $S_{20} = a\delta(x - \xi)$  pe dreptele marginale  $\Gamma_{10}$ ,  $\Gamma_{20}$  și de temperatura unitară  $T_{21} = \delta(y - \xi)$  pe dreapta marginală  $\Gamma_{21}$  asupra tensiunilor termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  din ecuațiile (4.3.6). Aceste nuclee se determină cu expresiile[62]:

$$\sigma_{11}^*(x, \xi) = -\frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_1\tilde{E}_2\tilde{E}_{12}} + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\tilde{E}_1\tilde{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.7)$$

$$\sigma_{22}^*(x, \xi) = -\frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_1\tilde{E}_2\tilde{E}_{12}} - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\tilde{E}_1\tilde{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.8)$$

$$\sigma_{12}^*(x, \xi) = \frac{\gamma\mu}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_1\tilde{E}_2\tilde{E}_{12}} - x_1 \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\tilde{E}_1\tilde{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.9)$$

unde funcțiile  $\bar{E}, \bar{E}_2, \tilde{E}, \tilde{E}_2, \bar{E}_1, \bar{E}_{12}, \tilde{E}_1, \tilde{E}_{12}$  sunt definite de expresiile următoare:

$$\begin{aligned}
\bar{E} &= \bar{E}(x, \xi) = 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)}, \bar{E}_2 = \bar{E}_2(x, \xi) = \bar{E}(x, \xi_1, -\xi_2) \\
\tilde{E} &= \tilde{E}(x, \xi) = 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)}, \tilde{E}_2 = \tilde{E}_2(x, \xi) = \tilde{E}(x, \xi_1, -\xi_2) \\
\bar{E}_1 &= \bar{E}_1(x, \xi) = 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)}, \bar{E}_{12} = \bar{E}_{12}(x, \xi) = \bar{E}_1(x, -\xi_1, \xi_1) \\
\tilde{E}_1 &= \tilde{E}_1(x, \xi) = 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)}, \tilde{E}_{12} = \tilde{E}_{12}(x, \xi) = \tilde{E}_1(x, -\xi_1, \xi_1)
\end{aligned} \tag{4.3.10}$$

pentru nucleeele  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$ ;

$$\begin{aligned}
K_{11}(0, y_2; \xi) &= \sigma_{11}^*(y, \xi) \Big|_{y_1=0} = -\frac{\mu\gamma}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{20}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{20}} \\
K_{22}(0, y_2; \xi) &= \sigma_{22}^*(y, \xi) \Big|_{y_1=0} = \frac{\mu\gamma}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{20}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{20}} \\
K_{12}(0, y_2; \xi) &= \sigma_{12}^*(y, \xi) \Big|_{y_1=0} = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_2} \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{20}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{20}}
\end{aligned} \tag{4.3.11}$$

- pentru nucleeele  $K_{ij}(0, y_2; \xi)$ , unde funcțiile  $\bar{E}_0, \bar{E}_{20}, \tilde{E}_0$  și  $\tilde{E}_{20}$  sunt determinate de funcțiile (4.43) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1 = 0, y_2) \in \Gamma_{10}$

$$\begin{aligned}
\Pi_{11}(y_1, 0; \xi) &= \sigma_{11}^*(y_1, 0; \xi) = -\frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{10}} + y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}}{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}} \right] \\
\Pi_{22}(y_1, 0; \xi) &= \sigma_{22}^*(y_1, 0; \xi) = -\frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{10}} - y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}}{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}} \right] \\
\Pi_{12}(y_1, 0; \xi) &= \sigma_{12}^*(y_1, 0; \xi) = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{10}} - y_1 \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}}{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}} \right]
\end{aligned} \tag{4.3.12}$$

pentru nucleeele  $\Pi_{ij}(y_1, a_2; \xi)$ , unde funcțiile  $\bar{E}_0, \bar{E}_{10}, \tilde{E}_0$  și  $\tilde{E}_{10}$  se determină cu expresiile (4.3.10) schimbând punctul  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1, y_2 = 0) \in \Gamma_{20}$  și

$$\begin{aligned}
Q_{11}(y_1, a_2; \xi) &= \frac{\partial}{\partial y_2} \sigma_{11}^*(y, \xi) \Big|_{y_2=a_2} = \\
&= -\frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}} \right] \\
Q_{22}(y_1, a_2; \xi) &= \frac{\partial}{\partial y_2} \sigma_{22}^*(y, \xi) \Big|_{y_2=a_2} = \\
&= -\frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} - y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}} \right] \\
Q_{12}(y_1, a_2; \xi) &= \frac{\partial}{\partial y_2} \sigma_{12}^*(y, \xi) \Big|_{y_2=a_2} = \frac{\gamma\mu}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} \left[ \xi_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} - y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}} \right]
\end{aligned} \tag{4.3.12a}$$

pentru nucleeele  $Q_{ij}(y_1, a_2; \xi)$ , unde funcțiile  $\bar{E}_{a_2}, \bar{E}_{1a_2}, \tilde{E}_{a_2}$  și  $\tilde{E}_{1a_2}$  se determină cu ecuațiile (4.3.10) cu schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1, y_2 = a_2) \in \Gamma_{21}$ .

Demonstrarea completă a teoremei formulate în acest paragraf este prezentată în lucrarea [57].

### 4.3.2. Expresiilor analitice pentru funcțiile Green ale tensiunilor și deformațiile

#### termice

Deducerea expresiilor analitice pentru FGTT  $\sigma_{ij}^*$  (4.3.7)-(4.3.9) poate fi efectuată cu folosirea formulelor structurale (F.12) – (F.14) și a expresiilor analitice pentru FGEP din îndrumarul (Șeremet, 2003), acordate cu condițiile de limită (4.3.2), obținând următoarele expresii [63, 52, 28]:

$$G_T = G^{(6)} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}; \quad G_1 = G^{(7)} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}}; \quad G_2 = G^{(8)} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}} \quad (4.3.12b)$$

Substituind FGEP din ecuația (4.3.13) în formulele structurale (F.12) – (F.14) vom obține expresiile analitice pentru FGTT  $\sigma_{ij}^*$  [62]:

$$\sigma_{11}^*(x, \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda+2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) G_T + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} G_1 \right] =$$

$$-\frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda+2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}} + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.13)$$

$$\sigma_{22}^*(x, \xi) = -\frac{\gamma\mu}{(\lambda+2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) G_T - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} G_1 \right] =$$

$$-\frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda+2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}} - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.14)$$

$$\sigma_{12}^*(x, \xi) = \frac{\gamma\mu}{(\lambda+2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} [\xi_1 G_T(x, \xi) - x_1 G_1(x, \xi)] =$$

$$\frac{\gamma\mu}{4\pi(\lambda+2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}} - x_1 \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.15)$$

care coincid cu expresiile (4.3.7)-(4.3.9).

De asemenea, substituind expresiile pentru FGTT  $\sigma_{ij}^*$  ( $i, j = 1, 2$ ) în ecuațiile Duhamel-Neumann obținem următoarele formule analitice pentru funcțiile de influență ale deformațiilor termice FGDT  $\varepsilon_{ij}^*$  [62]:

$$\varepsilon_{11}^* = \frac{\gamma}{2(\lambda+2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) G_T - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} G_1 \right] = -\frac{\sigma_{22}^*}{2\mu} =$$

$$\frac{\gamma}{8\pi(\lambda+2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}} - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}}{\bar{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} \right] \quad (4.3.16)$$

$$\varepsilon_{22}^* = \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) G_T + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} G_1 \right] = -\frac{\sigma_{11}^*}{2\mu} =$$

$$\frac{\gamma}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\overline{E}\overline{E}_1\overline{E}_2\overline{E}_{12}}{\widetilde{E}\widetilde{E}_1\widetilde{E}_2\widetilde{E}_{12}} + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\overline{E}\overline{E}_2\widetilde{E}_1\widetilde{E}_{12}}{\widetilde{E}\widetilde{E}_2\overline{E}_1\overline{E}_{12}} \right] \quad (4.3.17)$$

$$\varepsilon_{12}^* = \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} [\xi_1 G_T(x, \xi) - x_1 G_1(x, \xi)] = \frac{\sigma_{12}^*}{2\mu} =$$

$$\frac{\gamma}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \ln \frac{\overline{E}\overline{E}_1\overline{E}_2\overline{E}_{12}}{\widetilde{E}\widetilde{E}_1\widetilde{E}_2\widetilde{E}_{12}} - x_1 \ln \frac{\overline{E}\overline{E}_2\widetilde{E}_1\widetilde{E}_{12}}{\widetilde{E}\widetilde{E}_2\overline{E}_1\overline{E}_{12}} \right] \quad (4.3.18)$$

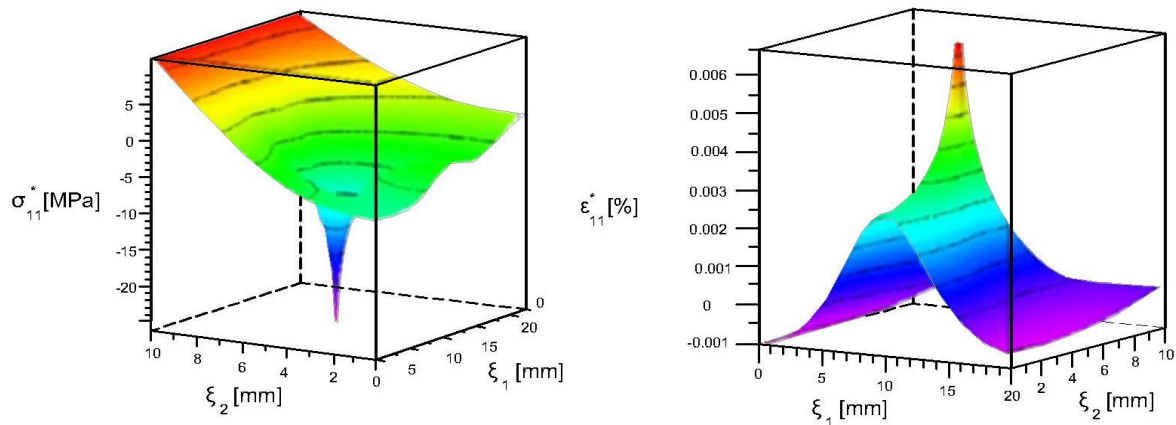
De menționat că dacă vom omite expresiile pentru  $\widetilde{E}_1, \widetilde{E}_{12}, \overline{E}_1, \overline{E}_{12}$ , care conțin indexul inferior “1”, atunci obținem expresiile analitice ale tensiunilor și deformațiilor termice pentru PTL a fâșiei  $V(-\infty < x_1 < \infty; 0 \leq x_2 \leq a_2)$ .

**4.3.3. Studiu de caz referitor la construirea graficelor funcțiilor Green pentru tensiunilor și deformațiile termoelastice în semi-fâșie, create de o sursă unitară punctiformă de căldură**

Graficele tensiunilor termice  $\sigma_{11}^*, \sigma_{22}^*, \sigma_{12}^*$  și a deformațiilor termoelastice  $\varepsilon_{11}^*, \varepsilon_{22}^*, \varepsilon_{12}^*$ , în semi-fâșia  $V(0 \leq x_1 < \infty; 0 \leq x_2 \leq a_2)$ , create de o sursă unitară punctiformă de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 10 \text{ mm}$  și  $x_2 = 5 \text{ mm}$  au fost construite pentru  $a_2 = 10 \text{ mm}$ . De asemenea, valorile numerice ale constantelor de elasticitate și termice au fost următoarele: coeficientul lui Poisson  $\nu = 0.3$ , modulul de elasticitate  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kg/mm}^2$  [sau constantele de elasticitate Lamé  $\mu = E/2(1 + \nu)$ ,  $\lambda = E\nu/(1 - 2\nu)(1 + \nu)$ ] și coeficientul de dilatare termică lineară  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{K})^{-1}$ .

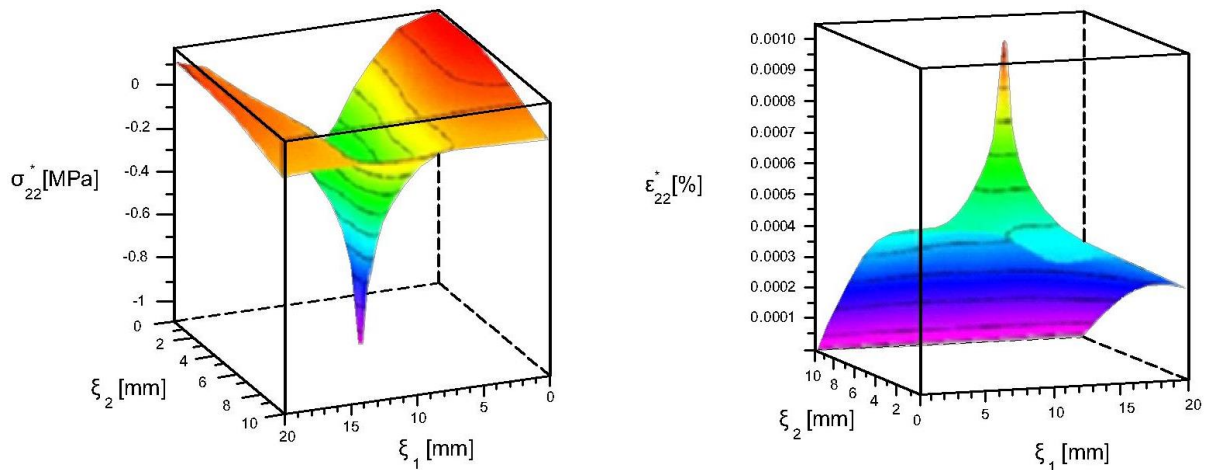
Comportarea tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}^*$  și a deformațiilor termoelastice  $\varepsilon_{11}^*$ , create de o sursă unitară punctiformă de căldură, calculate după formulele (4.3.14) și (4.3.17) sunt prezentate respectiv în figura 4.5 – a) și – b) [62]:





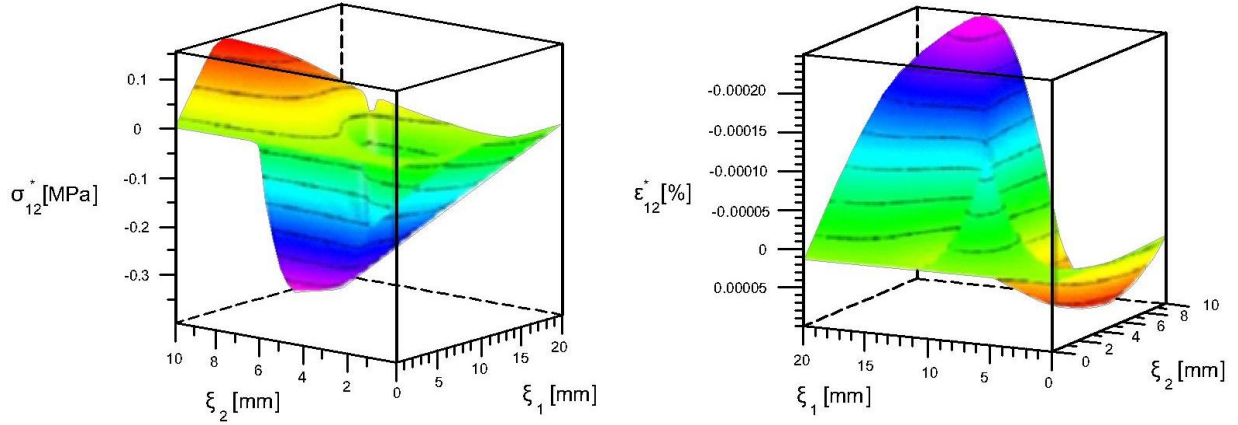
**Figura 4.5. a) tensiunile normale  $\sigma_{11}^*$  și – b) deformațiile normale termice  $\varepsilon_{11}^*$  în semi-fâșia  $V$  pe segmentele  $0mm \leq \xi_1 \leq 20mm$ ,  $0mm \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă interioară de căldură aplicată în punctul interior  $x_1 = 10mm$ ,  $x_2 = 5mm$**

Comportarea tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}^*$  și a deformațiilor termoelastice  $\varepsilon_{22}^*$ , create de o sursă unitară punctiformă de căldură, calculate după formulele (4.3.15) și (4.3.18) sunt prezentate respectiv în figura 4.6 – a) și – b) [62]:



**Figura 4.6. Tensiunile normale  $\sigma_{22}^*$  - (a) și deformațiile normale termice  $\varepsilon_{22}^*$  - (b) în semi-fâșia  $V$  pe segmentele  $0mm \leq \xi_1 \leq 20mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă interioară de căldură aplicată în punctul interior  $x_1 = 10mm$ ,  $x_2 = 5mm$**

Comportarea tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}^*$  și a deformațiilor termoelastice tangențiale  $\varepsilon_{12}^*$ , create de o sursă unitară punctiformă de căldură, calculate după formulele (4.3.15) și (4.3.19) sunt prezentate respectiv în figura 4.7 – a) și – b) [62]:



**Figura 4.7. a) tensiunile tangențiale  $\sigma_{12}^*$  și b) deformațiile tangențiale termice  $\varepsilon_{12}^*$  în semi-fâșia  $V$  pe segmentele  $0mm \leq \xi_1 \leq 20mm$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 10mm$ , create de o sursă interioară de căldură aplicată în punctul interior  $x_1 = 10mm$ ,  $x_2 = 5mm$**

Analizând graficele din figurile 4.5 – 4.7 se pot face următoarele concluzii:

1. Condițiile de limită pentru tensiunile termice  $\sigma_{11}^*$ ,  $\sigma_{12}^*$  și  $\sigma_{22}^*$ , și pentru deformațiile termoelastice  $\varepsilon_{11}^*$ ,  $\varepsilon_{12}^*$  și  $\varepsilon_{22}^*$ , create de o sursă unitară punctiformă de căldură aplicată în punctul  $x_1 = 10mm$ ,  $x_2 = 5mm$  sunt satisfăcute.
2. Graficele 4.5 a), b); 4.6 a), b); și 4.7 a), 4.7 b) conțin salturi în punctul  $x_1 = \xi_1 = 10mm$ ;  $x_2 = \xi_2 = 5mm$  de aplicare a sursei unitare punctiforme de căldură.

#### **4.3.4. Formule integrale de tipul Green pentru tensiuni și deformații termoelastice**

Formula integrală de tipul Green (4.3.6) poate fi obținută folosind ca caz particular, formula integrală generală, transcrisă pentru semi-fâșie luând în considerare condițiile de limită (4.3.4) și expresiile (4.3.7) – (4.3.9) pentru  $\sigma_{ij}^*$ .

Calculând nucleele  $\sigma_{ij}^*(x; \xi)$  cu folosirea expresiilor (4.3.7) – (4.3.9) și alte funcții de influență:  $K_{ij}(0, y_2; \xi) = \sigma_{11}^*(0, y_2; \xi)$  (pe segmentul marginal  $\Gamma_{10}$ ),  $\Pi_{ij}(y_1, 0; \xi) = \sigma_{ij}^*(y_1, 0; \xi)$  (pe semi-dreapta marginală  $\Gamma_{20}$ ),  $Q_{ij}(y_1, a_2; \xi) = \partial \sigma_{ij}^*(y_1, a_2; \xi) / \partial n_{y_2}$  (pe semi-dreapta marginală  $\Gamma_{21}$ ) și substituindu-le în formula (4.3.6) transcrisă pentru semi-fâșie se obține soluția în integrale a PTL neomogene descrisă în ecuațiile (4.3.1) – (4.3.4) pentru semi-fâșia termoelastice. În mod analogic,

transcriind formula (4.3.6) în cazul semi-fâșiei  $V$  se obține formula integrală pentru deformațiile termoelastice  $\varepsilon_{ij}$ :

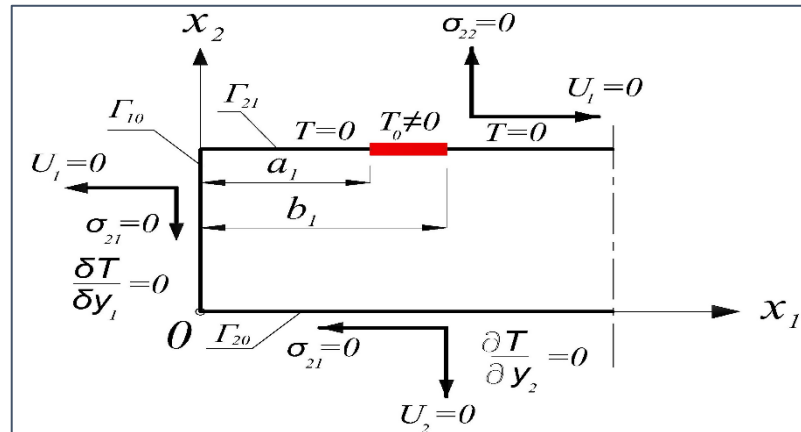
$$\varepsilon_{ij}(\xi) = \frac{1}{a} \left[ \int_0^{+\infty} \int_0^{a_2} F(x) \varepsilon_{ij}^*(x, \xi) dx_1 dx_2 + \int_0^{a_2} S_{10}(0, y_2) \varepsilon_{ij}^*(0, y_2; \xi) dy_2 + \int_0^{+\infty} S_{20}(y_1, 0) \varepsilon_{ij}^*(y_1, 0; \xi) dy_1 \right] - \int_0^{+\infty} T_{21}(y_1, a_2) \frac{\partial \varepsilon_{ij}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial n_{21}} dy_1; i, j = 1, 2 \quad (4.3.19)$$

#### 4.3.5. Studiu de caz pentru determinarea tensiunilor și deformațiilor termoelastice în piese de tip semi-fâșie

În această subsecție prezentăm un exemplu de aplicare a formulei integrale de tipul Green pentru tensiunile termice (4.3.6) și pentru deformațiile termice determinate de ecuația (4.3.20) a soluției unei PTL particulare pentru semi-fâșia  $V$ .

Este necesar să se determine tensiunile și deformațiile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  și  $\varepsilon_{ij}(\xi)$  în interiorul semi-fâșiei  $V \equiv (0 \leq x_1 < \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2)$  cu condițiile mecanice omogene de limită (4.3.2), create de următoarele condiții termice de limită date pe conturul ei [62]:

$$\begin{aligned} \partial T(0, y_2) / \partial n_{y_1} = -\partial T(0, y_2) / \partial y_1 = S_{10}(0, y_2) = 0; y \equiv (0, y_2) \in \Gamma_{10} \\ \partial T(y_1, 0) / \partial n_{y_2} = \partial T(y_1, 0) / \partial y_2 = S_{20}(y_1, 0) = 0; y \equiv (y_1, 0) \in \Gamma_{20} \\ T(y) = \begin{cases} T_{21}(y) = T_0 = const, y \equiv (y_1, a_2) \in [a_1 \leq y_1 \leq b_1] \in \Gamma_{21}; T_0 > 0 \\ T_{21}(y) = 0, y \equiv (y_1, a_2) \in [0 \leq y_1 < a_1] \cup (b_1 < y_1 < \infty) \in \Gamma_{21} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.3.20)$$



**Figura 4.8. Schema semi-fâșiei cu condițiile mecanice și termice de limită.**

Conform teoremei demonstrate, soluția PTL menționate anterior poate fi obținută folosind formula integrală (4.3.6) în absența sursei interioare de căldură, a fluxurilor de căldură pe  $\Gamma_{10}$ ,  $\Gamma_{20}$  și în prezența gradientului constant de temperatură  $T_{21}(y_1) = T_0$ , dat pe segmentul  $a_1 \leq y_1 \leq b_1$  (fig. 4.8) a semi-dreptei  $\Gamma_{21}$ :

$$\sigma_{ij}(\xi) = - \int_{a_1}^{b_1} T_{21}(y_1) Q_{ij}(y_1, a_2; \xi_1) dy_1 \quad (4.3.21)$$

unde nucleul  $Q_{ij}(y_1, a; \xi)$  este definit de expresiile (4.3.12a) . În continuare substituind expresiile (4.3.21) și (4.3.12a) în ecuația (4.3.22) se obțin următoarele formule integrale pentru tensiunile termice [62]:

$$\sigma_{11}(\xi) = - \int_{a_1}^{b_1} T_{21}(y_1) Q_{11}(y_1, a_2; \xi) dy_1 = \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \int_{a_1}^{b_1} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}} \right] dy_1 \quad (4.3.22)$$

$$\sigma_{22}(\xi) = - \int_{a_1}^{b_1} T_{21}(y_1) Q_{22}(y_1, a_2; \xi) dy_1 = \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \int_{a_1}^{b_1} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} - y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}} \right] dy_1 \quad (4.3.23)$$

$$\sigma_{12}(\xi) = - \int_{a_1}^{b_1} T_{21}(y_1) Q_{12}(y_1, a_2; \xi) dy_1 = - \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \int_{a_1}^{b_1} \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} \left[ \xi_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} - y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}} \right] dy_1 \quad (4.3.24)$$

unde

$$\begin{aligned} \bar{E}_{a_2} &= 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi \xi_2 / 2a_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \\ \tilde{E}_{a_2} &= 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} \sin(\pi \xi_2 / 2a_2) + e^{(\pi/a_2)(y_1 - \xi_1)} \\ \bar{E}_{1a_2} &= 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 + \xi_1)} \sin(\pi \xi_2 / 2a_2) + e^{(\pi/2a_2)(y_1 + \xi_1)} \\ \tilde{E}_{1a_2} &= 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(y_1 + \xi_1)} \sin(\pi \xi_2 / 2a_2) + e^{(\pi/2a_2)(y_1 + \xi_1)} \end{aligned} \quad (4.3.25)$$

În rezultatul calculării integralelor (4.3.23) – (4.3.25) se obțin următoarele expresii analitice finale pentru tensiunile termice [62]:

$$\sigma_{11}(\xi) = \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ 2(\bar{f}_{a_2} + \tilde{f}_{1a_2} - \tilde{f}_{a_2} - \bar{f}_{1a_2}) - \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} \right) \right]_{y_1=a_1}^{y_1=b_1} \quad (4.3.26)$$

$$\sigma_{22}(\xi) = \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} \right]_{y_1=a_1}^{y_1=b_1} \quad (4.3.27)$$

$$\sigma_{12}(\xi) = - \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \ln \frac{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} - y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} \right]_{y_1=a_1}^{y_1=b_1} \quad (4.3.28)$$

unde

$$\bar{f}_{a_2} = -2 \arctan \frac{e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} + \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)}, \tilde{f}_{a_2} = 2 \arctan \frac{e^{(\pi/2a_2)(y_1 - \xi_1)} - \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} \quad (4.3.29)$$

$$\bar{f}_{1a_2} = -2 \arctan \frac{e^{-(\pi/2a_2)(y_1 + \xi_1)} + \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)}, \tilde{f}_{1a_2} = 2 \arctan \frac{e^{-(\pi/2a_2)(y_1 + \xi_1)} - \sin(\pi\xi_2/2a_2)}{\cos(\pi\xi_2/2a_2)} \quad (4.3.30)$$

În mod analogic pentru determinarea deformațiilor termice  $\varepsilon_{ij}(\xi)$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_{21}(y_1) = T_0$ , dat pe segmentul  $a_1 \leq y_1 \leq b_1$  (4.3.21) a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$  se folosește formula integrală:

$$\varepsilon_{ij}(\xi) = - \int_0^{+\infty} T_{21}(y_1, a_2) \frac{\partial \varepsilon_{ij}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial n_{21}} dy_1 = -T_0 \int_0^{+\infty} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial y_2} dy_1; i, j = 1, 2 \quad (4.3.31)$$

obținută din ecuația (4.3.20), unde nucleele  $\frac{\partial \varepsilon_{ij}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial n_{21}}$  se determină folosind ecuațiile (4.3.17)-

(4.3.19). După calcularea integralelor respective se obțin următoarele expresii analitice pentru deformațiile  $\varepsilon_{ij}(\xi)$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}(\xi) &= \frac{T_0}{2\mu} \int_{a_1}^{b_1} \frac{\partial \sigma_{22}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial y_2} dy_1 = \frac{T_0}{2\mu} \int_{a_1}^{b_1} Q_{22}(y_1, a_2; \xi) dy_1 = \\ &= -\frac{\gamma T_0}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} \right]_{y_1=a_1}^{y_1=b_1} \end{aligned} \quad (4.3.32)$$

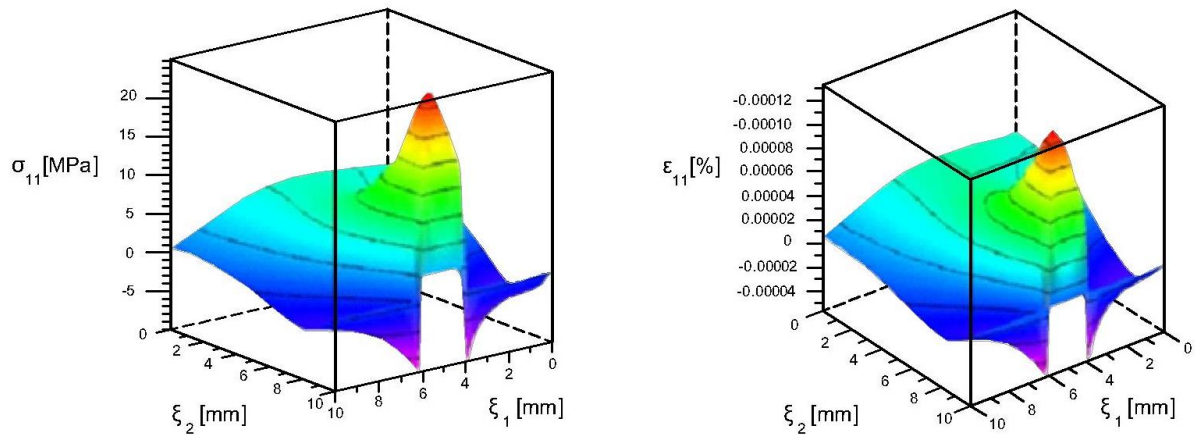
$$\begin{aligned} \varepsilon_{22}(\xi) &= \frac{T_0}{2\mu} \int_{a_1}^{b_1} \frac{\partial \sigma_{11}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial y_2} dy_1 = \frac{T_0}{2\mu} \int_{a_1}^{b_1} Q_{11}(y_1, a_2; \xi) dy_1 = \\ &= -\frac{\gamma \mu T_0}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ 2(\tilde{f}_{a_2} + \tilde{f}_{1a_2} - \bar{f}_{a_2} - \bar{f}_{1a_2}) - \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} \right) \right]_{y_1=a_1}^{y_1=b_1} \end{aligned} \quad (4.3.33)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12}(\xi) &= -\frac{T_0}{2\mu} \int_{a_1}^{b_1} \frac{\partial \sigma_{12}^*(y_1, a_2; \xi)}{\partial y_2} dy_1 = -\frac{T_0}{2\mu} \int_{a_1}^{b_1} Q_{12}(y_1, a_2; \xi) dy_1 = \\ &= -\frac{\gamma T_0}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ y_1 \ln \frac{\tilde{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\bar{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_{a_2} \tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2} \bar{E}_{1a_2}} \right]_{y_1=a_1}^{y_1=b_1} \end{aligned} \quad (4.3.34)$$

De menționat că graficele tensiunilor  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  și a deformațiilor termoelastice  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{12}$  în semi-fâșie, create de un gradient constant de temperatură  $T_0 = 50^\circ K$  construite pentru  $a_2 = 10mm$ ,  $a_1 = 4mm$  și  $b_1 = 6mm$  cu următoarele valori ale constantelor elastice și termice: coeficientul lui Poisson  $\nu = 0.3$ , modulul de elasticitate  $E = 2,1 \cdot 10^5 MPa = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2 = 2,1 \cdot 10^4$

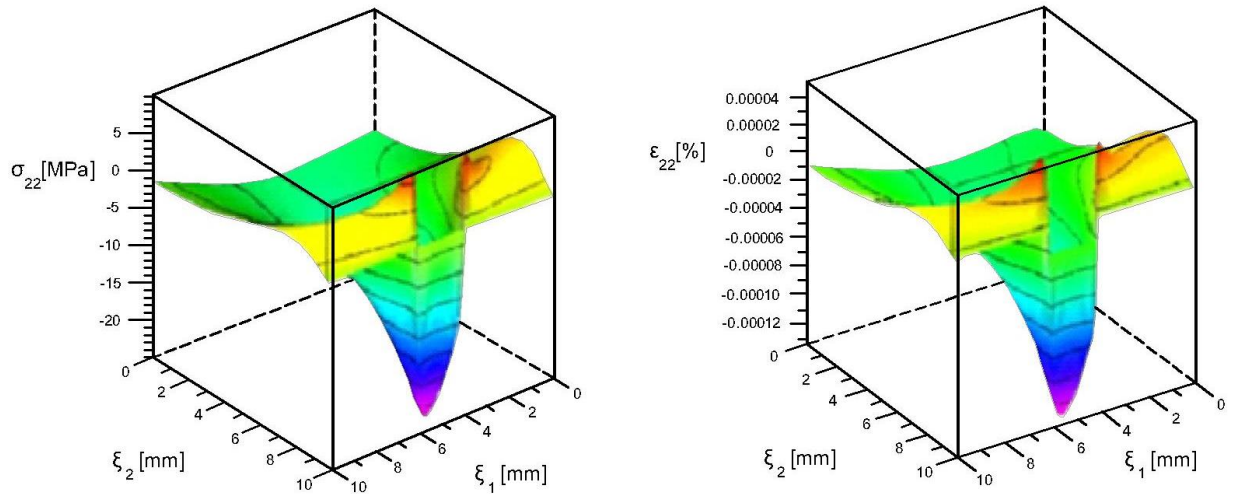
$kg/mm^2$  [sau constantele de elasticitate Lamé  $\mu = E/2(1 + \nu)$ ,  $\lambda = E\nu/(1 - 2\nu)(1 + \nu)$ ] și coeficientul de dilatare termică lineară  $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}(K)^{-1}$ .

Comportarea tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}$  și a deformațiilor termoelastice  $\varepsilon_{11}$ , create de un gradient constant de temperatură  $T_0 = 50^\circ K$ , calculate după formulele (4.3.27) și (4.3.33) sunt prezentate respectiv în figura 4.9 a) și b) [62]:



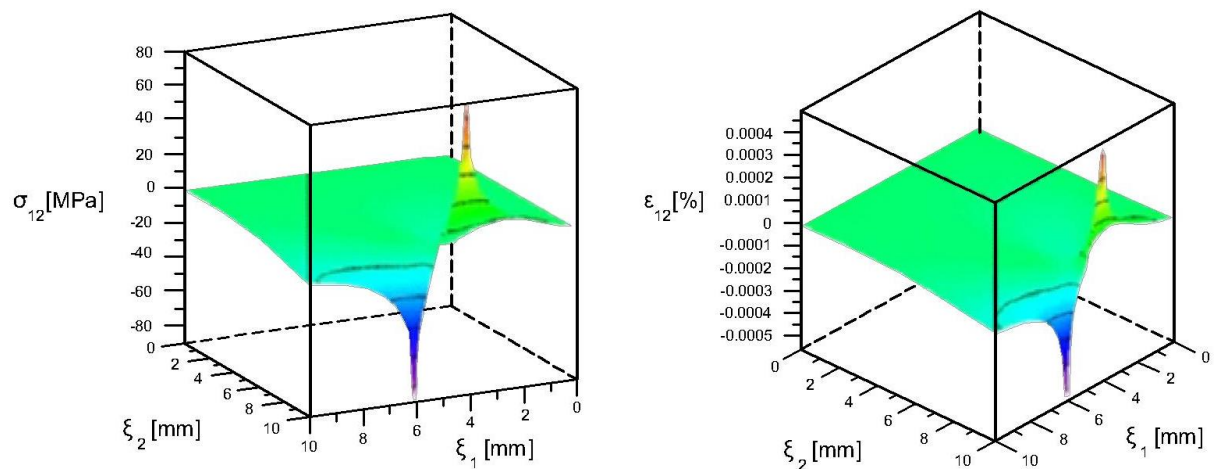
**Figura 4.9. Tensiunile termice normale  $\sigma_{11}$  a) și deformațiile termice normale  $\varepsilon_{11}$ - b) în semi-fâșia  $V$  la  $0mm \leq \xi_1, \xi_2 \leq 10mm$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_0 = 50 K$ , care este aplicat pe segmentul  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$ .**

Comportarea tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}$  și a deformațiilor termoelastice  $\varepsilon_{22}$ , create de un gradient constant de temperatură  $T_0 = 50 K$ , calculate după formulele (4.3.28) și (4.3.34) sunt prezentate respectiv în figura 4.10 a) și b) [62]:



**Figura 4.10. Tensiunile termice normale  $\sigma_{22}$  - a) și deformațiile termice normale  $\epsilon_{22}$ - b) în semi-fâșia  $V$  la  $0mm \leq \xi_1, \xi_2 \leq 10mm$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_0 = 50 K$  care este aplicat pe segmentul  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$**

Comportarea tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}$  și a deformațiilor termoelastice tangențiale  $\epsilon_{12}$ , create de un gradient constant de temperatură  $T_0 = 50K$ , calculate după formulele (4.3.29) și (4.3.35) sunt prezentate respectiv în figura 4.11 a) și b) [62]:



**Figura 4.11. Tensiunile tangențiale termice  $\sigma_{12}$ - a) și deformațiile tangențiale termice  $\epsilon_{12}$ - b) în semi-fâșia  $V$  la  $0 \leq \xi_1, \xi_2 \leq 10mm$ , create de gradientul constant de temperatură  $T_0 = 50K$  care este aplicat pe segmentul  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  a semi-dreptei marginale  $\Gamma_{21}$**

Analizând graficele 4.9 – 4.11 se poate de concluzionat următoarele:

1. Condițiile de limită pentru tensiunile termice  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  și pentru deformațiile termoelastice  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $\epsilon_{12}$ , create de un gradient constant de temperatură  $T_0 = 50K$ , sunt satisfăcute.

2. Graficele 4.9, 4.10 și 4.11 conțin salturi la capetele segmentului  $4mm \leq y_1 \leq 6mm$  de aplicare a gradientului constant de temperatură  $T_0 = 50 K$ .

Menționăm că altă prolemă termoelastice pentru o semi-fâșie cu prezentare rezultatelor finale în formă de grafice a fost descrisă în lucrarea [53].

#### 4.4. Tensiunile termice într-o placă dreptunghiulară

##### 4.4.1. Deducerea formulei integrale pentru deformațiile termoelastice pentru cazul unei piese în formă de dreptunghi

În acest paragraf se propun funcțiile Green pentru evidențierea deplasărilor și tensiunilor termice pentru o problemă plană de limită a unor plăci dreptunghiulare descrise în lucrările [24, 58]. Aceste rezultate au fost obținute în baza formulelor structurale pentru funcțiile Green termoelastice care sunt exprimate prin funcțiile Green pentru ecuația Poisson. Formulele structurale au fost formulate și demonstrate într-o teoremă specială, prezentată în anexa G. Pentru obținerea acestor formule structurale a fost folosită MRIA. Funcțiile Green pentru tensiunile termoelastice în placa dreptunghiulară au fost obținute în forma unor sume de funcții elementare și serii infinite ordinare. Aceste rezultate concrete pentru funcțiile Green și formulele integrale respective pentru dreptunghi au fost obținute în baza formulelor structurale respective din anexa G. Expresii analitice noi pentru tensiunile termice pentru o problemă particulară de limită pentru dreptunghiul termoelastice supus acțiunii unui gradient constant de temperatură au fost obținute în baza formulei integrale respective. Soluțiile obținute pentru tensiunile termice în placa dreptunghiulară au fost prezentate în formă de grafice, construite cu aplicarea softului „Maple 15”.

**Teoremă** [58]. Fie că câmpul de deplasări  $u_i(\xi)$  în punctele interioare  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2)$  ale dreptunghiului termoelastice  $V(0 \leq x_1 < \infty; 0 \leq x_2 \leq a_2)$  este determinat de ecuațiile Lamé

$$\mu \nabla^2 u_i(\xi) + (\lambda + \mu) \theta_{,i}(\xi) - \gamma T_{,i}(\xi) = 0; \theta = u_{k,k}(x, \xi); i, k = 1, 2 \quad (4.4.1)$$

iar în punctele  $y \equiv (0, y_2)$ ,  $y \equiv (y_1, 0)$ , și  $y \equiv (y_1, 0)$   $y \equiv (y_1, a_2)$  ale segmentelor marginale de linii drepte  $\Gamma_{10}(y_1 = 0; 0 \leq y_2 \leq a_2)$ ,  $\Gamma_{11}(y_1 = a_1; 0 \leq y_2 \leq a_2)$  și  $\Gamma_{20}(0 \leq y_1 \leq a_1; y_2 = 0)$ ,  $\Gamma_{21}(0 \leq y_1 \leq a_1; y_2 = a_2)$  sunt date următoarele condiții local-mixte mecanice:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = u_2 = 0, \xi_1 = 0, 0 \leq \xi_2 \leq a_2; u_1 = \sigma_{12} = 0, \xi_1 = a_1, 0 \leq \xi_2 \leq a_2; \\ \sigma_{22} = u_1 = 0; \xi_2 = 0, 0 \leq \xi_1 \leq a_1; u_2 = \sigma_{21} = 0, \xi_2 = a_2, 0 \leq \xi_1 \leq a_1 \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

unde  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  și  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$  sunt tensiunile normale și tangențiale care se determină cu legea Duhamel-Neumann:

$$\sigma_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \delta_{ij}(\lambda\theta - \gamma T) \quad i, j = 1, 2 \quad (4.4.3)$$

unde  $\delta_{ij}$  este simbolul lui Kronecker. De asemenea, fie că câmpul de temperatură  $T(\xi)$  din ecuația



(4.4.1), generat de sursa interioară punctiformă de căldură  $F(\xi)$ , temperatura și fluxurile de căldură, date pe contur, satisfac următoarei PL a conductibilității termice

$$\nabla^2 T(\xi) = -a^{-1} F(\xi), \xi \in V \quad (4.4.4)$$

$$T(y) = T_{10}(y), y \equiv (0, y_2) \in \Gamma_{10}; a \partial T / \partial n_{y_1} = S_{11}(y), y \equiv (a_1, y_2) \in \Gamma_{11} \quad (4.4.5)$$

$$T(y) = T_{20}(y), y \equiv (y_1, 0) \in \Gamma_{20}; a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{21}(y), y \equiv (y_1, a_2) \in \Gamma_{21}$$

Dacă sursa interioară de căldură și acțiunile termice date pe contur satisfac condițiile:

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{a_2} |F(x)| dx_1 dx_2 < \infty; \int_0^{a_2} |T_{10}(0, y_2)| dy_2 < \infty, \int_{-\infty}^{+\infty} |S_{11}(a_1, y_2)| dy_2 < \infty \quad (4.4.6)$$

$$\int_0^{+\infty} |T_{20}(y_1, 0)| dy_1 < \infty, \int_{-\infty}^{+\infty} |S_{21}(y_1, a_2)| dy_1 < \infty$$

atunci soluția PTL, descrisă de ecuațiile (4.4.1) – (4.4.5) în raport cu tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  există și ea poate fi prezentată de următoarea formulă integrală de tipul lui Green [24, 25]:

$$\sigma_{ij}(\xi) = \frac{1}{a} \left[ \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} F(x) \sigma_{ij}^*(x, \xi) dx_1 dx_2 + \int_0^{a_2} S_{11}(a_1, y_2) K_{ij}(a_1, y_2; \xi) dy_2 + \int_0^{a_1} S_{21}(y_1, a_2) \Pi_{ij}(y_1, a_2; \xi) dy_1 \right] - \int_0^{a_2} T_{10}(0, y_2) L_{ij}(0, y_2; \xi) dy_2 - \int_0^{a_1} T_{20}(y_1, 0) Q_{ij}(y_1, 0; \xi) dy_1; i, j = 1, 2 \quad (4.4.7)$$

unde  $a$  este conductivitatea termică. Nucleele: FGTT  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$ ;  $K_{ij}(a_1, y_2; \xi) = \sigma_{ij}^*(a_1, y_2; \xi)$ ,  $\Pi_{ij}(y_1, a_2; \xi) = \sigma_{ij}^*(y_1, a_2; \xi)$  reprezintă respectiv influența următorilor: unei surse unitare punctiforme de căldură  $F = a\delta(x - \xi)$ ; fluxurilor unitare de căldură  $S_{11} = a\delta(x - \xi)$ ,  $S_{21} = a\delta(x - \xi)$  pe  $\Gamma_{11}$ ,  $\Gamma_{21}$  asupra tensiunilor termoelastice necunoscute  $\sigma_{ij}(\xi)$  din ecuația (4.4.7). De asemenea, nucleele  $L_{ij}(0, y_2; \xi) = -(\partial/\partial y_1)\sigma_{ij}^*(y, \xi), y \equiv (0, y_2)$  și  $Q_{ij}(y_1, 0; \xi) = -(\partial/\partial y_2)\sigma_{ij}^*(y, \xi), y \equiv (y_1, 0)$  reprezintă influențele unor temperaturi unitare  $T_{10} = \delta(y - \xi)$  date pe  $\Gamma_{10}$  și  $T_{20} = \delta(y - \xi)$  date pe  $\Gamma_{20}$  asupra tensiunilor termice necunoscute  $\sigma_{ij}(\xi)$  din ecuația (4.76). Nucleele din ecuația (4.4.7) sunt determinate de expresiile analitice care urmează.

#### 4.4.2. Expresiile analitice pentru funcțiile Green ale tensiunilor termoelastice

$$\sigma_{11}^*(x, \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_1\tilde{E}_2\tilde{E}_{12}} + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\tilde{E}_2\tilde{E}_1\tilde{E}_{12}} + \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} c h v_1 a_1} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) s h v_1 x_1 s h v_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{e^{v_1 a_1}}{c h v_1 a_1} a_1 s h v_1 x_1 - x_1 c h v_1 x_1 \right) c h v_1 \xi_1 \right] \sin v_1 x_2 \sin v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.8)$$

$$\sigma_{22}^*(x, \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\tilde{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\tilde{E}_{12}} - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\tilde{E}_2\tilde{E}_{12}}{\tilde{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{\nu_1 a_1} ch \nu_1 a_1} \left( \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) sh \nu_1 x_1 sh \nu_1 \xi_1 + \left( x_1 - a_1 \frac{e^{\nu_1 a_1}}{ch \nu_1 a_1} \right) v_1 ch \nu_1 x_1 sh \nu_1 \xi_1 \right) \sin \nu_1 x_2 \sin \nu_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.9)$$

$$\sigma_{12}^*(x, \xi) = \frac{\gamma\mu}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}\tilde{E}_1\tilde{E}_2\bar{E}_{12}}{\tilde{E}\bar{E}_1\bar{E}_2\tilde{E}_{12}} - x_1 \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}\bar{E}_1\tilde{E}_2\tilde{E}_{12}}{\tilde{E}\bar{E}_2\bar{E}_1\bar{E}_{12}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{\nu_1 a_1} ch \nu_1 a_1} \left( \left( x_1 ch \nu_1 x_1 - a_1 \frac{e^{\nu_1 a_1}}{ch \nu_1 a_1} sh \nu_1 x_1 \right) ch \nu_1 \xi_1 + \xi_1 sh \nu_1 x_1 sh \nu_1 \xi_1 \right) \sin \nu_1 x_2 \sin \nu_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.10)$$

unde funcțiile  $\bar{E}, \bar{E}_2, \tilde{E}, \tilde{E}_2, \bar{E}_1, \bar{E}_{12}, \tilde{E}_1, \tilde{E}_{12}$  din ecuațiile (4.4.8) – (4.4.10) sunt definite de expresiile:

$$\bar{E} = \bar{E}(x, \xi) = 1 + 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/a_2)(x_1 - \xi_1)}, \quad \bar{E}_2 = \bar{E}_2(x, \xi) = \bar{E}(x; \xi_1, -\xi_2) \quad (4.4.11)$$

$$\tilde{E} = \tilde{E}(x, \xi) = 1 - 2e^{(\pi/2a_2)(x_1 - \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{(\pi/a_2)(x_1 - \xi_1)}, \quad \tilde{E}_2 = \tilde{E}_2(x, \xi) = \tilde{E}(x; \xi_1, -\xi_2) \quad (4.4.12)$$

$$\bar{E}_1 = \bar{E}_1(x, \xi) = 1 + 2e^{-(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{-(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)}, \quad \bar{E}_{12} = \bar{E}_{12}(x, \xi) = \bar{E}_1(x; -\xi_1, \xi_1) \quad (4.4.13)$$

$$\tilde{E}_1 = \tilde{E}_1(x, \xi) = 1 - 2e^{-(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)} \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2) + e^{-(\pi/2a_2)(x_1 + \xi_1)}; \quad (4.4.14)$$

$$\tilde{E}_{12} = \tilde{E}_{12}(x, \xi) = \tilde{E}_1(x; -\xi_1, \xi_1)$$

$$\Pi_{11}(y_1, a_2; \xi) = \sigma_{11}^*(y_1, a_2; \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_2}\tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2}\bar{E}_{1a_2}} + x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_2}\bar{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2}\tilde{E}_{1a_2}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{\nu_1 a_1} ch \nu_1 a_1} \left( \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) sh \nu_1 y_1 sh \nu_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( a_1 \frac{e^{\nu_1 a_1}}{ch \nu_1 a_1} - y_1 \right) ch \nu_1 y_1 ch \nu_1 \xi_1 \right) (-1)^{n+1} \sin \nu_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.15)$$

$$\Pi_{22}(y_1, a_2; \xi) = \sigma_{22}^*(y_1, a_2; \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_2}\tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2}\bar{E}_{1a_2}} - x_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_2}\bar{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2}\tilde{E}_{1a_2}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{\nu_1 a_1} ch \nu_1 a_1} \left( \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) sh \nu_1 y_1 sh \nu_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( y_1 - a_1 \frac{e^{\nu_1 a_1}}{ch \nu_1 a_1} \right) ch \nu_1 y_1 ch \nu_1 \xi_1 \right) (-1)^{n+1} \sin \nu_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.16)$$

$$\Pi_{12}(y_1, a_2; \xi) = \sigma_{12}^*(y_1, a_2; \xi) = \frac{\gamma\mu}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_2}\tilde{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2}\bar{E}_{1a_2}} - y_1 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_2}\bar{E}_{1a_2}}{\tilde{E}_{a_2}\tilde{E}_{1a_2}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{\nu_1 a_1} ch \nu_1 a_1} \left( \left( y_1 ch \nu_1 y_1 - a_1 \frac{e^{\nu_1 a_1}}{ch \nu_1 a_1} sh \nu_1 y_1 \right) ch \nu_1 \xi_1 + \xi_1 sh \nu_1 y_1 sh \nu_1 \xi_1 \right) (-1)^{n+1} \sin \nu_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.17)$$

unde funcțiile  $\bar{E}_{a_2}, \bar{E}_{1a_2}, \tilde{E}_{a_2}$  și  $\tilde{E}_{1a_2}$  se obțin din expresiile (4.4.11)-(4.4.14) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1, y_2 = a_2) \in \Gamma_{21}$ ;

$$K_{11}(a_1, y_2; \xi) = \sigma_{11}^*(a_1, y_2; \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_1}\tilde{E}_{1a_1}\tilde{E}_{2a_1}\bar{E}_{12a_1}}{\tilde{E}_{a_1}\bar{E}_{1a_1}\bar{E}_{2a_1}\tilde{E}_{12a_1}} + a_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}_{a_1}\bar{E}_{1a_1}\tilde{E}_{2a_1}\tilde{E}_{12a_1}}{\tilde{E}_{a_1}\bar{E}_{2a_1}\bar{E}_{1a_1}\bar{E}_{12a_1}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{\nu_1 a_1} ch \nu_1 a_1} \left( \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) sh \nu_1 a_1 sh \nu_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{e^{\nu_1 a_1}}{ch \nu_1 a_1} a_1 sh \nu_1 a_1 - x_1 ch \nu_1 a_1 \right) ch \nu_1 \xi_1 \right) \sin \nu_1 y_2 \sin \nu_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.18)$$

$$K_{22}(a_1, y_2; \xi) = \sigma_{22}^*(a_1, y_2; \xi) = -\frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}_a \tilde{E}_{1a_1} \tilde{E}_{2a_1} \bar{E}_{12a_1}}{\tilde{E}_a \bar{E}_{1a_1} \bar{E}_{2a_1} \tilde{E}_{12a_1}} - a_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}_a \bar{E}_{1a_1} \tilde{E}_{2a_1} \tilde{E}_{12a_1}}{\tilde{E}_a \bar{E}_{2a_1} \tilde{E}_{1a_1} \bar{E}_{12a_1}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) sh v_1 a_1 sh v_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( a_1 - a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} \right) ch v_1 a_1 ch v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 y_2 \sin v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.19)$$

$$K_{12}(a_1, y_2; \xi) = \sigma_{12}^*(a_1, y_2; \xi) = \frac{\gamma\mu}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}_a \tilde{E}_{1a_1} \tilde{E}_{2a_1} \bar{E}_{12a_1}}{\tilde{E}_a \bar{E}_{1a_1} \bar{E}_{2a_1} \tilde{E}_{12a_1}} - a_1 \frac{1}{4\pi} \ln \frac{\bar{E}_a \bar{E}_{1a_1} \tilde{E}_{2a_1} \tilde{E}_{12a_1}}{\tilde{E}_a \bar{E}_{2a_1} \tilde{E}_{1a_1} \bar{E}_{12a_1}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left( a_1 ch v_1 a_1 - a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} sh v_1 a_1 \right) ch v_1 \xi_1 + \xi_1 sh v_1 a_1 sh v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 y_2 \sin v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.20)$$

în care funcțiile  $\bar{E}_{a_1}$ ,  $\bar{E}_{1a_1}$ ,  $\bar{E}_{2a_1}$ ,  $\bar{E}_{12a_1}$  și  $\tilde{E}_{a_1}$ ,  $\tilde{E}_{1a_1}$ ,  $\tilde{E}_{2a_1}$ ,  $\tilde{E}_{12a_1}$  se obțin din funcțiile (4.4.11)-(4.4.14) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1 = a_1, y_2) \cup \Gamma_{11}$ .

$$Q_{11}(y_1, 0; \xi) = -\frac{\partial}{\partial y_2} \sigma_{11}^*(y, \xi) \Big|_{y_2=0} = \frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \left(1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{10}}{E_0 \tilde{E}_{10}} + y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\tilde{E}_{10} \tilde{E}_0}{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}} - \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left(1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) sh v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} sh v_1 y_1 - y_1 ch v_1 y_1 \right) ch v_1 \xi_1 \right) \cos v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.21)$$

$$Q_{22}(y_1, 0; \xi) = -\frac{\partial}{\partial y_2} \sigma_{22}^*(y, \xi) \Big|_{y_2=0} = \frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{10}}{E_0 \tilde{E}_{10}} - y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\tilde{E}_{10} \tilde{E}_0}{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}} - \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) sh v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 + \left( y_1 - a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} \right) v_1 ch v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 \right) \cos v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.22)$$

$$Q_{12}(y_1, 0; \xi) = -\frac{\partial}{\partial y_2} \sigma_{12}^*(y, \xi) \Big|_{y_2=0} = -\frac{\gamma\mu}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} \left[ \xi_1 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{10}}{E_0 \tilde{E}_{10}} - y_1 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\tilde{E}_{10} \tilde{E}_0}{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}} - \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left( y_1 ch v_1 y_1 - a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} sh v_1 y_1 \right) ch v_1 \xi_1 + \xi_1 sh v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 \right) \cos v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.23)$$

în care funcțiile  $\bar{E}_0$ ,  $\bar{E}_{10}$ ,  $\tilde{E}_0$  și  $\tilde{E}_{10}$  se obțin din funcțiile (4.4.11)-(4.4.14) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1, y_2 = 0) \in \Gamma_{20}$ .

$$L_{11}(0, y_2; \xi) = -(\partial/\partial y_1) \sigma_{11}^*(y, \xi) \Big|_{y_1=0} = \frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left(1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{20}}{\tilde{E}_{20} \bar{E}_0} + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{20}}{\tilde{E}_0 \bar{E}_{20}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left(1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) v_1 sh v_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} a_1 v_1 - 1 \right) ch v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 y_2 \sin v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.24)$$

$$L_{22}(0, y_2; \xi) = -(\partial/\partial y_1) \sigma_{22}^*(y, \xi) \Big|_{y_1=0} = \frac{\mu\gamma}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{20}}{\tilde{E}_{20} \bar{E}_0} - \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{20}}{\tilde{E}_0 \bar{E}_{20}} - \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1}\right) v_1 sh v_1 \xi_1 + v_1 sh v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 y_2 \sin v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.25)$$

$$L_{12}(0, y_2; \xi) = -(\partial/\partial y_1) \sigma_{12}^*(y, \xi) \Big|_{y_1=0} = -\frac{\gamma\mu}{(\lambda+2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \xi_1 \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{20}}{\tilde{E}_{20} \bar{E}_0} - \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{20}}{\tilde{E}_0 \bar{E}_{20}} + \right. \\ \left. \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left( 1 - a_1 v_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} \right) ch v_1 \xi_1 + \xi_1 v_1 sh v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 y_2 \sin v_1 \xi_2 \right] \quad (4.4.26)$$

în care funcțiile  $\bar{E}_0$ ,  $\bar{E}_{20}$ ,  $\tilde{E}_0$  și  $\tilde{E}_{20}$  se obțin din funcțiile (4.4.11)-(4.4.14) prin schimbarea punctului  $x \equiv (x_1, x_2) \in V$  cu punctul  $y \equiv (y_1 = 0, y_2) \in \Gamma_{10}$ .

#### 4.4.3. Studiu de caz referitor la determinarea tensiunilor termice pentru piese cu suprafețe în formă de dreptunghi

În cele ce urmează prezentăm un exemplu de aplicare a formulei integrale de tipul Green pentru determinarea tensiunilor termice cu folosirea ecuațiilor (4.4.7) – (4.4.26) la rezolvarea PTL particulare pentru dreptunghiul  $V$ .

**Exemplu.** De determinat tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$ ;  $i, j = 1, 2$  în dreptunghiul  $V$ , cauzate de următoarele condiții termice de limită date pe segmentele marginale a liniilor drepte  $\Gamma_{10}$ ,  $\Gamma_{11}$  și  $\Gamma_{20}$ ,  $\Gamma_{21}$ , prezentate în figura 4.12 [58]:

$$T(y) = \begin{cases} T_{10}(y) = 0; y \equiv (0, y_2) \in \Gamma_{10}; a \partial T / \partial n_{y_1} = 0, y \equiv (a_1, y_2) \in \Gamma_{11} \\ T_{20}(y) = T_0 = const, y \equiv (y_1, 0) \in [a_1 \leq y_1 \leq b_1] \in \Gamma_{20}; T_0 > 0 \\ T_{20}(y) = 0, y \equiv (y_1, 0) \in [0 \leq y_1 < a_1] \cup (b_1 < y_1 < \infty) \in \Gamma_{20} \\ \partial T(y_1, a_2) / \partial n_{y_2} = \partial T(y_1, a_2) / \partial y_2 = 0; y \equiv (y_1, a_2) \in \Gamma_{21} \end{cases} \quad (4.4.27)$$

De asemenea, pe conturul dreptunghiului sunt date condițiile mecanice omogene de limită definite în figura 4.12.

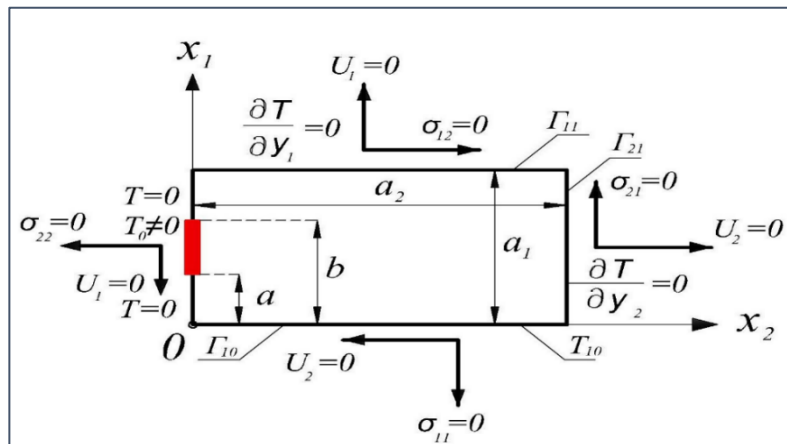


Figura 4.12. Schema dreptunghiului cu condițiile mecanice și termice de limită

Conform teoremei formulate și demonstrate anterior în p. 4.5.1, soluția PTL poate fi obținută folosind formula integrală din ecuația (4.4.7). Pentru cazul prezentat în figura 4.12 soluția integrală PTL obține următoarea formă:

$$\sigma_{ij}(\xi) = - \int_a^b T_{20}(y_1, 0) Q_{ij}(y_1, 0; \xi) dy_1 \quad (4.4.28)$$

unde nucleele  $Q_{ij}(y_1, 0; \xi)$  sunt definite de ecuațiile (4.4.21) – (4.4.23). Substituind în ecuația (4.4.28) condițiile (4.4.27) și expresiile (4.4.21) – (4.4.23), după calcularea integralelor respective se obțin următoarele expresii analitice finale pentru tensiunile termice [58]:

$$\sigma_{11}(\xi) = - \frac{\gamma \mu T_0}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \frac{2}{\pi} (\tilde{f}_1 + \bar{f} + \tilde{f}_1 + \tilde{f}) - \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left( y_1 \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{10}}{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{10}} \right) + S_{11}(\xi) \right]; \quad (4.4.29)$$

$$S_{11}(\xi) = \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left( 1 - \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) ch v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left( a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} ch v_1 y_1 - y_1 sh v_1 y_1 + \frac{ch v_1 y_1}{v_1} \right) ch v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 \xi_2 \Bigg]_{y_1=a}^{y_1=b}$$

$$\sigma_{22}(\xi) = - \frac{\gamma \mu T_0}{(\lambda + 2\mu)} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi_2} \frac{1}{2\pi} \left( y_1 \ln \frac{\tilde{E}_0 \bar{E}_{10}}{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}} + \xi_1 \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{10}} \right) + S_{22}(\xi) \right];$$

$$S_{22}(\xi) = \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left( 1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) ch v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 + \right. \quad (4.4.30)$$

$$\left. \left( y_1 sh v_1 y_1 - \frac{ch v_1 y_1}{v_1} - a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} sh v_1 y_1 \right) v_1 sh v_1 \xi_1 \right) \sin v_1 \xi_2 \Bigg]_{y_1=a}^{y_1=b}$$

$$\sigma_{12}(\xi) = - \frac{\gamma \mu T_0}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left[ \left( \xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right) \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_0 \bar{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \tilde{E}_{10}} - y_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\bar{E}_0 \tilde{E}_{10}}{\tilde{E}_0 \bar{E}_{10}} + S_{12}(\xi) \right];$$

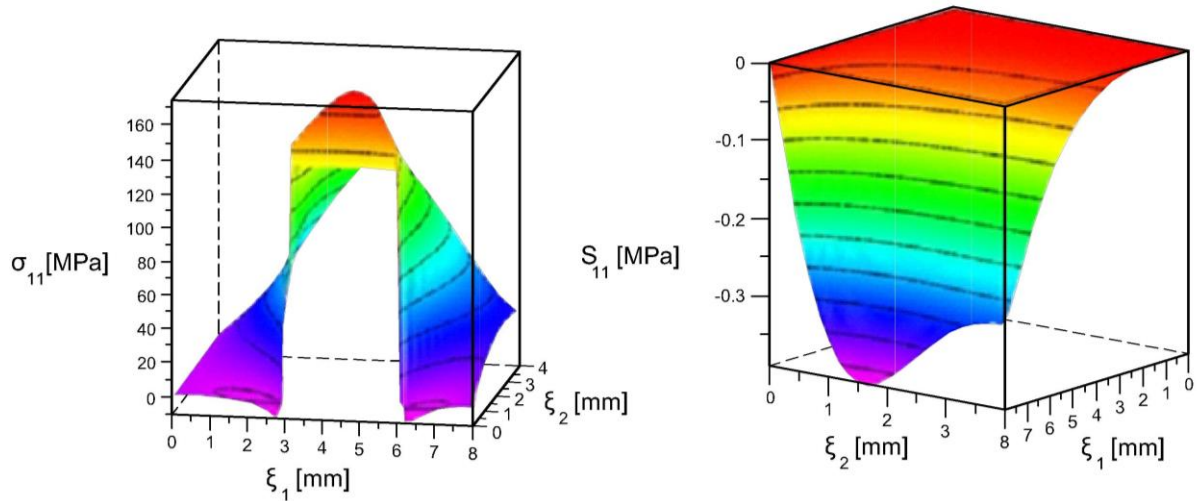
$$S_{12}(\xi) = \frac{2}{a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{v_1 e^{v_1 a_1} ch v_1 a_1} \left( \left( y_1 sh v_1 y_1 - \frac{ch v_1 y_1}{v_1} - a_1 \frac{e^{v_1 a_1}}{ch v_1 a_1} ch v_1 y_1 \right) ch v_1 \xi_1 + \xi_1 ch v_1 y_1 sh v_1 \xi_1 \right) v_1 \cos v_1 \xi_2 \Bigg]_{y_1=a}^{y_1=b} \quad (4.4.31)$$

#### 4.4.4. Graficele tensiunilor termice în dreptunghiul termoelastic

În acest subcapitol prezentăm repartizarea tensiunilor termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  și seriile lor  $S_{ij}(\xi)$  descrise de către ecuațiile (4.4.29)-(4.4.31) pentru PTL (4.4.1) – (4.4.3) și (4.4.27) pentru dreptunghiul  $0 \leq x_1 \leq a_1$ ,  $0 \leq x_2 \leq a_2$ , cu următoarele valori:  $a_1 = 4 \text{ mm}$ ;  $a_2 = 8 \text{ mm}$ ;  $a = 3 \text{ mm}$  și  $b = 6 \text{ mm}$  (vezi fig.4.13 – 4.15). Graficele au fost construite cu aplicarea softului Maple 15. Tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  sunt create de un gradient constant de temperatură  $T_{20}(y) = T_0 = 50K$ ,  $y \equiv (y_1, 0) \in [a_1 \leq y_1 \leq b_1] \in \Gamma_{20}$  dat de ecuația (4.4.27). Toate trei grafice pentru  $\sigma_{11}(\xi)$ ,  $\sigma_{22}(\xi)$ ,  $\sigma_{12}(\xi)$  și seriile lor  $S_{ij}(\xi)$  au fost construite pentru următoarele valori ale constantelor de elasticitate și de

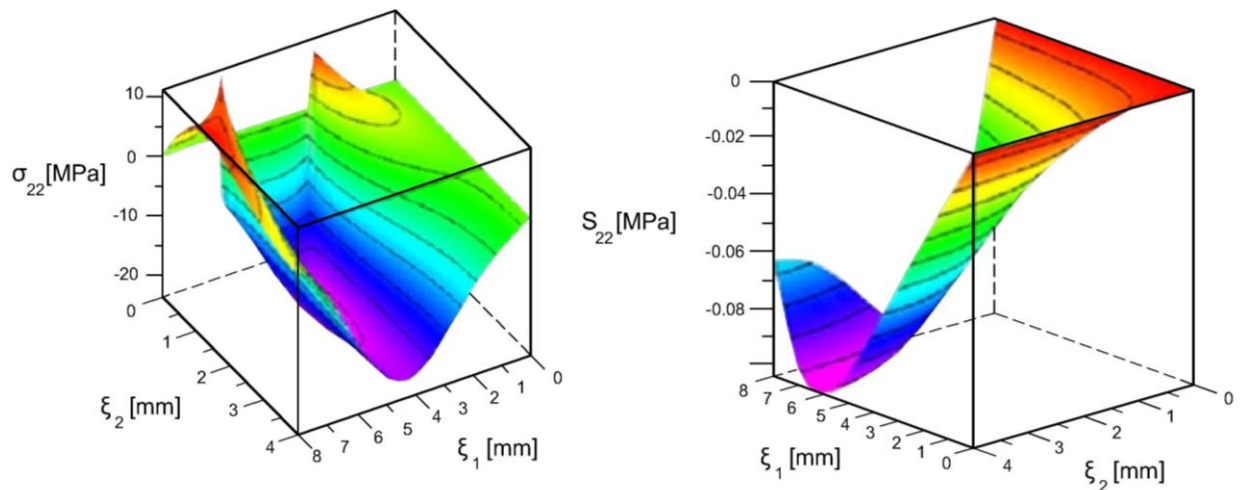
termoelasticitate: coeficientul Poisson,  $\nu = 0.3$ ; modulul de elasticitate  $E = 2.1 \cdot 10^5$  MPa și coeficientul dilatării termice lineare  $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ .

Graficele tensiunilor termice  $\sigma_{11}(\xi)$  și seria  $S_{11}(\xi)$  din ecuația (4.4.29) pentru dreptunghi sunt prezentate în figura 4.13 [58].



**Figura. 4.13. Graficele tensiunilor termice normale pentru: a)  $\sigma_{11}(\xi)$  ; b) seria lor  $S_{11}(\xi)$**

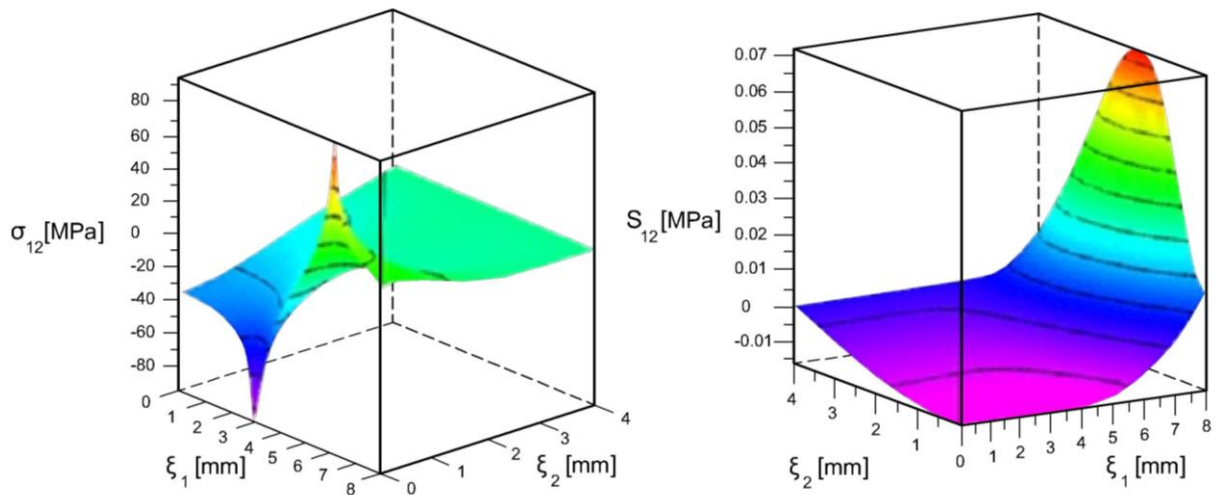
Graficele tensiunilor termice  $\sigma_{22}(\xi)$  și seria lor  $S_{22}(\xi)$  din ecuația (4.4.30) pentru dreptunghi sunt prezentate în figura 4.14 [58].



**Figura 4.14. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{22}(\xi)$ - a) și seria lor  $S_{22}(\xi)$  - b)**

Graficele tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}(\xi)$  și seria lor  $S_{12}(\xi)$  din ecuația (4.4.31) pentru dreptunghi sunt prezentate în figura 4.15.

Din figurile 4.13 – 4.15 – a) se observă că la capetele  $\xi_1 = 3mm$  și  $\xi_1 = 6mm$  ale segmentului  $3mm \geq \xi_1 \leq 6mm$ ; ,  $\xi_2 = 0$  unde este aplicat gradientul de temperatură  $T_0 = 50K$  tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  au salturi. De asemenea din figurile 4.13 – 4.15 – a) se observă ca condițiile de limită pentru tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  sunt satisfăcute. Ponderea seriilor la valorile tensiunilor termice sunt ne semnificative. Convergența seriilor  $S_{11}(\xi)$ ,  $S_{22}(\xi)$ ,  $S_{12}(\xi)$  este aprobată prin calcularea valorilor lor la următoarele numere de termeni:  $n = 2, 5, 10, 29, 30, 49$  și  $50$ .



**Figura 4.15. Graficele tensiunilor termice normale  $\sigma_{12}(\xi)$ - a) și seria lor  $S_{12}(\xi)$  - b)**

#### 4.5. Tensiuni termice tridimensionale în piese de forma unui paralelipiped semi-mărginit

##### 4.5.1. Teorema despre funcțiile principale Green și formula integrală pentru tensiuni în paralelipipedul termoelastic semi-mărginit

Scopul acestui subcapitol este de a extinde MRIA în rezolvarea PTL de trei dimensiuni pentru un paralelipiped semi-mărginit.

În cele ce urmează prezentăm rezultatele cu privire la unele formule noi structurale pentru funcțiile Green ale tensiunilor termice (FGTT) de trei dimensiuni (3D) referitoare la o problemă termoelastică de limită (PTL) pentru paralelipipedul semi-mărginit publicate în articolul [57].

Rezultatele sunt formulate într-o teoremă care este demonstrată cu aplicarea metodei reprezentărilor integrale armonice (MRIA). Formulele structurale obținute ne-au permis să obținem mai multe expresii analitice pentru FGTT pentru 32 PTL în paralelipipedul semi-mărginit.

În continuare prezentăm un exemplu numeric cu construirea graficelor respective ale tensiunilor termice pentru o PTL concretă în paralelipipedul semi-mărginit, acționat de un flux constant de căldură, dat pe o semi-fâșie marginală.

Fie că câmpul de deplasări  $u_i(\xi)$  în punctele interioare  $\xi \equiv (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  ale paralelipipedului semi-mărginit  $V(0 \leq x_1 \leq \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2, 0 \leq x_3 \leq a_3)$  este determinat de ecuațiile Lamé

$$\mu \nabla^2 u_i(\xi) + (\lambda + \mu) \theta_{,i}(\xi) - \gamma T_{,i}(\xi) = 0; \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.5.1)$$

iar în punctele  $y \equiv (0, y_2, y_3)$  și  $y \equiv (y_1, 0, y_3)$ ,  $y \equiv (y_1, a_2, y_3)$ ,  $y \equiv (y_1, y_2, 0)$ ,  $y \equiv (y_1, y_2, a_3)$  ale dreptunghiului marginal  $\Gamma_{10}(y_1 = 0; 0 \leq y_2 \leq a_2; 0 \leq y_3 \leq a_3)$  și semi-fâșiilor  $\Gamma_{20}(0 \leq y_1 \leq \infty; y_2 = 0, 0 \leq y_3 \leq a_3)$ ,  $\Gamma_{21}(0 \leq y_1 \leq \infty; y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3)$ ,  $\Gamma_{30}(0 \leq y_1 \leq \infty; 0 \leq y_2 \leq a_2; y_3 = 0)$ ,  $\Gamma_{31}(0 \leq y_1 \leq \infty; 0 \leq y_2 \leq a_2; y_3 = a_3)$  sunt date următoarele condiții mecanice local-mixte de limită:

$$\begin{aligned} u_1 = \sigma_{12} = \sigma_{13} = 0; \quad \xi_1 = 0; 0 \leq \xi_2 \leq a_2; 0 \leq \xi_3 \leq a_3 \\ u_2 = \sigma_{21} = \sigma_{23} = 0; \quad \xi_2 = 0, a_2; 0 \leq \xi_1 \leq a_1; 0 \leq \xi_3 \leq a_3 \\ u_3 = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0; \quad \xi_3 = 0, a_3; 0 \leq \xi_1 \leq a_1; 0 \leq \xi_2 \leq a_2 \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

unde  $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ ,  $\sigma_{13} = \sigma_{31}$ ,  $\sigma_{32} = \sigma_{23}$  sunt tensiunile termice determinate de legea Duhamel-Neumann [5]

$$\sigma_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \delta_{ij}(\lambda\theta - \gamma T); \quad \theta = u_{k,k}; \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (4.5.3)$$

De menționat că, deplasările  $u_i(\xi)$  și tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  trebuie să tindă la infinit către zero

$$\lim_{\xi_1 \rightarrow +\infty} u_i(\xi) \rightarrow 0; \quad \lim_{\xi_1 \rightarrow +\infty} \sigma_{ij}(\xi) \rightarrow 0 \quad (4.5.4)$$

De asemenea, fie că câmpul de temperatură  $T(\xi)$  în ecuația (4.5.1), cauzat de sursa interioară de căldură  $F(\xi)$  și de fluxurile de căldură satisfac următoarei PL a conductibilității de căldură

$$\nabla^2 T(\xi) = -a^{-1} F(\xi), \quad \xi \in V \quad (4.5.5)$$

$$\begin{aligned} a \partial T / \partial n_{y_1} = S_{10}(y), \quad y \equiv (0, y_2, y_3) \in \Gamma_{10} \\ a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{20}(y), \quad y \equiv (y_1, 0, y_3) \in \Gamma_{20}; \quad a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{21}(y), \quad y \equiv (y_1, a_2, y_3) \in \Gamma_{21} \\ a \partial T / \partial n_{y_3} = S_{30}(y), \quad y \equiv (y_1, y_2, 0) \in \Gamma_{30}; \quad a \partial T / \partial n_{y_3} = S_{31}(y), \quad y \equiv (y_1, y_2, a_3) \in \Gamma_{31} \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

unde  $a$  este conductivitatea termică,  $S_{10}(y)$  și  $S_{20}(y)$ ,  $S_{21}(y)$ ,  $S_{30}(y)$ ,  $S_{31}(y)$  sunt fluxurile de căldură pe dreptunghiul marginal  $\Gamma_{10}$  și pe semi-fâșiile marginale  $\Gamma_{20}$ ,  $\Gamma_{21}$ ,  $\Gamma_{30}$  și  $\Gamma_{31}$ .

Notă. Importanța practică a PTL din ecuațiile (4.5.1) – (4.5.6) pentru paralelipipedul semi-mărginit se confirmă, de exemplu, în cazul recondiționării pieselor cu materiale compozite prin metoda presării și prin turnare, deoarece condițiile mecanice menționate corespund acțiunii unei stampe rigide fără frecare aplicate pe suprafața paralelipipedului semi-mărginit.

Dacă sursa interioară de căldură și fluxurile marginale de căldură satisfac condițiilor:



$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} |F(x)| dx_1 dx_2 dx_3 < \infty; x \equiv (x_1, x_2, x_3); \int_0^{\infty} \int_0^{a_2} |S_{10}(0, y_2, y_3)| dy_2 dy_3 < \infty \\
& \int_0^{\infty} \int_0^{a_3} |S_{20}(y_1, 0, y_3)| dy_1 dy_3 < \infty, \int_0^{\infty} \int_0^{a_3} |S_{21}(y_1, a_2, y_3)| dy_1 dy_3 < \infty \\
& \int_0^{\infty} \int_0^{a_2} |S_{30}(y_1, y_2, 0)| dy_1 dy_2 < \infty, \int_0^{\infty} \int_0^{a_2} |S_{31}(y_1, y_2, a_3)| dy_1 dy_2 < \infty
\end{aligned} \tag{4.5.7}$$

atunci soluția PTL din ecuațiile (4.5.1) – (4.5.6) pentru tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$  există și ele se determină cu următoarea formulă integrală Green, scrisă sub forma [57]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}(\xi) = & \frac{1}{a} \left[ \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} \left( \int_0^{\xi_1} F(x) \sigma_{ij}^*(x, \xi) dx_1 + \int_{\xi_1}^{\infty} F(x) \sigma_{rij}^*(x, \xi) dx_1 \right) dx_2 dx_3 + \right. \\
& \left. \int_0^{a_2} \int_0^{a_3} S_{10}(0, y_2, y_3) \sigma_{ij}^*(0, y_2, y_3; \xi) dy_2 dy_3 + \right. \\
& \left. \int_0^{a_3} \left( \int_0^{\xi_1} S_{20}(y_1, 0, y_3) \sigma_{ij}^*(y_1, 0, y_3; \xi) dy_1 + \int_{\xi_1}^{\infty} S_{20}(y_1, y_2, 0) \sigma_{rij}^*(y_1, 0, y_3; \xi) dy_1 \right) dy_3 + \right. \\
& \left. \int_0^{a_3} \left( \int_0^{\xi_1} S_{21}(y_1, a_2, y_3) \sigma_{ij}^*(y_1, a_2, y_3; \xi) dy_1 + \int_{\xi_1}^{\infty} S_{21}(y_1, a_2, y_3) \sigma_{rij}^*(y_1, a_2, y_3; \xi) dy_1 \right) dy_3 + \right. \\
& \left. \int_0^{a_2} \left( \int_0^{\xi_1} S_{30}(y_1, y_2, 0) \sigma_{ij}^*(y_1, y_2, 0; \xi) dy_1 + \int_{\xi_1}^{\infty} S_{30}(y_1, y_2, 0) \sigma_{rij}^*(y_1, y_2, 0; \xi) dy_1 \right) dy_2 + \right. \\
& \left. \int_0^{a_2} \left( \int_0^{\xi_1} S_{31}(y_1, y_2, a_3) \sigma_{ij}^*(y_1, y_2, a_3; \xi) dy_1 + \int_{\xi_1}^{\infty} S_{31}(y_1, y_2, a_3) \sigma_{rij}^*(y_1, y_2, a_3; \xi) dy_1 \right) dy_2 \right]
\end{aligned} \tag{4.5.8}$$

Nucleele  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$  în ecuațiile. (4.5.8) au fost determinate în articolul [57]. Aici sunt prezentate numai două tensiuni normale determinate de următoarele expresii analitice, unde indicele inferior “ $l$ ” și “ $r$ ” înseamnă din partea stângă și din partea dreapta a variabilei  $y_1$ :  $y_1 \leq \xi_1$  și  $y_1 \geq \xi_1$  respectiv [57]

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^*(x, \xi) = & \left( \sigma_{l11}^*(x, \xi), x_1 \leq \xi_1 \right) = \frac{\mu\gamma}{\lambda + 2\mu} \left\{ \frac{1}{4\pi a_2} \left[ \left( -(\xi_1 + x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \left( \frac{\ln E_1'(x_1 + \xi_1) E_{13}'(x_1 + \xi_1)}{\ln E_1'(\xi_1 + x_1) E_{13}'(\xi_1 + x_1)} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left( (x_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \left( \frac{\ln E_1'(x_1 - \xi_1) E_3'(x_1 - \xi_1)}{\ln E_1'(\xi_1 - x_1) E_3'(\xi_1 - x_1)} \right) \right] + \frac{1}{4\pi a_3} \left[ \left( -(\xi_1 + x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right) \left( \frac{\ln E_1(x_1 + \xi_1) E_{12}(x_1 + \xi_1)}{\ln E_1(\xi_1 + x_1) E_{12}(\xi_1 + x_1)} \right) + \right. \\
& \left. \left. \left( (x_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \left( \frac{\ln E(x_1 - \xi_1) E_2(x_1 - \xi_1)}{\ln E(\xi_1 - x_1) E_2(\xi_1 - x_1)} \right) \right] - b + \right. \\
& \left. \frac{4}{a_2 a_3} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{2\gamma_1} \left\{ \left( -(\xi_1 - x_1) \gamma_1 - 1 \right) e^{\gamma_1(x_1 - \xi_1)} - \left( (\xi_1 + x_1) \gamma_1 + 1 \right) e^{-\gamma_1(x_1 - \xi_1)}; x_1 = a_1 \leq \xi_1 \right\} \times \right. \\
& \left. \cos v_1 x_2 \cos v_1 \xi_2 \cos \mu_1 x_3 \cos \mu_1 \xi_3; \quad v_1 = \frac{m\pi}{a_2}; \mu_1 = \frac{n\pi}{a_3}; \gamma_1 = \sqrt{v_1^2 + \mu_1^2} \right\}
\end{aligned} \tag{4.5.9}$$

unde constanta  $b = 0$ , deoarece tensiunile termice trebuie să se egaleze cu zero la infinit, când  $\xi_1 \rightarrow +\infty$ ;

$$\begin{aligned}
E(x_1 - \xi_1) &= 1 - 2e^{\frac{\pi}{a_2}(x_1 - \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_2}(x_2 - \xi_2) + e^{\frac{2\pi}{a_2}(x_1 - \xi_1)}; E_2(x_1 - \xi_1) = 1 - 2e^{\frac{\pi}{a_2}(x_1 - \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_2}(x_2 + \xi_2) + e^{\frac{2\pi}{a_2}(x_1 - \xi_1)} \\
E_1(x_1 + \xi_1) &= 1 - 2e^{-\frac{\pi}{a_2}(x_1 + \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_2}(x_2 - \xi_2) + e^{-\frac{2\pi}{a_2}(x_1 + \xi_1)}; E_{12}(x_1 + \xi_1) = 1 - 2e^{-\frac{\pi}{a_2}(x_1 + \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_2}(x_2 + \xi_2) + e^{-\frac{2\pi}{a_2}(x_1 + \xi_1)} \\
E'(x_1 - \xi_1) &= 1 - 2e^{\frac{\pi}{a_3}(x_1 - \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_3}(x_3 - \xi_3) + e^{\frac{2\pi}{a_3}(x_1 - \xi_1)}; E'_3(x_1 - \xi_1) = 1 - 2e^{\frac{\pi}{a_3}(x_1 - \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_3}(x_3 + \xi_3) + e^{\frac{2\pi}{a_3}(x_1 - \xi_1)} \\
E'_1(x_1 + \xi_1) &= 1 - 2e^{-\frac{\pi}{a_3}(x_1 + \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_3}(x_3 - \xi_3) + e^{-\frac{2\pi}{a_3}(x_1 + \xi_1)}; E'_{13}(x_1 + \xi_1) = 1 - 2e^{-\frac{\pi}{a_3}(x_1 + \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_3}(x_3 + \xi_3) + e^{-\frac{2\pi}{a_3}(x_1 + \xi_1)}
\end{aligned} \tag{4.5.10}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{12}^*(x, \xi) &= \begin{pmatrix} \sigma_{112}^*(x, \xi), x_1 \leq \xi_1 \\ \sigma_{r12}^*(x, \xi), x_1 \geq \xi_1 \end{pmatrix} = \frac{\gamma\mu}{(\lambda + 2\mu)} \times \\
&\left\{ \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left[ \frac{1}{4\pi a_3} (x_1 - \xi_1) \begin{pmatrix} \ln E(x_1 - \xi_1) E_2(x_1 - \xi_1) \\ \ln E(\xi_1 - x_1) E_2(\xi_1 - x_1) \end{pmatrix} - \frac{1}{4\pi a_3} (x_1 + \xi_1) \begin{pmatrix} \ln E_1(x_1 + \xi_1) E_{12}(x_1 + \xi_1) \\ \ln E_1(\xi_1 + x_1) E_{12}(\xi_1 + x_1) \end{pmatrix} \right] + \right. \\
&\left. \frac{4}{a_2 a_3} \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{\nu_1}{2\gamma_1} \left[ (x_1 - \xi_1) \begin{pmatrix} e^{\gamma_1(x_1 - \xi_1)} \\ e^{-\gamma_1(x_1 - \xi_1)} \end{pmatrix} - (x_1 + \xi_1) \begin{pmatrix} e^{-\gamma_1(x_1 + \xi_1)} \\ e^{-\gamma_1(x_1 + \xi_1)} \end{pmatrix} \right] \cos \nu_1 x_2 \sin \nu_1 \xi_2 \cos \mu_1 x_3 \cos \mu_1 \xi_3 \right\} \tag{4.5.11}
\end{aligned}$$

Respectiv, nucleele  $\sigma_{ij}^*(0, y_2, y_3; \xi)$ ,  $\sigma_{rij}^*(0, y_2, y_3; \xi)$ ,  $\sigma_{ij}^*(y_1, 0, y_3; \xi)$ ,  $\sigma_{rij}^*(y_1, 0, y_3; \xi)$ ,  $\sigma_{ij}^*(y_1, a_2, y_2; \xi)$ ,  $\sigma_{rij}^*(y_1, a_2, y_2; \xi)$ ,  $\sigma_{ij}^*(y_1, y_2, 0; \xi)$ ,  $\sigma_{rij}^*(y_1, y_2, y_3; \xi)$  din ecuația (4.5.8) sunt determinate de expresiile pentru  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$  când  $x \rightarrow y(0, y_2, y_3); x \rightarrow y(y_1, 0, y_3)$  și  $x \rightarrow y(y_1, y_2, 0)$ .

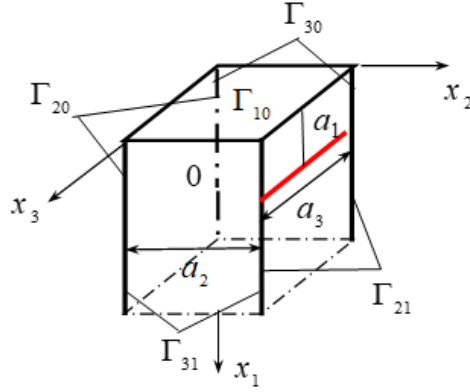
#### 4.5.2. Aplicarea formulei integrale la rezolvarea unei probleme particulare pentru semi-paralelipipedul termoelastic semi-mărginit.

Fie că este necesar să determinăm tensiunile termice  $\sigma_{11}(\xi)$  și  $\sigma_{12}(\xi)$  în paralelipipedul semi-mărginit  $V \equiv (0 \leq x_1 < \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2, 0 \leq x_3 \leq a_3)$ , cauzate de următoarele condiții termice de limită date pe suprafața  $\Gamma \equiv \Gamma_{10} \cup \sum_{i,k} \Gamma_{ik}; i = 2, 3; k = 0, 1$  [57]:

$$\nabla^2 T(\xi) = 0; \xi \in V \tag{4.5.12}$$

$$\begin{cases} a \partial T / \partial n_{y_1} = S_{10}(y) = 0, y \equiv (0, y_2, y_3) \in \Gamma_{10} \\ a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{20}(y) = 0, y \equiv (y_1, 0, y_3) \in \Gamma_{20}; \\ a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{21}(y) = S_0 = \text{const} > 0, y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3] \subset \Gamma_{21} \\ a \partial T / \partial n_{y_2} = S_{21}(y) = 0, y \equiv [(0 \leq y_1 < a_1) \cup (a_1 < y_1 < \infty), y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3] \subset \Gamma_{21} \\ a \partial T / \partial n_{y_3} = S_{30}(y) = 0, y \equiv (y_1, y_2, 0) \in \Gamma_{30}; \\ a \partial T / \partial n_{y_3} = S_{31}(y) = 0, y \equiv (y_1, y_2, a_3) \in \Gamma_{31} \end{cases} \tag{4.5.13}$$

prezentată pe figura 4.16.



**Figura 4.16. Schema paralelipedului semi-mărginit  $V \equiv (0 \leq x_1 < \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2, 0 \leq x_3 \leq a_3)$  cu semi-fâșiile  $\Gamma_{ik}; i = 2, 3; k = 0, 1$  și cu dreptunghiul marginal  $\Gamma_{10}$ . Fluxul de căldură  $S_0 = const > 0$  este aplicat pe segmentul  $(0 \leq y_3 \leq a_3 \cup y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2)$  al semi-fâșiei  $\Gamma_{21}$**

De asemenea, pe semi-fâșiile  $\Gamma_{ik}; i = 2, 3; k = 0, 1$  și pe dreptunghiul marginal  $\Gamma_{10}$  sunt date condițiile mecanice de limită omogene din ecuația (4.5.2).

Soluția PTL menționată mai sus poate fi obținută folosind formula integrală de tipul Green (4.5.8) în absența sursei interioare de căldură, și a fluxurilor de căldură pentru semi-fâșiile  $\Gamma_{20}, \Gamma_{30}, \Gamma_{31}$  și pentru dreptunghiul  $\Gamma_{10}$ :

$$\sigma_{ij}(\xi) = \frac{1}{a} \int_0^{a_3} \left( \int_0^{\xi_1} S_{21}(y_1, a_2, y_3) \sigma_{ij}^*(y_1, a_2, y_3; \xi) dy_1 + \int_{\xi_1}^{\infty} S_{21}(y_1, a_2, y_3) \sigma_{ij}^*(y_1, a_2, y_3; \xi) dy_1 \right) dy_3 \quad (4.5.14)$$

În continuare, luând în vedere faptul că pe semi-fâșia  $\Gamma_{21}$  este dat fluxul de căldură  $S_{21} = S_0 = const > 0$  (vezi figura 4.16 și ecuația (4.5.14)), formula integrală (4.5.14) se scrie sub forma:

$$\sigma_{ij}(\xi) = \frac{S_0}{a} \int_0^{a_3} \left\{ \sigma_{ij}^*(a_1, a_2, y_3; \xi), a_1 \leq \xi_1 \right\} dy_3 \quad (4.5.15)$$

În continuare, e necesar să calculăm tensiunile termice  $\sigma_{ij}^*(a_1, a_2, y_3; \xi)$  din ecuația (4.5.15) folosind expresiile (4.5.9) – (4.5.11). De menționat, că dacă  $y_1 = a_1$ , atunci pentru  $\sigma_{ij}^*(a_1, a_2, y_3; \xi)$  se folosesc expresiile pentru  $a_1 \leq \xi_1$  pe segmentul  $a_1 \leq \xi_1 \leq \infty$  și expresiile pentru  $a_1 \geq \xi_1$  pe segmentul  $0 \leq \xi_1 \leq a_1$ . Este clar că dacă calculăm integrala (4.5.15) în respect cu variabila  $y_3$ , atunci toți termenii care conțin sume duble infinite vor dispărea. De asemenea, ca să calculăm integrala (4.5.15) în acord cu  $y_3$  noi trebuie să descompunem în serii ordinare infinite funcțiile  $E'(a_1 - \xi_1), E_1'(a_1 - \xi_1), E_3'(a_1 - \xi_1), E_{13}'(a_1 - \xi_1)$  folosind formula de sumare:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p^n}{n} \cos n\alpha = -\ln \sqrt{1 - 2p \cos \alpha + p^2}; \quad p^2 < 1, \quad 0 \leq \alpha < 2\pi \quad \text{or} \quad p^2 \leq 1, \quad 0 < \alpha < 2\pi \quad (4.5.16)$$

Ca rezultat, luând în considerație ultimele propoziții, expresia pentru tensiunile termice  $\sigma_{11}(\xi)$  se va scrie sub forma [57]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(\xi) &= \begin{pmatrix} \sigma_{111}(\xi), a_1 \leq \xi_1 \\ \sigma_{r11}(\xi), a_1 \geq \xi_1 \end{pmatrix} = \frac{\mu\gamma}{\lambda + 2\mu} \frac{S_0}{a} \times \\ &\left\{ \frac{1}{4\pi a_3} \left[ \left( -(\xi_1 + a_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right) \begin{pmatrix} \ln E_{1a_2}(a_1 + \xi_1) E_{12a_2}(a_1 + \xi_1) \\ \ln E_{1a_2}(\xi_1 + a_1) E_{12a_2}(\xi_1 + a_1) \end{pmatrix} + \right. \right. \\ &\left. \left. \left( (a_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \begin{pmatrix} \ln E_{a_2}(a_1 - \xi_1) E_{2a_2}(a_1 - \xi_1) \\ \ln E_{a_2}(\xi_1 - a_1) E_{2a_2}(\xi_1 - a_1) \end{pmatrix} \right] a_3 + \right. \\ &\left. \int_0^{a_3} \frac{1}{4\pi a_2} \left[ - \left( -(\xi_1 + a_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \begin{pmatrix} e^{-\frac{n\pi}{a_3}(a_1 + \xi_1)} \\ e^{-\frac{n\pi}{a_3}\xi_1 + a_1} \end{pmatrix} \left( \cos \frac{n\pi}{a_3}(y_3 - \xi_3) + \cos \frac{n\pi}{a_3}(y_3 + \xi_3) \right) - \right. \right. \\ &\left. \left. \left( (a_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \begin{pmatrix} e^{\frac{n\pi}{a_3}(a_1 - \xi_1)} \\ e^{\frac{n\pi}{a_3}(\xi_1 - a_1)} \end{pmatrix} \left( \cos \frac{n\pi}{a_3}(y_3 - \xi_3) + \cos \frac{n\pi}{a_3}(y_3 + \xi_3) \right) \right] dy_3 \right\} \end{aligned} \quad (4.5.17)$$

În fine, pentru tensiunile termice  $\sigma_{11}(\xi)$  noi obținem expresia [57]

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(\xi) &= \begin{pmatrix} \sigma_{111}(\xi), a_1 \leq \xi_1 \\ \sigma_{r11}(\xi), a_1 \geq \xi_1 \end{pmatrix} = \frac{\mu\gamma}{\lambda + 2\mu} \frac{S_0}{a} \left\{ \frac{1}{4\pi a_3} \left[ \left( -(\xi_1 + a_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right) \begin{pmatrix} \ln E_{1a_2}(a_1 + \xi_1) E_{12a_2}(a_1 + \xi_1) \\ \ln E_{1a_2}(\xi_1 + a_1) E_{12a_2}(\xi_1 + a_1) \end{pmatrix} + \right. \right. \\ &\left. \left. \left( (a_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \begin{pmatrix} \ln E_{a_2}(a_1 - \xi_1) E_{2a_2}(a_1 - \xi_1) \\ \ln E_{a_2}(\xi_1 - a_1) E_{2a_2}(\xi_1 - a_1) \end{pmatrix} \right] a_3 + \right. \\ &\left. \frac{1}{4\pi a_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_3}{n^2 \pi} \left[ \left( (\xi_1 + a_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right) \begin{pmatrix} e^{-\frac{n\pi}{a_3}(a_1 + \xi_1)} \\ e^{-\frac{n\pi}{a_3}(\xi_1 + a_1)} \end{pmatrix} - \left( (a_1 - \xi_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right) \begin{pmatrix} e^{\frac{n\pi}{a_3}(a_1 - \xi_1)} \\ e^{-\frac{n\pi}{a_3}(a_1 - \xi_1)} \end{pmatrix} \right] \left( (-1)^n - 1 \right) \sin \frac{n\pi}{a_3} \xi_3 \right\} \end{aligned} \quad (4.5.18)$$

unde

$$\begin{aligned} E_{a_2}(a_1 - \xi_1) &= E_{2a_2}(a_1 - \xi_1) = 1 + 2e^{\frac{\pi}{a_3}(y_1 - \xi_1)} \cos \frac{\pi \xi_3}{a_3} + e^{\frac{2\pi}{a_3}(y_1 - \xi_1)} \\ E_{1a_2}(a_1 + \xi_1) &= E_{12a_2}(a_1 + \xi_1) = 1 + 2e^{-\frac{\pi}{a_3}(y_1 + \xi_1)} \cos \frac{\pi \xi_3}{a_3} + e^{-\frac{2\pi}{a_3}(y_1 + \xi_1)} \end{aligned} \quad (4.5.19)$$

Pentru tensiunile termice  $\sigma_{12}(\xi)$  noi avem următoarea formulă intermediară și expresie finală [57]:

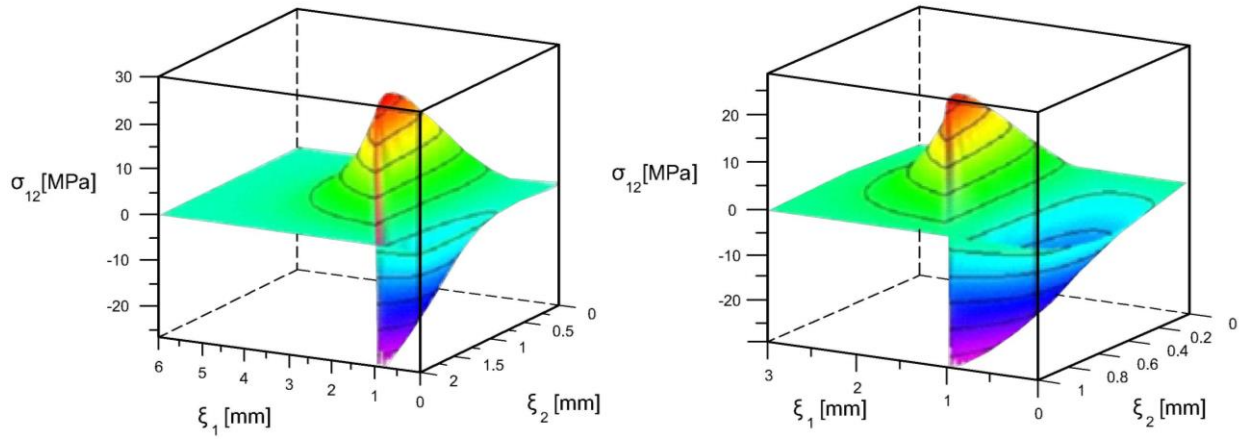
$$\begin{aligned}
\sigma_{12}(\xi) &= \begin{pmatrix} \sigma_{112}(\xi), a_1 \leq \xi_1 \\ \sigma_{r12}(\xi), a_1 \geq \xi_1 \end{pmatrix} = \frac{S_0}{a} \int_0^{a_3} \begin{pmatrix} \sigma_{112}^*(a_1, a_2, y_3; \xi), a_1 \leq \xi_1 \\ \sigma_{r12}^*(a_1, a_2, y_3; \xi), a_1 \geq \xi_1 \end{pmatrix} dy_3 = \frac{\mu\gamma}{\lambda + 2\mu} \frac{S_0}{a} \times \\
\int_0^{a_3} \frac{\partial}{\partial \xi_2} &\left[ \frac{1}{4\pi a_3} (a_1 - \xi_1) \begin{pmatrix} \ln E_{a_2}(a_1 - \xi_1) E_{2a_2}(a_1 - \xi_1) \\ \ln E_{a_2}(\xi_1 - a_1) E_{2a_2}(\xi_1 - a_1) \end{pmatrix} - \frac{1}{4\pi a_3} (a_1 + \xi_1) \begin{pmatrix} \ln E_{1a_2}(a_1 + \xi_1) E_{12a_2}(a_1 + \xi_1) \\ \ln E_{1a_2}(\xi_1 + a_1) E_{12a_2}(\xi_1 + a_1) \end{pmatrix} \right] dy_3 = \\
&= \frac{S_0}{a} \frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \times \\
&\left[ (a_1 - \xi_1) \begin{pmatrix} \ln E_{a_2}(a_1 - \xi_1) E_{2a_2}(a_1 - \xi_1) \\ \ln E_{a_2}(\xi_1 - a_1) E_{2a_2}(\xi_1 - a_1) \end{pmatrix} - (a_1 + \xi_1) \begin{pmatrix} \ln E_{1a_2}(a_1 + \xi_1) E_{12a_2}(a_1 + \xi_1) \\ \ln E_{1a_2}(\xi_1 + a_1) E_{12a_2}(\xi_1 + a_1) \end{pmatrix} \right]
\end{aligned} \tag{4.5.20}$$

De menționat că graficele tensiunilor termice din ecuațiile (4.5.20) și (4.5.18) construite cu folosirea softului „Maple 15” sunt prezentate în figurile 4.17 – 4.19.

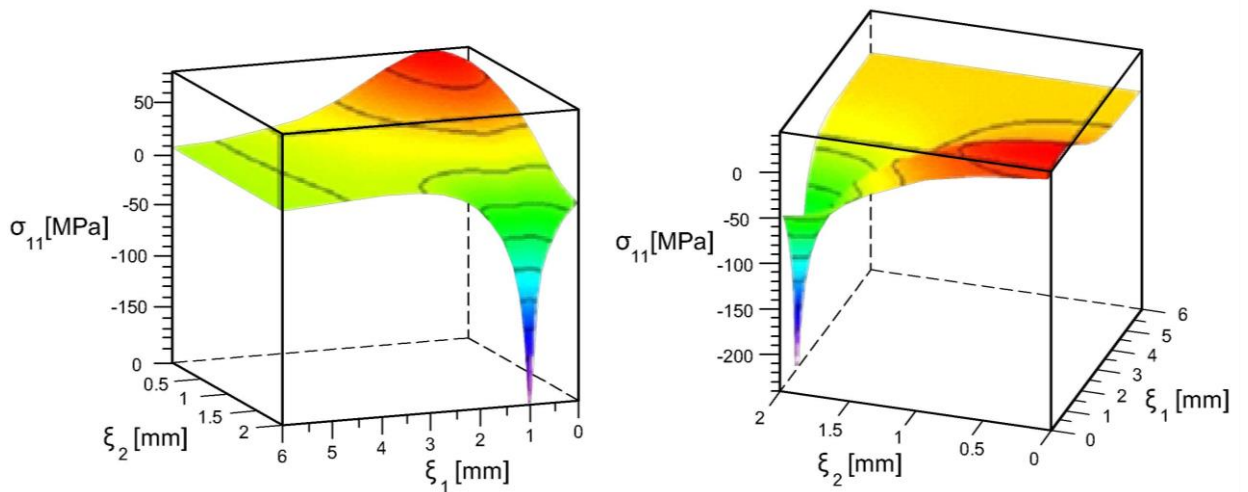
#### 4.5.3. Graficele tensiunilor termice tangențiale și normale, create de un flux constant de căldură.

Tensiunile tangențiale și normale  $\sigma_{12}$  și  $\sigma_{11}$  au fost cauzate de un flux constant de căldură  $S_0 = 100 \text{ W/m}^2$ , aplicat pe linia dreaptă  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3, ] \subset \Gamma_{21}$  a semi-dreptei  $\Gamma_{21}$  (vezi figura 4.16). Graficele acestor tensiuni termice sunt construite folosind formulele (4.5.20) și (4.5.18) și a softului Maple 15 cu următoarele valori numerice ale constantelor de elasticitate și termice: coeficientul Poisson  $\nu = 0.3$ , modulul de elasticitate  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kg/mm}^2$  și coeficientul dilatării termice lineare  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{K})^{-1}$  și cu constantele de elasticitate Lamé:  $\mu = E/2(1 + \nu) = 80769.231 \text{ MPa} = 8076.923 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\lambda = 2\nu\mu/(1 - 2\nu) = 1.211 \cdot 10^5 \text{ MPa} = 1.211 \text{ kg/mm}^2$ , constanta termoelastică  $\gamma = \alpha(2\mu + 3\lambda) = 6.300 \text{ MPa/K} = 0.6300 \text{ kg/Kmm}^2$  și cu coeficientul conductivității termice  $a = 10^{-3} \text{ W/mmK}$ .

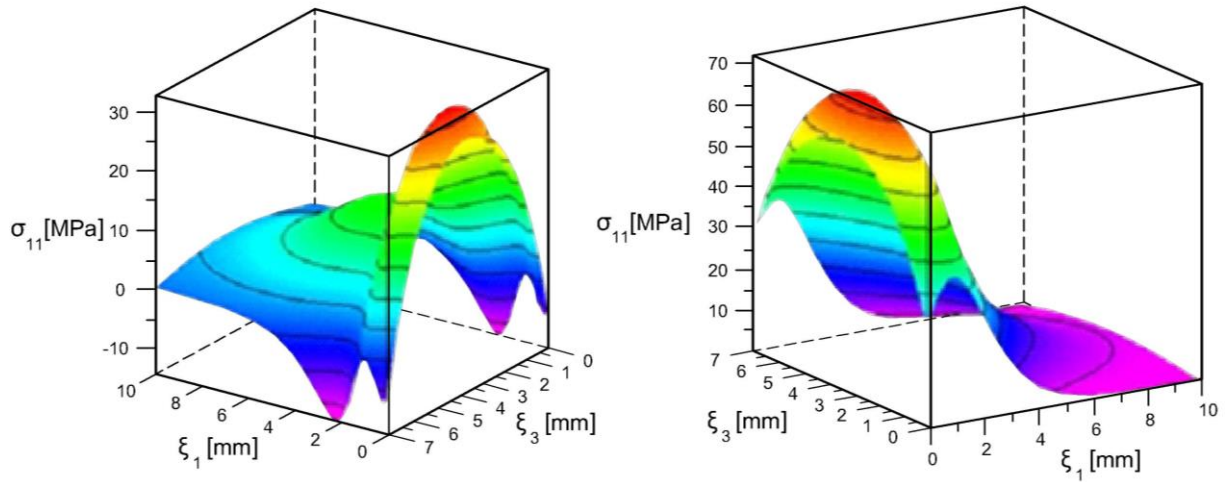
Comportarea tensiunilor termice tangențiale  $\sigma_{12}$  sunt prezentate în figura 4.17 [57].



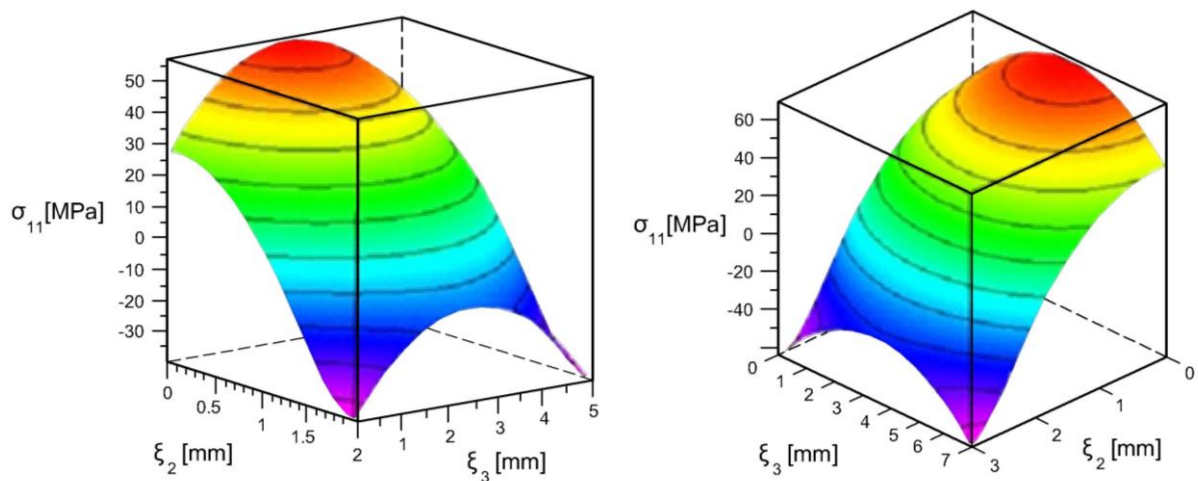
**Figura 4.17. Graficul tensiunilor tangențiale  $\sigma_{12}$ , cauzate de fluxul constant de temperatură  $S_0 = 10^4 W/mm^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$  a semi-fâșiei marginale  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0mm \leq \xi_1 \leq 6mm$ ,  $0mm \leq \xi_2 \leq 2mm$  - a) și  $0mm \leq \xi_1 \leq 3mm$ ,  $0mm \leq \xi_2 \leq 1mm$  - b)**



**Figura 4.18. Graficul tensiunilor normale  $\sigma_{11}$ , cauzate de fluxul constant de temperatură  $S_0 = 10^4 W/mm^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$ , a semi-fâșiei marginale  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0mm \leq \xi_1 \leq 6mm$ ,  $0mm \leq \xi_2 \leq 2mm$  - a) și  $0mm \leq \xi_1 \leq 2mm$ ,  $0mm \leq \xi_2 \leq 6mm$  - b)**



**Figura 4.19.** Graficul tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}$ , cauzate de fluxul constant de temperatură  $S_0 = 100 \text{ W/m}^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$ , a semi-fâșiei marginale  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0 \leq \xi_1 \leq 10 \text{ mm}$ ,  $0 \leq \xi_3 \leq 7 \text{ mm}$ ,  $\xi_2 = 1 \text{ mm}$  - a) și  $\xi_2 = 5 \text{ mm}$  - b)



**Figura 4.20.** Graficul tensiunilor termice normale  $\sigma_{11}$ , cauzate de fluxul de căldură constant  $S_0 = 100 \text{ W/m}^2$ , aplicat pe linia  $y \equiv [y_1 = a_1 > 0, y_2 = a_2, 0 \leq y_3 \leq a_3,] \subset \Gamma_{21}$ , a semi-fâșiei  $\Gamma_{21}$  în dependență de variabilele:  $0 \leq \xi_2 \leq 2 \text{ mm}$ ,  $0 \leq \xi_3 \leq 5 \text{ mm}$ ,  $\xi_1 = 1 \text{ mm}$ , - a) și  $0 \leq \xi_2 \leq 3 \text{ mm}$ ,  $0 \leq \xi_3 \leq 7 \text{ mm}$ ,  $\xi_1 = 2 \text{ mm}$  - b)

#### 4.6. Aplicarea metodicii elementelor incompresibile de influență (MEII) la calculul ajustajelor cu joc diametral

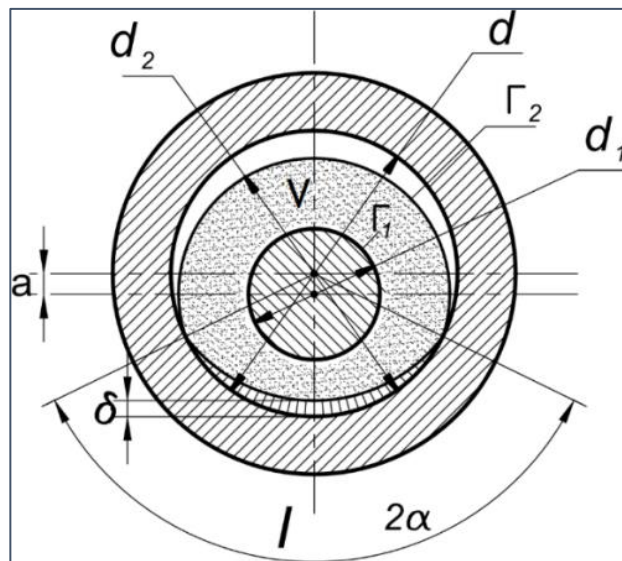
##### 4.6.1. Rezolvarea problemelor de contact pentru îmbinările cu joc renovate cu materiale compozite polimerice

Restaurarea îmbinărilor cu joc prin compensarea uzurii cu materiale compozite poate fi efectuată prin aplicarea materialului compensator de uzură pe piesa cuprinsă sau pe piesa cuprinzătoare.

Pentru calcularea ajustajului îmbinărilor cu joc renovate prin aplicarea materialelor compozite pe piesa cuprinsă folosim matricele funcțiilor Green cu utilizarea MEII.

În figura 4.21 se prezintă schematic un lagăr de alunecare care funcționează în regim de frecare uscată, alcătuită dintr-un arbore recondiționat cu un strat de material compozit, iar bucușă metalică este prelucrată mecanic la dimensiunea  $d$ .

Calculul se efectuează prin rezolvarea unei probleme de contact studiată și prezentată de către Grigore Marian în teza sa de doctor habilitat [11].



**Figura 4.21. Schema de încărcare a stratului din polimer: I – zona de comprimare a stratului de polimer care este figură aplicată arborelui;  $d$  – diametrul interior al piesei metalice;  $d_1$  – diametrul arborelui care coincide cu diametrul interior al stratului de polimer;  $d_2$  – diametrul exterior al stratului de polimer;  $a$  – deplasarea centrului arborelui;  $\delta$  – deformarea maximă a stratului de polimer;  $2\alpha$  – unghiul de acoperire al zonei de compresie**

Contactul dintre stratul compensator de uzură din material compozit pe bază de polimer  $V(r_1 \leq r \leq r_2, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$  și piesa metalică nedeformabilă are loc pe conturul  $\Gamma_2(r = r_2, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$ .

Conturul circular  $\Gamma_2(r = r_2, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$  al stratului din material compozit polimeric  $V \equiv (r_1 \leq r \leq r_2, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$  este considerat nedeformabil, deoarece este lipit pe suprafața metalică a arborelui. Contactul dintre stratul din material compozit polimeric  $V \equiv (r_1 \leq r \leq r_2, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$  și piesa metalică nedeformabilă are loc pe conturul  $\Gamma_2(r = r_2, 0 \leq \phi' \leq 2\pi)$ . Astfel, pentru a determina deformările și tensiunile, trebuie să precizăm stratul polimeric și valorile de mărime:  $a$  - deplasarea centrului arborelui, cauzată de sarcini statice,  $\alpha$  - un semi-unghi al zonei de



compresie;  $\Delta_r$  - jocul radial, este necesară rezolvarea problemei de contact, care presupune integrarea următoarelor ecuații Lamé în coordonate polare  $r, \phi$ :

$$\mu \left( \Delta U_r - \frac{1}{r^2} U_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\phi}{\partial \phi} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \quad (4.6.1)$$

$$\mu \left( \Delta U_\phi - \frac{1}{r^2} U_\phi - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \phi} \right) + (\lambda + \mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0$$

În punctele exterioare ale stratului polimeric  $V \equiv (r_1 \leq r \leq r_2, 0 \leq \phi \leq 2\pi)$  cu următoarele condiții limită:

$$U_r(r = r_1, 0 \leq \phi' \leq 2\pi) = U_\phi(r = r_1, 0 \leq \phi' \leq 2\pi) = 0 \quad (4.6.2)$$

pe conturul circular  $\Gamma_1(r = r_1, 0 \leq \phi' \leq 2\pi)$  și

$$\sigma_{rr}(r = r_2, -\alpha \leq \phi' \leq \alpha) \neq 0; \sigma_{r\phi}(r = r_2, -\alpha \leq \phi' \leq \alpha) \neq 0 \quad (4.6.3)$$

$$\sigma_{r\phi}(r = r_2, -\alpha \leq \phi' \leq \alpha) = f \sigma_{rr}(r = r_2, \phi') \quad (4.6.4)$$

$$\sigma_{rr}(r = r_2, -\alpha \leq \phi' \leq \alpha) = 0 \quad \sigma_{r\phi}(r = r_2, -\alpha \leq \phi' \leq \alpha) = f \sigma_{rr}(r = r_2, \phi') \quad (4.6.5)$$

pe conturul circular  $\Gamma_2(r = r_2, 0 \leq \phi' \leq 2\pi)$ . În relațiile (4.6.4) și (4.6.5)  $f$  este coeficientul de frecare dintre piesa metalică și stratul de polimer.

Problema de contact din ecuațiile (4.6.1) – (4.6.5) poate fi rezolvată folosind matricele de deplasări

$U_s^{(q)}(M, N)$  pentru PL prezentată în publicația [50]:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} U_r^{(q)}(M, N) \\ U_\phi^{(q)}(M, N) \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} F_0^{(1)}(r, \rho) \\ F_0^{(2)}(r, \rho) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_1^{(1)}(r, \rho) \\ F_1^{(2)}(r, \rho) \end{Bmatrix} \cos(\phi - \psi) + \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^{(1)}(r, \rho) \\ \bar{F}_1^{(2)}(r, \rho) \end{Bmatrix} \sin(\phi - \psi) + \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} F_{n+1}^{(1)}(r, \rho) \\ F_{n+1}^{(2)}(r, \rho) \end{Bmatrix} \cos(n+1)(\phi - \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} \bar{F}_{n+1}^{(1)}(r, \rho) \\ \bar{F}_{n+1}^{(2)}(r, \rho) \end{Bmatrix} \sin(n+1)(\phi - \psi) \end{aligned} \quad (4.6.6)$$

unde funcțiile  $F_0^{(1)}, F_0^{(2)}, \bar{F}_0^{(1)}, \bar{F}_0^{(2)}, F_1^{(1)}, F_1^{(2)}, \bar{F}_1^{(1)}, \bar{F}_1^{(2)}, F_{n+1}^{(1)}, F_{n+1}^{(2)}, \bar{F}_{n+1}^{(1)}, \bar{F}_{n+1}^{(2)}$  depind de variabile independente  $r$  și  $\rho$ ;  $M \equiv (r, \phi)$ ;  $N \equiv (\rho, \psi)$ ;  $q \equiv (\rho, \psi)$ .

Deci, deplasările  $u_r$  și  $u_\phi$  în punctele interioare ale stratului polimer pentru condiții mixte de limită (4.6.2) – (4.6.5) sunt determinate de următoarele formule integrale deduse de în [50, 51]:

$$\begin{aligned} u_r(r, \phi) &= - \int_{-\alpha}^0 \sigma_{rr}(r_2, \phi') \left[ U_r^{(\rho)}(r_2, r, \phi', \phi) + f U_\phi^{(\rho)}(r_2, r, \phi', \phi) \right] r_2 d\phi' - \\ &- \int_0^{-\alpha} \sigma_{rr}(r_2, \phi') \left[ U_r^{(\rho)}(r_2, r, \phi', \phi) + f U_\phi^{(\rho)}(r_2, r, \phi', \phi) \right] r_2 d\phi' \end{aligned} \quad (4.6.7)$$

$$u_\varphi(r, \varphi) = - \int_{-\alpha}^0 \sigma_{rr}(r_2, \varphi') \left[ U_r^{(\psi)}(r_2, r, \varphi', \varphi) + f U_\varphi^{(\psi)}(r_2, r, \varphi', \varphi) \right] r_2 d\varphi' - \int_0^{-\alpha} \sigma_{rr}(r_2, \varphi') \left[ U_r^{(\psi)}(r_2, r, \varphi', \varphi) + f U_\varphi^{(\psi)}(r_2, r, \varphi', \varphi) \right] r_2 d\varphi' \quad (4.6.8)$$

unde nucleele se determină pe baza componentelor matricei de deplasări (4.6.6).

De menționat că problema considerată poate fi rezolvată dacă sunt cunoscute tensiunile radiale -  $\sigma_{rr}(r_2, \phi)$  și ele sunt prezente pe contactul dintre stratul de polimer și zona de comprimare ( $-\alpha \leq \phi' \leq \alpha$ ) a conturului exterior și conturul metalic. Spre regret, tensiunile  $\sigma_{rr}(r_2, \phi')$  sunt necunoscute, de aceea, din condiții de simetrie axială a problemei, noi căutăm tensiunile  $\sigma_{rr}(r_2, \phi')$  în forma:

$$\sigma_{rr}(r_2, \phi') = A + B \cos \phi' \quad (4.6.9)$$

unde A și B sunt constante necunoscute.

Substituind expresia (4.6.9) în reprezentările (4.6.7), (4.6.8) și calculând integralele respective, obținem următoarele expresii pentru deplasările din stratul compensator de uzură aplicat [50]

$$U_r(r, \varphi) = -r_2 \left\{ \begin{aligned} & \left[ 2AF_0^{(1)}\alpha + 2BF_0^{(1)} \sin \alpha + \cos \varphi' \left[ 2A(F_1^{(2)} \sin \alpha - fF_1^{(2)}(1 - \cos \alpha)) + \right. \right. \\ & \left. \left. B \left( F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - \alpha F_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) \right] + \right. \\ & \left. \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n+1)\varphi \times \right. \right. \\ & \left. \left. A \left( F_{n+1}^{(1)} \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} - 2f\bar{F}_{n+1}^{(2)} \frac{1 - \cos(n+1)\alpha}{n+1} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. B \left( F_{n+1}^{(1)} \left( \frac{\sin(n+2)\alpha}{n+2} - \frac{\sin \alpha}{n} \right) - 2f\bar{F}_{n+1}^{(2)} \frac{1 - \cos(n+2)\alpha}{n+2} - \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right) \right] \right\} \quad (4.6.10) \end{aligned} \right.$$

$$U_\varphi(r, \varphi) = -r_2 \times \left\{ \begin{aligned} & \left[ \sin \varphi \left[ A(-2F_1^{(1)} \sin \alpha - fF_1^{(2)}(1 - \cos \alpha)) + \right. \right. \\ & \left. \left. B \left( -F_1^{(1)} \left( \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - fF_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) \right] - \right. \\ & \left. \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \sin(n+1)\varphi \left[ A \left( 2F_{n+1}^{(1)} \frac{\sin(n+1)\alpha}{n+1} + 2F_{n+1}^{(2)} \frac{1 - \cos(n+1)\alpha}{n+1} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. B \left( F_{n+1}^{(1)} \left( \frac{\sin(n+2)\alpha}{n+2} - \frac{\sin \alpha}{n} \right) + 2f\bar{F}_{n+1}^{(2)} \frac{1 - \cos(n+2)\alpha}{n+2} - \frac{1 - \cos \alpha}{2} \right) \right] \right\} \quad (4.6.11) \end{aligned} \right.$$

Aplicând condiția de nedeformabilitate a cilindrului metalic din considerație geometrică putem scrie expresia pentru deplasările  $u_r(r = r_2, \phi)$  sub forma:

$$u_r(\phi) = a \cos \phi - \Delta_R \quad (4.6.12)$$

Trecând relația (4.6.10) la limita  $r \rightarrow r_2$  și prin omiterea termenilor care au indicele inferior “n”, după egalitatea relației transformate cu relația (4.6.12), obținem ecuația:

$$-r_2 \left\{ \begin{aligned} & \left[ (2A\alpha + 2B\sin\alpha)F_0^{(1)} + \cos\varphi \left[ 2A(F_1^{(1)}\sin\alpha - fF_1^{(2)}(1-\cos\alpha)) \right] \right] + \\ & B \left( F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - fF_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) \end{aligned} \right\} = a \cos\varphi - \Delta_R \quad (4.6.13)$$

Din ecuația (4.6.13) urmează

$$-2r_2(A\alpha + B\sin\alpha)F_0^{(1)} = -\Delta_R - \left\{ \begin{aligned} & \left[ (2A\alpha + 2B\sin\alpha)F_0^{(1)} + \cos\varphi \left[ 2A(F_1^{(1)}\sin\alpha - fF_1^{(2)}(1-\cos\alpha)) \right] \right] + \\ & B \left( F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - fF_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) \end{aligned} \right\} = a \cos\varphi - \Delta_R \quad (4.6.14)$$

$$-r_2 \left[ 2A \left( F_1^{(1)} \sin\alpha - fF_1^{(2)}(1-\cos\alpha) \right) + B \left( F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - fF_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) \right] = a \quad (4.6.15)$$

Dacă rezolvăm sistemul de ecuații (4.6.14) și (4.6.15) în raport cu constantele  $A$  și  $B$ , ținând cont de egalitate:

$$U_r(\varphi = \pm\alpha) = 0 \Rightarrow a \cos\alpha - \Delta_R = 0 \Rightarrow a = \frac{\Delta_R}{\cos\alpha} \quad (4.6.16)$$

se obține:

$$A = \Delta_R \frac{\frac{1}{2r_2 F_0^{(1)}} \left[ F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - fF_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right] + \frac{\sin \alpha}{r_2 \cos \alpha}}{K} \quad (4.6.17)$$

$$K = 2F_1^{(1)}\alpha - (F_1^{(1)} + 2fF_1^{(2)})\sin^2 \alpha + (2F_1^{(1)}\alpha - F_1^{(2)})\frac{\sin 2\alpha}{2} + fF_1^{(2)} \sin \alpha \quad (4.6.18)$$

$$B = -\Delta_R \frac{\frac{\alpha}{r_2 \cos \alpha} + 2(F_1^{(1)} \sin \alpha - fF_1^{(2)}(1-\cos\alpha))\frac{1}{2r_2 F_0^{(1)}}}{K} \quad (4.6.19)$$

#### 4.6.2. Studiu de caz cu privire la calculul determinarea unghiului portant $\alpha$ și capacitatea de încărcare $P$ a stratului de polimer

În reparațiile de mașini, adesea, apare problema când este necesar să se stabilească dacă stratul compensator de uzură este capabil să facă față sarcinilor la care este supusă piesa renovată, în special în cazul folosirii materialelor pe bază de polimeri, când este stabilit jocul diametral prin metode standarde și proprietățile materialului aplicat (de obicei rezistența la compresiune).

În cele ce urmează vom examina un caz particular când se cunoaște jocul diametral  $\Delta_R$  și rezistența la compresiune a stratului de material pe bază de polimer  $[\sigma_{rr}]$ . Este necesar să se determine unghiul  $\alpha$  și capacitatea de încărcare  $P$  a stratului polimer.

Determinăm unghiul  $\alpha$  din relația (4.6.9)

$$\sigma_{(rr(max))} = [\sigma_{rr}], \text{ deci } A + B = [\sigma_{rr}] \quad (4.6.20)$$

Substituind (4.6.17) și (4.6.19) în (4.6.9) și folosind deducerile prezentate anterior [50] obținem:

$$\frac{1}{2r_2 F_0^{(1)}} \left[ F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - f F_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right] - \frac{\alpha}{r_2 \cos \alpha} + 2 \left( F_1^{(1)} \sin \alpha - f F_1^{(2)} (1 - \cos \alpha) \right) \frac{1}{2r_0 F_0^{(1)}} = \frac{K [\sigma_{rr}]}{\Delta_R} \quad (4.6.21)$$

Rezolvând ecuația (4.6.21) determinăm unghiul  $\alpha$ .

Capacitatea de încărcare  $P$  se determină din relația:

$$P = -r_2 l \int_{-\alpha}^{\alpha} \sigma_{rr}(\varphi, \alpha) \cos \varphi d\varphi \quad (4.6.22)$$

Substituând relația (4.6.9) în (4.6.22) și luând integralele respective, obținem [50]:

$$P = -r_2 l \left[ 2A \sin \alpha + B \left( \alpha + \frac{2}{4} \sin 2\alpha \right) \right] \quad (4.6.23)$$

$$P = -Er_2 l \Delta_R \left[ 2\bar{A} \sin \alpha + \bar{B} \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) \right]; \bar{A} = \frac{A}{E}; \bar{B} = \frac{B}{E}$$

Adoptând notațiile

$$L = P/Er_2 l \Delta_R; L_1 = -2\bar{A} \sin \alpha + \bar{B} \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) \quad (4.6.24)$$

putem determina capacitatea portantă  $P$  a stratului de polimer, reieșind din egalitatea  $L = L_1$ .

**4.6.3. Studiu de caz cu privire la determinarea unghiului portant  $\alpha$  și a jocului diametral  $\Delta_r$  dacă se cunoaște rezistența la compresiune  $[\sigma_{rr}]$  și capacitatea de încărcare a stratului de polimer  $P$**

Problema se referă la stabilirea jocului pentru îmbinările metalo-polimerice când sunt cunoscute caracteristicile de rezistență a stratului de polimer aplicat (rezistența la compresiune și capacitatea de încărcare).

Pentru realizarea scopului propus, trebuie să rezolvăm următorul sistem de ecuații, obținut din relațiile (4.6.22) și (4.6.25) prin utilizarea expresiilor (4.6.18)-(4.6.21). rezolvarea acestui sistem de ecuații este prezentată în articolul [50]

$$[\sigma_{rr}] = \frac{\Delta_R}{K} \left[ \frac{1}{2r_2 F_0^{(1)}} \left( F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - f F_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) + \frac{\sin \alpha}{r_2 \cos \alpha} - \left( \frac{\alpha}{r_2 \cos \alpha} + 2 \left( F_1^{(1)} \sin \alpha - f F_1^{(2)} (1 - \cos \alpha) \right) \frac{1}{2r_2 F_0^{(1)}} \right) \right] \quad (4.6.25)$$

$$-P = \frac{\Delta_R}{K} Er_2 l \left[ \begin{array}{l} \frac{\sin \alpha}{2r_2 F_0^{(1)}} \left( F_1^{(1)} \left( 1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - fF_1^{(2)} \sin^2 \alpha \right) + \frac{2 \sin^2 \alpha}{r_2 \cos \alpha E} - \\ \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) \left( \frac{\alpha}{r_2 \cos \alpha} + 2 \left( F_1^{(1)} \sin \alpha - fF_1^{(2)} (1 - \cos \alpha) \frac{1}{2r_2 F_0^{(1)}} \right) \right) \end{array} \right] \quad (4.6.26)$$

Rezolvând numeric sistemul de ecuații (4.6.25) și (4.6.26) putem determina unghiul  $\alpha$  și jocul  $\Delta_R$  pentru toate cazurile posibile.

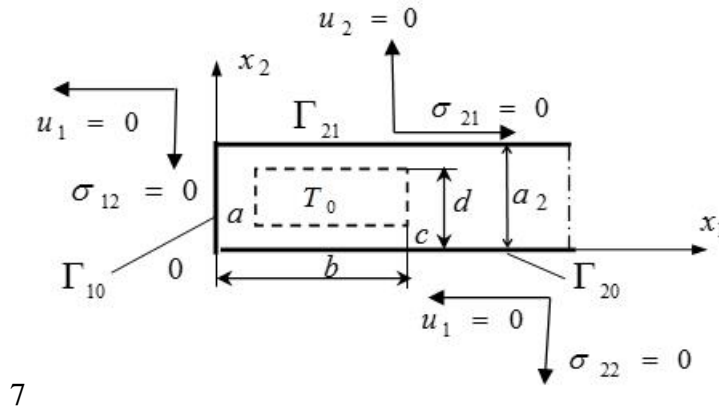
#### 4.7. Determinarea tensiunilor, cauzate de un gradient constant de temperatură dat în interiorul dreptunghiului situat într-o semi-fâșie termoelastică

##### 4.7.1. Formularea problemei și expresiile pentru tensiunile termice

Vom determina tensiunile termice  $\sigma_{ij}(\xi)$ ;  $i, j = 1, 2$  în semi-fâșia  $V \equiv (0 \leq x_1 < \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2)$ , cauzate de următorul gradient de temperatură dat în interiorul dreptunghiului  $[a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in V$  [53]:

$$\Delta T(x) = \begin{cases} T_0 = \text{const.}, & x \equiv (x_1, x_2) \in V \equiv [a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in V, \\ & a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0 \\ 0, & x \equiv (x_1, x_2) \in \Omega \equiv V - V' \end{cases} \quad (4.7.1)$$

cu următoarele condiții mecanice omogene de limită, prezentate în figura 4.22.



**Figura 4.22. Schema semi-fâșiei cu segmentul marginal  $\Gamma_{10}$ , și semi-dreptele marginale  $\Gamma_{20}$ ,  $\Gamma_{21}$  și gradientul constant de temperatură  $T_0$  dat în interiorul unui dreptunghi**

Calculul efectuat cu aplicarea MRIA ne-a permis să obținem următoarele expresii analitice finale pentru tensiunile termice [53]:

$$\sigma_{11}(\xi) = \frac{2\mu T_0}{2\pi(\lambda+2\mu)} F(\xi) + \begin{cases} -\gamma T_0; & \xi \in V' \equiv [a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in V; \\ 0; & \xi \notin V' \equiv [a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in V \end{cases} \quad (4.7.2)$$

$$\sigma_{12}(\xi) = -\frac{\mu T_0}{4\pi(\lambda+2\mu)} \ln \frac{\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_{12}}{\bar{E}_1 \bar{E}_2 \bar{E}_{12}} \Big|_{\substack{x_2=d \\ x_2=c}} \Big|_{\substack{x_1=b \\ x_1=a}}, \quad (4.7.3)$$

$$\sigma_{22}(\xi) = -\frac{2\mu T_0}{2\pi(\lambda+2\mu)} F(\xi) + \begin{cases} -\gamma T_0; & \xi \in V' \equiv [a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in V \\ 0; & \xi \notin V' \equiv [a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in V, \end{cases} \quad (4.7.4)$$

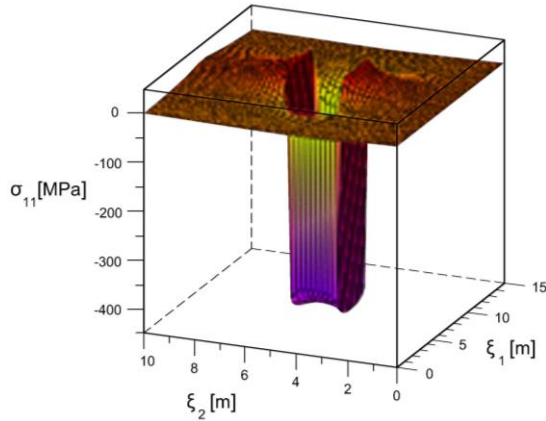
în care funcția  $F(\xi)$  se determină cu expresia:

$$F = \left[ -\operatorname{arctg} \frac{e^{(\pi/2a_2)(x_1-\xi_1)} + \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)}{\sin(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)} \right. \\ \left. + \operatorname{arctg} \frac{e^{-(\pi/2a_2)(x_1+\xi_1)} - \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)}{\sin(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)} \right. \\ \left. - \operatorname{arctg} \frac{e^{(\pi/2a_2)(x_1-\xi_1)} - \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)}{\sin(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)} \right. \\ \left. + \operatorname{arctg} \frac{e^{-(\pi/2a_2)(x_1+\xi_1)} + \cos(\pi/2a_2)(x_2+\xi_2)}{\sin(\pi/2a_2)(x_2+\xi_2)} \right]_{\substack{x_1=b; x_2=d \\ x_1=a; x_2=c}} \quad (4.7.5)$$

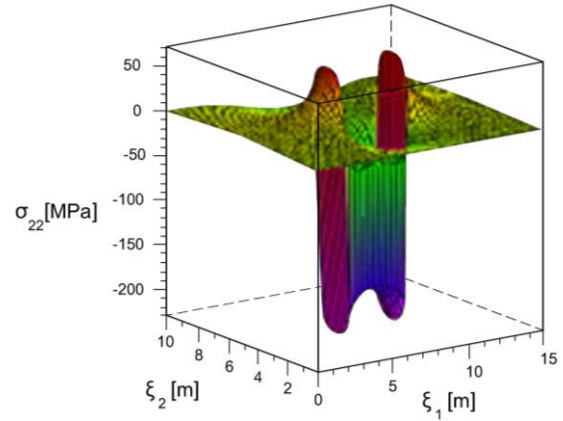
#### 4.7.2. Graficele tensiunilor termice

Graficele tensiunilor termice sunt prezentate în figura 4.23.

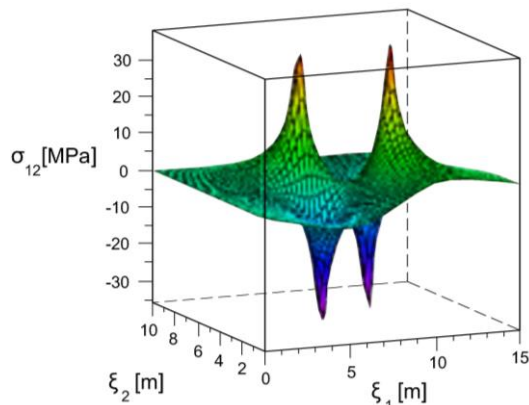
a)



b)



c)



**Figura 4.23. Tensiunile termoelastice normale ( $\sigma_{11}$ ) – (a), ( $\sigma_{22}$ ) – (b) și a tensiunile tangențiale ( $\sigma_{12}$ ) – (c) din semi-fâșie**

#### Concluzii capitolul 4

În rezultatul cercetărilor referitoare la perfecționarea metodelor de calcul al elementelor ajustajelor cu joc renovate cu diferite materiale a fost structurată ipoteza de lucru, care constă în posibilitatea perfecționării metodelor de calcul al ajustajelor cu joc în direcția măririi preciziei de proiectare prin folosirea funcțiilor Green și au fost aduse următoarele contribuții:

1. S-a arătat că majoritatea metodele existente de calcul al preciziei ajustajelor cu joc și al elementelor componente sunt axate pe calculul îmbinărilor alcătuite din piese noi, practic, fiind insuficient abordată problematica îmbinărilor din piese recondiționate, care posedă caracteristici specifice și care este destul de dificil de a fi luate în considerație în ansamblu.

2. S-a propus o abordare principial nouă în calculul ajustajelor cu joc prin construire unor Funcții Principiale Termoelastice Green pentru deformațiile  $U_i(x, \xi)$ , pentru tensiunile termice  $\sigma_{11}^*(x, \xi)$ ,  $\sigma_{22}^*(x, \xi)$ ,  $\sigma_{12}^*(x, \xi)$  și a unei formule integrale noi de tipul Green, fiind demonstrate pentru o problemă specifică în termeni de Funcție Green pentru ecuația Poisson referitoare la piese plate cu formă dreptunghiulară cu lungimea considerabil mai mare ca lățimea (fâșii). Toate rezultatele au fost obținute în funcții elementare cu exemple de verificare și validitate. Avantajele principale a abordării propuse în comparație cu metodele existente sunt:

-nu este necesar de dedus funcțiile de influență a unei forțe concentrate de volum asupra dilatării elastice de volum;

- este necesar de calculat o integrală complicată de volum de la produsul dintre funcția  $\theta^{(i)}$  și funcția Green  $G_T$  a conductibilității de căldură;

- abordarea propusă poate fi extinsă asupra multor domenii canonice ale sistemului Cartezian de coordonate.

3. Prin generalizarea Metodelor Reprezentărilor Integrale Armonice este propusă construirea Funcțiilor Green Principiale pentru domeniul termoelastic  $U_i(x, \xi)$ , pentru tensiuni termice  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$  și pentru deformații termice examinate în coordonate carteziene mărginite de linii sau planuri paralele la axele sau planurile de coordonate. Generalizarea metodei propuse constă în calcularea unei integrale de frontieră care conține un produs de două Funcții Green pentru ecuațiile Poisson care trebuie să satisfacă condițiile de limită termice în raport cu punctele de aplicare a sursei interioare de căldură și condițiile de limita mecanice în raport cu punctele de determinare a deplasărilor termoelastice.

4. Au fost formulate și demonstrate formule integrale de tipul Green pentru 12 probleme termoelastice de limită cu aplicare la piesele componente ale îmbinărilor cu joc renovate cu materiale compozite, inclusiv 8 pentru piese cu lungimi mari în comparație cu lățimea (fâșii) și 4 pentru piese în formă de semi-fâșie. Pentru toate 12 cazuri nominalizate au fost prezentate studii de caz referitoare la determinarea analitică și grafică a tensiunilor  $\sigma_{ij}(\xi)$  și deformațiilor  $\varepsilon_{ij}(\xi)$  termice cu aplicarea facilităților softului MAPLE 15.

5. A fost formulată și demonstrată o teoremă nouă referitoare la construirea și verificarea Funcțiilor Principiale Green pentru deplasări  $U_i(x, \xi)$  și tensiuni termice  $\sigma_{ij}^*(x, \xi)$  pentru piese în formă de paralelipiped, exploatate în condiții termoelastice. Toate rezultatele au fost obținute în formă de sume ale funcțiilor elementare și sume ordinare trigonometrice, iar expresiile analitice au fost prezentate în formă de grafice. Convergența seriilor ordinare infinite a soluției PTL pentru dreptunghi este demonstrată pe cale numerică.

6. S-a elaborat și prezentat rezolvarea problemelor de contact cu folosirea Funcțiilor Green pentru îmbinările cu joc diametral renovate cu materiale compozite pentru două cazuri: a) -verificarea corectitudinii alegerii jocului standard de proiectare (clasa de precizie a arborelui și cea a ajustajului) prin determinarea capacității de încărcare  $P$  a stratului compensator de uzură aplicat; b) – proiectarea jocului diametral prin determinarea unghiului portant  $\alpha$  și a jocului diametral  $\Delta_r$ ;

7. S-a obținut un sistem de trei ecuații bazat pe rezolvarea unei probleme noi de contact de două dimensiuni care permit găsirea soluțiilor întâlnite în proiectarea ajustajelor cu joc renovate cu materiale compozite:

- determinarea unghiului zonei portante  $\alpha$  și a capacității de încărcare a stratului compensator de uzură aplicat  $P$  când sunt cunoscute jocului diametral  $\Delta_r$  și rezistența la compresiune  $[\sigma_r]$  a stratului compensator de uzură;



- determinarea capacității de încărcare a stratului compensator de uzură aplicat  $P$  când se cunoaște jocul diametral  $\Delta_r$  și unghiul zonei portante  $\alpha$ ;
- determinarea unghiului zonei portante  $\alpha$  și a jocului diametral  $\Delta_r$  când se cunoaște rezistența la compresiune  $[\sigma_r]$  și a capacității de încărcare a stratului compensator de uzură aplicat  $P$ ;
- verificarea valorilor cunoscute pentru  $\Delta_r$ ,  $P$ ,  $[\sigma_r]$  și  $\alpha$  funcție de principalii factori dependenți de proprietățile materialului aplicat și de condițiile de exploatare.

## Concluzii generale și direcții viitoare de cercetare

Documentarea și studiul de sinteză în domeniul calcului ajustajelor cuplelor tribologice renovate cu materiale eterogene au pus în evidență următoarele aspecte:

1. În urma studiului de sinteză a fost formulată ipoteza de lucru care presupune posibilitatea măririi durabilității cuplelor tribologice, renovate prin compensarea uzurii cu diferite materiale compozite, prin folosirea funcțiilor Green la calculul ajustajelor cu strângere și cu joc al acestor cuple (Cap. 1, paragraful 1.4.) [50, 51].

2. Pentru confirmarea ipotezei de lucru înaintată și pentru realizarea scopului propus au fost canalizate cercetările pe următoarele direcții principale (Cap.2, paragrafele 2.1. – 2.3.)[50, 51]:

a) dezvoltarea bazelor teoretice pentru perfecționarea metodelor de calcul al preciziei geometrice a pieselor de mașini recondiționate cu materiale eterogene în vederea identificării posibilităților folosirii funcțiilor Green la calculul de proiectare și verificare a ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene;

b) scoaterea în evidență a factorilor de influență a preciziei ajustajelor îmbinărilor renovate cu materiale eterogene cu analiza metodelor rezolvării problemelor de interschimbabilitate în conformitate cu știința preciziilor;

c) perfecționarea algoritmilor pentru rezolvarea problemelor de limită de o dimensiune, a problemelor de limită de două și trei dimensiuni pentru domeniile de termoelasticitate și elasticitate cu aplicare la îmbinările renovate cu materiale compozite;

d) cercetarea și perfecționarea metodelor de calcul al ajustajelor cu strângere proprie și celor cu joc, renovate cu materiale compozite, prin aplicarea facilităților funcțiilor Green;

e) validarea rezultatelor modelelor matematice elaborate prin studii de caz cu privire la exemple concrete întâlnite în domeniul recondiționării pieselor de mașini agricole și celor din industria prelucrătoare.

3. A fost abordată o nouă interpretare a elementelor teoretice esențiale necesare pentru continuarea studiului cu privire la asigurarea preciziei de proiectare a ajustajelor pieselor de mașini prin elaborarea algoritmilor pentru problemele de limită de o singură și mai multe dimensiuni cu folosirea metodei reprezentărilor integrale armonice care constă în obținerea funcțiilor principale termoelastice exprimate prin funcțiile Green pentru ecuația Poisson. Avantajul principal al metodei elaborate constă în îmbinarea a două etape de rezolvare a problemelor termoelastice de limită într-o singură etapă cu exprimarea directă a deplasărilor și tensiunilor termoelastice, atât pe suprafața cât și în interiorul corpului termoelastic prelucrător (Cap. 2, paragrafele 2.1. – 2.2.) [51, 55-57].

4. În baza analizei metodelor de calcul al ajustajelor cu strângere corelate cu problemele tensiunilor de contact s-au obținut relații analitice, bazate pe funcțiile Green, pentru calculul strângerii minime

funcție de toți parametrii de influență posibili să apară în timpul exploatării și asamblării (Cap.3, paragraful 3.2.) [14, 21-23].

5. S-a alcătuit algoritmul pentru calculul câmpurilor de toleranță pentru ajustajele cu strângere prin calculul jocului minim funcție de solicitările mecanice, cele cauzate de forțele centrifugale și acțiunile termice cu considerarea deformațiilor cauzate de distrugerea microreliefului și de numărul de montări repetate (Cap.4, paragraful 4.6.) [14].

6. A fost alcătuit un algoritm de calcul al ajustajului minim cu folosirea facilităților mediului de calcul *Maplesoft 15* care poate fi folosit pentru toate cazurile de solicitări posibile de a fi prezente în îmbinările cu strângere proprie (Cap. 3. paragraful 3.4) [14, 101].

7. În rezultatul dezvoltării și aplicării metodei elementelor de influență a fost elaborată o metodă nouă de calcul al ajustajelor cu joc, bazată pe rezolvarea unei probleme noi de contact de două dimensiuni ce a permis să obținem un sistem de trei ecuații care ne dau posibilitate să rezolvăm patru probleme practice întâlnite în proiectarea și verificarea ajustajelor cu joc renovate cu materiale compozite prin calcularea separată sau în combinații a unghiului zonei portante  $\alpha$  a îmbinării proiectate, a jocului diametral  $\Delta_r$  dintre arbore și alezaj, a capacității de încărcare a stratului compensator de uzură aplicat P și a rezistenței la compresiune a stratului compensator de uzură aplicat  $[\sigma_r]$  (Cap.4, paragraful 4.6.) [50, 64].

### **Sugestii privind cercetările de perspectivă**

Cercetările teoretice și practice efectuate în această lucrare au permis trasarea unor direcții de perspectivă în cercetarea asigurării preciziei de proiectare a ajustajelor îmbinărilor renovate componente ale utilajului agricol și a celui din industriile conexe:

1. Efectuarea unui studiu cu privire la extinderea metodei Elementelor Incompresibile de Influență și Metodei Reprezentărilor Integrale Armonice pentru construirea funcțiilor Green, obținerea formulelor integrale și rezolvarea problemelor de limită elastice și termoelastice pentru domenii canonice descrise în diferite sisteme de coordonate ortogonale, lucru ce va contribui substanțial la perfecționarea calculelor ajustajelor și îmbinărilor pieselor de diferite forme.
2. Extinderea folosirii funcțiilor Green în combinație cu principiile probabilităților pentru calculul preciziei ajustajelor intermediare;
3. Studiarea aspectelor tribologice ale îmbinărilor proiectate prin metodele elaborate.

## Bibliografie

a) în limba română

1. BĂJESCU, T. 2003. *Fiabilitatea sistemelor tehnice*. București; editura Editura MatrixRom, 2003. p. 438. ISBN 973-685-624-0.
2. BOROIU, A. and TITU, A.T. *Managementul fiabilitatii și mentenabilitatii sistemelor*. București : AGIR, 2011. p. 426. ISBN: 978-973-720-361-8.
3. ENE, V. *Fiabilitatea și mentenabilitatea automobilelor*. Chișinău : Evrica, 2007. p. 344. ISBN 978-9975-941-07-5.
4. GAGIU, C. *Fiabilitatea în exploatare a tractoarelor și mașinilor agricole*. București : Agriș, 1995. p. 154.
5. IONUȚ, V., and MOLDOVANU, G. *Tehnologia reparării și fiabilitatea utilajului agricol*. București : Ed. Didactică și Pedagogică, 1982. p. 624.
6. LUPESCU, O, SÂRBU, I and BOTEZ, R. *Fiabilitatea și repararea utilajului agricol*. Chișinău : Ed. TEHNICA, 1999. p. 622. ISBN 9975-910-70-x.
7. MALAI, L. *Sporirea fiabilităților îmbinărilor de tip lagăr renovate cu materiale compozite*. Teză de doctorat. Chișinău : UASM, 2013.
8. MALAI, L. *Comporarea tribologică a materialelor compozite polimerice (MPC) ranforste cu microsferă de sticlă cave*. 2015, Vol. 45, ISBN 978-9975-64-276-7.
9. MARIAN, G. and MALAI, L. *Comportarea tribologică a îmbinărilor de tip lagăr renovate cu materiale compozite poliamidoeoxidice*. In: Știința Agricolă. 2012, nr. 1,, pp. 56-59. ISSN 1857-0003.
10. MARIAN, G. and SÎRGHI, V. *Calculul toleranțelor tehnologice și de proiectare a îmbinărilor cu strângere alcătuite din piese recondiționate cu compoziții din mase plastice*. *Lucrări științifice UASM*. 2000, pp. 176-183.
11. MARIAN, G. *Contribuții teoretico-experimentale la studiul fiabilității pieselor și îmbinărilor utilajului agricol recondiționate cu compozite pe bază de polimeri*: Teza de dr. hab. Chișinău: Ce. Ed. UASM, 2005. p. 252.
12. MARIAN, G. *Interschimbabilitate, standardizare și metrologie*. Chișinău : Ce. Ed. UASM, 2004. p. 236. ISBN 9975-946-75-5.
13. MARIAN, G. *Tribologie și fiabilitate*. Chișinău: Centrul Ed. al UASM, 2004. p. 115. ISSN 9975-946-76-3.

14. MARIAN, G., ȘEREMET, D. Perfecționarea metodelor de calcul al ajustajelor îmbinărilor cu strângere, alcătuite din piese recondiționate, din componența mașinilor agricole. *Știința Agricolă*. UASM, 2020, Vol. 2. ISSN 1857-0003.
15. MARIAN, GR., MALAI, L. și GOROBET, V. Cercetări cu privire la durabilitatea îmbinărilor de tip lagăr renovate cu materiale compozite polimerice ranforsate intensiv cu microsferă de sticlă cave. *Știința agrară*. 2012, Vol. 2, pg. 35-40. ISSN 1857-0003.
16. MORARU, G. and MURZA, C. *Teoria elasticității*. Chișinău : Tehnica-info, 2006. p. 396. ISBN 978-9975-63-020-7.
17. NAVAS, HELENA V. G. Monte Carlo Model Applied to Tolerance Analysis of Mechanical Assembly Sets. *American Journal of Mechanical Engineering and Automation*. 2015, Vol. 2, 5, pg. 55-58, ISSN 2381-6198.
18. OLSZAK, W., PERZINA, P. and SAWCZUK, A. *Teoria plasticității*. București : Tehnica, 1970. p. 668. ISBN 3183IP13D1918TE
19. PARASCHIV, D., PRUTEANU, O. and MUSCA, G. *Tehnologia reparării utilajului agricol. Partea I și a 3-a*. Iași : IPI, 1988. p. 783.
20. SÎRGHII, V. Contribuții la asigurarea tehnologică a fiabilității pieselor utilajului agricol recondiționate. teza de dr.: 05.20.03. Chișinău : s.n., 2007. p. 252.
21. ȘEREMET, D. and MARIAN G. Determinarea distribuției temperaturii în straturile compensatoare de uzură a pieselor recondiționate cu materiale compozite polimerice. *Știința Agricolă*. 2015a, Vol. 2, pg. 55-60, ISSN 1857-0003.
22. ȘEREMET, D. and MARIAN, G. Aplicarea funcțiilor Green la calculul ajustajelor cu strângere renovate cu materiale compozite polimerice. *Lucrări științifice UASM*. 2015b, pg. 321-326, ISSN 1857-0003.
23. ȘEREMET, D. and MARIAN, G. Aplicarea metodei funcției Green la determinarea temperaturii, deplasărilor, și tensiunilor termice în acoperirile cilindrice, aplicate în straturi groase pe substraturi metalice (probleme de simetrie axială cu condiții mixte de limită). *Lucrări științifice UASM*. 2016, pg. 221-225, ISBN 978-9975-64-276-7.
24. ȘEREMET, D. Determinarea tensiunilor termice a unei probleme particulare de limită pentru o placă termoelastică de formă dreptunghiulară. *Lucrări științifice UASM*. 2018, pg. 229-232, ISBN 978-9975-64-297-2.
25. ȘEREMET, V. and CREȚU, I. Reprezentarea grafică a funcțiilor Green pentru tensiunile termice într-un dreptunghi cu aplicarea Softului Maple 18. *Lucrări științifice UASM*. UASM, 2016, Vol. 46, pg. 216-220. ISBN 978-9975-64-284-2.

26. ȘEREMET, V. and MARIAN, G. Contribuții privind aplicarea funcțiilor Green la calculul stării de deformății și tensiuni a pieselor recondiționate cu straturi compensatoare de uzură. *Lucrări științifice UASM*. UASM, 2004, Vol. 12, pp. 65-71, ISBN 9975-9855-7-2.
27. ȘEREMET, V. *Funcții de influență în termoelasticitatea staționară*. Chișinău : Ce. Ed. UASM, 2003. p. 242. ISBN 9975-946-77-1.
28. ȘEREMET, V. Method to derive thermoelastic Green's functions for cylindrical domains. *J. of Thermal stresses*. 2016, Vol. 3, 40, pg. 363-375, ISSN 0149-5739.
29. ȘEREMET, V. *Metoda elementelor de influență*. Chișinău: ce. UASM, 2003. p. 239. ISBN 9975946550
30. TOMESCU, D., MITROI, C. and FLOREA, ȘT. *Repararea utilajului agricol*. București : Ed. Agro-Silvică, 1965. p. 430.
31. ȚAPU, V. Sporirea disponibilității și mentenabilității îmbinărilor cu joc renovate cu materiale compozite polimerice. teza de dr.:05.20.03. Chișinău : s.n., 2011. p. 132.
- b). în limba engleză
32. BHAD, P., VARGHESE, V. and KHALSA, L. Thermoelastic theories on elliptical profile objects: An overview and prospective. *International Journal of Advances in Applied Mathematics and Mechanics*. Copernicus, 2016, Vol. 2, 4, pp. 12-20, ISSN: 2347-2529.
33. BIROLINI, ALESSANDRO. *Reliability Engineering*. Hardcover : Springer, 2017. p. 651. ISBN 978-3-662=54208-8.
34. BUKOWSKI, L. System of systems dependability – Theoretical models and applications examples. *Reliability Engineering & System Safety*. Elsevier, 2016, Vol. 151, pp. 76-92, ISSN: 0951-8320.
35. CHAHBOUNI, M., BOUTAHARI, S. and AMEGOUZ, D. *Influence of form deviations on the tolerance analysis*. International Journal of Engineering & Technology. Science Publishing Corporation, 2014, Vol. 3, 3, pp. 343-349, ISSN: 2227-524X.
36. CHINTANAMRAO, K. and IQBAL, Y. Thermal stresses in a semi-infinite solid cylinder subjected to internal heat generation. *Communications of the Korean Mathematical Society*. 2015, Vol. 5, 2, pp. 504-513, ISSN 1225-1763.
37. DHABA, A. R. EL, ABOU-DINA, M. S. and GHALEB, A. F. Deformation for a Rectangle by a Finite Fourier Transform. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. Copyright, 2015, Vol. 1, 12, pp. 501-515, ISSN: 1546-1955.

38. DHAKATE, T., VARGHESE, V. and KHALSA, L.A. Green's function approach for the thermoelastic analysis of an elliptical cylinder. *International Journal of Advances in Applied Mathematics And Mechanics*. Copernicus, 2017, Vol. 5, 2, pp. 2347-2529, ISSN: 2347-2529.
39. FIALKO, Y. and SIMONS, M. Deformation and seismicity in the Coso geothermal area Inyo County, California: Observation and modeling using satellite eadar interferometry. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2000, Vol. 105, ISSN: 2169-9356.
40. GIORGASHVILI, L., BURCHULADZE, D. and ŞKHVITARIDZE, K. Explicit solutions of boundary-value problems of thermoelasticity with micro temperatures for a half-space. *Journal of Mathematical Sciences*. Springer, 2016, Vol. 216, 4, pp. 538-546, ISSN 1072-3374.
41. GUO, J., et al. Optimal tolerance allocation for precision machine tools in consideration of measurement and adjustment processes in assembly. *Int. J. of Advanced Manufacturing Technology*. Springer-Verlag London, 2015, Vol. 80, pp. 1625-1640. ISSN 0268-3768.
42. HAYATI, Y.Ş, et al. Dynamic Green's Functions of an Axisymmetric Thermoelastic Half-Space by a Method of Potentials. *Journal of Engineering Mechanics*. ASCE, 2013, pp. 1166-1177, ISSN 0733-9399.
43. HELENA, V. G. NAVAS. Monte Carlo Model Applied to Tolerance Analysis of Mechanical Assembly Sets. *American Journal of Mechanical Engineering and Automation*. 2015, Vol. 2, 5, pp. 55-58, ISSN: 2381-6198.
44. KAPUR, KAILASH C. and PECHT, MICHAEL *Reliability engineering*. New Jersey : Copyright, 2014. p. 496. ISBN 978-1-118-14067-3.
45. KESTELIMAN, V.N., MARIAN, GR. and KOLESKO, I.V. Verwendung eines Ultrasghallfelds sur Verbesserung de Haftung von Polymerbeschtonoen bei der Regenerierung von Laderbohrungen in Gehauseteilen. *Plaste und kautscuk*. 1990, Vol. 37, pp. 416-419, ISSN: 0048-4350.
46. KHODABAKHSHIAN, R. A review of maintenance management of tractors and agricultural machinery: preventive maintenance systems. *Agric Eng Int: CIGR Journal*. 2013, Vol. 4, 15, pg. 147-159, ISSN:1682-1100.
47. KUKLA, Ş. and ŞIEDLECKA, U. Green's function for heat conduction problems in a multi-layered hollow cylinder. *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*. Copernicus, 2014, Vol. 71, 3, pp. 115-122, ISSN 2299-9964.
48. LORENZONI, A., TIELEMANN, C. and SAUER, A. Reducing manufacturing costs: the dynamic tolerance system. *Cogent Engineering*. 2019, Vol. 6, pp. 1-17, ISSN: 2331-1916.

49. OZTURC, E. Finite-element modelling of two-disc shrink fit assembly and an evaluation of material pairs of discs. *J. Mechanical Engineering Science*. Institution of Mechanical Engineers, Vol. 225 Part C, pp. 263-273, ISSN:0022-2542.
50. ŞEREMET, D. Computing Contributions to Restore Agricultural Machinery (A Contact Problem of Bearings With Diametrical Game Reconditioned by Composite Polymers). *Journal TJMM*. 2016b, Vol. 2, 8, pg. 175-181, ISSN: 2067-239X.
51. ŞEREMET, D. Determining thermoelastic strains and stresses created by the temperature field and constrictions exerted on the contours of the reconditioned cylindrical piece. *Journal TJMM*. 2016a, Vol. 1, 8, pg. 89-97, ISSN: 2067-239X.
52. ŞEREMET, V. and BONNET, Encyclopedia of domain Green's functions (thermo-magneto-electrostatics of solids in rectangular and polar coordinates), Chişinău, 2pg. 2008, ISBN: 978-9975-46-108-1
53. ŞEREMET, V, CREȚU, I and ŞEREMET, D. Explicit thermal stresses within a thermoelastic half-strip and their graphical presentation using Maple – 15, ISBN 978-9975-68-244-2.
54. ŞEREMET, V, MARIAN, G and ŞEREMET, D. *Thermoelastic influence functions and solution to a locally mixed BVP for a strip*. *J. of thermal stresses*. 2018, Vol. 6, 41, pp. 706–720, ISSN 0149-5739.
55. ŞEREMET, V. *A method to derive thermoelastic Green's functions for bounded domains* (on. *Acta Mechanica*. Springer, 2016, Vol. 12, 227, pg. 3603-3620, ISSN 0001-5970.
56. ŞEREMET, V. A New efficient unified method to derive new constructive formulas and explicit expressions for plane and spatial thermoelastic Green's functions. *J. Acta Mechanica*. Springer, 2014, Vol. 1, 226, pg. 2011-230, ISSN 0001-5970.
57. ŞEREMET, V. and ŞEREMET, D. Solution in integrals of a 3D BVP of thermoelasticity: Green's functions and integration formula for thermal stresses within a semi-bounded parallelepiped. *J. Acta Mechanica*. 2017, pp. 4471-4490, ISSN 0001-5970.
58. ŞEREMET, V. and ŞEREMET, D. Steady-state Green's functions for thermal stresses within rectangular region under point heat source, *Journal of Thermal Stresses*. *Journal of Thermal Stresses*. 2016, Vol. 6, 39, pg. 906-927, ISSN 0149-5739.
59. ŞEREMET, V. Method to derive thermoelastic Green's functions for cylindrical domains. *J. of Thermal Stresses*. 2016, Vol. 3, 40, pg. 363-375, ISSN 0149-5739.
60. ŞEREMET, V. New closed-form Green function and integral formula for a thermoelastic. *J. Applied Mathematical Modeling*. 2012, Vol. 2, 36, pg. 799-812, ISSN: 0307-904X.
61. ŞEREMET, V. *Thermoelastic Green's function*. Chisinau : Print-Caro, 2014. p. 237. ISBN 978-9974-56-208-9.



62. ŞEREMET, V., and ŞEREMET, D. Structural formulas and Explicit Green's Functions for a Generalized BVP for Half-Strip under a Point-Heat Source. *Engineering Mechanics*. September 2017, pp. 1943-7889, ISSN 0733-9399.
63. ŞEREMET, V.D. *Handbook of Green's Functions and Matrices*. Southampton and Boston : WIT Press, 2003. p. 295. ISBN 1-85312-933-X.
64. ŞEREMET, V. and ŞEREMET, D. The Derivation of volume dilatation caused by a unit point heat source. *Proceedings of 12 International Congress on Thermal Stresses*. June 2019, p. 74.
65. SIEBERTZ, K., VAN BEBBE, D. and HOCHKIRCHEN, T. *Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DoE)*. Berlin Heidelberg : Springer, 2017. ISBN 978-3-642-05493-8.
66. TSAGARELI, I. The solutions of the boundary value problems of the theory of thermoelasticity with micro temperatures for an elastic circle. *Bulletin of Tbilisi International Centre of Mathematics and Informatics*. 2013, Vol. 17, 1, pp. 19-27.
67. WANG, XINGYUAN, et al. A new analytical method for press-fit curve prediction of interference fitting parts. *Journal of Materials Processing Tech.* 2017, Vol. 250, pp. 16-24, ISSN: 0924-0136.
68. ZHU, Z. and QIAO, I. Analysis and control of assembly precision in different assembly sequences. *Procedia CIRP*. ELSEVIER, 2016, Vol. 27, pp. 117-123, ISSN: 2212-8271.

c) în limba rusă

69. АРИСТОВ, А.И., et al. *Расчет и выбор посадок с натягом*. Москва : МАДИ, 2017. p. 28.
70. БАУРОВА, Н.И. и ЗОРИН, В.А. *Применение полимерных композиционных материалов при*. Москва : МАДИ, 2016. p. 264.
71. БЕРЕЗНИКОВ, В.В. и ТАРИНЦЕВ, В.К. *Опыт применения полимерных материалов при ремонте с.-х. техники*. Москва : Колос, 1974. p. 116.
72. ВОЛОВИК, Е.Л. *Справочник по восстановлению деталей*. Москва : Колос, 1981. p. 351. ББК 40.72.
73. ВОРОБЬЁВ, Ю.А. и БЕЖЕЛУКОВА, Е.Ф. *Допуски и посадки деталей из пластмасс*. Москва : Машиностроение, 1964. p. 200.
74. ГАДЖИЕВ, А. А. Технологическое обеспечение долговечности подшипниковых узлов машин применением полимерных материалов: а.р. дис. д. т. н. 05.20.03. Москва : s.n., 2005. p. 34.
75. ГРЕЧИЩЕВ, Е.С. и ИЛЪЯШЕНКО, А.А. *Соединения с натягом*. Москва : Машиностроение, 1981. p. 247.

76. ГРИНЧЕНКО, В.Т. и УЛИТКО, А.Ф. *Равновесие упругих тел канонической формы*. Киев : Наук. Думка, 1985. р. 279. FB Б 84-9/157.
77. ДЕНИСОВ, В.А. Восстановление базовых деталей дизельных двигателей с аварийными дефектами покрытиями на основе композиционных материалов. Москва : s.n., 2015. PhD thesis.
78. ДУДЧАК, В.П. Разработка технологий восстановления деталей сельскохозяйственной техники композиционными полимерными покрытиями. Дис. к.т.н.: 05.20.03. Кишинев : КСХИ, 1985. р. 143.
79. ЗАХАРОВ, Ю.А., РЕМЗИН, Е.В. и МУСАТОВ, Г.А. Анализ способов восстановления корпусных деталей транспортно-технологических машин и комплексов. *Молодой учёный*. 2014, Vol. 19, 78, pp. 202-204.
80. ЗАХАРОВ, Ю.А., СПИЦЫН, И.А и РЫЛЯКИН, Е.Г. Совершенствование технологии восстановления посадочных отверстий корпусных деталей мобильной техники гальваномеханическим цинкованием. *Пенза: ПГУАС*, 2015. р. 136. ISBN 978-5-9282-1231-5.
81. ИВАНОВ, А.Ю. и ЛЕОНОВ, Д.Б. Влияние шероховатости поверхности на усилие распрессовки прессовых соединений. *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*,. 2013, Vol. 3, 85, pp. 147-150. ISSN 2226-1494.
82. ИВАНОВ, В. П. Выбор способа восстановления деталей. *Наука и техника*. 2016, Vol. 1, 15, pg. 9-17, ISSN 2227-1031.
83. ИГНАТЬЕВ, А.Г. и ТРЕТЬЯКОВ, А.А. Повышение долговечности восстановленных деталей машин на основе управления остаточными напряжениями. *Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение»*. 2018, Vol. 1, 18, pg. 58-67, ISSN: 2410-4744.
84. ИОНОВ, В.Н. и ОГИБАЛОВ, П.М. *Прочность пространственных элементов конструкций*. Москва : Высшая школа, 1972. р. 767, ISSN 752892-KX.
85. КАСТРИУК, А.П., ДУДАН, А.В и ВИГЕАРИНА, Т.В. Восстановление деталей машин с учетом влияния теплофизических и механических свойств материалов. *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В: Промышленность. Прикладные науки*. ПГУ, 2015, Vol. 3, pp. 70-74, ISSN - 2070-1616.
86. КНЯЗЕВ, Д.В. Особенности сборки цилиндрических соединений с натягом комбинированным клеетепловым методом. *Известия МГТУ «МАМИ»*. МГТУ, 2008, Vol. 2, 6, pg. 270-274, ISSN 2074-0530.

87. КОКОРЕВ, Ю.А. и ЗВЯГИН, Ф.В. *Способы расчета точностных характеристик деталей и узлов приборов*. Москва : МПУ им. Н. Э. Баумана, 2018. р. 211. ISBN 978-5-7038-4776-3.
88. КОЛЯСКО, И.В. Исследование и разработка технологий восстановления сельскохозяйственной техники полиамидными покрытиями. Дис. к.т.н.: 05.20.03. Кишинев : КСХИ, 1980. р. 152.
89. КОНОНЕНКО, А.С., ПИСАРЕВ, Д.Н. и РОЖНОВ, А.Б. Долговечность полимерных композиционных материалов на основе анаэробного герметика АН-111. *Вестник ФГОУ ВПО «МГАУ имени*. 2018, Vol. 6, 88, pg. 45-50.
90. КРЕМЕНСКИЙ, Ю.Д. Современные технологии получения заготовок из изношенных деталей. *Заготовительные производства в машиностроении*. 2017, Vol. 2, 15, pg. 94-96, ISSN: 1684-1107.
91. КУРЧАТКИН, В.В., et al. *Надежность и ремонт машин*. Москва : Колос, 2000. р. 776. ISBN 5-10-003278.
92. КУШНАРЁВ, С.Л. и ЧЕПУРИН, И.А. Исследование факторов обеспечивающих надежность подвижных соединений. *www.esa-conference.ru*. [Online] 2017.
93. ЛАНГЕРТ, Б.А. Исследование изнашивания и разработка метода восстановления посадочных мест под подшипники корпусных деталей: дис. к.т.н.: 05.20.03. Ст. Глеваха, Киевская обл. : с.п., 1971. р. 128.
94. ЛЕОНОВ, О.А. и ВЕРГАЗОВА, Ю.Г. Расчет посадок со шпонками для сельскохозяйственной техники. *Вестник ФГОУ ВПО МГАУ*, 2014, Vol. 2.
95. ЛЕОНОВ, О.А. Обеспечение качества ремонта унифицированных соединений сельскохозяйственной техники методами расчета точностных параметров. Дис. дтн. Москва : (ФГОУ ВПО МГАУ, 2004. р. 266.
96. ЛУРЬЕ, А.И. *Пространственные задачи теории упругости*. Москва : Гостехиздат, 1955. р. 491.
97. ЛУРЬЕ, А.И. *Теория упругости*. Москва : Наука, 1970. р. 939.
98. ЛЯЛЯКИН, В.П. Восстановление деталей – важное направление импортозамещения при эксплуатации сельскохозяйственной техники. *Труды ГОСНИТИ, Т-119*, 2015, pg.183-192
99. ЛЯЛЯКИН, В.П. Восстановление и упрочнение деталей в агропромышленном комплексе России. *Тяжёлое машиностроение*. 2004, Vol. 2, pg. 28-32.
100. МАЛИЦКИЙ, И.Ф. и ЧЕРНЯТИНА, Е.В. Влияние шероховатости и способов обработки на прочность сопряжения с натягом. *Технологія машинобудування*. Електронний архіву

- Державного університету «Житомирська політехніка», 2014, Vol. 13. ISSN 2079-1747, ISSN 2079-1747.
101. МАРЬЯН Г., ШЕРЕМЕТ Д., Новый метод расчета посадок с натягом восстановленных деталей метало полимерными композициями, *În: Евразийский Конгресс «Фундаментальные основы и практический опыт при проведении сервиса и рециклинга техники»*, Труды ГОСНИТИ 2016с с. 271-278, том 125., с.а. 0,5, г. ISSN 2587-6864.
  102. МАРЬЯН, Г.Ф. Восстановление посадочных узлов электрических машин порошкообразными полимерными композициями. Дис. к.т.н.: 05.20.03. Кишинев : КСХИ, 1987. р. 252.
  103. МАРЬЯН, Г.Ф. Обеспечение технологической надёжности деталей восстановленных полимерными композициями. *Тяжёлое машиностроение*. Май 2004, рг. 29-32.
  104. МАРЬЯН, Г.Ф., КОЛЯСКО, И.В. и КЕСТЕЛЬМАН, В.Н. Порошкообразные композиции для восстановления посадочных мест в корпусах электрических машин. *Производство и переработка пластмасс и синтетических смол*. Москва : НИИТЭХИМ, 1988, ISSN 0204—3947.
  105. МОЛОДЫХ, Н.В. и ЗЕНКИН, А.С. *Восстановление деталей машин*. Москва : Машиностроение, 1989. р. 480. ISBN 5-217-00422-3.
  106. МЯГКОВ, В.Д., et al. *Допуски и посадки. Справочник. В 2-х ч. - 6-е изд., перераб. и дополн.* Л. : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1982. р. 543. Vol. 1. ББК 3.41ц я2.
  107. ОБРАЗЦОВ, И.Ф., САВЕЛЬЕВ, Л.М. и ХАЗАНОВ, Х.С. *Конечные элементы в задачах строительной механики летательных аппаратов*. Москва : Высшая школа, 1985. р. 392.
  108. ПАНТЕЛЕЕНКО, Ф.И., et al. *Восстановление деталей машин: Справочник*. Москва : Машиностроение, 2003. р. 672. ISBN 5-217-03188-3.
  109. ПЕТРОВ, Ю.Н. *Основы ремонта*. М.: : Колос, 1972. р. 528.
  110. ПЕТРОВ, Ю.Н. Перспективные способы восстановления деталей. *Тезисы докладов научно-технической*. 1988, Vol. 2, р. 122.
  111. ПУХОВ, Е.В. и ЗАГОРУЙКО, К.В. Анализ Технологии Восстановления Деталей Термическими Методами. 2017, рр. 355-361. ISBN 978-5-7267-0995-6.
  112. ПУЧИН, Е. А., et al. *Технология ремонта машин*. Москва : КолосС, 2007. р. 488. ISBN 978-5-9532-0456-9.
  113. ПУЧИН, Е. А., et al. *Технология ремонта машин*. Москва : Колос, 2007. р. 488. ISBN 978-5-9532-0456-9.
  114. РЕМИЗОВ , Д.Д., БОЧКОВ, В.С. и БРАГИНСКИЙ, В.А. *Допуски и посадки полимерных опор*. Москва : Машиностроение, 1985. р. 208. ИБ № 3895.

115. СОРОКИНА, И.И. Восстановление корпусных деталей сельскохозяйственной техники при ремонте полимерными композиционными материаламию дис. к.т.н. 05.20.03ю. Калуга : МГУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 166.
116. СТАНКЕВИЧ, И.В., ЯКОВЛЕВ, М.Е. и ХТЕТ, СИ ТУ. Разработка алгоритма контактного взаимодействия на основе альтернирующего метода Шварца. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”*. МГТУ, 2011, pg. 134-141.
117. УФЛЯНД, Я.С. 1968. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Ленинград : с.п., 1968. р. 402.
118. ФЕДОРОВ, С.К., et al. Повышение износостойкости деталей электромеханической поверхностной закалкой. *Вестник ФГОУ ВПО «МГАУ имени В.П. Горячкина»*. 2019, Vol. 2, 90, pg. 40-44.
119. ЧЕПУРИ, А.В. *Влияние начального зазора на долговечность соединений*. Ремонт, восстановление и модернизация. 2004, Vol. 6, pg. 29-32.
120. ЧЕРНОИВАНОВ, В.И. и ГОЛУБЕВ, И.Г. *Восстановление деталей машин (Состояние и перспективы)*. Москва : ФГНУ «Росинформагротех», 2010. р. 376. ISBN 978-53-7367-0794-2.
121. ЧЕРНОИВАНОВ, В.И. и ЛЯЛЯКИН, В. П. *Организация и технология восстановления деталей машин*. Москва : с.п., 2003. р. 488.
122. ЧИЧИНАДЗЕ, А.В. *Полимеры в узлах трения машин и приборов – справочник*. Полимеры в узлах трения машин и приборов – справочник : Машиностроение, 1980. р. 208 . ISBN 5-217-00239-5.
123. ШАДРИЧЕВ, В.А. *Основы технологии автостроения и ремонт автомобилей*. Ленинград : Машиностроение, 1976. р. 560.
124. ШЕЛЕГ, В.К., и др. Восстановление хромированных деталей комбинированием методов поверхностной инженерии. *Машиностроение: республиканский межведомственный сборник научных трудов*. БНТУ, 2017, pp. 185-188.
125. ШУБИН, А.Г. Повышение долговечности посадочных отверстий корпусных деталей с.-х. техники, восстановленных герметикам 6Ф. Дис. к.т.н.: 05.20.03. Москва: с.п., 1980. р. 1980.
126. ЮДИНА, Е.М. и КАДЫРОВ, М.Р. К выбору параметров технологического процесса восстановления золотников гидрораспределителя. *Известия Великолукской ГСХА*. 2016, Vol. 1, pp. 26-33. ISSN 2308-8583
127. ЯРОШЕВИЧ, В.К., САВИЧ, А.С. и ИВАНОВ, В.П. *Технологии производства и ремонт автомобилей*. Минск : Адукацыя і выхаванне, 2008. р. 640. ISBN 978-985-471-239-0

## ANEXE

### Anexa A. Alcătuirea algoritmului și programei de calcul al ajustajelor cu strângere prin metoda perfecționată

Algoritmul se prezintă pentru cazul unei îmbinări cilindrice cu diametrul nominal ( $d_2$ ) compusă dintr-un arbore gol cu diametrul interior ( $d_1$ ) și o bucușă cu diametrul exterior ( $d_3$ ), lungimea de contact ( $l$ ). Îmbinarea poate fi supusă la solicitări exercitate de o forță axială ( $P_{ax}$ ) sau un moment de torsiune ( $M_t$ ), sau acțiunea simultană a acestor solicitări ( $P_{ax}, M_t$ ). Pe parcursul exploatarei pot apărea solicitări cauzate de acțiuni termice - fluxul de căldură ( $\lambda \frac{dT(r)}{dr}$ ), sursele de căldură ( $s_1, s_2$ ) și temperaturile ( $T_1, T_2$ ); acțiuni centrifugale dependente de viteza unghiulară ( $\omega$ ).

Se mai cunosc: modurile de elasticitate ( $E_1$  și  $E_2$ ), coeficienții lui Poisson ( $\nu_1, \nu_2$ ), coeficientul de frecare ( $f$ ) coeficienții dilatării termice ( $\alpha_1, \alpha_2$ ), coeficienții conductibilității termice ( $\lambda_1$  și  $\lambda_2$ ), coeficienții conductivității termice ( $a_1, a_2$ ), accelerația căderii libere ( $g$ ), greutatea specifice ale materialelor pieselor conjugate ( $\gamma_1, \gamma_2$ ).

Pentru determinarea strângerii ( $N_{min}$ ) din îmbinare trebuie parcurși următorii pași pentru determinarea componentelor ( $N_{p_{min}}, N_{\omega_{min}}, N_{T_{min}}$ ) din relația (3.2.29) din capitolul 3:

**Pasul 1.** Determinăm strângerea minimă de la solicitările mecanice ( $p_{P_{ax}}, p_{M_t}, p_{P_{ax}M_t}$ ) folosind relația (3.2.33)

$$N_{P_{min}} = \begin{cases} N_{P_{ax}} = \frac{P_{ax}}{\pi d_2 l f} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right) \\ N_{M_t} = \frac{2M_t}{\pi d_2^2 l f} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right) \\ N_{P_{ax}M_t} = \frac{\sqrt{P_{ax}^2 + (2M_t/d_2)^2}}{\pi d_2^2 f} d_2 \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 + \nu_2}{E_2} \right) \end{cases} \quad (A.1)$$

Pentru efectuarea calcului conform relației (3.3.1) este necesar să se determine mărimile intermediare după cum urmează:

$$h_1 = \frac{1+e_1^2}{1-e_1^2}; h_2 = \frac{1+e_2^2}{1-e_2^2}; e_1 = \frac{d_1}{d_2}; e_2 = \frac{d_2}{d_3}. \quad (A.2)$$

**Pasul 2.** Determinăm strângerea minimă de la solicitările cauzate de forțele centrifugale folosind relația (3.2.34) modificată pentru programare:

$$N_{\omega_{min}} = -d_2 p_{1\omega}(r_2) B_1 + d_2 L_1 p_{1\omega}(r_1) - d_2 p_{2\omega}(r_2) B_2 - L_2 d_2 p_{2\omega}(r_3) + d_2 \bar{S}_{\omega} \quad (A.3)$$

unde

$$B_1 = \frac{h_1 - \nu_1}{E_1}; B_2 = \frac{1 + \nu_2 h_2}{E_2}; L_1 = 2 \frac{e_1^2}{E_1 n_1}; L_2 = \frac{2}{E_2 n_2} \quad (A.4)$$

Pentru efectuarea calcului conform relațiilor (3.2.36)-(3.2.37) este necesar să se determine mărimile intermediare după cum urmează:

- din (3.2.36)

$$\begin{aligned} p_{1\omega}(r_2) &= -\frac{E_1 b_1}{8(1-\nu_1^2)}(3+\nu_1)r_2^2; p_{1\omega}(r_1) = -\frac{E_1 b_1}{8(1-\nu_1^2)}(3+\nu_1)r_1^2 \\ p_{2\omega}(r_2) &= -\frac{E_2 b_2}{8(1-\nu_2^2)}(3+\nu_2)r_2^2; p_{2\omega}(r_3) = -\frac{E_2 b_2}{8(1-\nu_2^2)}(3+\nu_2)r_3^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

- din (3.2.35)

$$n_1 = 1 - e_1^2; \quad n_2 = 1 - e_2^2; \quad \bar{S}_\omega = \frac{r_2^2}{8}(b_2 - b_1); \quad b_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} \gamma_1 \frac{\omega^2}{g_1}; \quad b_2 = \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \gamma_2 \frac{\omega^2}{g_2} \quad (\text{A.6})$$

**Pasul 3.** Determinăm strângerea minimă admisibilă de la solicitările cauzate de acțiuni termice folosind relația (3.2.34) modificată pentru programare:

$$N_{Tmin} = -d_2 p_{1T}(r_2) B_1 + d_2 L_1 p_{1T}(r_1) - d_2 p_{2T}(r_2) B_2 - L_2 d_2 p_{2\omega}(r_3) + d_2 \bar{S}_T \quad (\text{A.7})$$

Pentru efectuarea calcului conform relației (3.3.7) este necesar să se determine mărimile intermediare după cum urmează:

- modificăm relația (3.2.37) în următoarea formă simplificată:

$$\begin{aligned} p_{1T}(r_1) &= A_1(c_2 A_2 - A_3 r_1^2) - E_1 \alpha_1 T_1; \quad A_1 = \frac{E_1}{1-\nu_1^2} q_1; \\ A_2 &= (1 + (1 + \nu_1) \ln r_1); \quad A_3 = \frac{s_1}{16a_1} (3 + \nu_1) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

- modificăm relația (3.2.38) în următoarea formă simplificată:

$$\begin{aligned} p_{1T}(r_2) &= A_1(c_2 A_2' - A_3 r_2^2) - E_1 \alpha_1 T_1(r_2); \quad A_2' = (1 + (1 + \nu_1) \ln r_2); \\ T_1(r_2) &= T_1 + \frac{s_1}{4a_1} (r_1^2 - r_2^2) + c_2 \ln \frac{r_2}{r_1}; \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

- modificăm relația (3.2.39) în următoarea formă simplificată:

$$\begin{aligned} p_{2T}(r_2) &= A_1' [f_2 A_4 - A_3' r_2^2] - E_2 \alpha_2 T_2(r_2); \quad T_2(r_2) = T_2 + f_2 \ln \frac{r_2}{r_3}; \\ A_1' &= \frac{E_2}{1-\nu_2^2} q_2; \quad A_3' = \frac{s_2}{16a_2} (3 + \nu_2); \quad A_4 = (1 + (1 + \nu_2) \ln r_2) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

- modificăm relația (3.2.40) în următoarea formă simplificată:

$$p_{2T}(r_3) = A_1' [f_2 A_4' - A_3' r_3^2] - E_2 \alpha_2 T_2; \quad A_4' = (1 + (1 + \nu_2) \ln r_3) \quad (\text{A.11})$$

- din (3.2.8)

$$\begin{cases} c_1 = \frac{s_1}{4a_1} r_1^2 + T_1 - c_2 \ln r_1; \quad f_1 = \frac{s_2}{4a_2} r_3^2 + T_2 - f_2 \ln r_3 \\ c_2 = \frac{N_1 \lambda_2 + N_2 \ln \frac{r_3}{r_2}}{A}; \quad f_2 = \frac{N_1 \lambda_1 - N_2 \ln \frac{r_2}{r_1}}{A} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

în care:

$$N_1 = \frac{s_1}{4a_1} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{s_2}{4a_2} (r_3^2 - r_2^2) + T_2 - T_1; \quad N_2 = \frac{r_2^2}{2} \left( \frac{\lambda_1 s_1}{a_1} - \frac{\lambda_2 s_2}{a_2} \right);$$

$$A = \ln[(e_2)^{-\lambda_1}(e_1)^{-\lambda_2}] \quad (\text{A.13})$$

Având relațiile pentru toți factorii de influență, determinăm strângerea minimă admisibilă folosind relațiile (3.2.33), (3.2.34):

$$N_{p_{min}}, N_{\omega_{min}}, N_{T_{min}} \quad (\text{A.14})$$

**Pasul 4.** Deoarece, la montarea și demontarea pieselor, caracterul îmbinărilor cu strângere se modifică prin deformarea microreliefului inițial al suprafețelor de contact până la starea de echilibru [81, 82, 100] respectiv.

Astfel, relația pentru determinarea valorii strângerii minime admisibile corectate obține forma:

$$N_{min.e.} = N_{min.} + N_r + N_m, \quad (\text{A.15})$$

în care  $N_r$  este corecția ce ține seama de modificarea micro neregularităților suprafețelor de contact în urma operației de presare;  $N_m$  - corecție pentru cazul montării repetate.

Corecția  $N_r$  pentru ajustajele executate și exploatate în condiții normale poate fi calculată cu relația [106]:

$$N_r = 1,2(R_{zD} + R_{zd}) = 5,5(R_{aD} + R_{ad}) \quad (\text{A.16})$$

în care  $R_{zD}$  și  $R_{zd}$  reprezintă înălțimea medie a neregularităților în zece puncte a profilului, respectiv al alezajului și arborelui;  $R_{aD}$  și  $R_{ad}$  - abaterea medie aritmetică a profilului.

Corecția  $N_m$  se determină experimental pentru fiecare caz aparte. Corecția  $N_r$ , de asemenea poate fi determinată experimental, în caz de necesitate.

**Pasul 5.** Stabilirea clasei de toleranță specifice pornind de la strângerea minimă admisibilă corectată. La stabilirea clasei de toleranță pentru piesele îmbinării se folosesc recomandările SM SR ISO 286-1.2013. Se recomandă folosirea claselor de toleranță recomandate preferențial. Pentru sistemul alezaj unitar:  $n5, p5, p6, r6, s6, t6, u6, x6, s6, u7$ ; pentru sistemul arbore unitar:  $N6, P6, P7, R7, S7, T7, U7, X7$ . Clasele de toleranțe marcate bold se recomandă să fie folosite în primul rând. În caz de necesitate pot fi folosite și alte clase de toleranță standard.

La stabilirea clasei de toleranță pentru alezaj și pentru arbore este necesar să se țină cont de următoarea condiție:

$$N_{min.ISO} \geq N_e \quad (\text{A.17})$$

**Pasul 6.** Se stabilește sistemul unitar al ajustajului și câmpul ajustajului în dependență de rolul funcțional al îmbinării și de posibilitățile tehnologice de realizare al acestuia.

În continuare se calculează strângerea maximă tabelară (standardizată) cu relația:

$$N_{max.ISO} = T_n - N_{min.ISO} \quad (\text{A.18})$$

**Pasul 7.** Se verifică dacă strângerea maximă tabelară nu depășește strângerea permisă de presiunea de contact admisibilă în îmbinare. Pentru această se determină presiunea specifică maximă admisibilă folosind a treia teorie de rezistență (teoria tensiunilor tangențiale maxime).



Pentru aceasta considerăm că piesa cuprinzătoare atinge starea limită într-un punct al său atunci când tensiunea tangențială maximă atinge valoarea limită, indiferent de tipul solicitărilor. Ținând seamă de acest lucru strângerea maximă admisibilă, pentru îmbinările cilindrice, poate fi determinată cu relația:

$$N_{max.ad.} = P_{max.ad.} \cdot d_n \cdot \left( \frac{h_1 - \nu_1}{E_1} + \frac{h_2 - \nu_2}{E_2} \right) \quad (A.19)$$

în care  $P_{max.ad.}$  este presiunea maximă admisibilă,  $d_n$  – dimensiunea nominală a îmbinării,  $h_1$  și  $h_2$  mărimi intermediare determinate conform relației (3.3.2),  $\nu_1$  și  $\nu_2$  – coeficienții lui Poisson.

Valoarea pentru  $P_{max.ad.}$  se determină pentru ambele piese ale îmbinării, acceptând-o pe cea mai mică. Astfel, reieșind din teorie tensiunilor tangențiale maxime, presiunile maxime admisibile pot fi determinate cu relațiile [106]:

$$P_{max.ad.} = 0,58 \cdot \sigma_{al} \left[ 1 - \left( \frac{d_n}{d_3} \right)^2 \right] - \text{pentru alezaj}; \quad (A.20)$$

$$P_{max.ad.} = 0,58 \cdot \sigma_{ar} \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_n} \right)^2 \right] \text{ pentru arbore} \quad (A.21)$$

În caz dacă  $N_{max.ISO} > N_{max.ad.}$  se vor alege alte câmpuri de toleranță pentru una din piese sau pentru ambele piese astfel, ca să fie îndeplinite condițiile:

$$N_{min.ISO} \geq N_e \text{ și } N_{max.ISO} \leq N_{max.ad.} \quad (A.22)$$

A2. Alcătuirea programei pentru calculul strângerii minime în îmbinările cu strângere proprie.

Calcululele sunt comod de efectuat cu folosirea facilităților Soft-ului Maple 15. Pentru această utilizăm notări convenționale care sunt prezentate în tabelul A.I.

**Tabelul A.1. Notări convenționale utilizate pentru efectuarea calculului în Maple 15**

Nr. crt.	Notare in formulele de calcul	Notare in programare	Nr. crt.	Notare in formulele de calcul	Notare in programare
Date inițiale			37	$p_{2\omega}(r_2)$	$F$
1	$a_1$	$a_1$	38	$p_{2\omega}(r_3)$	$H$
2	$a_2$	$a_2$	39	$B_1$	$K$
3	$d_1$	$d_1$	40	$L_1$	$N$
4	$d_2$	$d_2$	41	$B_2$	$\theta$
5	$d_3$	$d_3$	42	$L_2$	$Z$
6	$E_1$	$E_1$	43	$p_{1T}(r_2)$	$\Lambda$
7	$E_2$	$E_2$	44	$p_{1T}(r_1)$	$\Xi$
8	$g$	$g$	45	$p_{2T}(r_2)$	$\mu$
9	$l$	$l$	46	$p_{2T}(r_3)$	$\Omega$
10	$M_t$	$M_t$	47	$A_1$	$A_1$

11	$P_{ax}$	$P_{ax}$	48	$A_2$	$A_2$
12	$T_1$	$T_1$	49	$A_3$	$A_3$
13	$T_2$	$T_2$	50	$A_4$	$A_4$
14	$f$	$f$	51	$A_1'$	$A_1'$
15	$\alpha_1$	$\alpha_1$	52	$A_2'$	$A_2'$
16	$\alpha_2$	$\alpha_2$	53	$A_3'$	$A_3'$
17	$\gamma_1$	$p_1$	54	$A_4'$	$A_4'$
18	$\gamma_2$	$p_2$	55	$c_2$	$c_2$
19	$v_1$	$v_1$	56	$f_2$	$f_2$
20	$v_2$	$v_2$	57	$P_{Pax,Mt}$	$G$
21	$\lambda_1$	$\lambda_1$	58	$N_1$	$N_1$
22	$\lambda_2$	$\lambda_2$	59	$N_2$	$N_2$
23	$s_1$	$s_1$	60	$A$	$A$
24	$s_2$	$s_2$	61	$q_1$	$q_1$
25	$\omega$	$\omega$	62	$q_2$	$q_2$
<i>Mărimi intermediare</i>			63	$\bar{S}_T$	$\Sigma$
26	$e_1$	$e_1$	64	$T_1(r_2)$	$U_2$
27	$e_2$	$e_2$	65	$T_2(r_2)$	$U_4$
28	$h_1$	$h_1$	<i>Mărimi finale</i>		
29	$h_2$	$h_2$	66	$N_{Pax}$	$S_{Pax}$
30	$n_1$	$n_1$	67	$N_{Mt}$	$S_{Mt}$
31	$n_2$	$n_2$	68	$N_{Pax,Mt}$	$S_{Pax,Mt}$
32	$b_1$	$b_1$	69	$N_{\omega min}$	$S_{\omega}$
33	$b_2$	$b_2$	70	$N_{T min}$	$S_T$
34	$\bar{S}_{\omega}$	$\Pi$			
35	$p_{1\omega}(r_1)$	$R$			
36	$p_{1\omega}(r_2)$	$M$			

Folosim algoritmul din **A1** din această anexă și formulele din **subcapitolul 3.2 al capitolului 3** cu notările convenționale din tabelul **A.I** comode pentru programare.

Toate datele inițiale și rezultatele sunt date în SI.

### Tabelul A.2. Rezultatul programării

(în paranteze sunt notate numerele formulelor folosite din subcapitolul 3.2 a capitolului 3)

1	<i>Introdus datele inițiale</i>	$d_1, d_2, l, d_3, M_t, P_{ax}, f, E_1, E_2$ $v_1, v_2, T_1, T_2, \lambda_1, \lambda_2, a_1, a_2, s_1, s_2, p_1, p_2, g, \omega, \alpha_1, \alpha_2$
2	<i>Calculat</i>	$e_1, e_2, h_1, h_2$ (3.2.2)

3	<i>Calculat</i>	$S_{p_{ax}}, S_{Mt}, S_0, G$ (3.2.1)
4	<i>Calculat</i>	$N_1, N_2, A$ (3.2.11)
5	<i>Calculat</i>	$f_2, c_2$ (3.2.12)
6	<i>Calculat</i>	$b_1, b_2$ (3.2.6)
7	<i>Calculat</i>	$q_1$ (3.2.8) $q_2$ (3.2.10)
8	<i>Calculat</i>	$n_1, n_2$ (3.2.6)
9	<i>Calculat</i>	$K, N, \Theta, Z, \Pi$ (3.2.4)
10	<i>Calculat</i>	$\Sigma$ (3.2.7a)
11	<i>Calculat</i>	$R, M, F, H$ (3.2.5)
12	<i>Calculat</i>	$A_1, A_2, A_3$ (3.2.8)
13	<i>Calculat</i>	$A_4$ (3.2.10)
14	<i>Calculat</i>	$A'_2$ (3.2.9)
15	<i>Calculat</i>	$A'_1, A'_3$ , (3.2.10)
16	<i>Calculat</i>	$A'_4$ (3.2.11)
17	<i>Calculat</i>	$\mu$ (3.2.10)
18	<i>Calculat</i>	$\Omega$ (3.2.11)
19	<i>Calculat</i>	$\Lambda$ (3.2.9)
20	<i>Calculat</i>	$\Xi$ (3.2.8)
21	<i>Calculat</i>	$S_{\omega}, S_T$ (3.2.3), (3.2.7)

Folosind notările convenționale, după substituirile respective obținem următoarele ecuații pentru determinarea strângerii minime programate:

$$\begin{Bmatrix} S_{\omega} \\ S_T \end{Bmatrix} = d_2 \left[ - \begin{Bmatrix} M \\ \Lambda \end{Bmatrix} K + N \begin{Bmatrix} R \\ \Xi \end{Bmatrix} \right] + d_2 \left[ - \begin{Bmatrix} F \\ \mu \end{Bmatrix} \Theta - Z \begin{Bmatrix} H \\ \Omega \end{Bmatrix} \right] + d_2 \begin{Bmatrix} \Pi \\ \Sigma \end{Bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

În continuare este prezentat un exemplu numeric pentru utilizarea algoritmului și tabelor notărilor la calcularea strângerilor  $N_{p_{min}}(S_p), N_{\omega_{min}}(S_{\omega}), N_{T_{min}}(S_T)$

## ANEXA B. Calculul numeric pentru strângerile minime cu aplicarea softului Maple 15

$$\begin{aligned}
 d_1 &:= 10 \cdot 10^{-3} \frac{1}{100} \quad d_2 := 60 \cdot 10^{-3} \frac{3}{50} \quad l := 70 \cdot 10^{-3} \frac{7}{100} \quad d_3 := 100 \cdot 10^{-3} \frac{1}{10} \quad M_T := 650 \quad P_{ax} := 0 \\
 f &:= 0.08 \quad e_1 := \frac{d_1}{d_2} \frac{1}{6} \quad e_2 := \frac{d_2}{d_3} \frac{3}{5} \quad h_1 := \frac{1 + e_1^2}{1 - e_1^2} \frac{37}{35} \quad h_2 := \frac{1 + e_2^2}{1 - e_2^2} \frac{17}{8} \quad E_1 := 2 \cdot 10^{11} \\
 E_2 &:= 2 \cdot 10^{11} \quad v_1 := 0.3 \quad v_2 := 0.3 \\
 S_{p_{ax}} &:= \frac{P_{ax}}{3.14 \cdot d_2 \cdot l \cdot f} \cdot d_2 \cdot \left( \frac{h_1 - v_1}{E_1} + \frac{h_2 + v_2}{E_2} \right) \quad S_{Mt} := \frac{2 M_T}{3.14 \cdot d_2^2 \cdot l \cdot f} \cdot d_2 \cdot \left( \frac{h_1 - v_1}{E_1} + \frac{h_2 + v_2}{E_2} \right) \\
 S_0 &:= P_{ax}^2 + \frac{4 (M_T)^2}{d_2^2} \frac{4225000000}{9} \quad G := \frac{\sqrt{S_0}}{3.14 \cdot d_2 \cdot l \cdot f} \\
 S_{Pax.Mt} &:= G \cdot d_2 \cdot \left( \frac{h_1 - v_1}{E_1} + \frac{h_2 + v_2}{E_2} \right) \quad T_1 := 20 \quad T_2 := 90 \quad \lambda_1 := 48 \quad \lambda_2 := 48 \\
 a_1 &:= 1.2 \quad a_2 := 1.2 \quad s_1 := 10 \quad s_2 := 10 \\
 N_1 &:= \frac{s_1}{4 \cdot a_1} \cdot \left( \frac{d_2^2}{4} - \frac{d_1^2}{4} \right) + \frac{s_2}{4 \cdot a_2} \cdot \left( \frac{d_3^2}{4} - \frac{d_2^2}{4} \right) + T_2 - T_1 \\
 N_2 &:= \frac{d_2^2}{4} \cdot \left( \frac{\lambda_1 \cdot s_1}{a_1} - \frac{\lambda_2 \cdot s_2}{a_2} \right) \quad A := \text{evalf} \left( \ln \left( (e_2)^{-\lambda_1} \cdot (e_1)^{-\lambda_2} \right) \right) \\
 f_2 &:= \frac{N_1 \cdot \lambda_1 + N_2 \cdot W}{A} \quad w := \text{evalf} \left( \ln \left( e_2^{-1} \right) \right) \quad c_2 := \frac{N_1 \cdot \lambda_2 - N_2 \cdot w}{A} \\
 p_1 &:= 7.85 \cdot 10^4 \quad p_2 := 7.85 \cdot 10^4 \quad g := 10 \\
 \omega &:= \frac{2 \cdot 47}{d_2} \frac{4700}{3} \quad \alpha_1 := 11.9 \cdot 10^{-6} \quad \alpha_2 := 11.9 \cdot 10^{-6} \\
 b_1 &:= \frac{(1 - v_1^2) \cdot p_1 \cdot \omega^2}{E_1 \cdot g} \quad b_2 := \frac{(1 - v_2^2) \cdot p_2 \cdot \omega^2}{E_2 \cdot g} \quad q_1 := (1 + v_1) \cdot \alpha_1 \\
 q_2 &:= (1 + v_2) \cdot \alpha_2 \quad n_1 := 1 - e_1^2 \frac{35}{36} \quad n_2 := 1 - e_2^2 \frac{16}{25} \\
 K &:= \frac{h_1 - v_1}{E_1} \quad N := \frac{2e_1^2}{E_1 n_1} \frac{1}{350000000000} \quad \Theta := \frac{1 + v_2 \cdot h_2}{E_2} \\
 Z &:= \frac{2}{E_2 \cdot n_2} \frac{1}{64000000000} \quad \Pi := -\frac{d_2^2}{32} (b_2 + b_1) \quad B := \text{evalf} \left( \ln \left( \frac{d_2}{2} \right) \right) \\
 \Sigma &:= (q_1 \cdot c_2 + q_2 \cdot f_2) \cdot B - \frac{d_2^2}{64} \cdot \left( \frac{q_1 \cdot s_1}{a_1} + \frac{q_2 \cdot s_2}{a_2} \right) \quad M := -\frac{E_1 b_1 d_2^2}{32 (1 - v_1^2)} (3 + v_1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& R := -\frac{E_1 b_1 d_1^2}{32(1-v_1^2)}(3+v_1) \quad -7.153018125 \cdot 10^6 \quad F := -\frac{E_2 b_2 d_2^2}{32(1-v_2^2)}(3+v_2) \quad -1.986949479 \cdot 10^5 \\
& H := -\frac{E_2 b_2 d_3^2}{32(1-v_2^2)}(3+v_2) \quad -7.153018125 \cdot 10^6 \quad A_1 := \frac{E_1}{1-v_1^2} q_1 \quad -1.986949479 \cdot 10^7 \quad 3.400000000 \cdot 10^6 \\
& U := \text{evalf}\left(\ln\left(\frac{d_1}{2}\right)\right) \quad -5.298317367 \quad A_2 := 1 + (1+v_1) \cdot U \quad -5.887812577 \quad A_2 := 1 - 5.298317367(1+v_1) \\
& A_3 := \frac{s_1}{16a_1}(3+v_1) \quad -5.887812577 \quad 1.718750000 \quad \Xi := A_1 \left( c_2 A_2 - A_3 \frac{(d_1)^2}{4} \right) - E_1 \alpha_1 T_1 \quad -4.420000000 \cdot 10^7 \\
& r_1 := 5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{200} \quad r_2 := 30 \cdot 10^{-3} \frac{3}{100} \quad r_3 := 50 \cdot 10^{-3} \frac{1}{20} \quad U_1 := \text{evalf}\left(\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\right) \quad 1.791759469 \\
& U_2 := T_1 + \frac{s_1}{4a_1} \cdot (r_1^2 - r_2^2) + c_2 \cdot U_1 \quad 74.47277692 \quad A'_2 := 1 + (1+v_1) \cdot B \quad -3.558525266 \\
& \Lambda := A_1 \cdot \left( c_2 A'_2 - A_3 \frac{(d_2)^2}{4} \right) - E_1 \alpha_1 \cdot U_2 \quad -5.450941589 \cdot 10^8 \quad U_3 := \text{evalf}\left(\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)\right) \quad -0.5108256238 \\
& U_4 := T_2 + f_2 \cdot U_3 \quad 74.46944363 \quad A_1' := \frac{E_2}{1-v_2^2} q_2 \quad 3.400000000 \cdot 10^6 \quad A_3' := \frac{s_2}{16a_2}(3+v_2) \quad 1.718750000 \\
& U_5 := \text{evalf}(\ln(r_3)) \quad -2.995732274 \quad A_4' := 1 + (1+v_2) \cdot U_5 \quad -2.894451956 \quad U_6 := \text{evalf}(\ln(r_2)) \\
& -3.506557897 \quad A_4 := 1 + (1+v_2) \cdot U_6 \quad -3.558525266 \quad \mu := \left( A_1' \cdot f_2 \cdot A_4 - A_1' \cdot A_3' \cdot \frac{r_2^2}{2} \right) - E_2 \cdot \alpha_2 \cdot U_4 \\
& -5.450835961 \cdot 10^8 \quad \Omega := A_1' \left( f_2 A_4' - A_3' \frac{(d_3)^2}{4} \right) - E_2 \alpha_2 \cdot T_2 \quad -2.108000000 \cdot 10^8 \\
& S_\omega := -K \cdot M \cdot d_2 + N \cdot R \cdot d_2 + \Theta \cdot F \cdot d_2 - Z \cdot H \cdot d_2 + \Pi \cdot d_2 \quad 0.00001555158263 \\
& S_T := -K \cdot \Lambda \cdot d_2 + N \cdot \Xi \cdot d_2 + \Theta \cdot \mu \cdot d_2 - Z \cdot \Omega \cdot d_2 + \Sigma \cdot d_2 \quad -0.0001450012806
\end{aligned}$$

## **Declarația privind asumarea răspunderii**

Subsemnatul, declar pe răspundere personală că materialele prezentate în teza de doctor sunt rezultatul propriilor cercetări și realizări științifice. Conștientizez că, în caz contrar, urmează să suport consecințele în conformitate cu legislația în vigoare.

Șeremet Dumitru

Semnătura \_\_\_\_\_

Data \_\_\_\_\_

## Curriculum vitae

**Nume și Prenume:** ȘEREMET DUMITRU

**Data și locul nașterii:** 15 Octombrie 1986, Chișinău, Moldova

**Cetățenie:** Republica Moldova

**Studii: 2003-2006** - Liceul Republican cu profil Real, profilul fizică-matematică din municipiul Chișinău;

**Licență :2007-2012** Universitatea Agrară de Stat din Moldova, mun. Chișinău;

**Masterat: 2013-2014**, Universitatea Agrară de Stat din Moldova, mun. Chișinău;

**Doctorat: 2015-2017**, Universitatea Agrară de Stat din Moldova, mun. Chișinău;



**Activitatea profesională:** 2014 până în prezent - asistent universitar la departamentul “Managementul resurselor naturale”, Universitatea Agrară de Stat din Moldova, mun. Chișinău;

**Domeniul de activitate științifică:** Tehnologii și mijloace tehnice pentru industria produselor alimentare. Perfecționarea metodelor de calcul ale diferitor ajustaje polimerice și a unor piese metalice de forma fâșiilor, semi-fâșiilor, dreptunghiurilor și a unor paralelipede cu aplicarea și construirea funcțiilor și matricelor Green în teoria elasticității și termoelasticității.

### Lucrări științifice publicate:

- 4 articole publicate în reviste internaționale cotate ISI: *Journal Acta Mechanica*, *Journal of Thermal Stresses*. (cu impact factor mai mare de 2)
- 2 articole publicate în revista din România *Transylvanian Journal of Mathematics and Mechanics*. (ca autor unic)
- 5 articole în culegeri internaționale (două dintre care ca autor unic)
- 2 articole în reviste din Registrul Național al revistelor de profil, categoria B
- 2 materiale publicate în culegeri ale conferințelor internaționale.

**Cunoașterea limbilor:** Română, Engleză, Rusă.

**Adresa serviciu:** Universitatea Agrară de Stat din Moldova, facultatea Cadastru și Drept, etajul 1, bir. 111, str. Mircești, Chișinău, Republica Moldova.

**Contacte:** email – [d.seremet@uasm.md](mailto:d.seremet@uasm.md)

Telefon dom: 022-43-29-83

Telefon serv: 022-43-22-43